

# 통계적 구조물 손상진단에서 기저분포 구성을 위한 극치분포의 점근적 수렴성 이해

Understanding the Asymptotic Convergence of Domain of Attraction in Extreme Value Distribution for Establishing Baseline Distribution in Statistical Damage Assessment of a Structure

강 주 성\*  
Kang, Joo-Sung

박 현 우\*\*  
Park, Hyun-Woo

## Abstract

The baseline distribution of a structure represents the statistical distribution of dynamic response feature from the healthy state of the structure. Generally, damage-sensitive dynamic response feature of a structure manifest themselves near the tail of a baseline statistical distribution. In this regard, some researchers have paid attention to extreme value distribution for modeling the tail of a baseline distribution. However, few researches have been conducted to theoretically understand the extreme value distribution from a perspective of statistical damage assessment. This study investigates the asymptotic convergence of domain of attraction in extreme value distribution through parameter estimation, which is needed for reliable statistical damage assessment. In particular, the asymptotic convergence of a domain of attraction is quantified with respect to the sample size out of which each extreme value is extracted. The effect of the sample size on false positive alarms in statistical damage assessment is quantitatively investigated as well. The validity of the proposed method is demonstrated through numerically simulated acceleration data on a two span continuous truss bridge.

## 요 지

통계적 구조물 손상진단에서 기저분포는 구조물에 손상이 없을 때 획득된 동적 응답 특성이 이루는 통계 분포이다. 일반적으로 구조물에 손상이 발생했을 때 손상에 민감한 구조물의 동적 응답 특성은 기저분포의 꼬리 부근에 주로 나타나게 된다. 최근 연구자들은 기저분포의 꼬리 부분을 정확하게 모사하기 위해 극치분포에 주목하고 있으나, 구조물 손상진단의 관점에서 극치분포의 이론적 이해에 대한 연구는 거의 이루어지지 않았다. 이 연구에서는 신뢰성 있는 통계적 구조물 손상진단을 위해 필요한 극치분포의 점근적 수렴성을 매개변수 추정법을 이용하여 규명한다. 특히, 극치 추출에 필요한 표본크기와 극치분포의 점근적 수렴성의 관계를 정량적으로 보인다. 또한, 극치분포 추정에서 표본크기와 통계적 구조물 손상진단에서 발생하는 손상오류경보 빈도에 대한 관계를 정량적으로 규명한다. 차량 이동하중을 받는 2경간 트러스 교량에서 수치해석 기법을 통해 모사된 가속도 데이터를 이용하여 제안된 기법의 타당성을 검증한다.

**Keywords** : Statistical damage assessment, Baseline distribution, Extreme value distribution, Parameter estimation, Sample size, Asymptotic convergence of domain of attraction, False positive alarm, Dynamic response features

**핵심 용어** : 통계적 구조물 손상진단, 기저분포, 극치분포, 매개변수 추정법, 표본크기, 점근적 수렴성, 손상 오류경보, 동적 응답특성

\* UC Irvine 토목환경공학부 방문연구원

\*\* 정회원, 동아대학교 토목공학과 조교수

E-mail : hwpark91@dau.ac.kr 051-200-7630

• 본 논문에 대한 토의를 2009년 4월 30일까지 학회로 보내 주시면 2009년 7월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

## 1. 서 론

구조물에서 측정된 동적 응답 데이터를 이용한 구조물 건전성 감시기법에서 가장 중요한 것은 구조물의 손상여부를 신뢰성 있게 판단하는 것이다. 구조물 손상 판단에 대한 신뢰성을 높이기 위해 많은 연구들이 진행되어 왔는데 구조물의 손상을 통계적 기법을 이용하여 판정하는 방법도 그 중 하나이다(Yeo et al., 2000; Kim et al., 2003; Sohn et al., 2005).

만약 구조물에 특정 손상이 발생하기 전에 손상이 유발하는 구조물의 동적 응답 특성을 미리 알 수 있다면 그 특성의 발현 여부에 따라서 손상 여부를 쉽게 판단할 수 있다. 그러나 일반적으로 사용 중인 구조물에서 손상이 발생하기 전까지 손상에 의해 유발된 구조물 동적 응답 특성을 미리 알 수가 없기 때문에 손상이 없는 정상 구조물에서 획득된 동적 응답 특성에만 의존하여 구조물의 손상 여부를 판단해야 한다. 이 경우 구조물 손상 여부를 통계적으로 판단하기 위해 외치 분석(outlier analysis)과 같은 '비교사 학습(unsupervised learning)'을 이용한 통계기법이 필요하다(Bishop, 1995). 비교사 학습을 이용한 통계기법에서 필요한 것이 바로 기저분포(baseline distribution)로서, 통계적 구조물 손상진단에서 기저분포는 구조물에 손상이 없을 때 획득된 동적 응답 특성이 이루는 통계분포를 나타낸다(Sohn et al., 2005).

손상이 발생한 경우 손상에 민감하게 반응하는 구조물의 동적 응답 특성은 정상상태의 데이터 집단과 동떨어진 성질을 가지는 외치(outlier)이기 때문에 기저분포의 꼬리 부분에 나타날 가능성이 높다(Sohn et al., 2005). 따라서 신뢰성 있는 손상진단을 위해서는 기저분포의 꼬리 부분을 정확하게 나타낼 수 있는 통계 모델과 이 모델을 이용한 외치 분석이 필수적이다.

기저분포 구성에서 가장 어려운 부분은 동적 응답 특성의 모분포(parent distribution)가 어떤 확률밀도함수로 표현되는지 알 수 없다는 점이다(Sohn et al., 2005; Park and Sohn, 2006). 통계학에서 미지의 모분포로부터 취득된 표본데이터들을 처리 가능한 표본으로 변환하기 위해 중앙 극한값 정리(central

limit theorem)가 널리 사용된다(Benjamin and Cornell, 1970). 중앙 극한값 정리에 의하면 임의의 독립 항등 모분포를 따르는 표본들의 합은 합을 취하는 표본크기가 무한대로 커짐에 따라 정규분포를 따르게 된다. 따라서 모분포를 모르는 경우에도 충분한 표본크기를 사용하게 되면 중앙 극한값 정리를 통해 통계 모델을 구성할 수 있다.

그러나 손상진단에 주로 사용되는 동적 응답 특성의 꼬리 부분에 대해 중앙 극한값 정리를 적용하여 정규분포로 모델링하는 것은 적절하지 못하다. 왜냐하면, 중앙 극한값 정리는 표본들의 평균을 통계변수로 사용하기 때문에 모분포의 평균과 같이 빈도수가 높은 대표값 주변은 정확하게 표현할 수 있지만 대표값으로부터 멀리 떨어져 있고 빈도수가 상대적으로 매우 낮은 꼬리 부분은 정확하게 나타내기 어렵기 때문이다(Park and Sohn, 2005; Sohn et al., 2005).

한편, 극치 통계 이론에 의하면 임의의 독립 항등 모분포를 따르는 표본들의 극치(최대값 또는 최소값)들은 극치를 취하는 표본크기가 무한대로 커짐에 따라 세 가지 이론적 극치분포[겔벨(Gumbel), 와이블(Weibull), 프레셰(Frechet) 분포]중 하나를 따르게 된다. 이 현상을 극치분포의 점근적 수렴성(asymptotic convergence of domain of attraction; 이하 점근적 수렴성)이라고 일컫는다(Castillo, 1988). 중앙 극한값 정리와 달리 극치 통계 이론은 표본들의 극치를 이용하여 통계 모델을 구성하기 때문에 전체 동적 응답 특성의 꼬리 부분을 보다 정확하고 신뢰성 있게 모델링 할 수 있다(Park and Sohn, 2006; Sohn et al., 2005).

