

FBG센서를 이용한 교량의 동적변위 추정

Estimation of Dynamic Displacements of a Bridge using FBG Sensors

신수봉* 윤병구** 김재천***
Shin, Soobong Yun, Byeong-Goo Kim, Jae-Cheon

Abstract

An algorithm is proposed for estimating dynamic displacements of a bridge by using FBG sensors and by superposing some measurable low modes. Modal displacements are obtained from the beam theory and the generalized coordinates are deduced from the strains measured by FBG sensors. By considering flexural and torsional modes occurred in bridges only as flexural modes of a simply supported beam by separating a bridge into multiple girders or parts, the proposed algorithm can be applied to various types of bridges. Guidelines are provided theoretically for determining the number of modes and the number of strain gages to be used. The proposed algorithm has been examined through simulation studies on various types of bridges, laboratory experiments on a model bridge, and field tests on a simple span PC Box girder bridge. Through the simulation study, the effects of the error in the vibration modes and measurement noise on estimating the dynamic displacements are analyzed.

요 지

FBG센서로 변형율을 계측하고 추정 가능한 일부 저차모드를 중첩하여 교량의 동적변위를 추정하는 알고리즘을 제안하였다. 모드별 진동형상은 단순보의 이론식에서 유도하였고, 일반화좌표는 FBG센서에서 계측한 변형율에서 유도하였다. 일반 교량의 저차모드에서 발생하는 휨 및 비틀림모드는 각 거더별 혹은 구간별로 분리하여 단순보의 이론적 휨모드로 고려함으로써 다양한 형식의 교량에 적용할 수 있도록 하였다. 알고리즘의 적용에 고려해야 할 진동모드의 개수 및 변형율 센서의 개수를 결정하는 기준은 이론적으로 제시되었다. 제안된 방법의 효용성을 다양한 형식의 교량에 대한 수치예제, 모형교량에 대한 실내실험 및 자기부상열차용 PC Box 거더교에 대한 현장실험을 통해 검증하였다. 수치예제에서는 교량 진동형상의 오차 및 변형률 측정 오차가 동적변위 추정 결과에 미치는 영향을 분석하였다.

Keywords : Dynamic displacement, Error analysis, FBG sensor, Modal superposition, Strain

핵심 용어 : 동적변위, 오차분석, FBG센서, 모드중첩, 변형률

* 정회원, 인하대학교 토목공학과 교수

** 정회원, 인하대학교 토목공학과 석사과정

*** 정회원, 인하대학교 토목공학과 박사과정

E-mail : sbshin@inha.ac.kr 032-860-7552

• 본 논문에 대한 토의를 2009년 6월 30일까지 학회로 보내 주시면 2009년 9월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

1. 서 론

구조물의 진동변위를 구하는 것은 구조물 진단 및 유지관리에서 중요한 문제이다. 장대교량과 같이 해상 및 하천을 가로 지르는 구조물의 경우, 시공 중 혹은 공용 중의 동적변위의 계측은 중요한 관리 대상 항목이다. 그러나 계측을 통해 진동변위를 직접 구하는 적절한 방법은 아직 제대로 제시되지 못하고 있는 실정이다.

최근 변위를 간접적으로 계측하려는 다양한 방법들이 시도되고 있다. FBG센서를 사용하는 방법(김남식 등 2002), GPS를 사용한 방법 등이 제시되고 있으나, 이들 방법들은 정적변위 위주의 적용법이기 때문에 동적변위에 적용하기에는 오차가 커지는 문제점이 있다.

조재용 등(2005, 2007), Shin et al.(2007), Kang et al.(2007)은 광섬유센서를 사용한 동적처짐을 추정하는 유사한 방법들을 제시하였으나, 이들 모두 일차원적 단순보에 그 적용이 한정되어 있다. 또한 장성진 등(2008)이 모드분해기법을 이용하여 변형률 신호를 분리하여 동적변위를 추정하는 방법을 연구하였으나 실내실험에 국한되어 있다.

