

가속도 ARX 모델을 사용한 국부손상 탐색

Local Damage Detection Using Acceleration ARX Model

신 수 봉* 박 혜 연** 김 재 천***
Shin, Soobong Park, Hye-Youn Kim, Jae-Cheon

Abstract

The paper presents a signal-based damage detection algorithm of ARX model using dynamic acceleration data. An ARX model correlates acceleration data measured at two locations in a structure by considering those two sets of data as input and output signals. For detecting damage, the error between the measured data and the predicted response from the defined ARX model is computed in time and used for a statistical evaluation. A normal distribution function from the error in time is constructed and its statistical characteristic values are used for the evaluation of damage. By comparing the normal distribution functions before and after damage, three different types of damage indices are proposed. The efficiency and limitation of the proposed algorithm with the statistical evaluation of damage indices have been examined and discussed through laboratory experiments.

요 지

본 연구에서는 동적 가속도 데이터를 사용하는 신호기반 손상진단 알고리즘으로 ARX 모델을 제시하였다. ARX 모델은 구조물의 두 지점에서 계측된 가속도 데이터를 입력과 출력의 두 세트 신호로 보고, 두 세트 가속도 데이터의 상관관계를 설정한다. 구조물 손상은 계측한 데이터와 전달함수인 ARX 모델로 예측한 데이터의 차이인 시간이력 잔차를 사용하여 통계적으로 탐색하였다. 시간이력 잔차의 정규분포함수를 구하고, 그 통계적 특성치를 계산하여 손상 평가에 사용하였다. 손상 전후의 정규분포함수를 비교하여 손상을 탐색하기 위하여 세 가지 손상지수를 제시하였다. 손상지수의 통계적 평가를 위해 실내실험을 수행하였고, 제안한 알고리즘의 효율성을 검증하고 제한점을 검토하였다.

Keywords : ARX model, Damage index, Local damage, Signal-based, Statistical evaluation

핵심 용어 : ARX 모델, 손상지수, 국부손상, 신호기반, 통계적 평가

* 정회원, 인하대학교 토목공학과 교수

** 학생회원, 인하대학교 석사과정

*** 학생회원, 인하대학교 박사과정

E-mail : sbshin@inha.ac.kr 032-860-7552

• 본 논문에 대한 토의를 2009년 4월 30일까지 학회로 보내 주시면 2009년 7월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

1. 서 론

도로, 댐, 교량, 터널, 항만 등의 사회 기반 시설물들은 많은 사람들이 이용하고 구조물 특성상 큰 하중을 지지하기 때문에 안전성의 확보가 중요하다. 모든 시설물들은 안전성을 높여 설계를 하더라도 구조물을 사용함에 따라 노후화로 인한 안전성의 감소가 시작된다. 또한 설계 당시 고려한 설계기준과 환경이 지속적으로 변하게 된다. 이러한 원인으로 인한 구조물의 안전성 감소를 미리 파악하고 유지·관리하는 것이 중요한 분야로 자리 잡고 있다.

구조물의 유지관리를 위해 적절하고 신뢰할 수 있는 손상진단기법의 개발이 필요하다. 손상진단기법은 모델기반(model-based)기법과 신호기반(signal-based)기법으로 구분할 수 있다. 모델기반기법은 수치적인 문제들 뿐 아니라 실 구조물과 해석적 모델의 차이, 구조물의 파괴 및 이상거동에 민감한 영향을 미치는 부재의 선정의 문제 등 역해석 기법과 관련된 수학적 복잡성으로 인하여 안전진단에 폭 넓게 적용되기에는 아직 어려운 문제점들이 있다.

이에 반해 신호기반기법들은 최근 활발하게 연구되고 적용되고 있는 분야로 자기회귀 모델을 기반으로 하는 방법들이 주로 연구되고 있다. 자기회귀 모델은 백색잡음에 반응하지 않고 시스템의 변화에 대해서만 민감하게 반응한다는 중요한 특징을 가지고 있어서 널리 사용되는 모델이다(Park 등, 2001). 신호기반기법은 구조물이 어떤 모델인가와 무관하게 손상탐지에 사용할 수 있으므로 유용하게 사용할 수 있다. 다만 구조모델을 사용하지 않기 때문에 손상의 위치와 손상 정도에 대한 보다 정밀한 검증은 어려울 것이라는 제한이 있다.