극치분포를 이용하여 통계 모델을 구성할 때 가장 중요한 것은 극치분포의 점근적 수렴성을 충분히 보장할 수 있도록 극치를 추출하는 표본크기를 충분히 크게 설정하는 것이다. 표본크기가 충분하지 않은 경우 추출된 극치들은 이론적 극치분포의 특성을 충분히 나타내기 어렵다. 극치분포를 사용한 기존의 통계적 손상 진단 연구들은 점근적 수렴성을 고려하여 표본크기를 설정하기 보다는 직관적으로 표본크기를 설정한 후 극치분포를 통해 기저분포를 수립하였다(Park and Sohn, 2006; Sohn et al., 2005, Sohn et al.,

2007). 보다 더 신뢰성 있는 통계적 손상진단을 위해 표본크기와 점근적 수렴성간의 관계를 명확히 이해하고 기저분포의 특성이 극치분포를 통해 정확하게 표현될 수 있도록 표본크기를 신중히 결정해야 한다.

이 연구에서는 일반화된 극치분포 추정기법을 이용하여 표본크기와 극치분포의 점근적 수렴성의 상관관계를 정량적으로 규명한다. 먼저, 표본크기에 따라 극치들의 누적확률밀도함수를 해석적으로 구할 수 있는 파레토(Pareto) 분포와 지수(Exponential) 분포를 대상으로 표본크기와 극치분포의 점근적 수렴성 간의 관계를 정량적으로 보인다. 또한, 극치분포 추정에서 표본크기와 통계적 구조물 손상진단에서 발생하는 손상오류경보 빈도에 대한 상관관계를 규명한다. 마지막으로 수치 모의 실험을 통해 차량 이동하중을 받는 교량 구조물에서 취득된 가속도 데이터를 이용하여 제안된 기법의 타당성을 검증한다. 특히, 중앙 극한값 정리에 의해 추정된 통계 모델과 극치분포로부터 추정된 통계 모델을 비교하여 극치분포에서 추정된 통계 모델의 타당성을 제시한다.

이 논문의 구성을 간단히 소개하면 다음과 같다. 2장에서는 극치 통계 이론과 일반화된 극치분포에 대해 기술한다. 3장에서는 일반화된 극치분포의 추정에 사용되는 매개변수 추정기법을 소개하고 파레토분포와 지수분포를 대상으로 표본크기와 극치분포의 점근적 수렴성간의 관계를 정량적으로 보인다. 특히, 통계적 구조물 손상진단 관점에서 표본크기에 따른 점근적 수렴성과 손상오류경보 빈도의 관계를 기술한다. 4장에서는 이동 차량하중을 받는 2경간 트러스교에서 수치적으로 모사된 시간영역 가속도 데이터들에 대해 제안된 방법의 타당성을 검증한다. 마지막으로 5장에서는 이 연구의 결론과 향후 연구 방향에 대해 기술한다.

## 2. 극치통계이론

### 2.1 극치이론(Extreme Value Theory) 소개

정규분포로 널리 알려져 있는 가우시안분포(Gaussian distribution)는 중앙 극한값 정리 덕분에 자료의 통계 처리에서 가장 보편적으로 사용되어 왔다(Benjamin

and Cornell, 1970). 중앙 극한값 정리에 의하면 무작위 변수 집합  $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ 의 변수들이 독립 항등 분포(independent and identically distributed : 일명 i.i.d)를 따른다고 가정하면, 이 변수들의 합인  $X_Y = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ 는 표본크기  $n$ 이 무한대로 접근하는 경우 정규분포를 따르게 된다. 미지의 확률 분포를 따르는 표본들이라고 할지라도 충분한 수의 표본들의 합은 정규분포에 점근적으로 수렴한다는 중앙 극한값 정리는 통계학에서 매우 유용하게 쓰이고 있다.

그러나 표본들이 극치들(extreme values)이 자리 잡고 있는 분포의 꼬리 쪽에 국한되는 경우 사정은 달라진다. 만약 표본 벡터  $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ 가 임의의 모분포를 따른다고 가정했을 때, 모분포의 꼬리 부분의 특징을 대변할 수 있는 가장 적절한 통계변수는 표본 벡터의 최대값을 나타내는  $\max(\{X_1, X_2, \dots, X_n\})$  또는 최소값을 나타내는  $\min(\{X_1, X_2, \dots, X_n\})$ 이 된다. 극치 통계학 이론에 의하면 표본 벡터의 크기가 무한대로 접근하는 경우 표본벡터의 최대값의 분포는 다음의 세 가지 극치분포 중 하나의 분포를 따르게 된다 (Fisher and Tippett, 1928).

$$\bar{F}_F = \begin{cases} \exp\left[-\left(\frac{\delta}{x-\lambda}\right)^\beta\right] & \text{if } x \geq \lambda \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

$$\bar{F}_W = \begin{cases} 1 & \text{if } x \geq \lambda \\ \exp\left[-\left(\frac{\lambda-x}{\delta}\right)^\beta\right] & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

$$\bar{F}_G = \exp\left[-\exp\left(-\frac{x-\lambda}{\delta}\right)\right] \quad (3)$$

$-\infty < x < \infty$  and  $\delta > 0$

여기서  $\lambda$ ,  $\delta$  그리고  $\beta$ 는 각각, 극치분포의 위치, 스케일, 형상을 결정하는 매개변수이다.  $\bar{F}$ 는 최대값들의 극치분포(이하 최대 극치분포)를 나타내고, 아래첨자 F, W 그리고 G는 각각 프레셰, 와이블 그리고 겐벨 분포를 나타낸다.

표본 벡터의 크기가 무한대로 접근하는 경우 표본벡터의 최소값의 분포도 최대값의 분포와 같이 식

(1)-(3)의 형태와 유사하게 나타낼 수 있다(Fisher and Tippett, 1928). 이후 이 연구에서는 지면관계 상 최대값들의 극치분포에 대해서만 중점적으로 다루기로 한다. 최소값들의 극치분포도 이 연구에서 다루는 방법을 그대로 확장하여 적용할 수 있다.

## 2.2 일반화된 극치분포(Generalized Extreme Value Distribution)

Jenkinson은 2.1절에서 소개한 세 가지 극치분포 식을 하나의 일반화된 최대 극치분포로 나타낼 수 있음을 보였다(Jenkinson, 1955).

$$\bar{\phi} = \exp \left\{ - \left[ 1 + \gamma \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-1/\gamma} \right\} \quad (4)$$

$$-\sigma - \gamma(x - \mu) \leq 0, \sigma > 0$$

여기서  $\bar{\phi}$ 는 일반화된 최대 극치분포를 나타내고  $\mu$ ,  $\sigma$ 와  $\gamma$ 는 일반화된 극치분포의 위치, 스케일, 형상 매개변수를 나타낸다.