변형률 계측과 구조물 진동모드의 중첩을 통해 동적변위를 추정하는 것은 조재용 등(2005, 2007)이 제안한 단순보에 적용하던 기존의 방법을 동일하게 적용하였다. 그러나 다주형 교량의 경우 휨모드뿐만 아니라 비틀림모드도 처차모드에서 쉽게 발생할 수 있기 때문에 교량을 거더별로 분리한 후 각 거더에 대한 단순보의 휨모드로만 고려하였다. 현수교와 같은 장대교량의 경우에는 행어와 케이블을 통한 인접 경간의 진동에 대한 간섭이 발생할 수 있지만 이들도 대상 경간에 대한 단순보 휨모드로만 고려하였다.

제안한 알고리즘을 다양한 교량형식에 대한 수치예제, 실내실험 및 현장실험을 통해 검증하였다. 그리고 계측오차와 진동형상의 오차가 개발된 알고리즘의 추정결과에 미치는 영향을 수치예제를 통하여 분석하였다. 알고리즘을 예제들을 통해 검증하기에 앞서, 알고리즘 적용을 위한 진동모드의 개수와 사용할 FBG센서의 개수를 결정하는 이론적 기준을 제시하였다.

2. 동적변위 추정 알고리즘

2.1 모드중첩을 통한 동적변위 추정

동적거동에서 구조물의 동적변위는 모드중첩 및 변수분리에 의해 식(1)로 표현할 수 있다.

$$u_i(t) = u(x_i, t) = \sum_{j=1}^{nmd} \phi_j(x_i) q_j(t) = \sum_{j=1}^{nmd} \phi_{ij} q_j(t) \quad (1)$$

여기서 ϕ_{ij} = j번째 모드 xi 위치에서의 진동변위, q_j = j번째 모드 일반화좌표함수이다.

변형률 계측을 통한 동적변위의 추정은 기본적으로 Euler-Bernoulli 보 이론에서 식(2)로 유도될 수 있다.

$$\epsilon(x_i, t) = -\kappa(x_i, t) y_c = -u''(x_i, t) y_c \quad (2)$$

여기서 y_c = 중립축으로부터의 거리이다.

식(2)의 곡률은 식(1)을 사용하여 식(3)으로 정리할 수 있다.

$$u''(x_i, t) = \sum_{j=1}^{nmd} \phi''_{ij} q_j(t) \quad (3)$$

단순보의 경우 진동형상의 이론식이 식(4)와 같이 제시되어 있기 때문에 진동형상의 곡률도 식(4)에서와 같이 표현할 수 있다.

$$\phi_j(x) = \sin \frac{j\pi x}{L}, \quad \phi''_j(x) = -\left(\frac{j\pi}{L}\right)^2 \sin \frac{j\pi x}{L} \quad (4)$$

따라서 변형률과 일반화좌표함수와의 관계는 식(5)로 정리된다.

$$\epsilon_i(t) = y_c \sum_{j=1}^{nmd} \left[j^2 \sin \frac{j\pi x_i}{L} q_j(t) \right] \quad (5)$$

여기서 $y_c = (\pi/L)^2 y_c$ 이며 scale factor의 값이다.

만약 변형률 계측위치의 개수와 사용 모드의 개수가 동일하다면, 식(5)에서 일반화좌표함수는 상수정방행렬 $[a_{ij}]$ 의 역행렬을 사용하여 식(6)과 같이 나타낼 수 있다. 여기서 a_{ij} 는 식(5)의 상수항을 나타낸다.

$$\{q_j(t)\} = \frac{1}{y_r} [a_{ij}]^{-1} \{\epsilon_i(t)\} \quad (6)$$

결론적으로 식(6)을 식(1)에 대입하면, 동적변위는 식(7)과 같이 변형률의 함수로 표현할 수 있다.

$$\{u_i(t)\} = \frac{1}{y_r} [\phi_{ij}] [a_{ij}]^{-1} \{\epsilon_i(t)\} \quad (7)$$

식(7)에서 y_r 은 중립축의 위치와 단면형상을 정확히 알 경우에는 수계산으로 제시될 수 있는 값이지만 보이론에 의한 값과 실제 교량의 단면에서의 중립축 위치 값이 다를 수 있기 때문에, 현장에서 적용할 경우에는 한번의 기준실험을 통해 값을 보정하여야 된다.

