

# FEM과 HGA의 조합을 이용한 외부 긴장재의 손실 긴장력 평가: I. 이론

## Evaluation on the Lost Prestressing Force of an External Tendon Using the Combination of FEM and HGA: I. Theory

박 대 효\*  
Park, Taehyo

장 한 택\*\*  
Jang, Hang-Teak

노 명 현\*\*\*  
Noh, Myung-Hyun

박 규 식\*\*\*\*  
Park, Kyu-Sik

### Abstract

This paper introduces a new method to estimate the loss of prestressing force for the externally prestressing tendon. The proposed method that combines of HGA and FEM is able to identify the lost tensile force of a externally prestressed tendon. The identification variables of the proposed method is a exteranlly prestressed tendon of tension, effective nominal diameter, mass per unit length and Rayleigh damping coefficients. First of all, a finite element model system is constructed to consider the effect of damping, and these variables are identified using inverse analysis technique – updating algorithm. Finally, throughout total 3 cases of numerical tests, the numerical propriety of the proposed method is verified. Here, it is seen that the errors in the estimated variables by the proposed method are about 1% except in the case of Rayleigh damping coefficients.

### 요 지

본 논문은 외부 긴장된 긴장재의 손실 긴장력 추정에 대한 새로운 방법을 소개한다. 제안된 방법은 HGA와 FEM이 조합된 시스템 인식 기법으로 외부긴장된 긴장재의 손실된 긴장력이 추정된다. 제안된 기법의 인식변수로는 외부긴장 긴장재의 긴장력, 유효공칭직경, 단위길이당 질량과 레일리 감쇠 계수가 사용되었다. 첫째로 감쇠의 효과가 적용된 유한요소 모델 시스템을 모형화되고, 시스템 인식변수를 반복적으로 추정하는 역해석 기법을 이용하여 인식하게 된다. 마지막으로 3번의 수치실험을 통하여, 제안기법의 수치적 타당성 여부가 확인된다. 이때, 레일리 감쇠 계수를 제외한 인식변수들의 오차는 1%미만으로 인식된다.

**Keywords** : Hybrid genetic algorithm, System identification, Externally prestressed tendon, Lost tendon force

**핵심 용어** : 하이브리드 유전 알고리즘, 시스템 인식, 외부 긴장재, 손실 긴장력

\* 정회원, 한양대학교 토목공학과 교수, 교신저자

\*\* 정회원, 한양대학교 산업과학연구소 연구원

\*\*\* 정회원, 한양대학교 토목공학과 박사과정

\*\*\*\* 정회원, RIST 토목연구본부 선임연구원

E-mail : cepark@hanyang.ac.kr 02-2220-0321

• 본 논문에 대한 토의를 2009년 10월 31일까지 학회로 보내주시면 2010년 1월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

## 1. 서론

최근 교량의 노후화가 진행됨에 따라 보수보강을 요하는 교량이 지속적으로 증가하고 있다. 이에 따라 교량의 장경간화에는 물론 노후 교량의 보강에 효과적으로 적용할 수 있는 고강도 긴장재를 이용한 프리스트레싱 공법에 대한 관심이 널리 증가하고 있다. 특히, 프리스트레싱 공법 중 외부 긴장 공법은 부재 내부에 긴장재를 복잡하게 배치하고 설계·시공하는 내부 긴장 공법에 비해 긴장재의 설치가 매우 용이하여 시공이 간편하다는 점에서 더욱 각광받고 있다. 이 공법은 설치된 긴장재가 부재 외부에 노출되어 지속적인 점검이 가능하고, 사용 중 부식 등의 긴장재 손상이 발생된다고 하더라도 대처가 용이하므로 유지관리 측면에서 매우 효과적이다. 또한, 구조 및 재료, 환경 변화 등으로 인해 긴장력 손실이 발생하더라도 보강설계 목표 값으로 언제든지 재긴장하여 성능 향상을 도모할 수 있기 때문에 긴장력을 효율적으로 관리할 수 있다. 이러한 장점 때문에 외부긴장 공법은 노후화된 콘크리트 구조물의 성능 향상을 위한 보강공법으로 가장 널리 알려져 있으며, 그 성능 입증에 위해 많은 연구가 수행되어왔다(김창훈, 2004). 근래에는 노후교량의 보강 목적이 외에도 추후 보강 필요성에 대비하기 위하여 신설교량에도 널리 적용되고 있다.

외부 긴장재의 경우, 대기의 온도변화 등 환경의 영향과 부재의 구조적 결함 등 외적 요인으로 긴장력의 손실이 불가피하게 발생하고, 긴장재 부식 등 긴장재의 열화나 긴장재를 감싸는 그라우팅 재료의 결함 등 내적 요인으로도 긴장력 손실이 발생하기도 한다(Hartt, W. H. and Venugopalan, S., 2002). 이는 구조 부재의 내하성능이나 보강성능을 저하시켜 궁극적으로 구조물의 안전성에 위협이 될 수 있다. 따라서, 상시점검을 통한 긴장력 손실 여부 등을 철저히 관리할 필요가 있다. 이를 위해서는 공용 상태의 긴장재의 긴장력 손실여부를 평가할 수 있는 방안이 강구되어야 한다. 특히, 고강도 긴장재의 재료 및 구조적 특성상 안전을 위하여 비파괴 검사에 의한 평가방법이 절실히 요구된다(NCHRP, 1999).

이러한 외부 긴장재의 긴장력을 평가하기 위해서 실무에서는 로드셀을 이용하는 정적방법으로 긴장력을 직접 측정하기도 하지만 이 방법은 로드셀 부착 비용이 고가이고 로드셀의 수명이 짧은 단점이 있어 유지관리 측면에서 비효율적이다. 반면, 대상 긴장재의 가속도 시간이력을 계측하여 가속도 신호분석을 통해 고유진동수를 추출한 후 이 고유진동수를 적절한 이론식에 대입하여 긴장력을 추정하는 동적방법은 정적인 방법에 비해 경제적이고 신속하여 실무에서 널리 이용되고 있다. 이 방법에서 적용가능 한 기존의 이론식들은 Irvine (1981)이 제안한 케이블 이론을 들 수 있다. 그가 제안한 방법 중, 휨강성을 고려하지 않는 현이론(taut string theory)을 기초로, 긴장재의 고유진동수와 장력 관계를 이용하면 긴장재의 장력이 쉽게 추정된다. 또한, 휨강성을 고려한 축 하중을 받는 보(axially loaded beam) 해석법을 기초로, 긴장재로부터 획득된  $n$ 개의 고유진동수에 대한 선형회귀분석을 수행하면 긴장재의 긴장력과 휨강성이 동시에 추정될 수 있다. 그러나 이 이론들은 수학적으로 단순한 모델에서 단힌 해를 찾아내는 과정으로 대상 긴장재의 모델이 단순할 경우 정확한 값을 얻어낼 수 있지만, 대상 긴장재의 구조적 형상이 디בי에이터(deviator) 등이 포함되어 복잡하거나 이론식에 대입되는 변수 값들이 정확히 알려져 있지 않을 때는 긴장력 추정이 불가능하거나 추정되더라도 큰 오차가 수반될 수밖에 없다. 실제로 구조물의 기하형상과 지점 조건에 따라 추정되는 긴장력 값은 큰 오차가 발생할 수 있음이 보고되기도 하였다(박대호 와 김병화, 2005; Kim, B. H. and Park, T., 2007; Kim et al., 2007; 장한택 등, 2008; 노명현 등, 2009).