일반화된 최대 극치분포와 최대값의 프레세, 와이블 그리고 겐벨 분포 사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\text{If } \gamma > 0, \bar{F}_F(x; \lambda, \delta, \beta) = \bar{\phi}(x; \mu, \sigma, \gamma)$$

$$\mu = \lambda + \delta, \sigma = \frac{\delta}{\beta}, \gamma = \frac{1}{\beta} \quad (5)$$

$$\text{If } \gamma < 0, \bar{F}_W(x; \lambda, \delta, \beta) = \bar{\phi}(x; \mu, \sigma, \gamma)$$

$$\mu = \lambda - \delta, \sigma = \frac{\delta}{\beta}, \gamma = -\frac{1}{\beta} \quad (6)$$

$$\text{If } \gamma \rightarrow 0, \bar{F}_G(x; \lambda, \delta) = \bar{\phi}(x; \mu, \sigma, \gamma)$$

$$\mu = \lambda, \sigma = \delta \quad (7)$$

여기서 유의할 점은 겐벨분포는 일반화된 최대 극치분포의 형상 매개변수인  $\gamma$ 가 0으로 수렴하는 경우와 등가관계에 있다는 것이다.

표본 벡터의 최대값들이 주어졌을 때, 이들을 가장 잘 나타낼 수 있는 일반화된 극치분포는 다음 절에서 소개될 매개변수 추정기법을 이용하여 구할 수 있다. 표본의 모분포를 모르는 경우에도, 충분한 크기의 표

본으로부터 추출된 최대값들의 분포의 특성은 항상 프레세, 와이블, 그리고 겐벨의 세 가지 분포 중 하나로 정의할 수 있으며 특히, 식(5)-(7)의 관계식으로부터 일반화된 극치분포의 형상 매개변수인  $\gamma$ 를 통해 표본 벡터의 최대값들이 프레세, 와이블, 그리고 겐벨분포 중 어떤 분포를 따르게 되는지를 알 수 있다.

## 3. 매개변수 추정을 통한 극치분포의 점근적 수렴성 확인

### 3.1 극치분포의 매개변수 추정

2장에서 기술된 일반화된 극치분포를 이용하여 주어진  $n_d$ 개의 극치표본들의 분포를 추정하기 위하여 이 연구에서는 일반화된 가중 최소 자승 오차를 이용한 최소 자승법을 사용한다(Park and Sohn, 2006).

$$\text{Min}_{\theta} \Pi = \frac{1}{2} [\phi(\mathbf{x}; \theta) - \mathbf{p}]^T \mathbf{W} [\phi(\mathbf{x}; \theta) - \mathbf{p}] \quad (8)$$

$$\text{subject to } \mathbf{R}(\mathbf{x}; \theta) \leq \mathbf{0}$$

여기서  $\phi(n_d \times 1)$ ,  $\mathbf{p}(n_d \times 1)$ ,  $\mathbf{x}(n_d \times 1)$ ,  $\theta(3 \times 1)$ ,  $\mathbf{W}(n_d \times n_d)$  그리고  $\mathbf{R}$ 은 각각 식(4)에서 계산된 누적확률밀도함수 벡터, 실험으로 얻은 누적확률밀도함수 벡터, 확률 위치벡터,  $\phi$ 의 매개변수 벡터, 가중행렬, 그리고  $\theta$ 에 대한 구속조건 벡터를 나타낸다. 누적확률밀도함수의 매개변수 벡터  $\theta$ 는 식(4)의 일반화된 최대 극치분포를 결정하는 매개변수  $\mu, \sigma$  그리고  $\gamma$ 를 나타내고, 구속조건벡터  $\mathbf{R}$ 은  $\phi$ 의 매개변수들이 적절한 값을 갖도록 보장하는 매개변수 벡터에 대한 선형 또는 비선형 구속조건을 의미한다.

극치표본들 중에서도 발생빈도가 매우 낮은 꼬리 부분을 극치분포를 통해 좀 더 정확하게 추정하기 위해 꼬리 부분 추정에 가중치를 줄 수 있도록 식(8)의 가중행렬을 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\mathbf{W} = \text{diag}^{-1}(1 - p_m)^2 \quad (9)$$

여기서  $p_m$ 은 식(8)의 누적확률밀도함수 벡터  $\mathbf{p}$ 의  $m$  번째 요소를 의미한다.

식(8)은 다수의 구속조건을 갖는 비선형 최적화 문제이다. 비선형 최적화 문제를 풀기 위해 순차적 이차 프로그래밍(Sequential quadratic programming)을 이용하여 수렴해를 얻을 때까지 반복 계산한다(Luenberger, 1989). 순차적 이차 프로그래밍은 목적함수의 그래디언트와 헤시안을 사용하므로 극치분포 추정 시 수렴성과 정확도가 매우 높다(Park and Sohn, 2006).

### 3.2 단일 확률분포함수에 대한 극치분포의 점근적 수렴성 확인

2.1절의 극치이론에 의하면 최대값 또는 최소값과 같은 극치를 추출하는 표본크기가 무한대로 증가함에 따라 추출된 극치들은 프레셰, 와이블, 그리고 겐벨분포 중 하나를 따르게 된다. 그러나 현실적으로 극치를 추출하기 위한 표본크기를 무한대로 설정할 수 없기 때문에 실제 표본들이 주어졌을 때 표본크기에 따라 얼마나 극치분포에 잘 부합되는지 확인해야 한다. 표본크기가 증가함에 따라 추출된 극치들이 세 가지 극치분포 중 하나에 수렴하는 현상을 극치분포의 점근적 수렴성(이하 점근적 수렴성)이라고 일컫는다(Castillo, 1988). 특히, 전체표본집단의 꼬리 부분의 통계적 특성을 극치분포로 정확하게 표현하기 위해서 표본크기와 점근적 수렴성의 상관관계를 명확히 이해해야 한다.

이 절에서는 다음 식과 같이 누적확률밀도함수를 해석적으로 구할 수 있는 파레토분포와 지수분포에 대해 표본크기에 따른 점근적 수렴성을 정량적으로 분석하였다.

$$\text{파레토분포} : F(x) = 1 - \left(\frac{1}{x}\right)^3, \quad x > 1 \quad (10)$$

$$\text{지수분포} : F(x) = 1 - e^{-x}, \quad x > 0$$

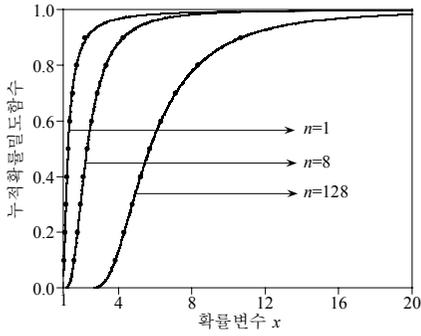
표본크기가  $n$ 으로 주어졌을 때 식(10)을 따르는 확률변수  $x$ 의 최대값 분포에 대한 이론적 누적확률밀도함수는 다음과 같다(Castillo, 1998).

$$H_n(x) = F^n(x) \quad (11)$$

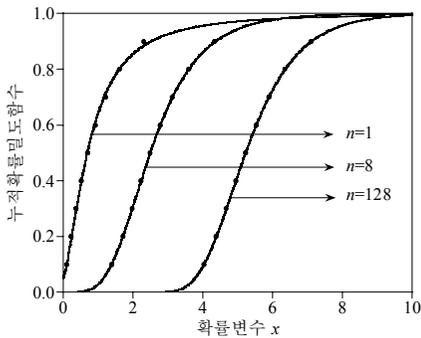
표본크기  $n$ 에 따른 극치분포의 점근적 수렴성을 확인하기 위해  $n$ 을  $2^k$  ( $k=0$  부터 7까지 1씩 증가)으로 증가시키면서 식(8)을 이용한 극치분포 매개변수추정을 수행하였다. 이 때, 식(8)의 누적확률밀도함수 벡터  $\mathbf{p}$ 는  $(0.1, 0.2, \dots, 0.9)^T$ 로 설정하였고  $\mathbf{p}$ 에 대응되는 확률위치벡터  $\mathbf{x}$ 의 성분은  $\mathbf{p}$ 의 각 성분 값을 차례로 식(11)의 좌변  $H_n(x)$ 에 넣고  $x$ 에 대해 풀어서 구했다. 식(8)의 가중치 행렬  $\mathbf{W}$ 는 모든 극치값들이 매개변수 추정에 동등하게 사용될 수 있도록 단위행렬로 설정하였다(Park and Sohn, 2006).