2.2 사용 모드 및 센서의 개수

변형률 계측위치의 개수와 사용 모드의 수가 서로 다르게 사용될 경우, 식(6)의 일반좌표함수는 최소자승법에 의해 식(8)에 의해, 동적변위는 식(9)로 구할 수 있게 된다.

$$\{q_j(t)\} = \frac{1}{y_r} [[a_{ij}]^T [a_{ij}]]^{-1} [a_{ij}]^T \{\epsilon_i(t)\} \quad (8)$$

$$\{u_i(t)\} = \frac{1}{y_r} [\phi_{ij}] [[a_{ij}]^T [a_{ij}]]^{-1} [a_{ij}]^T \{\epsilon_i(t)\} \quad (9)$$

최소자승법을 적용할 때 일정한 해가 구해지기 위해서는 식(10)의 조건이 만족되어야 한다.

$$N_m \geq nmd \quad (10)$$

여기서 N_m , nmd 는 각각 변형률 계측위치의 개수와 사용 모드의 개수로서, 즉 적합한 해를 구하기 위해서는 변형률 계측점의 수가 식의 유도를 위해 사용되는 모드의 개수보다 많아야 한다는 것을 의미한다. 그리고 사용하는 모드의 수는 모드의 참여율이 충분히 진동에너지를 반영할 수 있는 정도로 선택되어야 동적변위의 추정오차가 줄어들게 된다. 따라서 사용 모드의 개수 및 변형률 계측점의 개수는 초기 동적구조해석을 통해 모드의 참여율을 반영한 모드의 개수를 정한 후 결정되어야 한다.

2.3 비틀림모드의 고려

식(4)는 단순보의 모드형상 이론식이다. 그러나 이를 Fig. 1과 같은 단경간 다주형 교량에 적용할 경우, 휨모드 뿐만이 아니라 비틀림모드도 서로 섞여 구해지게 된다. 그러나 하나의 거더를 독립시켜 관찰하면, 1차 휨모드의 진동형상과 1차 비틀림모드의 진동형상을 동일한 휨모드로 간주할 수 있다.

따라서 단경간 다주형 교량의 동적변위 추정은 위에서 정리된 단순보의 동적변위 수식을 각 거더별로 적용하는 것으로 가정하였다. 다만 모드의 참여율을 고려하여 사용할 모드의 수를 적절하게 선택하여야 한다.

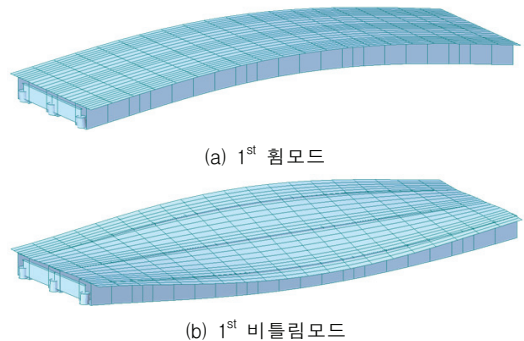


Fig. 1 다주형 거더교의 모드 비교

2.4 변위계측에 의한 중립축의 보정

중립축은 현장 상시하중 상태에서 변위계로 계측한 동적변위를 이용하여 보정할 수 있다.

식(7) 혹은 식(9)의 동적변위 추정식에서 $1/y_r$ 을 제거하여 다시 정리하면 식(11) 혹은 식(12)로 나타낼 수 있다. 여기서 $\{\epsilon_i(t)\}^*$ 는 변형률 계측위치별 변형률과 변형률의 곱을 나타낸다. 식(11)은 $N_m = nmd$ 일 때 적용되며, 식(12)은 $N_m > nmd$ 일 때 적용할 수 있다.

$$\{\epsilon_i(t)\}^* = [\phi_{ij}] [a_{ij}]^{-1} \{\epsilon_i(t)\} \quad (11)$$

$$\{\epsilon_i(t)\}^* = [\phi_{ij}] [[a_{ij}]^T [a_{ij}]]^{-1} [a_{ij}]^T \{\epsilon_i(t)\} \quad (12)$$

식(13)은 식(11) 또는 식(12)를 통해 구한 값을 중앙 계측 변위값으로 나누어 각 시간에서의 $y_r(t)$ 를 나타낸다.