따라서 본 연구에서는 공용 중 긴장재의 구조 및 재료 특성의 변화를 적절하게 반영할 수 있도록 유한요소법(Finite Element Method, FEM)을 통한 긴장재 모델을 구성한다. 또한, FE모델을 기반으로 긴장재의 긴장력을 반복적으로 추정해가기 위하여 시스템 인식(System Identification, SI)기법을 도입한다. FE모델을 적용하게 되면 긴장재의 변화 상태를 민감하게 반영할 수 있는 FE모델 변수를 시스

템 인식기법의 인식변수로 도입할 수 있게 되어 구조물의 현 상태를 정확하게 추정해 낼 수 있다. 또한, 본 연구에서는 긴장재 재료 변수값들의 초기정보가 부정확함에도 불구하고 지역해로의 수렴성을 극복하기 위해 전역해 탐색이 가능한 유전알고리즘을 시스템 인식기법으로 도입한다(노명현 등, 2008; Noh et al., 2008). 도입된 알고리즘은 기존의 단순 유전알고리즘과(Simple Genetic Algorithm, SGA)는 달리 유전 연산자와 탐색전략을 대폭 개선하여 집단 크기를 작게 유지함으로써 연산시간을 대폭 줄일 수 있는 하이브리드 유전알고리즘(Hybrid Genetic Algorithm, HGA)으로 정확한 시스템 인식이 가능하도록 현 상태의 긴장재 특성을 반영한 FE모델과 조합한다(진강규, 2004; 황희수, 2006). 궁극적으로 제한된 사전정보로부터 정확한 긴장재의 긴장력을 추정해냄으로써 손실된 긴장력을 평가할 수 있는 기법을 소개한다.

## 2. 본 론

본 연구에서 제안하는 손실 긴장력 평가기법은 긴장력을 포함하는 시스템의 인식변수 값을 반복적으로 추정해가는 역해석 기법으로 긴장재의 FE모델로부터 고유치 해석을 수행하고 고유진동수를 계산하는 전향절차(Forward Procedure)와 HGA를 통해 반복적으로 시스템을 인식해가는 역절차(Inverse Procedure)로 크게 구분된다. 두 절차와는 별도로 역절차 과정의 목적함수 값을 계산하는 데 사용되는 고유진동수의 기준값은 시간이력 가속도의 분석을 통해 추출된다. 본 논문에서는 전향절차에서 긴장재의 FE모델과 고유치 해석과정을 설명하고, 역절차에서 HGA의 특징과 이를 이용한 시스템 인식과정을 설명하여 본 제안기법에 대한 이론적 지식을 제공하는데 중점을 둔다.

### 2.1 전향 절차

#### 2.1.1 고강도 긴장재의 FE모델

고강도 긴장재는 매우 큰 외부 긴장력을 지지하

기 위한 구조 부재이므로 축 방향 변형 성분( $\epsilon_{xx}$ )만을 이차 미분항까지 고려한다. 축 방향 변형을 제외하고 모든 변형은 매우 미소한 것으로 고려하기 위하여 횡 방향 수직변형률( $\epsilon_{yy}, \epsilon_{zz}$ )과 전단변형률( $\gamma_{yz}$ )은 모두 0으로 가정한다. 횡 변형이 고려된 변위장( $\epsilon_x^f$ )을 축방향 변형 성분을 고려한 축방향 변형률과 함께 조합하면 식(1)과 같이 표현되고, 축방향 변형률에 대해 비틀림 영향을 고려하면 뒤틀림(warping) 변형률( $\epsilon_x^t$ )은 식(2)와 같이 표현된다.

$$\epsilon_x^f = u_{,x} - yv_{,xx} - zw_{,xx} + \frac{1}{2} [u_{,x}^2 + v_{,x}^2 + w_{,x}^2] \quad (1)$$

$$\epsilon_x^t = \frac{1}{2} [z^2 + y^2] \theta_{x,x}^2 \quad (2)$$

식(1)(2)의 변형률에 기초하여 유도된 긴장재의 포텐셜 에너지(II)와 운동 에너지(K)를 헤밀턴 원리(Hamilton's principle)에 적용하면 긴장재 진동 지배방정식과, 기하학적 경계조건, 하중 경계조건 등을 각각 얻을 수 있으며, 이들을 유한요소모델로 정식화하기 위해 가중함수를 형상함수로 치환하는 갤러킨법(Galerkin's method)을 적용하면, 긴장재 유한요소 진동에 관한 행렬방정식이 유도된다.

$$[M^e] \{\ddot{d}^e\} + ([K_b^e] + P[K_y^e]) \{d^e\} = \{R^e\} \quad (3)$$

여기서,  $(\ddot{\cdot})$ 는 시간에 대한 2계 도함수로 가속도를 의미하며,  $[M^e]$ ,  $[K_b^e]$ ,  $[K_y^e]$ 는 각각 긴장재 요소(e)의 질량 행렬, 횡변형을 고려한 강성행렬, 긴장력 효과가 포함될 기하학적 강성행렬을 의미한다. 식(3)에서  $P$ 는 현재 상태의 긴장력을 의미하는 것으로 다음과 같이 최초 긴장력 정보를 알고 있을 경우, 손실된 긴장력을 다음의 식으로 유추할 수 있다.

$$\Delta P = P_0 - P \quad (4)$$

여기서,  $P_0$ 는 손실 전 최초 긴장력을 의미하고,  $\Delta P$ 는 손실된 긴장력을 의미한다. 식(3)에서  $\{d^e\}$ 와  $\{R^e\}$ 는 Fig. 1에서 도시된 바와 같이 긴장재 유한

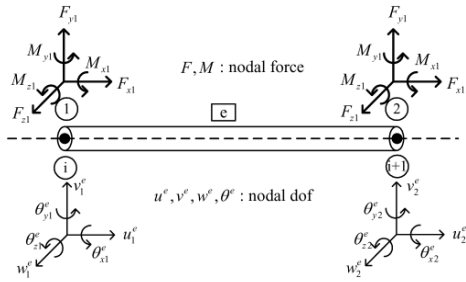


Fig. 1 Nodal dofs and forces of an external tendon

요소의 절점에서의 자유도와 하중을 각각 의미한다.