Fig. 1(a)와 (b)에 추정된 극치분포와 식(11)에서 구한 이론적 누적확률밀도함수를 나타냈다. 표본크기가 증가할수록 추정된 극치분포가 이론적 누적확률분포를 잘 맞추고 있음을 확인할 수 있다. Fig. 1(c)는 주어진 표본크기들에 대해 매개변수 추정을 통해 구한 극치분포의 형상 매개변수  $\gamma$ 를 나타낸 그림이다. 식(11)에 대응하는 파레토분포와 지수분포는 표본크기가 증가함에 따라 각각 프레셰분포와 겐벨분포로 점근적으로 수렴한다. 특히, 표본크기가 무한대로 커지면 식(4)의 극치분포 형상 매개변수가 각각  $1/3$ ,  $0$ 으로 수렴한다(Castillo, 1988). Fig. 1(c)에서 표본크기가 증가함에 따라 추정된 극치분포의 형상 매개변수가 이론값에 점근적으로 수렴하고 있는 것을 확인할 수 있다. 표본크기가 128개 일 때, 파레토분포와 지수분포에 대응하는 극치분포의 형상 매개변수는 각각 0.335, 0.003으로 이론값인  $1/3$ ,  $0$ 에 거의 정확하게 수렴하였다.

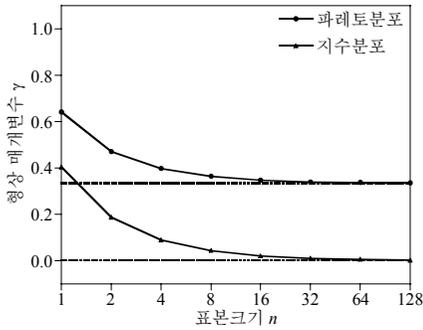
표본크기가 증가함에 따라 추정된 극치분포가 이론적 누적확률밀도함수의 오른쪽 꼬리 부분을 얼마나 정확하게 나타내는지 정량적으로 평가하기 위한 방법을 제시한다. Fig. 2는 식(11)의 이론적 누적확률밀도함수와 추정된 극치분포를 꼬리 부근에서 정량적으로 비교하는 방법을 도식적으로 보여준다. Fig. 2에서 실선은 주어진 표본크기에 대해 식(11)에 의해 계산된 이론적 누적확률밀도함수를 나타내고, 점선은 식(8)에 의해 추정된 극치분포를 나타낸다. Fig. 2와 같이 이론적 누적확률밀도함수에서 누적확률값 1을 기준으로 꼬리 분포의 특정지점에 해당하는 값을  $\alpha$ 라고 하고 이 때  $\alpha$ 에 대응하는 확률변수가  $\xi$ 라면,  $\alpha$ 는  $\xi$ 보다



(a) 파레토분포



(b) 지수분포



(c) 표본크기 증가에 따라 추정된  $\gamma$

Fig. 1 표본크기의 증가에 따라 추정된 극치분포와 형상 매개변수  $\gamma$ 의 점근적 수렴성

큰 확률변수가 나타날 수 있는 이론적 확률을 의미한다. 전체 확률분포에서 꼬리 부분에 포함되는 확률변수가 나타날 가능성이 매우 희박하기 때문에  $\xi$ 보다 큰 확률변수를 외치(outlier)로 간주할 수 있고, 이후 설명의 편의상  $\alpha$ 와  $\xi$ 를 각각 이론적 외치(outlier) 발생확률과 이론적 외치 문턱값(threshold value)으로 정의한다. Fig. 2에서 알 수 있듯이,  $x$ 가 오른쪽 꼬리

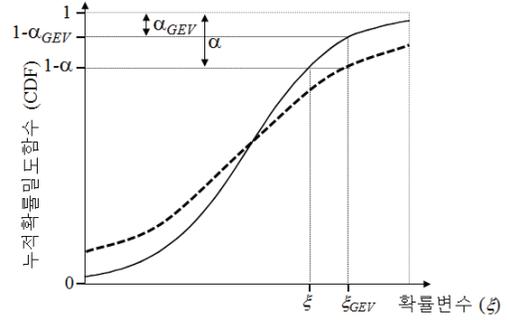


Fig. 2. 이론적 누적확률밀도함수의 꼬리분포(실선)와 추정된 극치분포(점선)의 정합성에 대한 정량적 비교방법

에 접근할수록  $\alpha$ 는 0에 가까워진다.  $\alpha$ 가 주어졌을 때, 추정된 극치분포에서  $\alpha$ 에 대응하는 외치 문턱값을 표시할 수 있는데, 이 외치 문턱값을  $\xi_{GEV}$ 라고 하자. 만일 추정된 극치분포가  $\alpha$ 에 대응하는 이론적 꼬리 분포를 잘 나타낼수록  $\xi$ 와  $\xi_{GEV}$ 의 차이는 작아질 것이다. 따라서, 추정된 극치분포와 이론적 누적확률 밀도함수의 차이를 다음과 같이 외치 문턱값 오차  $\epsilon$ 로 정의한다.

$$\text{외치문턱값 오차 } \epsilon(\%) = \frac{\xi_{GEV} - \xi}{\xi} \times 100 \quad (12)$$

뿐만 아니라,  $\xi_{GEV}$ 에 대해 이론적 누적확률밀도함수에 대응하는 외치 발생확률을 Fig. 2와 같이 구할 수 있는데 이 값을  $\alpha_{GEV}$ 라고 하자. 식(12)와 유사하게 추정된 극치분포가 이론적 누적확률밀도함수와 잘 일치할수록  $\alpha$ 와  $\alpha_{GEV}$ 의 차이가 작아질 것이다. 따라서, 추정된 극치분포와 이론적 누적확률밀도함수의 차이를 다음과 같이 외치 발생확률 오차  $\Delta$ 로 정의한다.

$$\text{외치발생확률 오차 } \Delta(\%) = \frac{\alpha_{GEV} - \alpha}{\alpha} \times 100 \quad (13)$$

Fig. 3은 표본크기가 증가함에 따라 추정된 극치분포가 이론적 누적확률밀도함수의 꼬리부분을 얼마나 잘 맞추는지를 식(12)와 식(13)을 이용하여 정량적으로 나타냈다. Fig. 3에서  $x$ 축은 이론적 누적확률밀도함수의 오른쪽 꼬리 지점에 대응되는 이론적 외치 발생확률  $\alpha$ 에 대한 백분율( $\alpha \times 100\%$ )을 나타낸다. 실선 부분의 숫자(1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128)는 표