본 연구에서는 실내실험을 통해 얻은 가속도 데이터를 사용하여 구조물의 손상유무의 확인 및 손상위치를 추정하였다. 자기회귀모델 중 ARX(Auto-Regressive output eXogeneous input) 모델을 이용, 시스템 상의 두 측정점에서 계속한 입·출력 데이터를 분석하여 구조물의 손상을 탐색할 수 있는 알고리즘을 개발하였다. 판형교 모형에 대한 실내실험을 통하여 알고리즘의 효율성을 검증하고 제한점을 검토하였다.

2. 전달함수 이론

2.1 전달함수의 정의

전달함수(transfer function)란, 입력값과 출력값 사이의 수학적 상관관계를 정의한 것으로 주파수영역 기법과 시간영역기법으로 구분할 수 있다.

시간영역 전달함수는 인접한 시계열 데이터들 사이에 존재하는 종속성 및 상관성을 고려하여 정의할 수 있다는 가정에서 출발한다. 대표적인 시간영역 전달함수 이론은 자기회귀모델(Auto Regressive model, AR)로 Wold(1954)의 decomposition theorem에 근거하고 있다. 즉 어떤 시계열 데이터도 과거 값의 선형조합으로 정확하게 구현되는 결정론적 성분과 유한차수의 이동평균 성분의 합으로 표현할 수 있다. 따라서 시간영역 이론에서는 시계열 데이터를 모델화하기 위해 적당한 변수를 가지는 회귀모델을 가정하고 이 모델의 차수와 회귀계수를 결정하여 전달함수를 정의한다. 반면, 주파수영역 전달함수 이론은 시계열 데이터의 평균이나 분산이 비교적 안정적인 시간영역 상태를 대상으로 한다. 시계열 데이터를 서로 다른 주기를 가진 조화함수들의 일차결합으로 나타내고 그 종속성을 주도하고 있는 주기를 구별하여 전달함수를 정의한다. 이에 대한 타당성은 정상 시계열이 무상관의 계수를 갖는 복소지수들의 합의 극한으로 표시된다는 정상확률과정의 스펙트럼으로 검토할 수 있다(Cramer, 1946). 이 주파수영역 전달함수법은 주기적 변화를 갖는 시스템의 주기성을 설명하는데 효과적이지만, 손상 탐색과 같이 의한 시스템이 변하는 경우에는 적용성에 한계가 있다.

2.2 ARX 모델

시간영역 전달함수에 관한 연구는 태양흑점의 변화 현상과 주기적인 변화를 설명하기 위해 자기회귀(AR) 모델을 사용하면서 시작되었다(Yule, 1927).

일정한 시간 간격으로 나열되어 있는 시계열 데이터 y 에서 각각의 시각 $t, t-1, \dots, t-n_a$ 에 해당하는 계속 데이터를 $y(t), y(t-1), \dots, y(t-n_a)$ 라고

하면, AR모델은 다음 식(1)과 같이 표현된다.

$$y(t) = -a_1 y(t-1) - a_2 y(t-2) - \dots - a_{n_a} y(t-n_a) + v(t) \quad (1)$$

여기서 a_{n_a} 는 자기회귀계수, $v(t)$ 는 백색오차이다.

후진연산자 q^{-n_a} 을 사용하여 $y(t-n_a)$ 을 $y(t)$ 를 이용하여 표현할 수 있고, 이를 이용하여 식(1)을 식(3)으로 나타낼 수 있다.

$$q^{-n_a} y(t) = y(t-n_a) \quad (2)$$

$$A(q) y(t) = e(t) \quad (3)$$

여기서 $A(q) = 1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + \dots + a_{n_a} q^{-n_a}$ 이다.