외부 긴장재 시스템을 총  $N$ 개의 유한요소로 분할한 후, 식(3)의 비감쇠 요소방정식에 감쇠의 영향을 포함시키면 긴장재의 전체 운동방정식은 다음과 같이 2계 미분방정식 형태의 시스템 방정식으로 정리된다.

$$[M]\{\ddot{d}\} + [C]\{\dot{d}\} + [\tilde{K}]\{d\} = [F]\{R\} \quad (5)$$

여기서  $\{d\}$ ,  $\{\dot{d}\}$ ,  $\{\ddot{d}\}$ 는 각각 절점의 변위, 속도, 가속도 벡터를 나타내고,  $[M]$ 과  $[C]$ 는 각각 외부 긴장재 시스템의 질량 및 감쇠 행렬을 나타낸다. 시스템의 질량과 강성행렬의 일차결합으로 표현되는 레일리(Rayleigh) 감쇠를 이용하면  $[C]$ 는 다음 식으로 표현할 수 있다(Chopra, A.K.,2007).

$$[C] = \alpha[M] + \beta[\tilde{K}] \quad (6)$$

여기서  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 레일리 감쇠계수를 나타낸다. 한편,  $[\tilde{K}]$ 는 전체좌표계의 긴장재 시스템의 강성행렬을 나타내며, 식(3)에서 나타난 것처럼 긴장재 시스템의 두 강성행렬의 합으로 표현된다.

$$[\tilde{K}] = [K_b] + P[K_g] \quad (7)$$

또한,  $\{R\}$ 은 입력 가진력 벡터를 나타내고,  $[F]$ 은 이 가진력을 관련 긴장재의 전체 자유도로 사상시키는 입력 영향 행렬을 의미한다.

### 2.1.2 상태-공간 정식화를 통한 고유치 해석

식(5)의 긴장재 운동방정식에 대한 고유치 해석

으로부터 고유진동수와 모드형상을 얻을 수 있다. 본 논문에서는 수치 계산이 편리한 1계 미분방정식 형태의 상태-공간(state-space)으로 정식화하기 위해 다음과 같은 상태벡터를 도입한다.

$$\{D\} = \{d \quad \dot{d}\}^T \quad (8)$$

여기서  $(\cdot)$ 는 시간에 대한 도함수( $d/dt$ )를 의미한다. 식(8)의 상태벡터를 시간에 대해서 미분하고 식(5)를  $\ddot{d}$ 에 대해 정리하여 대입하면 다음과 같은 관계식이 유도된다.

$$\{\dot{D}\} = \frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} d \\ \dot{d} \end{Bmatrix} = [A]\{D\} + [B]\{R\} \quad (9)$$

여기서,

$$[A] = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M]^{-1}[\tilde{K}] & -[M]^{-1}[C] \end{bmatrix}, [B] = \begin{bmatrix} [0] \\ [M]^{-1}[F] \end{bmatrix}$$

외력이 작용하지 않는 자유진동의 경우, 식(9)에  $\{R\}=0$ 을 대입하여 다음과 같은 자율(autonomous) 시스템으로 간략화 한다.

$$\{\dot{D}\} = [A]\{D\} \quad (9)$$

식(9)의 해  $\{D(t)\}$ 를 구하기 위해 해를 다음과 같이 해를 가정한다.

$$\{D(t)\} = Ce^{\lambda t} \{\phi\} \quad (10)$$

여기서  $C$ 는 임의의 상수이고,  $\lambda$ 는 시스템  $[A]$ 의 고유값을 나타내며,  $\{\phi\}$ 는  $\{D(t)\}$ 와 동일한 크기의 시스템의 모드형상을 나타내는 벡터이다.

식(10)을 식(9)에 대입하고 단위행렬을 삽입하여 인수분해하면 다음과 같은 형식의 제차 연립방정식이 유도된다.

$$C(\lambda[I] - [A])e^{\lambda t}\{\phi\} = \{0\} \quad (11)$$

식(11)에  $C \neq 0$ 과  $e^{\lambda t} \neq 0$ 의 조건을 적용하면 다음 형식의 행렬 방정식이 유도된다.

$$(\lambda[I] - [A])\{\phi\} = \{0\} \quad (12)$$

식(12)가  $\{\phi\} \neq \{0\}$ 인 비자명해를 갖기 위한 조건은 다음의 특성방정식이 성립되는 것이다.

$$\det(\lambda[I] - [A]) = 0 \quad (13)$$

주어진 긴장재의 감쇠비  $\zeta$ 가 0과 1사이의 값을 갖는다고 가정하면, 긴장재 시스템의 상태행렬  $[A]$ 의 경우,  $\lambda$ 에 대하여 식(13)을 풀이하면 복소근을 갖는 저감쇠(underdamped) 현상이 나타나고, 긴장재의 동적응답은 지수적으로 감소함과 동시에 진동이 발생하게 된다.  $\lambda$ 의 개수는  $[A]$ 의 크기와 동일하며, 임의의  $i$ 번째  $\lambda_i$ 값의 경우 다음과 같이 정리된다.

$$\lambda_i \{\phi_i\} = [A] \{\phi_i\} \quad (14)$$

여기서  $\{\phi_i\}$ 는  $\lambda_i$ 에 대응하는 복소 모드를 나타낸다. 따라서 식(14)로 주어지는 상태행렬  $[A]$ 의 고유치 문제의 상태공간형 해와 복소 고유치 및 복소 모드는 실제 현상과 부합되는 물리적인 의미를 갖게 된다. 특히, 복소 고유치  $\lambda_i$ 는 다음의 켈레인 복소 고유치와 서로 쌍을 이루게 된다.

$$\lambda_i = -\zeta_i \omega_i - \omega_i \sqrt{1 - \zeta_i^2} j \quad (15a)$$

$$\lambda_{i+1} = -\zeta_i \omega_i + \omega_i \sqrt{1 - \zeta_i^2} j \quad (15b)$$

여기서  $j = \sqrt{-1}$ 이고,  $\omega_i$ 는  $i$ 번째 모드의 비감쇠 고유원진동수를 나타내며  $\zeta_i$ 는  $i$ 번째 모드의 모드 감쇠비를 나타낸다. 식(14)의 고유치 문제에 대한 해는 다음과 같은 형태가 된다.

$$\lambda_i = \alpha_i + \beta_i j \quad (16a)$$

$$\text{Re}(\lambda_i) = \alpha_i \quad (16a)$$

$$\text{Im}(\lambda_i) = \beta_i \quad (16a)$$

여기서  $\text{Re}(\ )$ 와  $\text{Im}(\ )$ 은 각각 복소수  $\lambda$ 의 실수부와 허수부를 의미한다. 식(15)와 식(16)을 서로 비교하면 다음과 같이  $i$ 번째 비감쇠 고유원진동수

$(\omega_i)$ 와 모드 감쇠비( $\zeta$ ) 그리고 감쇠 고유원진동수( $\omega_i^d$ )가 얻어진다.

$$\omega_i = (\alpha_i^2 + \beta_i^2)^{1/2} = [\text{Re}(\lambda_i)^2 + \text{Im}(\lambda_i)^2]^{1/2} \quad (17)$$

$$\zeta_i = \frac{-\alpha_i}{(\alpha_i^2 + \beta_i^2)^{1/2}} = \frac{-\text{Re}(\lambda_i)}{[\text{Re}(\lambda_i)^2 + \text{Im}(\lambda_i)^2]^{1/2}} \quad (18)$$

$$\omega_i^d = \omega_i [\zeta_i^2 - 1]^{1/2} \quad (19)$$

식 (19)의 결과로부터, 본 기법의 역 절차의 목적 함수 계산에 사용되는 감쇠 고유진동수( $f_i^d$ )가 획득된다.

$$f_i^d = \frac{\omega_i^d}{2\pi} \quad (20)$$

유한요소모델로부터 획득되는 식 (20)의 감쇠 고유진동수  $f_i^d$ 는 외부 긴장재의 긴장력 값을 추정하기 위하여, 실험 혹은 현장 계측으로 추출된 고유진동수  $f_i^*$ 와 함께 역 절차의 목적함수 값 계산에 이용되며, 목적함수의 값이 정해진 목표 값에 수렴되도록 계산이 반복적으로 수행된다.