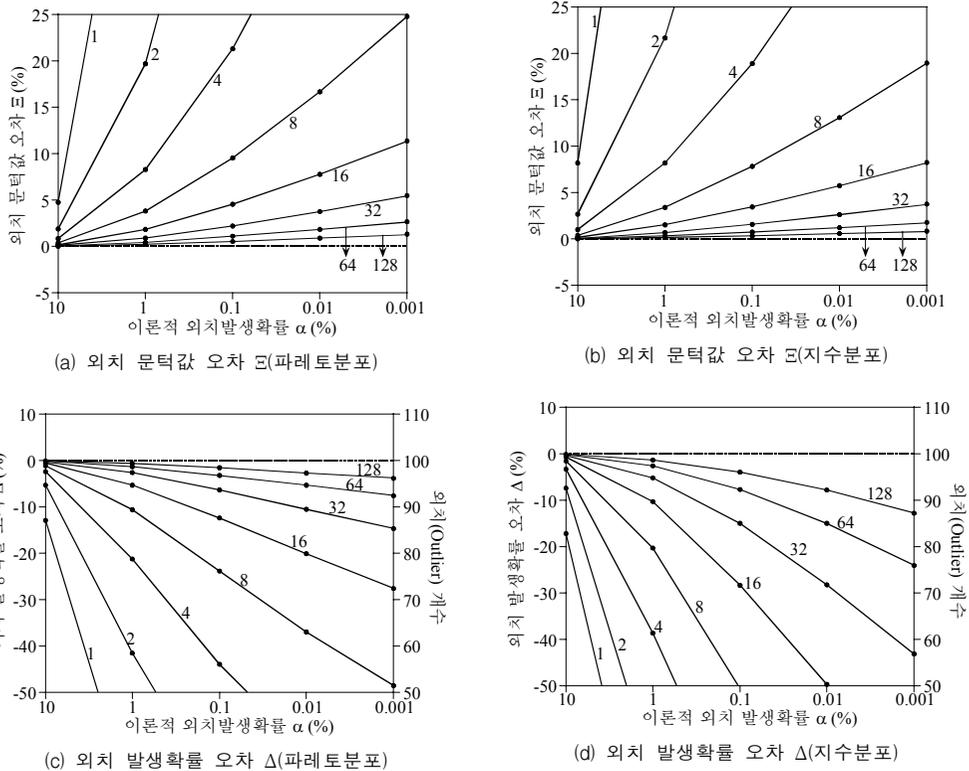


Fig. 3 표본크기에 따른 이론적 누적확률밀도함수의 꼬리분포와 추정된 극치분포의 정합성에 대한 정량적 비교

본크기를 의미한다.  $\alpha$ 는 각각 10%, 1%, 0.1%, 0.01%, 그리고 0.001%까지 로그 비율로 감소하도록 총 5단계로 나누어 표시하였다.

Fig. 3(a)와 (b)에는 각각 파레토분포와 지수분포에 대해 식(12)의 외치 문턱값 오차  $\delta$ 를 계산한 결과를 나타냈다. 표본크기가 증가함에 따라 추정된 극치분포의 외치 문턱값이 이론적 외치 문턱값에 정량적으로 수렴하고 있음을 확인할 수 있다. 예를 들어, Fig. 3(a)의 파레토분포에 대한 결과에서 이론적 외치 발생확률  $\alpha$ 가 0.001%인 경우 표본크기가 8, 16, 32, 64, 128로 증가함에 따라 식(12)의 외치 문턱값 오차는 각각 24.8%, 11.4%, 5.5%, 2.7%, 1.3%로 빠르게 감소하는 것을 확인할 수 있다. 다른  $\alpha$  값의 경우에도 이론적 외치 문턱값을 정확하게 모사하기 위해서는 표본크기를 증가시켜야 함을 알 수 있다. Fig. 3(b)의 지수분포에 대한 결과도 Fig. 3(a)의 파레토

분포 결과와 유사한 방법으로 설명할 수 있다.

Fig. 3(c)와 (d)에는 각각 파레토분포와 지수분포에 대해 식(13)의 외치 발생확률 오차  $\Delta$ 를 계산한 결과를 나타냈다. Fig. 3(c),(d)는 Fig. 3(a),(b)와 유사하게 표본크기가 증가할수록 추정된 극치분포의 외치 발생확률이 이론적 외치 발생확률에 정량적으로 수렴하고 있음을 알 수 있다. 예를 들어 Fig. 3(c)의 파레토분포에서 이론적 외치 발생확률  $\alpha$ 가 0.001%일 때, 표본의 크기가 8, 16, 32, 64, 128로 증가함에 따라  $\Delta$ 는 각각 -48.5%, -27.6%, -14.7%, -7.6%, -3.9%로 절대값이 빠르게 감소함을 알 수 있다.

통계적 구조물 손상진단의 관점에서 식(13)의 외치 발생확률 오차  $\Delta$ 는 극치분포 추정에 필요한 표본크기를 결정하는데 매우 유용하게 사용될 수 있다. 설명의 편의를 위해 Fig. 2의 이론적 누적확률밀도 함수와 추정된 극치분포를 각각 실제 기저분포와 추정된 기저분

포라고 가정하자. 일반적으로 기저분포를 이용한 통계적 구조물 손상진단에서 Fig. 2의  $\alpha$ 와  $(1-\alpha)$ 는 각각 유의수준과 신뢰수준으로 각각 정의된다. 여기서 유의수준은 실제구조물에 손상이 발생하지 않았는데 손상으로 잘못 오인하게 되는 손상오류경보(false positive alarm)가 발생하는 이론적 확률을 의미한다. 만약, 주어진 유의수준에 대해 실제 기저분포와 추정된 기저분포가 잘 일치한다면 추정된 기저분포에서 발생하게 되는 손상오류경보 확률이 바로 주어진 유의수준이 될 것이다. 반면 주어진 유의수준에 대해 추정된 기저분포가 실제 기저분포를 정확하게 나타내지 못한다면 추정된 기저분포에 의해서 구해지는 손상오류경보 확률은 주어진 유의수준과 큰 차이를 보일 것이다. 특히, 낮은 유의수준에서 적절하지 않은 통계모델을 이용하여 기저분포를 추정할 때 손상오류경보 확률이 유의수준과 큰 차이를 보이게 되고 정규분포를 이용하는 경우가 그 대표적인 예이다(Sohn et al., 2005). 식(13)의 외치 발생확률 오차는 극치분포를 통해 추정된 기저통계모델 때문에 발생하는 손상오류경보 확률이 유의수준과 얼마나 차이가 나는지 정량적으로 보여준다.

이해를 돕기 위해 다음과 같은 예를 들어 보자. 만약 극치분포를 이용해 추정한 기저분포에 대해 외치 발생확률 오차  $\Delta$ 가 Fig. 3(c)와 같이 나왔다고 가정한다. 이 때,  $x$ 축의  $\alpha$ 가 바로 손상오류경보가 발생하는 이론적 확률인 유의수준이 된다. 따라서, 식(13)의  $\Delta$ 는 주어진 유의수준에 대해 추정된 기저분포 때문에 발생하는 손상오류경보 확률의 오차를 의미한다. 표본크기가 커질수록 낮은 유의수준에서도 추정된 기저분포에 의해 발생하는 손상오류경보 확률이 유의수준에 점근적으로 가까워지는 것을 알 수 있다. Fig. 3(c)의 오른쪽  $y$ 축은 주어진 유의수준에서 이론적으로 발생하게 되는 손상오류경보 빈도수를 100회라고 가정했을 때, 추정된 기저분포에서 발생하게 되는 손상오류경보 빈도수를 나타낸 것이다. 예를 들어 유의수준 0.001%에서 기저분포 추정에 사용된 표본크기가 16일 때는 약 72회, 32일 때는 약 85회, 128일 때는 약 96회의 손상오류경보가 발생하게 된다. 표본크기가 작을수록 이론적 손상오류경보 빈도수 100회 보다 추

정된 기저분포에 의해 발생하는 손상오류경보 빈도수가 작아지는 것은 주어진 유의수준에서 이론적 외치 문턱값  $\xi$ 보다 극치분포에 의해 추정된 문턱값  $\xi_{GEV}$ 가 더 크기 때문이다(Fig. 3(a)).