이러한 AR모델 군에서 입력 데이터 $x(t)$ 와 출력 데이터 $y(t)$ 가 발생하는 경우 식(4)와 같은 ARX 모델로 표현할 수 있다.

$$A(q) y(t) = B(q) x(t) + v(t) \quad (4)$$

여기서 각 신호 데이터에 곱해지는 계수항은 식(5a)와 식(5b)로 표현할 수 있다.

$$A(q) = 1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + \dots + a_{n_a} q^{-n_a} \quad (5a)$$

$$B(q) = b_1 q^{-k} + b_2 q^{-(k+1)} + \dots + b_{n_b} q^{-(k+n_b-1)} \quad (5b)$$

식(4)에 식(5a)와 (5b)를 대입하면 식(6)으로 나타낼 수 있다. 식(6)의 좌변은 현재 단계의 $y(t)$ 부터 n_a 단계 이전의 $y(t-n_a)$ 까지의 선형조합이고 우변은 현재 단계보다 n_k 만큼의 시간차를 갖는 $x(t-n_k)$ 에서 $x(t-n_k-n_b+1)$ 까지의 n_b 단계의 선형조합과 백색오차 $v(t)$ 이다.

$$\begin{aligned} y(t) + a_1 y(t-1) + a_2 y(t-2) + \dots + a_{n_a} y(t-n_a) \\ = b_1 x(t-n_k) + b_2 x(t-n_k-1) \\ + \dots + b_{n_b} x(t-n_k-n_b+1) + v(t) \end{aligned} \quad (6)$$

식(6)을 출력 데이터 $y(t)$ 에 관한 식으로 정리하면 식(7)처럼 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} y(t) = b_1 x(t-n_k) + b_2 x(t-n_k-1) + \dots \\ + b_{n_b} x(t-n_k-n_b+1) - a_1 y(t-1) \\ - a_2 y(t-2) - \dots - a_{n_a} y(t-n_a) + v(t) \end{aligned} \quad (7)$$

2.3 ARX 모델의 차수 결정

자기회귀 모델을 결정할 때 중요한 것은 모델의 차수를 결정하는 것이다. 모델의 차수가 너무 작으면 모델을 제대로 표현할 수 없는 반면, 모델의 차수가 너무 크면 모델을 만족하는 계수의 경우의 수가 늘어나 모델의 경우의 수도 많아지게 된다.

본 연구에서는 ARX 모델의 차수를 결정하기 위해 식(8)의 FPE(Final Prediction Error)를 기본적으로 사용하였다(Akaike, 1972).

$$FPE(\theta) = \frac{N+p}{N-p} J(\theta) \quad (8)$$

여기서 $J(\theta)$ 는 손실함수(loss function), p 는 회귀 모델의 차수, N 은 예측 자료의 개수이다.

모델의 차수는 n_a 와 n_b 에 따른 FPE 오차의 변화를 계산하여 FPE가 급격히 감소할 때의 값으로 결정하였다.

3. ARX 모델을 사용한 손상 탐색

제안된 알고리즘을 적용하기 위해, 실험자가 해머로 센서가 부착된 지점을 가진하고 모든 가속도계에서의 가속도 시계열 데이터를 측정하였다. 각 가진 실험은 여러 차례 반복하도록 하였으며, 이전의 가진 효과가 충분히 없어진 후 다시 가진하였다. 가진 크기가 일정하지 않으므로 실험을 통해 얻은 모든 시계열 데이터는 식(9)로 정규화하였다(구자홍 등, 2000).

$$\tilde{x}(t) = \frac{x(t) - \mu_x}{\sigma_x} \quad (9)$$

여기서 σ_x , μ_x 는 시계열 데이터의 표준편차 및 평균값이다.

전달함수는 기준상태인 비손상상태에서의 데이터로 설정하였다. 그리고 실측 가속도와 전달함수로 예측한 가속도의 잔차를 기준상태($t=t_0$)와 시간이 경과된 후($t=t_1$) 각각 구하고, 통계적 분석을 통하여 확률론적 방법으로 손상을 평가하였다. 본 연구에서는 이를 세 가지 손상지수로 제시하였으며, 손상 탐색의 절차는 Fig. 1에 도시하였다.