## 2.2 역 절차

### 2.2.1 하이브리드 유전알고리즘 (HGA) 기법

해석 대상의 정보가 극히 제한적인 경우 기존의 구배법을 사용한 시스템 인식은 초기값 정보에 매우 지배적인 영향을 받으며 지역해로 수렴하는 특성을 보인다. 즉, 불완전한 초기값으로 인한 국지해로의 수렴이 종종 발생하고 이는 극복되어야 할 문제이다. 본 논문에서는 외부 긴장력을 추정하는데 있어 구배법의 단점을 극복하기 위하여 전역해 탐색이 가능한 유전알고리즘(Genetic Algorithm, GA) 기반의 시스템 인식기법을 도입한다.

일반적으로 GAs는 전역해 탐색에 매우 유리하지만 개체(individual)마다 적합도 판별을 위해 불

가피하게 유한요소해석과 같은 전향 연산이 수행되어야 하므로 수렴속도가 매우 느린 단점이 있다. 이에 반해, 기존의 구배법은 GA에 비해 전역적 탐색능력은 현저히 떨어지긴 하지만, 방향성을 갖고 해공간이 탐색되므로 국지적 탐색능력이 뛰어나고 수렴속도가 매우 빠른 특징이 있다. 따라서 수렴성과 탐색능력을 동시에 향상시키기 위하여 GA와 기존의 구배법에 기초한 최적화 기법을 조합하는 것은 충분히 매력적인 방법이라 할 수 있다. 본 논문에서 외부 긴장제의 긴장력 추정에 이용되는 HGA는 이러한 특성을 반영한 기법이라 할 수 있다.

도입된 HGA는 20~30개 정도의 개체를 사용하는 기존의 단순 GA에 비해 개체수를 1/4정도로 매우 적게 유지하여 방대한 전향해석 소요시간을 획기적으로 낮출 수 있어 기존의 단순 GA에 비해 역 문제의 수치적 효율성을 향상시킨다. 그러나 적은 개체수를 이용하는 경우, 초기 유전세대에 염색체의 유전적 부동(genetic drift) 현상이 종종 유발된다. 이러한 유전적 부동현상이 발생되면 격리된 소집단 내의 유전자 빈도는 방향성 없이 변화되며 따라서 그 집단은 비적응적 상태로 분화되고 특정 유전자로 고정될 가능성이 매우 높아진다. 이러한 유전적 부동현상을 극복하기 위한 방법으로 단순 GA와 같이 집단의 크기를 대폭 확대하는 방법을 들 수 있지만, 이는 전술한 바와 같이 연산부담이 문제가 된다. 궁극적으로 단순 GA에 비해 매우 적은 개체를 다루게 됨으로써 발생하는 유전적 부동 현상을 극복하고, 유전적 다양성을 개체 내에 충분히 유지시킬 수 있는 적절한 방안이 고려되어야 한다(진강규, 2004; 황희수, 2006). 본 연구에서 소개하는 HGA는 기존 GA의 유전 연산자에 구배법과 유사한 방식의 유전연산을 도입하여 탐색 방향성을 적절하게 제공함으로써 이 문제점을 극복한다. 또한 HGA에서는 좋은 유전자의 확률적 유실을 대비하기 위한 여러 가지 탐색 전략을 도입하기도 한다.

## 2.2.2 하이브리드 유전 연산자 정식화

본 논문에서 긴장력 추정에 적용되는 HGA는 이

진코딩을 기반으로 재생산, 교배, 돌연변이와 같은 세 유전 연산을 반복적으로 수행하여 최종 수렴 값에 도달하게 된다.

### (1) 재생산 연산자

본 논문에서는 손실 긴장력 추정 시, 시스템 인식변수의 유전적 부동현상을 극복하기 위한 방법으로 Pham and Jin(1995)이 제안한 구배와 유사한 선택자(gradient-like selector)를 유전 알고리즘에 도입한다. 기존의 유전 알고리즘 연산자와 구별되는 특수한 형태의 재생산 연산자를 설명하기 위해, 교배급원(mating pool)을 재생산하는 연산과정을 정식화하도록 한다. 먼저 다음과 같은  $k$ 번째 세대(generation)의  $(np \times l)$  크기의 집단(population) 행렬을 정의한다.

$$[P^{(k)}] = [s_1^{(k)}, s_2^{(k)}, \dots, s_i^{(k)}, \dots, s_{np}^{(k)}]^T \quad (21)$$

여기서  $s_i^{(k)}$ 는 자연계의 염색체에 대응하는 인위계의 이진 스트링(binary string) 행벡터로서  $k$ 번째 세대  $np$ 크기의 집단 중에서  $i$ 번째 개체를 의미하며, 다음과 같은 이진수 값들의 배열로 정의한다.

$$s_i^{(k)} = \{s_{i1}^{(k)}, s_{i2}^{(k)}, \dots, s_{ij}^{(k)}, \dots, s_{il}^{(k)}\} \in \mathcal{R}^l \quad (22)$$

여기서  $s_{ij}^{(k)}$ 는  $k$ 번째 세대  $np$ 집단 중에서  $i$  ( $1 \leq i \leq np$ )번째 개체의  $j$  ( $1 \leq j \leq n$ )번째 염색체 성분으로 0 또는 1의 값을 취하며,  $l$ 은 이진 염색체의 길이를 의미한다. 식(22)의 집단의 각 개체들  $s_i$ 는 다음 식과 같은 인식변수들의 특징을 나타내는 실수 행벡터  $\mathbf{x}_i$ 로 복호화 된다.

$$\mathbf{x}_i^{(k)} = \{x_{i1}^{(k)}, x_{i2}^{(k)}, \dots, x_{ij}^{(k)}, \dots, x_{in}^{(k)}\}^T \in \mathcal{R}^n \quad (23)$$

여기서  $x_{ij}^{(k)}$ 는  $k$ 번째 세대  $np$ 집단 중에서  $i$ 번째 개체의  $j$  ( $1 \leq j \leq n$ )번째 매개변수 값으로 본 논문의 긴장력 추정을 위해 사용되는 시스템 인식변수들의 실수 값이고,  $n$ 은 긴장력 추정을 위해 사용될 인식변수의 개수를 의미한다. 이들 실수 행벡터는 다음과 같은  $(np \times n)$  크기의 인식변수 행렬을 정의할

수 있다.

$$[X^{(k)}] = [\mathbf{x}_1^{(k)}, \mathbf{x}_2^{(k)}, \dots, \mathbf{x}_i^{(k)}, \dots, \mathbf{x}_{np}^{(k)}]^T \quad (24)$$