이와 같이 기저분포를 사용하는 통계적 손상진단에서 극치분포를 사용하여 기저분포를 추정할 때, 주어진 유의수준에서 점근적 수렴성을 보장할 수 있는 표본크기를 신중히 설정해야 한다. 특히, 손상오류경보 빈도수를 낮추기 위해 낮은 유의수준을 사용하는 경우, 극치분포를 이용한 기저분포 추정과정에서 충분한 표본크기를 확보해야만 신뢰성 있는 기저분포를 얻을 수 있다.

#### 4. 구조물 동적 응답 특성에 대한 극치 분포의 점근적 수렴성

이 장에서는 상시 하중을 받는 구조물에 대해 수치적으로 모사된 동적 응답 특성을 이용하여 제안된 기법의 타당성을 검증한다. 수치 모사를 위한 대상 구조물은 2경간 트러스 교량으로 선정하였으며, 여러 가지 동적 응답 특성 중에서 취동이 용이하고 정확도가 높은 가속도 시간 이력 데이터를 통계 모델링에 사용하였다. 구조물의 응답 가속도를 얻기 위해 이동 차량하중을 재하 하여 상시 하중 상태를 고려하였다.

##### 4.1 구조물 가속도 응답

2경간 연속교에서 발생할 수 있는 상시 하중 상태를 고려하기 위해서 이동 차량 하중을 통계적으로 모사하였다. 일반 승용차의 제원을 감안하여 차량의 중량은 평균이 2ton이고 표준편차가 1ton인 대수 정규 분포를 따른다고 가정하였다. 전륜과 후륜의 축간 거리는 2.8m로 가정하고, 전륜과 후륜에는 각각 차량 중량의 60%와 40%를 재하한 연행 하중으로 차량 하중을 모델링 하였다. 차량 속도는 일반 도로의 제한 속도를 감안해서 평균이 60km/h(16.67m/sec)인 정규 분포로 가정하여  $N(16.67m/sec, 3.6^2m/sec)$ 으로 생성하였으며, 앞 차량이 진입한 후 다음 차량이 진입하는 순간까지의 시간은 1초로 설정하였다.

Fig. 4와 같은 2경간 연속 평면 트러스에 대해 이동 차량하중을 재하하였다. 위에서 정의한 상시 하중 모델링에 의해 모사된 연행 하중들을 2경간 연속 트러스의 하현재를 따라 오른쪽으로 진행하도록 재하하였다. 이동 차량 하중에 의해 교량에 발생하는 가속도를 실제와 가깝게 모사하기 위해 트러스 구조를 골조로 모델링 하였으며 구조물 감쇠는 5% 레일리(Rayleigh) 감쇠를 고려하였다. Fig. 4와 같이 왼쪽 경간 하현재의 연직방향 자유도에 해당하는 응답 가속도를 취득하였다. 가속도 데이터의 샘플링 비는 구조물의 고유진동수를 고려하여 100Hz로 설정하였다.

트러스 구조물의 물성치는 모든 부재에 동일하게 일반 강재의 물성치( $E=210\text{GPa}$ ,  $\rho=7850\text{kg/m}^3$ )를 적용하였다. 상현재, 하현재, 수직재 그리고 사재의 단면적은 각각 25, 30, 20,  $22(\times 10^{-3}\text{m}^2)$  이고, 단면 이차모멘트는 각각 1.22, 1.48, 0.76,  $0.31(\times 10^{-3}\text{m}^4)$  이다.

## 4.2 구조물 가속도 응답

4.1절에서 계측된 교량의 연직 방향 가속도 데이터의 최대값들로 구성된 실험적 누적확률분포를 일반화된 극치분포를 사용하여 추정하였다. 3.2절의 단일 확률분포와 달리 표본크기에 따른 이론적 누적확률밀도 함수를 직접 구할 수 없기 때문에 극치계수가 100,000개 이상일 때 실험적 누적확률분포가 이론적 누적확률분포로 충분히 수렴한다고 가정하고 100,000개 이상의 극치들로 구성된 실험적 누적확률분포로 이론적 누적확률밀도 함수를 대신하였다. 실험적 누적확률분포를 구성하기 위해 사용된 총 가속도 데이터의 개수는 12,800,000개이고 100Hz로 샘플링 할 경우

128,000초(약 1.5일)에 해당한다. 표본크기에 따른 극치분포의 점근적 수렴성을 확인하기 위한 매개변수 추정에서 가중행렬  $W$ 는 단위행렬을 사용하였다.

Fig. 5는 표본크기에 따라서 추정된 극치분포를 나타낸 것이다. 그림에서의 점들은 표본크기에 따라 추출된 최대 가속도 응답들로부터 구한 실험적 누적확률분포를 나타낸 것이고, 실선은 각 표본크기에 대해 추정된 극치분포를 나타낸다. 그림의 가독성을 위해 실험적 누적확률분포를 구성하는 표본들 중에서 누적 확률이 0.1에서 0.9까지 0.1간격인 9개의 표본만 추출하여 도시하였다. 3.2절의 단일 확률분포 문제들과 유사하게 표본크기가 증가하면서 추정된 극치분포가 실제 계측 가속도로부터 생성된 누적확률분포에 점근적으로 수렴하고 있다.

Fig. 6은 표본크기에 따른 극치분포의 점근적 수렴성을 식(12)와 식(13)을 이용하여 정량적으로 나타냈다. Fig. 3의 이상적인 단일 확률분포의 결과와 마찬가지로 표본크기가 증가함에 따라 위치 문턱값 오차  $\epsilon$ 와 위치 발생확률 오차  $\Delta$ 가 점진적으로 감소하고 있다. 그러나 Fig. 3의 단일 확률분포 결과와 비교했을 때 같은 표본크기에서 오차 크기가 상대적으로 큰 경향을 보인다. 이것은 단일 확률분포와 달리 시간적으로 인접한 구조물의 최대 가속도 응답들이 표본크기에 따라 다소간의 상관관계를 가짐으로써 독립 항등 조건이 완전하지 못하기 때문에 발생하는 현상이다. 실제 표본크기가 가장 큰 128개의 경우 시간상으로 1.28초 간격마다 1개씩 최대 가속도 응답을 추출하기 때문에 감쇠효과가 있더라도 인접한 최대 가속도 응답간의 종속성이 발생하게 된다. 표본크기를 증가시키게 되면 이러한 종속성이 줄어들기 때문에  $\epsilon$ 와  $\Delta$ 는 더욱 빨리 줄어들 것으로 판단된다.