손상 탐색을 위해 충격 해머의 가속도 데이터를 사용할 수도 있지만, 현장 적용성을 고려하여 입력 데이터는 가진 지점에 설치된 가속도계 시계열 데이터를 사용하도록 하였다. 그러나 본 연구의 실내실험 데이터를 적용한 결과, 해머의 가속도를 입력 데이터로 사용한 결과와 동일한 결과를 얻을 수 있었다.

3.1 손상지수 DI_1

첫 번째 손상지수는 기준상태와 시간이 경과된 후 각각 구해진 잔차 시간이력의 분포도 차이를 사용하여 정의하였다. 만약 입력과 출력 두 지점 근처에 국부손상이 있을 경우 잔차의 분포도에 변화가 발생할 것으로 쉽게 가정할 수 있다. 본 연구에서는 가진 크기를 고려하여 식(9)에서와 같이 시계열 데이터를 정규화하는 방법을 채택하였기 때문에, 잔차의 분포는 확률밀도함수로 나타내었다.

기준상태 잔차의 확률밀도함수를 $f_{u_{ij}}$, 시간 경과 후 잔차의 정규분포함수를 $f_{d_{ij}}$ 라 하고 계측 지점의 수를 N 이라 할 때, 두 확률밀도함수 차이의 면적은 식(10)과 같이 표현할 수 있다.

$$A_{ij} = \int_{-\infty}^{\infty} |f_{u_{ij}} - f_{d_{ij}}| d\sigma \quad (10)$$

여기서 i 는 입력점, j 는 출력점의 번호이다.

식(10)에 의해 구한 함수 차이의 넓이를 각 출력점 별로 모두 더한 값을 j 번째 출력점에서의 합인 식(11)로 손상지수 DI_1 으로 제안한다.

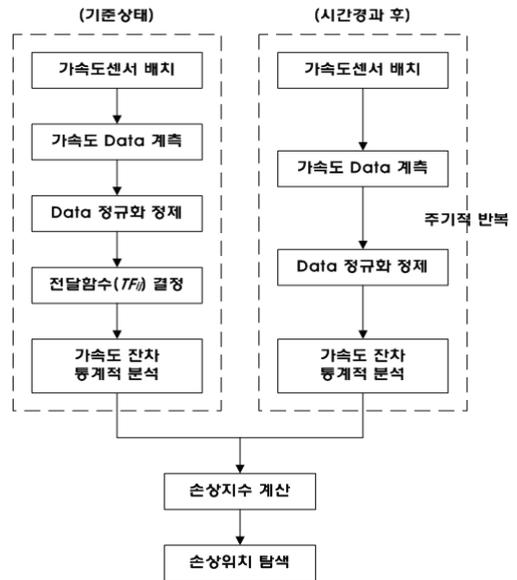


Fig. 1 손상 탐색 절차

$$DI_{1j} = \sum_{i=1}^N A_{ij} \quad (11)$$

3.2 손상지수 DI_2

두 번째 손상지수는 잔차 확률밀도함수의 평균에서의 꼭지점인 최대값을 이용하여 정의하였다. 기준상태 확률밀도함수의 최대값을 m_u , 시간 경과 후 확률밀도함수의 최대값을 m_d 라 하면, 식(12)에 의해 각 경우 별로 최대값 비를 구할 수 있다. 그리고 식(12)에 의해 구한 최대값 비를 각 측정별로 모두 더한 것을 식(13)의 두 번째 손상지수인 DI_2 로 제안한다.

$$M_{ij} = \left(\frac{m_u}{m_d} \right)_{ij} \quad (12)$$

$$DI_{2j} = \sum_{i=1}^N M_{ij} \quad (13)$$

3.3 손상지수 DI_3

세 번째 손상지수로는 1차원 시스템에 적용하였던

손상탐지이론(Sohn and Farrar, 2001)을 확장하여 2차원 시스템인 실험모형에 적용할 수 있도록 응용한 것이다. 기본적으로 세 번째 손상지수는 실측 데이터와 예측 데이터 사이의 잔차의 분산을 기준상태(σ_u^2)와 시간 경과 후 상태(σ_d^2)에서 각각 구하여, 그 분산의 비로 손상을 탐색하는 것이다. 식(14)는 i 번째 입력점과 j 번째 출력점 사이의 잔차 분산의 비이다. 그리고 식(12)에 의해 구한 분산의 비를 각 측정별로 모두 더한 것을 식(15)의 세 번째 손상지수인 DI_{3j} 로 제안한다.