식(24)의 개체들은 적합도 평가 과정을 거쳐 다음과 같은 최적의 벡터  $\mathbf{x}_b^{(k)}$ 와 적합도  $f_b^{(k)}$ 가 결정된다.

$$\mathbf{x}_b(k) = \mathbf{x}_{best}(k) \left( best = \underset{1 \leq i \leq np}{\operatorname{argmax}} [f_i(k)] \right) \quad (25)$$

$$f_b(k) = \max_{1 \leq i \leq np} [f_i(k)] (> 0) \quad (26)$$

식(25)의 벡터와 식(26)의 적합도 값을 통해 탐색의 방향성을 제공함으로써 새로운 탐색점을 찾는데 이용된다. 구배법과 유사한 방식으로 각 개체에 새로운 값을 다음과 같이 할당한다.

$$x_{ij}^{-(k+1)} = x_{ij}^{(k)} + \eta_i \frac{[f_b^{(k)} - f_i^{(k)}]}{f_b^{(k)}} [x_{bj}^{(k)} - x_{ij}^{(k)}] \quad (27)$$

여기서,  $x_{ij}^{(k)}$ 와  $x_{bj}^{(k)}$ 는 각각  $i$ 번째 개체의 실수 행벡터  $\mathbf{x}_i$ 와 최적 개체의 실수 행벡터  $\mathbf{x}_b$ 중에서  $j(1 \leq j \leq n)$ 번째 인식변수를 의미하고,  $f_i^{(k)}$ 는  $i$ 번째 개체의 적합도 값이고,  $\eta_i$ 는 개체마다 서로 다른 값을 적용할 수 있는 0과 2사이의 양의 상수를 나타낸다. 식(27)을  $\mathbf{x}_i$ 와  $\mathbf{x}_b$ 의 일차결합 형태로 재정의하면 다음과 같다.

$$\bar{\mathbf{x}}_i^{(k+1)} = [1 - \xi_i^{(k)}] \mathbf{x}_i^{(k)} + \xi_i^{(k)} \mathbf{x}_b^{(k)} \quad (28)$$

여기서,

$$\bar{\mathbf{x}}_i^{(k+1)} = \{x_{i1}^{-(k+1)}, x_{i2}^{-(k+1)}, \dots, x_{ij}^{-(k+1)}, \dots, x_{in}^{-(k+1)}\}^T \in \mathfrak{R}^n$$

$$\xi_i^{(k)} = \frac{\eta_i [f_b^{(k)} - f_i^{(k)}]}{f_b^{(k)}}$$

식(28)의  $(k+1)$ 세대의  $i$ 번째 개체의 새로운 탐색점  $\bar{\mathbf{x}}_i^{(k+1)}$ 는 개체들의 복제를 최대한 회피함과 동시에 새로운 탐색점이 최적 개체 방향으로 유도될

수 있도록  $k$ 번째 세대에서의  $i$ 번째 개체에 해당하는  $\mathbf{x}_i^{(k)}$ 와 최적 개체에 해당하는  $\mathbf{x}_b^{(k)}$ 의 일차결합으로 정의된다. 즉, 최적 개체와 원거리에 있는 개체는 최적 개체 쪽으로 큰 이동이 발생하고 근거리의 개체는 작은 이동이 발생된다. 새로운 개체  $\bar{\mathbf{x}}_i^{(k+1)}$ 가 결정된 후, 식(28)은 다시 이진수로 부호화되고 다음과 같은 교배급원(mating pool)  $[\bar{P}^{(k+1)}]$ 을 형성한다.

$$[\bar{P}^{(k+1)}] = [\bar{\mathbf{s}}_1^{(k+1)}, \bar{\mathbf{s}}_2^{(k+1)}, \dots, \bar{\mathbf{s}}_i^{(k+1)}, \dots, \bar{\mathbf{s}}_{np}^{(k+1)}]^T \quad (29)$$

식(21)~식(29)에서 정의된 새로운 형태의 재생산 연산자로부터 교배급원이 형성된 후, 교배(crossover)와 돌연변이(mutation)와 같은 기존 유전 연산자가 결합된다.

## (2) 교배 연산자

앞서 기술한 재생산 연산자를 통해 생성된 식(29)의 교배급원  $[\bar{P}^{(k+1)}]$ 로부터 부모 염색체 쌍을 다음과 같이 임의로 선정한다.

$$\bar{\mathbf{s}}_p^{(k+1)} = \{s_{p1}^{-(k+1)}, s_{p2}^{-(k+1)}, \dots, s_{pj}^{-(k+1)}, \dots, s_{pl}^{-(k+1)}\} \quad (30a)$$

$$\bar{\mathbf{s}}_q^{(k+1)} = \{s_{q1}^{-(k+1)}, s_{q2}^{-(k+1)}, \dots, s_{qj}^{-(k+1)}, \dots, s_{ql}^{-(k+1)}\} \quad (30b)$$

여기서  $p$ 와  $q$ 는 1과  $np$ 사이의 임의의 염색체이다. 선택된 두 염색체의 교배유무는 다음과 같은 난수  $r(= \operatorname{rand}[0, 1])$ 을 발생시켜 교배확률  $P_c$ 와 비교하여 결정하고, 다음과 같은 일점 교배점  $c$ 를 발생시킨다.

$$c = \begin{cases} \operatorname{rand}[1, l-1] & (\text{if } r \leq P_c) \\ \text{nothing} & (\text{if } r > P_c) \end{cases} \quad (31)$$

식(31)로부터 임의의 교배점  $c$ 가 결정되면 식(30a)의  $[1, c]$ 와 식(30b)의  $[c+1, l]$ 사이의 이진 유전자들을 서로 교환함으로써 다음과 같은 두 자손을 생성한다.

$$\tilde{\mathbf{s}}_i^{(k+1)} = \{s_{p1}^{-(k+1)}, \dots, s_{pc}^{-(k+1)}, s_{q(c+1)}^{-(k+1)}, \dots, s_{ql}^{-(k+1)}\} \quad (32a)$$

$$\tilde{\mathbf{s}}_{i+1}^{(k+1)} = \{s_{q1}^{-(k+1)}, \dots, s_{qc}^{-(k+1)}, s_{p(c+1)}^{-(k+1)}, \dots, s_{pl}^{-(k+1)}\} \quad (32b)$$

여기서  $l$ 은 염색체의 길이를 나타낸다. 한편  $r > P_c$ 로 교배점이 발생되지 않으면 다음과 같이 부모 염색체 쌍이 그대로 자손이 된다.

$$\tilde{\mathbf{s}}_i^{(k+1)} = \{s_{p1}^{-(k+1)}, s_{p2}^{-(k+1)}, \dots, s_{pj}^{-(k+1)}, \dots, s_{pl}^{-(k+1)}\} \quad (33a)$$

$$\tilde{\mathbf{s}}_{i+1}^{(k+1)} = \{s_{q1}^{-(k+1)}, s_{q2}^{-(k+1)}, \dots, s_{qj}^{-(k+1)}, \dots, s_{ql}^{-(k+1)}\} \quad (33b)$$