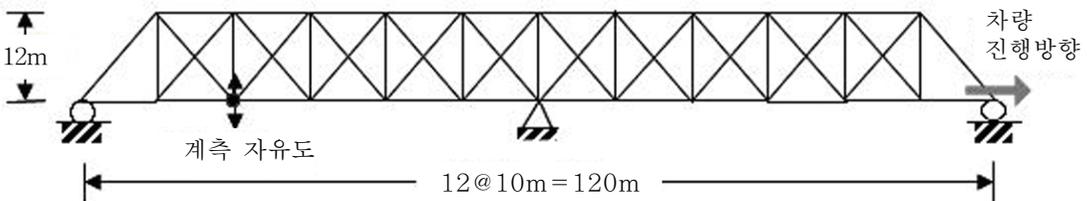


Fig. 4 2경간 연속 트러스 교량의 기하학적 형상 및 가속도 응답 계측점

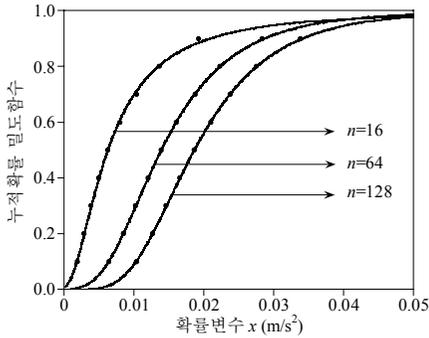
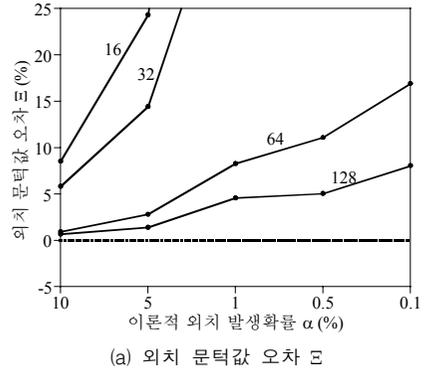


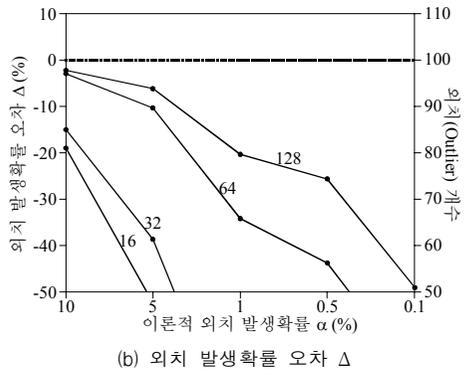
Fig. 5 표본 크기에 따라 추정된 극치분포(실선)와 실험적 누적확률 분포 비교

이론적으로 발생해야 하는 외치발생 빈도가 100개라고 했을 때,  $\alpha$ 와 표본크기에 대해 추정된 극치분포에서 발생하는 외치 개수를 Fig. 6(b)의 오른쪽 y축에 도시하였다. 표본크기 128일 때  $\alpha$ 가 1%와 0.1%에서 각각 80개와 51개씩의 외치가 발생하는 것으로 나타났다. Fig. 3(c),(d)와 비교했을 때 실제 이론적으로 발생해야 하는 외치 개수와 다소 큰 차이를 보였지만 같은  $\alpha$ 에 대해 표본크기가 증가함에 따라 결과가 크게 향상됨을 알 수 있다.

기존에 널리 사용되어 온 중앙 극한값 정리를 통해 동일한 가속도 데이터를 통계적으로 모델링하고 외치발생 빈도를 구하여 Fig. 6(b)의 결과와 비교 하였다. 중앙 극한값 정리에 따르면 표본크기가 커질수록 표본합이 정규분포로 수렴하기 때문에 예제에서 주어진 가장 큰 표본크기인 128개의 경우에 대해 통계적 모델링을 수행하였다. Fig. 7(a)는 표본크기 128일 때 이론적 외치 발생확률  $\alpha$ 에 대해 추정된 극치분포와 중앙 극한값 정리로 구한 정규분포에서 계산된 외치발생 빈도를 보여준다. Fig. 7(a)에서 모든 유의수준에 대해 이론적 외치발생 빈도는 100회로 표준화하였다. 이론적 외치 발생확률 10%에서 1%까지는 두 방법 모두 대등한 결과를 보여주고 있지만, 이론적 외치 발생확률이 0.5%에서 0.1%까지 작아지면 극치분포가 정규분포에 비해 이론적으로 발생하게 되는 외치발생 빈도 100회에 상대적으로 월등히 가까웠다. 특히, 이론적 외치 발생확률 0.1%에서 극치분포의 외치발생 빈도는 실제 이론값에서 절반 정도 감소한 51회로 나



(a) 외치 문턱값 오차  $\delta$



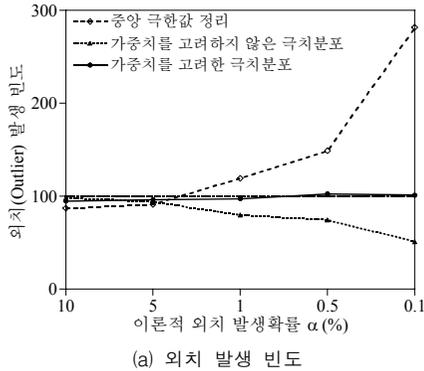
(b) 외치 발생확률 오차  $\Delta$

Fig. 6 표본크기에 따른 실험적 누적확률분포의 꼬리분포와 추정된 극치분포의 정합성에 대한 정량적 비교

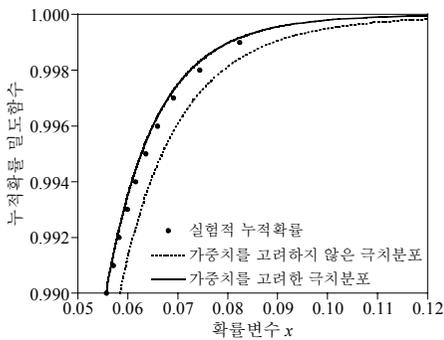
타났지만, 정규 분포의 경우는 282회로 이론값을 2.8배나 초과함을 알 수 있다.

이 결과는 통계적 구조물 손상 진단 관점에서 시사하는 바가 크다. 3.2절에서 기술한 바와 같이 이론적 외치 발생확률은 실제 손상이 아닌데 손상으로 오인할 수 있는 이론적 확률인 유의수준과 등가관계에 있다. Fig. 7(a)에 나타난 것과 같이 낮은 외치 발생확률(또는 유의수준)에서 추정된 외치발생 빈도가 이론적 외치발생 빈도(또는 이론적 오류경보 빈도)를 크게 초과하는 현상은 정규분포를 이용한 통계적 손상진단기법에서 자주 발생하는 단점이다. 이러한 단점을 극복하고 신뢰성 있는 기저통계모델을 수립하기 위해 주어진 유의수준에 대해 점근적 수렴성을 보장할 수 있는 표본크기를 신중히 결정해야 한다.

마지막으로 극치분포 추정에서 꼬리분포에 대해 가중치를 도입하여 통계적 모델링 결과를 향상시키는 방



(a) 외치 발생 빈도



(b) 극치분포 추정 결과

Fig. 7 극치분포와 중앙 극한값 정리에서 표본크기 128개 인 경우의 외치 발생빈도 모의시험 결과 비교

법에 대해 기술한다. 식(9)에서 정의된 가중행렬  $\mathbf{W}$ 를 식(8)에 적용하여 매개변수 추정을 수행하였다. 먼저, Fig. 7(b)는 매개변수 추정에서 식(9)와 같이 꼬리분포에 대한 가중치를 고려한 경우와 가중치를 고려하지 않고 가중행렬을 단위행렬로 사용한 결과를 비교하였다. 가중치를 고려하지 않은 경우에는 누적확률분포의 꼬리부분으로 갈수록 꼬리부분의 추정 결과가 실험적 누적확률분포로부터 작은 값이긴 하지만 다소 오른쪽으로 편향되어 있다. 이는 가중치를 사용하지 않는 경우에는 실험적 누적확률분포를 평균적으로 고르게 잘 맞추는 방향으로 추정이 이루어지기 때문에 발생하는 현상이다. 따라서 낮은 외치 발생확률에 해당하는 꼬리 부분으로 갈수록 이 부분을 정확하게 맞추기 위해서 식(9)의 가중행렬  $\mathbf{W}$ 를 매개변수 추정에 적용하면 매우 효과적이다. Fig. 7(b)와 같이 가중치를 고려하게 되면 낮은 외치 발생확률의 꼬리 부분을 매우 정확

하게 추정할 수 있으며, 손상오류경보 빈도도 가중치를 고려한 경우를 그렇지 않은 경우와 비교했을 때 낮은 외치 발생확률(1%~0.1%)에서 거의 이론적 손상오류경보빈도에 근접한 것을 확인할 수 있다.