$$\{y_r(t)\} = \frac{\{\epsilon_m(t)\}^*}{\{u_m(t)\}} \quad (13)$$

식(14)에서 \bar{y}_r 의 일정 시간대에서의 평균값을 나타내며, 이를 이용하여 식(15)와 같이 중립축의 높이를 추정할 수 있다.

$$\bar{y}_r = \text{average}(\{y_r(t)\}) \quad (14)$$

$$y_c = \left(\frac{L}{\pi}\right)^2 \times \bar{y}_r \quad (15)$$

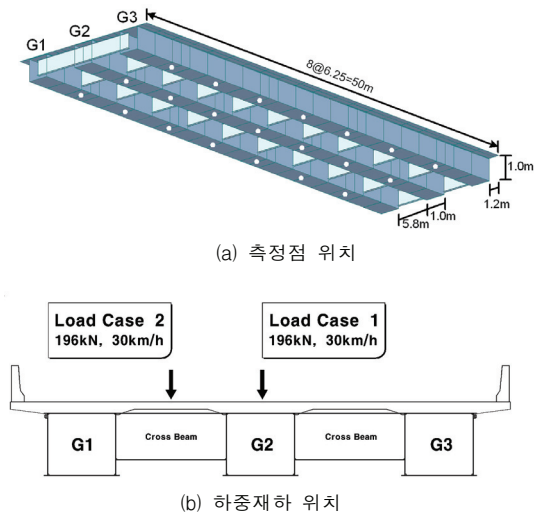
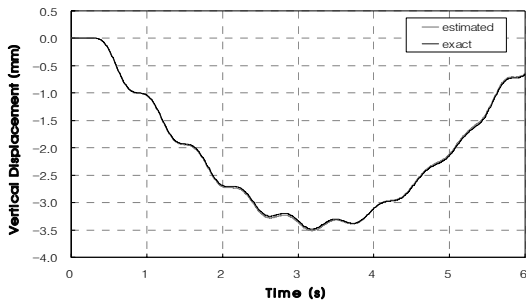


Fig. 2 강재주형 박스거더교 상세



(a) Load case 1 - girder 3

3. 수치예제

다양한 교량형식에 대한 수치예제를 통해 제안된 알고리즘의 유효성을 검증하였다. 우선 저차 모드에서 휨 모드와 비틀림모드가 복합적으로 발생하는 다주형 거더교의 수치예제를 수행하였다. 그리고 시공중 혹은 공용중 현실적으로 계측이 용이하지 않는 현수교에 대해 수치예제를 수행하였다.

3.1 거더교에의 적용

예제교량으로 강재주형 박스거더교를 고려하였다. 측정점 위치 및 하중재하 위치를 Fig. 2의 거더하부에 표시하였다.

Fig. 3에서 값이 일정해 지는 구간의 평균을 내어 scale factor(y_r)를 $1.9664e-03$ 으로 girder 1에 대해 결정하였으며, 이 값을 다른 하중조건 및 다른 거더들에 적용하였다.

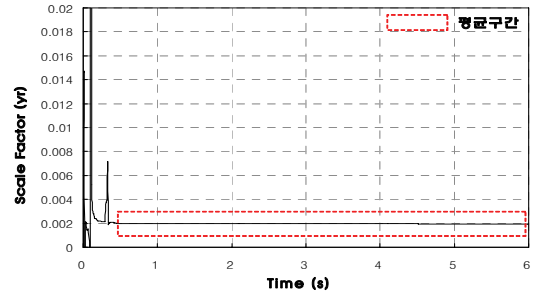
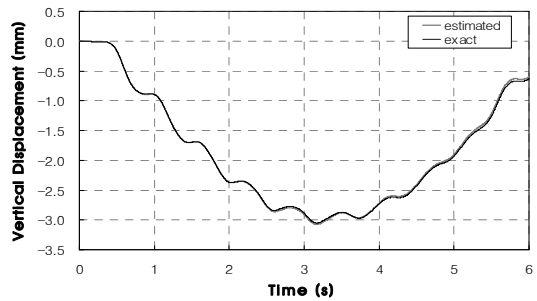


Fig. 3 Load case 1에 대한 girder 1의 scale factor



(b) Load case 2 - girder 3

Fig. 4 진동변위 비교

각각 load case 1, 2에 대한 girder 3의 추정동적변위와 수채해석결과의 동적변위를 Fig. 4에 비교하였다.