$$F_{ij} = \left(\frac{\sigma_d^2}{\sigma_u^2} \right)_{ij} \quad (14)$$

$$DI_{3j} = \sum_{i=1}^N F_{ij} \quad (15)$$

4. 실내실험

4.1 실험모형

실내실험은 기준상태로 손상도입 전, 시간 경과 후 상태로 손상을 도입한 후로 구분하여 실험을 수행하였다. 해머로 센서가 부착된 15개의 지점을 10회씩 가

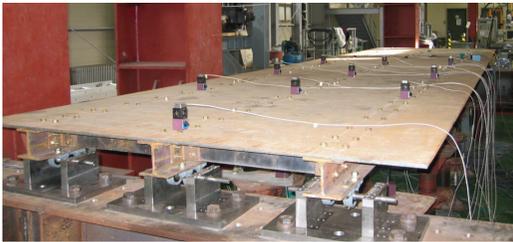


Fig. 2 판형교 실내실험 모형

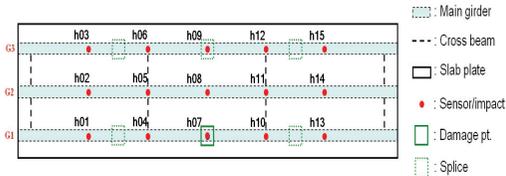
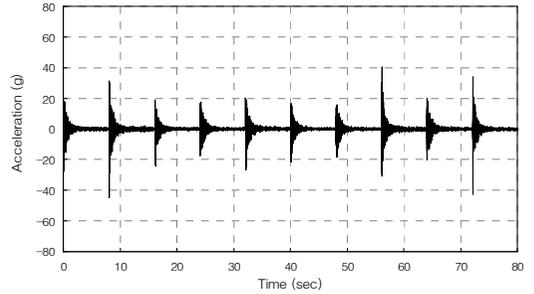


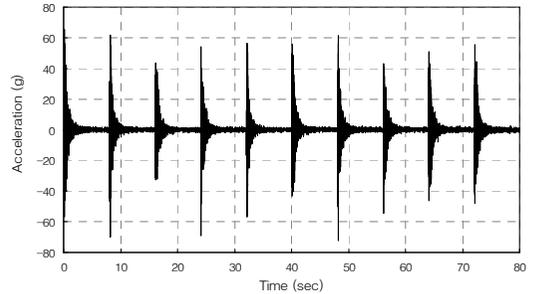
Fig. 3 가속도 센서 설치 위치



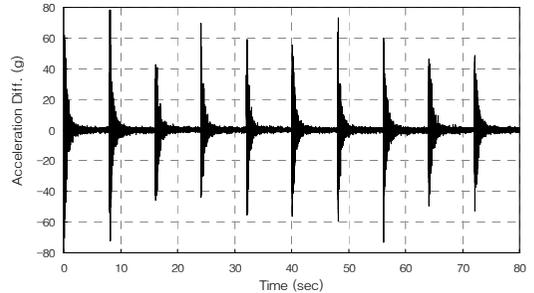
Fig. 4 거더 이음부



(a) 손상 전 가속도 시간이력



(b) 손상 후 가속도 시간이력



(c) 가속도 잔차 시간이력

Fig. 5 10회의 잔차 시간이력

진하였으며, 이전의 가진 효과가 충분히 없어진 후 다시 가진하였다. 식(9)의 정규화 과정을 통하여 가진 크기가 일정하지 않은 시계열 데이터를 표준 정제하였다.