식(32)과 식(33)으로 생성된 자손은 다음과 같은 임시 집단 행렬에 복제된다.

$$[\tilde{P}^{(k+1)}] = [\tilde{\mathbf{s}}_1^{(k+1)}, \tilde{\mathbf{s}}_2^{(k+1)}, \dots, \tilde{\mathbf{s}}_i^{(k+1)}, \dots, \tilde{\mathbf{s}}_{np}^{(k+1)}]^T \quad (34)$$

### (3) 돌연변이 연산자

순차적으로 식(34)로부터 형성된 집단행렬  $[\tilde{P}^{(k+1)}]$  내의 염색체에서 비트 하나를 취한 후, 돌연변이 확률  $P_m$ 에 근거하여 돌연변이를 일으킨다.

$$\begin{cases} '0' \rightarrow '1', '1' \rightarrow '0' & (\text{if } r \leq P_m) \\ \text{nothing} & (\text{if } r > P_m) \end{cases} \quad (35)$$

식(35)로부터 선택된 비트를 집단  $[P^{(k+1)}]$ 에 복제하여 단순 돌연변이 연산을 완료한다.

### (4) 기타 HGA에서 향상된 전략

이외에도 HGA에서는 스케일링 윈도우( $W_s = 1$ )가 도입된다. 이는 모든 세대에 원시 적합도 값을 직접 사용하는 대신, 초기 세대의 집단에서는 유전적 다양성을 충분히 유지할 수 있도록 개체 간에 상대적으로 적합도 영향을 줄여주고, 후기 세대의 집단에서는 그 영향이 커지도록 정규화한 적합도 값을 사용하는 것이다. 또한, HGA에서는 단순 GA에 비해 집단 크기  $np$ 가 현저히 작기 때문에 교배가 항상 이루어질 수 있도록 교배확률을  $P_c = 1$ 로 선택하고, 좋은 유전자의 확률적 유실을 방지하기 위하여 엘리트 전략을 채용한다.

## 2.2.3 손실 긴장력 추정을 위한 최적화 문제 정식화

긴장재의 장력을 정확하게 추정하기 위해서는 정확한 시스템 인식이 가능하도록 현 상태의 긴장재 특성을 반영한 유한요소모델과 조합해야 한다. 즉, 유한요소 모델 변수 중 긴장력의 변화에 민감한 영향을 미치는 변수를 역 해석 절차에서 미지의 인식 변수 벡터  $\mathbf{x}$ 로 설정하도록 한다. 예를 들어 본 기법의 수치적 검증 시 다음과 같은 인식변수가 고려된다.

$$\mathbf{x} = [x^1, x^2, x^3, x^4, x^5]^T = [P, d, m, \alpha, \beta]^T \quad (36)$$

여기서,  $P$ 는 식(7)에서 사용되는 인식변수로서 현 상태의 긴장력을 의미하며,  $d$ 는 식(7)의 횡변형을 고려한 긴장재 강성행렬  $[K_b]$ 에서 사용되는 인식변수로서 긴장재의 유효직경을 의미하고,  $m$ 은 식(5)의 운동방정식 중 시스템 질량행렬  $[M]$ 에서 사용되는 인식변수로서 긴장재의 단위길이당 유효질량을 의미하고,  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 식(5)의 운동방정식 중 시스템 감쇠행렬  $[C]$ 를 결정하는 인식변수로서 식(6)의 레일리 감쇠계수를 의미한다.

GA 관점에서  $\mathbf{x}$ 는 각 세대에서 선택되는 개체를 의미한다. 궁극적으로 긴장재의 긴장력을 추정하는 문제는 실험 및 현장 계측으로 추출된 고유진동수 값  $f_i^*$ 와 유한요소모델의 고유치해석으로 계산되는 함수값  $f_i^d(\mathbf{x})$ 의 값이 모두 일치하게 될 때의 인식변

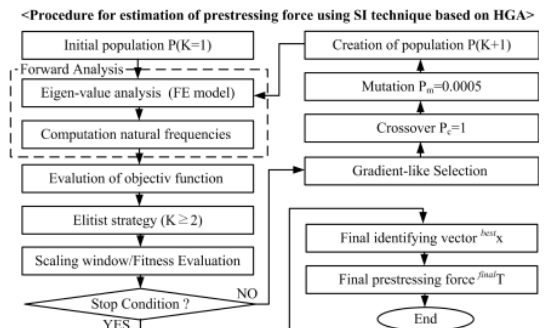


Fig. 2 A flow chart for identifying the parameters computed by the combination of FEM and HGA



수 벡터  $\mathbf{x}$ 를 추정하는 문제로 다음과 같은 최적화 문제로 정식화할 수 있다.

$$\text{minimize} \left( Q = \sum_{i=1}^m \text{ABS}(f_i^* - f_i^d(\mathbf{x})) \right) \quad (37)$$

여기서,  $\text{ABS}(\cdot)$ 는 절대값을 의미하고,  $f_1^*, f_2^*, \dots, f_m^*$ 은 실험 및 현장계측으로 추출되는 고유진동수이며,  $f_i^d: \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^m$ 는  $\mathbf{f}_n^d = \{f_1^d, f_2^d, \dots, f_m^d\}^T$ 를 만족하는 함수이며,  $n$ 과  $m$ 은 각각 미지의 인식변수 벡터와 추출(또는 계산) 고유진동수 벡터의 크기를 의미한다. Fig. 2는 외부 긴장재의 긴장력을 추정하기 위하여 FEM과 HGA가 조합되어 인식변수 벡터를 추정하는 절차를 나타낸 순서도로 본 논문에서 제안된 알고리즘을 요약 정리 한 것으로, 선택과 교배, 돌연변이, 유전의 일련의 과정을 통해 미지의 벡터  $\mathbf{x}$ 가 탐색되고, 긴장재의 긴장력이 정확하게 추정될 수 있다.

### 2.3 수치적 검증

#### 2.3.1 수치실험 개요

FEM과 HGA를 조합한 외부 긴장재의 손실 긴장력 평가 기법의 수치적 타당성 여부를 검증하기 위해 Fig. 3과 같이 외부 긴장력이 작용하고 있는 직선모양의 외부 긴장재가 Fig. 1과 같은 3차원 유한요소모델로 모델링된다. 이 모델에 대해 긴장력이 손실된 몇 가지 경우를 가정하여 수치 모의실험을 수행하고 이로부터 계산된 5차 모드까지의 감쇠 고유진동수를 역 해석에서 목적함수 값의 기준값으로 적용한다. 총 31개의 절점( $n$ )과 30개 요소( $e$ )로 구성된 외부 긴장재의 양단에 긴장력( $P$ )이 도입되며

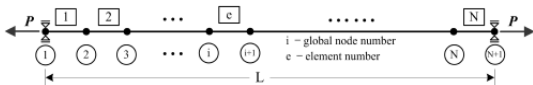


Fig. 3 External tendon system applying with prestressing force P

Table 1 Summary of numerical experiment

No. of test	Prestressing force ( $P$ )	Lost prestressing force ( $\Delta P$ )
NE-1	30.0 kN	0.0 kN
NE-2	27.5 kN	2.5 kN
NE-3	25.0 kN	5.0 kN

긴장 후 양단의 구조조건은 힌지단(Hinge support)으로 가정한다. 외부 긴장재의 유한요소 모델에는 식(36)에서 제시된 것처럼 손실된 긴장력을 평가하는 데 사용될 시스템 인식변수들이 포함되어 있다.