예제교량의 동적해석 결과, 7차 모드까지의 질량참여율이 90.33%로 나타났다. 이에 따라 측정점의 개수를 7개로 하여 동적변위를 추정한 결과 Table 1에서와 같이 각 load case별로 1% 미만의 오차를 보였다. 비교분석을 위해 식(16)의 AE와 RMS 오차를 구하였다.

$$AE = \frac{\sum_i |u_{ai} - u_{mi}|}{\sum_i |u_{ai}|}, \quad RMS = \frac{\sqrt{\sum_i [u_{ai} - u_{mi}]^2}}{\sqrt{\sum_i [u_{ai}]^2}} \quad (16)$$

Table 1 AE, RMS 분석

구 분		AE (%)	RMS (%)
girder 3	load case 1	0.79	0.81
	load case 2	0.79	0.96

3.2 현수교에의 적용

3경간 연속 현수교에 대한 수치예제를 수행하였다. 측정점의 위치 및 하중재하 위치를 Fig. 5에 표시하였다. Table 2와 Fig. 6에서는 계측점의 개수를 증가시키면서 추정되는 동적변위의 정확성을 분석하였다.

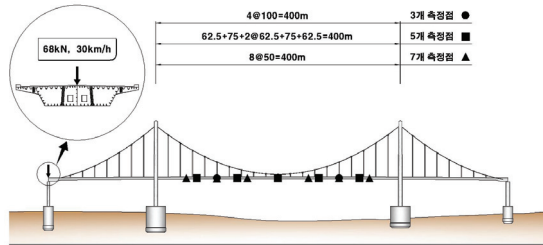
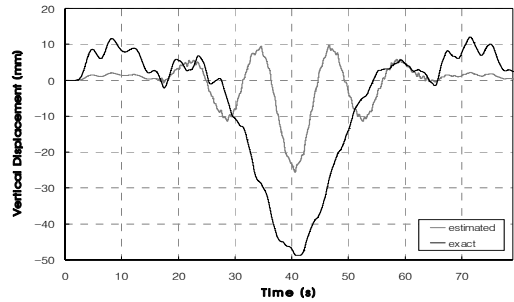


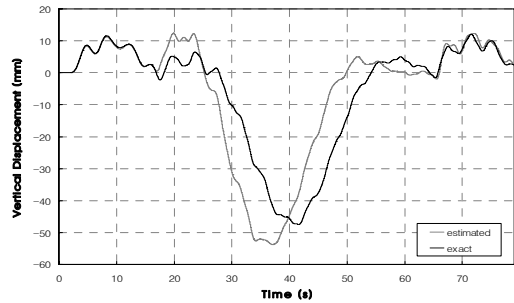
Fig. 5 하중재하 및 측정점 위치

Table 2 AE, RMS 분석 및 질량참여율

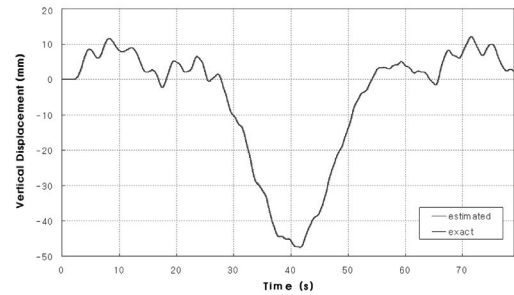
구 분	$N_m = nmd = 3$	$N_m = nmd = 5$	$N_m = nmd = 7$
AE (%)	85.56	52.23	1.76
RMS (%)	86.48	53.14	1.45
질량참여율(%)	9.70	76.29	80.52



(a) $N_m = nmd = 3$



(b) $N_m = nmd = 5$



(c) $N_m = nmd = 7$

Fig. 6 진동변위의 비교

Table 2의 결과를 분석해보면 질량참여율이 80.52%가 넘는 7개의 계측점과 사용모드의 수를 사용한 경우 추정오차가 무시할 정도로 작아진 것을 확인할 수 있다.

3.3 오차 영향 분석

3.3.1 FBG센서 변형률 계측오차의 영향

변형률 계측오차의 영향을 분석하기 위해 변형률에 2%~20%의 비례오차를 적용하였으며, 그에 따른 양상을 각각 Table 3과 Fig. 7에 정리하였다.