Fig. 2의 실내실험 모형은 길이 6m, 폭 1.5m의 강관에 3개의 거더를 부착한 단경간 판형교 모형이다. 가속도계는 Fig. 3과 같이 h01~h15에 15개의 위치에 일정하게 설치하였다. 실험은 가속도계가 부착된 지점을 가진하여 가진점의 가속도계 데이터를 입력 신호, 나머지 지점에서 수신된 신호를 출력신호로 하여 전달함수를 기준상태에서 각 센서별로 별도로 구하였다.

손상은 가속도계 h07 아래에 있는 Fig. 4의 거더 이음부의 볼트를 느슨하게 하는 것으로 모사하였다. 10회의 실험으로 얻은 손상 전·후의 잔차 데이터를 동일 시간 범위만큼 고려하여 취합하면 Fig. 5와 같다.

4.2 ARX 모델의 차수 결정

본 연구에서는 손상이 없을 때 h07을 가진한 데이터의 FPE 를 구하여 ARX 모델의 차수를 결정하였다. n_a 와 n_b 를 각각 1에서 100으로 바꾸면서 FPE 의 변화를 살펴보면 Fig. 6과 같다. 그림에서 오차가 충분히 작아진 $n_a = n_b = 30$ 을 차수로 선정하였다.

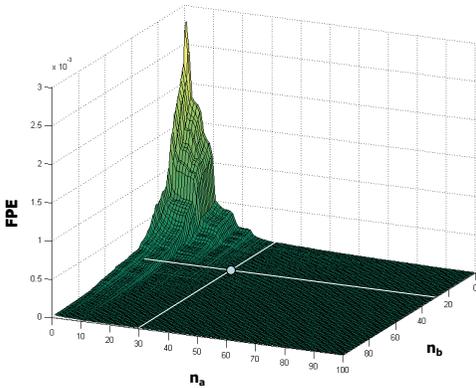


Fig. 6 n_a 와 n_b 의 변화에 의한 FPE

4.3 DI_1 에 의한 손상 탐색

10회 실험을 통해 얻은 잔차 데이터를 취합하여 정

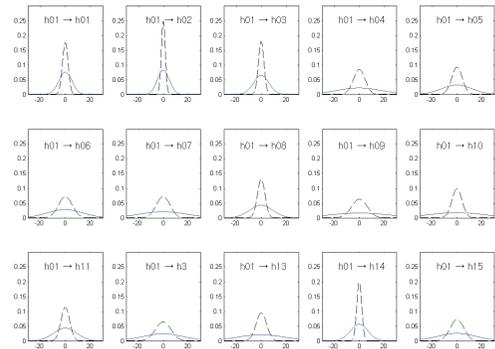


Fig. 7 잔차 시간이력의 정규분포(h01 가진시)

규분포도를 그려보면 Fig. 7과 같다. 그림에서 점선은 기준상태, 실선은 손상을 모사하였을 때 잔차의 정규분포 곡선을 나타낸다.

식(11)에 의해 측정별로 계산한 손상지수 DI_1 를 색등고선으로 Fig. 8에 나타내었다. 손상이 있는 지점인 h07에서 가장 큰 값이 나올 수 있다. 색등고선에서는 h07 이외의 부분도 짙은 색임을 볼 수 있다.

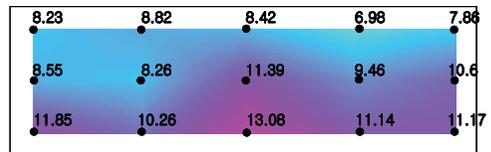


Fig. 8 DI_1 에 의한 손상위치 추정

4.4 DI_2 에 의한 손상 탐색

식(13)에 의해 측정별로 계산한 손상지수 DI_2 를 색등고선으로 Fig. 9에 나타내었다. 손상지수 DI_1 과 동일하게 손상이 있는 지점 h07에서 가장 큰 값을 보이고 있다. 또한 DI_1 보다 DI_2 가 손상이 없는 부위를 잘 구분하고 있음을 확인할 수 있다.