긴장재의 내·외적인 요인으로 불가피하게 발생하는 긴장재의 손실을 모의실험에 반영하기 위하여 긴장력 손실이 발생한 상황을 수치적으로 가정하여 손실된 긴장력을 정확히 추정해 낼 수 있는지를 조사한다. 이를 통해 FEM과 HGA를 조합한 외부 긴장재의 손실 긴장력 평가 기법의 수치적 타당성 여부를 검증한다. Table 1에 긴장력 손실 여부에 따른 세 경우의 수치실험의 개요를 제시한다.

#### 2.3.2 수치실험 결과 및 고찰

Table 1에서 제시된 실험조건으로부터 수치실험을 통해 추출된 고유진동수를 기반으로 제안된 외부 긴장재의 손실 긴장력 추정기법이 적용된다. 수치실험으로부터 추출된 각 경우에 대한 고유진동수 값들이 Table 2에 제시된다.

실험에서 추출된 고유진동수를 기반으로 인식변수 값들에 적절한 탐색범위를 부여한 후, FEM과 HGA를 조합한 긴장력 추정기법을 적용하여 인식변수 벡터의 각 성분 값들을 반복적으로 추정한다. Table 3에 인식변수들의 참값과 추정범위가 제시된다. FEM과 HGA를 조합한 외부 긴장재의 손실 긴장력 평가를 수행한 결과 500세대까지 진화 후 추정된 고유진동수 값이 Table 4에 제시된다.

인식변수들의 최종 추정값과 추정오차 그리고 손실 긴장력이 Table 5에 제시된다. 레일리 감쇠계수의  $\alpha$ 와  $\beta$ 를 제외한 모든 인식변수 값이 1% 이내로 정확히 추정됨을 알 수 있다. 레일리 감쇠계수 중  $\beta$

Table 2 Extracted natural frequencies

No. of test	Extracted natural frequencies ( $f_i^e$ ) (Hz)				
	1st	2nd	3rd	4th	5th
NE-1	13.5965	27.5188	41.6768	56.5753	72.3028
NE-2	13.0207	26.2771	39.9880	54.3662	69.6051
NE-3	12.4182	25.0835	38.2248	52.0630	66.7984

Table 3 True values and search ranges of identification parameters

xi	True values	Search ranges
$x_1$ (P) kN	30.0 kN (NE-1) 27.5 kN (NE-2) 25.0 kN (NE-3)	[0 50] kN
$x_2$ (d) mm	15.2 mm	[1 20] mm
$x_3$ (m) kg/m	1.3 kg/m	[1.18 1.3] kg/m
$x_4$ ( $\alpha$ )	3.50	[0 10]
$x_4$ ( $\beta$ )	1e-4	[0 10]

Table 4 Estimated frequencies (500 generations)

No. of test	Estimated natural frequencies ( $f_i^d$ ) (Hz)				
	1st	2nd	3rd	4th	5th
NE-1	13.5776	27.3808	41.6188	56.4962	72.2020
NE-2	13.0191	26.2772	39.9888	54.3667	69.6049
NE-3	12.4170	25.0833	38.2249	52.0630	66.7984

Table 5 Final identifying results of identification parameters (500 generations)

xi	NE-1	NE-2	NE-3
$x_1$ (P) kN	29.713(0.96)	27.480(0.07)	24.819(0.73)
$x_2$ (d) mm	15.151(0.33)	15.198(0.02)	15.167(0.22)
$x_3$ (m) kg/m	1.288(0.95)	1.299(0.09)	1.291(0.73)
$x_4$ ( $\alpha$ )	3.805(-8.70)	4.634(-32.40)	4.264(-21.84)
$x_4$ ( $\beta$ )	5.577e-5 $\approx$ 0 (44.23)	1.107e-4 $\approx$ 0 (10.70)	8.0186e-5 $\approx$ 0 (19.81)
$\Delta P$	-0.287	-2.520 (0.8)	-5.181 (3.63)

( ) : Error(%)

값은 0값에 가까워질수록 시스템 인식에 민감한 영향을 미치지 않아 정확한 인식 값을 찾아내는 것이 무의미한 것으로 판단된다. 그러나 두 감쇠계수가 조합되는 경우, 긴장재의 감쇠특성에 따라 감쇠진동

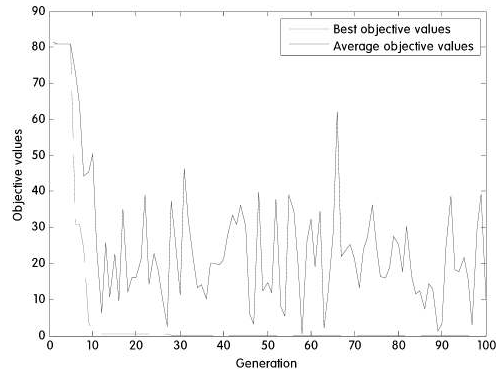


Fig. 4 The change of the objective function values due to each generation (NE-3)

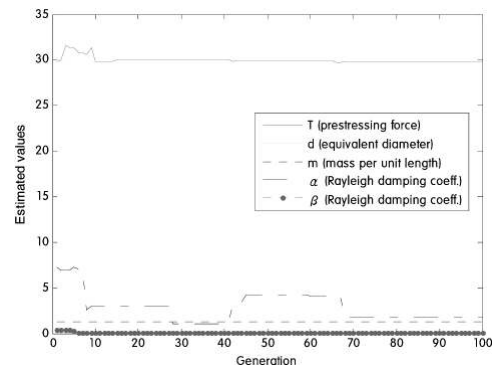


Fig. 5 The change of the estimated values of identification parameters according to each generation (NE-3)

수 값이 변화하게 되므로 실제와 근접한 감쇠 진동 특성을 나타낼 수 있게 되며, 다른 인식변수 값의 추정에도 간접적으로 기여하고 있는 것으로 분석된다. 2.5kN과 5.0kN의 손실이 발생한 NE-2와 NE-3에서는 시스템 추정완료 후 손실된 긴장력이 0.8%와 3.63%의 오차로 정확하게 평가되어 본 평가기법은 손실 긴장력 평가에 매우 유효한 기법임이 검증되었다.

Fig. 4은 NE-3의 100세대 진화과정에서 최적 목적함수 값과 평균 목적함수 값의 수렴 추이를 보여준다. 목표 목적함수 값은 0으로 지정되었고, 가로축은 진화 세대수를 세로축은 목적함수의 값을 나타낸다. 최적 목적함수 값의 경우 10세대 이후 목적함수 값이 목표값인 0에 근접한 수렴을 보인 반면,

평균 목적함수 값의 경우 계속적으로 변동하는 것으로 나타난다. 이는 HGA의 경우 돌연변이와 교배의 전역탐색 속성 때문으로 최적해 탐색과정에서 불가피한 현상이다.