Table 3 변형률 계측오차에 따른 AE, RMS 분석

비례오차	AE (%)	RMS (%)
2%	1.03	1.19
6%	3.10	3.56
10%	5.16	5.94
14%	7.23	8.31
16%	8.26	9.50
20%	10.32	11.87

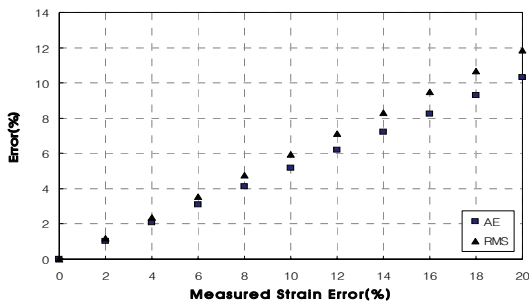


Fig. 7 변형률 계측오차에 따른 AE, RMS 분석

계측오차가 증가 할수록 동적변위 추정오차는 선형으로 증가하는 것으로 나타났다.

3.3.2 진동형상 오차의 영향

교량 진동시 지점에서의 경계조건의 차이로 인한 거동 유효길이의 오차를 진동형상의 오차로 고려하여 오차가 10%까지 변함에 따라 동적변위 추정오차가 변하는 양상을 각각 Table 4와 Fig. 8에 정리하였다.

동적변위 추정오차는 진동오차 즉 유효길이의 오차가 4%일 때부터 점차 증가하여 비선형으로 증가하였다.

두 가지 오차의 영향을 비교하여 보면, 계측오차의 영향보다는 유효길이의 영향오차가 동적변위 추정에 보다 큰 영향을 주는 것으로 판단된다.

Table 4 진동오차에 따른 AE, RMS 분석

진동오차	AE (%)	RMS (%)
0%	2.19	2.42
2%	2.17	2.59
4%	2.50	3.25
6%	3.16	4.13
8%	4.47	5.54
10%	5.92	7.03

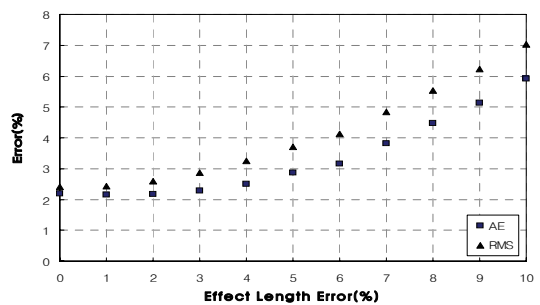


Fig. 8 진동오차에 따른 AE, RMS 분석



Fig. 9 모형교량에 대한 이동하중 실내실험

Table 5 Load case

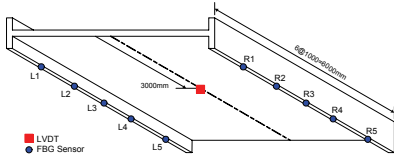
구 분	편심유·무	이동하중 수	속도(m/s)
case 1	o	1	3
case 2	×	1	6
case 3	×	2	4

LVDT 변위계 및 FBG센서의 위치, 재하조건 및 이동하중 종류를 Fig. 10에 나타내었다. 각각의 하중 조건을 Table 5에 정리하였으며 case 1을 기준으로 scale factor(y_r)를 결정하였다. 각 case별로 Table 6과 Fig. 11에 추정변위와 계측변위를 비교하였으며, 모든 case에서 추정된 동적변위가 계측된 동적변위를 비교적 정확하게 추정하는 것으로 판단된다.

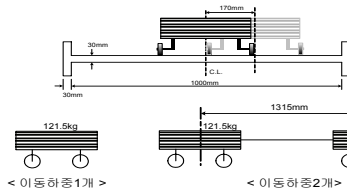
4. 실험적 검증

4.1 실내실험에 의한 검증

6m 단경간 모형교량에 대한 이동하중 실내실험을 Fig. 9와 같이 수행하였다.