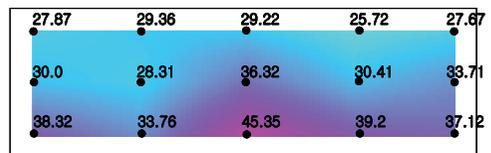


Fig. 9 DI_2 에 의한 손상위치 추정

4.5 DI_3 에 의한 손상 탐색

식(15)에 의해 측정별로 계산한 분산비로 구한 손상지수 DI_3 를 색등고선으로 Fig. 10에 나타내었다. 다른 손상지수들과 동일하게 손상이 있는 지점 h07에서 가장 큰 값을 보이며, 색등고선에서는 다른 손상지수들과 비교하여 손상이 없는 부위를 보다 잘 구분하고 있음을 확인할 수 있다.

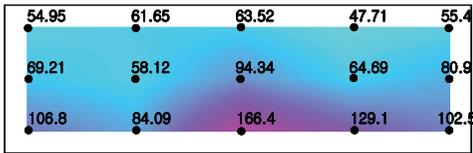


Fig. 10 DI_3 에 의한 손상위치 추정

5. 결론

본 연구에서는 가속도 계측 데이터의 신호처리만으로 구조물에 발생한 국부손상을 탐지하고 위치를 분석할 수 있는 신호기반 손상탐색 기법을 제시하였다. 신호처리를 통한 전달함수로는 입력력 데이터를 사용할 수 있는 ARX 모델을 사용하였다. ARX 모델로 예측한 가속도 데이터와 계측에 의한 데이터의 잔차의 분포를 기준상태와 일정 시간 경과 후에 구하여 손상을 탐색하는 방법을 제시하였으며, 이의 확률론적 평가를 위하여 세 가지 손상지수를 제시하였다.

세 가지 손상지수는 잔차 정규분포도 차이의 절대면적, 정규분포도 최대값의 비, 잔차 분산의 비로 각각 정의하였다. 본 연구에서 제시한 알고리즘과 손상탐색 기법의 효율성을 판형교 모형에 대한 실내실험을 통하여 검증하였다.

세 가지 손상지수를 사용한 경우 모두 최대 손상의 위치는 상대적으로 우수하게 확인할 수 있었다. 그러나 손상이 없는 영역에 대한 평가는 두 번째와 세 번째 손상지수가 잔차 정규분포도 차이의 절대면적을 사용한 첫 번째 손상지수에 비해 보다 안정적으로 구분하고 있음을 확인하였다.

본 연구는 단일손상의 경우에 한정된 연구결과이며,

복합적인 손상이 발생한 경우에 대해서는 추가의 연구를 필요로 한다.

감사의 글

본 연구는 건설교통부가 출연하고 한국건설교통기술 평가원에서 위탁 시행한 2004년도 건설핵심기술연구 개발사업(과제번호 : 04핵심기술C02-02)의 연구비 지원에 의하여 수행되었습니다. 연구지원에 감사드립니다.

참고문헌

1. 구자홍, 김진경, 박진호, 통계학, 자유아카데미, 2000, pp. 225-235.
2. Akaike, H., "Information Theory and an Extension of the Maximum Likelihood Principle", Proc. of the 2nd International Symposium on Information Theory, 1972, pp. 267-281.
3. Cramer, H., Mathematical Methods of Statics, Princeton University Press, Princeton, 1946.
4. Park, H.W, Shin, S. and Lee, H.S., "Determination of an Optimal Regularization Factor in System Identification with Tikhonov Function for Linear Elastic Continua", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 51, No. 10, 2001, pp. 1211-1230.
5. Sohn, H., Farrar, C. R., "Damage Diagnosis Using Time Series Analysis of Vibration Signals", Smart Materials and Structures No. 10, 2001, pp. 1-6.
6. Wold, H. O., "A Study in the Analysis of Stationary Time Series", Almqvist and Wiksell, Uppsala, Sweden, 1954.
7. Yule, G. U., "On a Method of Investigating Periodicities in Disturbed Series with Special Reference to Wolfer's Sunspot Numbers", Philosophical Transactions of the Royal Society of London, series A, Vol. 226, 1927, pp. 267-298.

(접수일자 : 2008년 2월 4일)
(심사완료일자 : 2008년 9월 2일)