Fig. 5는 NE-3의 100세대 진화과정에서 시스템 인식변수들의 최종값으로의 수렴 추이를 나타낸다.  $\alpha$  값을 제외한 모든 시스템 인식변수 값들이 10세대 이전에서 수렴되고 있음을 알 수 있다. 손실 긴장력만을 개략적으로 추정해야 할 필요가 있는 경우, 본 논문에서 소개한 평가기법을 적용한다면 연산부담을 극복할 수 있을 것으로 보인다.

### 3. 요약 및 결론

본 논문에서는 외부 긴장재의 손실 긴장력 추정을 위해 유한요소모델과 하이브리드 유전알고리즘을 조합한 긴장력 평가기법이 소개되었다. 본 논문의 본문에서 다루었던 내용을 간략히 요약하면 다음과 같다.

먼저, 헤밀턴 원리로부터 외부 긴장재의 운동방정식과 유한요소모델 정식화 과정이 간략히 소개되었고, 역 절차의 목적함수에서 기준값과의 비교값으로 사용되는 고유진동수 값 계산과정인 고유치 해석법을 상태-공간 정식화를 통해 기술하였다. 또한, 일반 단순 유전알고리즘에 비해서 수치적 수렴성과 효율성이 뛰어난 하이브리드 유전알고리즘의 개념이 소개되었고, 구배법의 특성을 갖는 재생산 유전연산자를 정식화하였다. 마지막으로, 하이브리드 유전알고리즘을 이용한 손실 긴장력 역추정 문제를 최적화 문제로 정식화하였다. 제안된 평가기법의 검증을 위한 총 3번의 수치실험을 수행한 결과, 수치실험에서 나타난 1% 미만의 장력과 유효직경의 계산오차는 목적함수 값이 목표 목적함수 값인 0으로 수렴되지 못하는 것에서 생기는 수렴오차이다. 따라서, 진화세대의 횟수를 증가시켜 목적함수 값이 목표값에 수렴될수록, 수렴오차도 0에 가까운 값을 가질 것으로 판단된다. 이로부터 제안된 기법을 적용하는 경우 긴장력을 포함한 인식변수들의 값들이 정확하게 추정되어 손실된 긴장력을 추정할 수 있는 유효한 기법

임이 수치적으로 검증되었다.

후속연구인 II. 실험적 검증 및 현장적용에서는 본 기법이 고유진동수 값을 기반으로 긴장력을 평가하는 방법이기 때문에 역 절차의 목적함수에서 참값으로 사용되는 고유진동수 값 추출과정을 간단히 소개하고, 외부 긴장재의 모드형상을 확인하여 유한요소 모델의 경계조건을 모델링하는 과정을 간단히 소개하도록 한다. 또한 외부 긴장재에 대한 실제 실험을 수행하여 수치적으로 검증된 기법에 대한 실험적 검증을 수행하고, 본 기법이 현장에서의 실효성이 있는지에 대한 현장 적용성 연구가 수행된다.

### 감사의 글

본 논문의 연구는 “건설핵심기술연구사업(06 건설 핵심 D20)”의 일환으로 수행되었으며 이에 깊은 감사를 드립니다.

### 참고문헌

1. 김병화, 박대효, 시스템 인식기법을 이용한 케이블의 장력추정: II. 실험 및 적용, 대한토목학회, 제25권, 제4-A호, 2005, pp. 669-675.
2. 김창훈, 외부 긴장재를 갖는 콘크리트보의 비선형 휨 거동 해석, 석사학위논문, 제주대학교, 2004.
3. 노명현, 장한택, 이상열, 박대효, 차분 진화 알고리즘 기반의 SI기법을 이용한 외부 긴장된 텐던의 장력추정, 대한토목학회, 대한토목학회, 제 29권, 제1-A호, 2009, pp. 9-18.
4. 노명현, 이상열, 박대효, hGA와 FEM을 조합한 외부 비부착 긴장재의 장력 평가기법, 대한토목학회 학술발표회 논문집, 2008, pp. 307-310.
5. 박대효, 김병화, 시스템 인식기법을 이용한 케이블의 장력추정: I. 이론, 대한토목학회, 제 25권, 제4-A호, 2005, pp. 661-668.
6. 박대효, 문석용, 주환중, 김병화, 진동기반의 SI기법을 이용한 현수교 행어의 장력 추정: I. 이론, 대한토목학회, 제27권, 제2-A호, 2007, pp. 165-172.
7. 장한택, 김병화, 박대효, 진동기반의 SI기법을 이용한 현수교 행어의 장력 추정: III. 실험적 검증, 대한토목학회, 제28권, 제2-A호, 2008, pp. 215-222.
8. 장한택, 노명현, 이상열, 박대효, 진화 알고리즘기반의 SI기법을 이용한 외부 프리스트레싱으로 보강된

- 텐던의 장력 추정, 한국전산구조공학회 학술발표회 논문집, 2008.
9. 장한택, 노명현, 이상열, 박대효, 진동기반 SI기법을 이용한 외부 프리스트레싱 텐던의 장력 추정, 한국구조물진단유지관리공학회 학술발표대회 논문집, 2008, pp. 97-100.
  10. 진강규, 유전알고리즘과 그 응용, 교우사, 2004.
  11. 황희수, 퍼지-진화컴퓨팅 프로그래밍, 내하출판사, 2006.
  12. Chopra, A.K., Dynamics of Structures : Theory and Applications to Earthquake Engineering . Prentice Hall; Englewood Cliffs, New Jersey, 2007.
  13. Pham, D.T. and Jin, G., Genetic algorithm using gradient-like reproduction operator, Electronics letters ,Vol.31 No.18, 1995, pp.1558-1559.
  14. Hartt, W. H. and Venugopalan, S., Corrosion Evaluation of Post-Tendons on the Mid Bay Bridge in Destin, Florida, Florida Department of Transportation Research Center, Florida, USA, 2002.
  15. Irvine, H.M., Cable Structures. The MIT Press, Cambridge, Mass, 1981.
  16. Kim, B.H., and Park, T., Estimation of cable tension force using the frequency-based system identification method, Journal of Sound and Vibration, Vol.304, No.3-5, 2007, pp. 660-676.
  17. Kim, B.H., Park, T., Shin, H., and Yoon, T.-Y., A Comparative Study of the Tension Estimation Methods for Cable Supported Bridges, International Journal of Steel Structures, Vol. 7, 2007, pp. 77-84.
  18. Noh, M.H., Lee, S.Y., and Park, T., Estimation of Prestressing Force in External Tendons Using the combination of Finite Element Method and Hybrid Genetic Algorithm, Proceedings fo EnCon2008, 2nd Engineering Conference on Sustainable Engineering Infrastructures Development & Management, December 18-19, 2008, Kuching, Sarawak, Malaysia.
  19. NCHRP, Nondestructive Methods for Condition Evaluation of Prestressing Steel Strands in Concrete Bridge, USA, NCHRP Web Document 23, 1999.

(접수일자 : 2009년 4월 3일)  
 (1차수정일자 : 2009년 7월 30일)  
 (심사완료일자 : 2009년 8월 5일)