(a) 변위 스트레인 계측위치



(b) 재하조건 및 이동하중 종류

Fig. 10 실내실험상세

Table 6 AE, RMS 분석

구분	AE (%)	RMS (%)
case 1	2.27	2.23
case 2	2.86	2.69
case 3	2.22	2.05

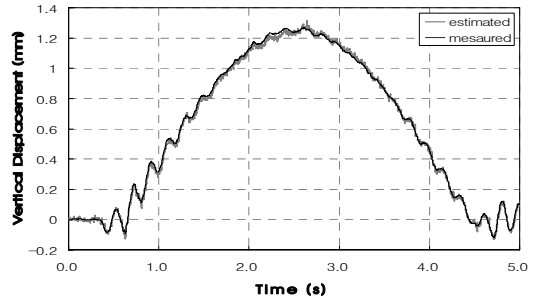
4.2 현장실험에 의한 검증

현장실험은 Fig. 12의 자기부상열차 시험구간에서 수행하였으며 5개의 계측점과 사용모드의 수를 사용하였다. Fig. 13은 교량 단면에서의 FBG센서와 변위계의 위치를 나타낸 것이다.

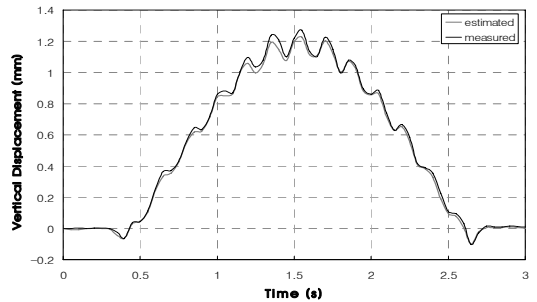
차량의 속도가 10km/h일 때를 기준으로 scale factor(y_r)를 결정하여 적용하였다. 추정된 동적변위와 계측된 동적변위의 오차를 Table 7에 정리하였다. 또한 각 속도별로 추정된 동적변위와 계측된 동적변위를 비교하여 Fig. 14에 나타내었다.



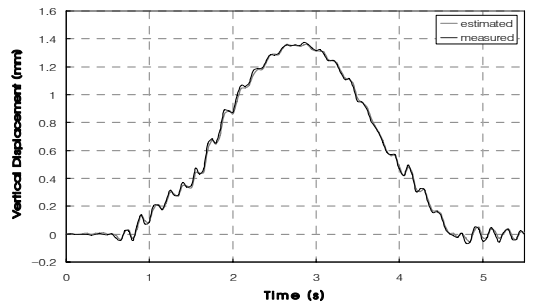
Fig. 12 현장실험한 자기부상열차 교량(KRRI)



(a) case 1



(b) case 2



(c) case 3

Fig. 11 각 case별 진동변위 비교

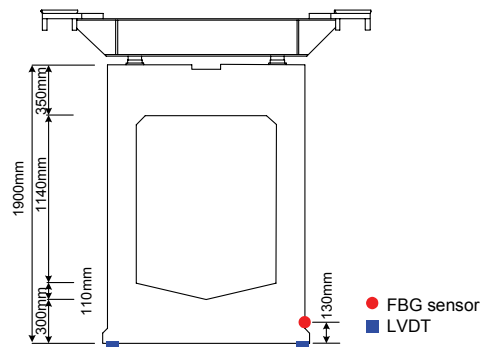
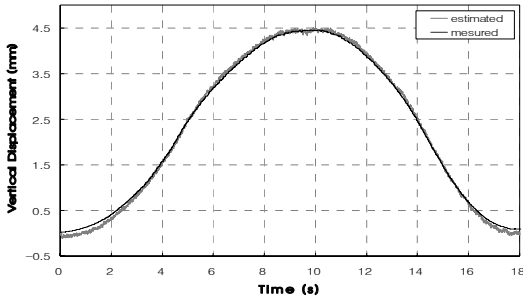


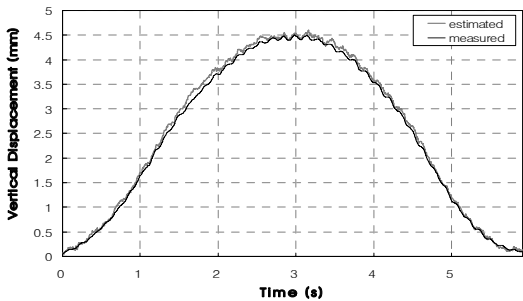
Fig. 13 교량 단면상의 계측 위치(KRRI)