## 5. 결론

통계적 구조물 손상진단을 위하여 정상 구조물의 통계 특성을 나타내는 기저분포를 계산해야 한다. 손상 여부를 판별하는 문턱값은 기저분포의 극치들이 모여 있는 꼬리 부분에서 결정되므로 신뢰성 있는 손상진단을 위해 꼬리 부분을 정확하게 모사할 수 있는 극치분포를 사용해야 한다. 극치분포를 제대로 사용하기 위해서 표본크기에 따른 극치분포의 점근적 수렴성에 대한 올바른 이해가 반드시 선행되어야만 한다.

이 연구에서는 매개변수 추정기법을 사용하여 표본크기에 따른 극치분포의 점근적 수렴성을 정량적으로 규명하였다. 먼저, 극치 추출에 필요한 표본크기에 따른 누적확률밀도함수를 해석적으로 구할 수 있는 두 가지 단일 독립 항등 분포(파레토, 지수분포)에 대한 일반화된 극치분포의 점근적 수렴성을 확인하였다. 특히 극치분포의 점근적 수렴성을 정량적으로 보여주기 위해 추정된 극치분포와 이론적 누적확률밀도함수로부터 외치 문턱값 오차와 외치 발생확률 오차를 정의하였다. 두 가지 분포 모두 주어진 이론적 외치 발생확률에 대해 표본크기가 증가함에 따라 외치 문턱값 오차와 외치 발생확률 오차가 점점 작아지는 것을 확인할 수 있었다.

외치 발생확률 오차를 이용하여 통계적 손상진단에서 가장 중요한 문제 중 하나인 손상오류경보 빈도와 표본크기에 따른 극치분포의 점근적 수렴성과의 상관관계를 정량적으로 규명할 수 있음을 보였다. 통계적 구조물 손상진단의 관점에서 손상오류경보 빈도를 낮추기 위해 이론적 외치 발생확률(혹은 유의수준)을 낮추는 경우 외치 발생확률 오차를 감안하여 표본크기를 충분히 크게 설정해야 한다.

이동 하중이 재하된 2경간 연속 트러스 교량에서 수치적으로 모사된 가속도 데이터를 이용하여 제안된 방법의 타당성을 검증하였다. 가속도 데이터는 독립

항등분포를 정확하게 만족시키지 않지만 표본크기가 증가함에 따라 실제 가속도 데이터의 극치분포로 점근적으로 수렴함을 확인할 수 있었다. 특히, 기존의 중앙 극한값 정리에 근거를 둔 정규분포와 비교했을 때, 낮은 외치 발생확률로 갈수록 극치분포가 정규분포에 비해 기저통계모델 구성에서 높은 신뢰성을 가지는 것으로 판명되었다.

이 연구에서 규명된 표본크기에 따른 극치분포의 점근적 수렴성을 이용하여 다음과 같은 추후 연구가 가능하다. 첫째 구조물에 대한 수학적 모델을 도입하지 않고 구조물의 동적 응답 특성만을 이용하여 통계적 구조물 손상진단을 위한 기저분포의 모델링이 가능하다. 둘째 높은 샘플링 비를 갖는 긴 시간 동안의 방대한 시간영역 데이터의 처리 시 일정 기간 동안에 발생된 최대응답 데이터만을 선택하여 처리할 수 있기 때문에 구조물의 건전성과 밀접한 관계가 있는 데이터 압축과 정량적 통계 분석이 가능하다. 극치분포의 매개변수 추정 과정에서 각 누적확률값에 대한 가중치를 고려했을 때와 경험적 누적확률밀도함수 값이 제한되었을 때 표본크기에 따른 점근적 수렴성과 손상오류빈도의 확률적 특성에 대한 추가 연구가 진행 중이다.

#### 감사의 글

이 논문은 정부재원(과학기술부 방사선 기술개발사업법)으로 한국과학재단의 지원을 받아 연구되었음(M20703000015-07N0300-01510).

#### 참고문헌

1. Benjamin J.R. and Cornell C.A., Probability, Statistics and Decision for Civil Engineers. New York : McGraw-Hill, Inc., 1970.
2. Bishop C.M., Neural Networks for Pattern Recognition. Oxford: Oxford University Press., 1995.
3. Castillo E., "Extreme Value Theory in Engineering. San Diego": Academic Press Series in Statistical Modeling and Decision Science., 1988.
4. Fisher R.A. and Tippett L.H.C., "Limiting Forms of the Frequency Distributions of the

- Largest or Smallest Members of a Sample", Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 24, 1928, pp. 180-190.
5. Jenkinson A.F., "The Frequency Distribution of the Annual Maximum (or minimum) of Meteorological Elements" Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, 81, 1955, pp. 158-171.
6. Kim J.T., Yun C.B. and Yi J.H., "Temperature Effects on Frequency-based Damage Detection in Plate-girder Bridges" KSCE Journal of Civil Engineering, Vol. 7, No. 6, 2003, pp. 725-733.
7. Luenberger D.G., "Linear and Nonlinear Programming", Second Edition. Kluwer Academic Publishers, 1989.
8. Park G., Rutherford A.C., Sohn H. and Farrar C.R., "An Outlier Analysis Framework for Impedance-based Structural Health Monitoring" Journal of Sound and Vibration, Vol. 286, No. 1-2, 2005, pp. 229-250.
9. Park, H.W. and Sohn, H., "Parameter Estimation of the Generalized Extreme Value Distribution for Structural Health Monitoring" Probabilistic Engineering Mechanics, Vol. 21, No. 4, 2006, pp. 366-376.
10. Sohn H., Allen D.W., Worden K. and Farrar C.R., "Structural Damage Classification Using Extreme Value Statistics" ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 127, No. 1, 2005, pp. 125-132.
11. Sohn H., Farrar C.R., Hemez F.M., Czarnecki J.J., Shunk D.D., Stinemates D.W. and Nadler B.R., "A Review of Structural Health Monitoring Literature": 1996-2001. Los Alamos National Laboratory Report, LA-13976-MS, 2004.
12. Sohn H., Park, H.W., Law, K.H. and Farrar, C.R., "Damage Detection in Composite Plates by Using an Enhanced Time Reversal Method" Journal of Aerospace Engineering, ASCE, Vol. 20, No. 3, 2007, pp. 141-151.
13. Yeo I.H., Shin S., Lee H.S. and Chang, S.P., "Statistical Damage Assessment of Framed Structures from Static Responses" Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 126, No. 4, 2000, pp. 414-421.

(접수일자 : 2008년 11월 28일)  
(심사완료일자 : 2009년 1월 29일)