Table 7 AE, RMS 분석

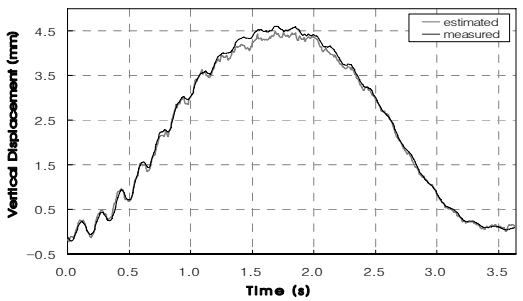
velocity(km/h)	AE (%)	RMS (%)
10	2.39	2.31
30	2.46	2.49
50	2.97	3.10



(a) 10km/h



(b) 30km/h



(c) 50km/h

Fig. 14 각속도별 동적변위 비교

속도가 증가함에 따라 전반적으로 오차가 증가하는 경향을 보였으며 추정된 동적변위가 계측된 동적변위를 적절히 유추하는 것으로 판단된다.

5. 결론

본 연구에서는 FBG센서를 통해 계측한 변형률을 사용하여 교량의 동적변위를 추정하는 알고리즘을 제안하였으며 수치예제 및 실험을 통해 다음과 같은 결론을 도출하였다.

- 1) 교량형식별로 다소 차이가 있지만 질량참여율 (80% 이상)을 고려하여 계측점 및 사용모드의 수를 결정하면 정확한 동적변위를 추정할 수 있을 것으로 판단된다.
- 2) 변형률 계측오차의 영향에 비해 진동형상 오차의 영향이 동적변위를 추정하는데 있어 더 큰 영향을 미치는 것으로 판단된다.
- 3) 하나의 하중조건에서 결정된 Scale Factor(y_r)를 다른 하중조건에 적용을 하였으며 동일한 환경에서는 무리 없이 사용할 수 있음을 확인하였다.
- 4) 실내실험과 현장실험의 경우, 차량의 속도가 증가함에 따라 동적변위 추정오차가 다소 증가하는 것으로 나타났다. 이는 실교량에서의 동적거동이 속도 증가에 따라 이론적 예측과는 차이가 커짐에 의한 것으로 판단된다.

감사의 글

이 논문은 인하대학교의 지원에 의하여 연구되었음. 현장실험 데이터를 활용할 수 있도록 허락해준 한국철도기술연구원의 김성일박사와 정원석박사(현. 경희대 토목공학과 재직)에게 감사드립니다.

참고문헌

1. 김남식, 조남소, "광섬유 브래그 격자 센서를 이용한 교량의 수직처짐 추정", 대한토목학회논문집, 22권 6-A, 2002, pp. 1357-1366.
2. 조재용, 최광규, 신수봉, "가속도 계측에 의한 이동하중식별 알고리즘의 개발", 한국구조물진단학회 2005년도 봄 학술발표 논문집, 제9권 제1호, 2005, 5, pp. 469-474.
3. 조재용, 신수봉, 최광규, 권순경, "동적 거동계측을 통한 이동하중 추정", 한국구조물진단학회지, 제11권 제4호, 2007, 7, pp. 129-137.

-
4. 장성진, 김남식, "모드분해기법을 이용한 동적 변형률 신호로부터 변위 응답추정", 대한토목학회논문집, 제 22권 4-A, 2008, pp. 507-515.
 5. 한국철도기술연구원(KRRI).
 6. Kang, L.H., Kim, D.K., and Han, J.H., "Estimation of dynamic structural displacements using fiber Bragg grating strain sensors," *Journal of Sound and Vibration*, 305, 2007, pp. 534-542.
 7. Shin, S., Han, M.J., Jo, J.Y., Lee, H.J., and Jung, B.S., "Identification of moving forces by measuring bridge dynamic responses," *The 3rd Int. Conf. on SHM of Intelligent Infrastructure*, paper 165, 1-6, November 13-16, Vancouver, Canada, 2007.
 8. MIDAS Civil, FEM Solution, Korea, 2006.

(접수일자 : 2008년 12월 31일)

(심사완료일자 : 2009년 3월 9일)