

# 학생들의 학습 수준에 따른 수학적 의사소통의 특징<sup>1)</sup> - 개방형 문제를 활용한 소집단 협동학습을 중심으로 -

김연주<sup>2)</sup> · 나귀수<sup>3)</sup>

본 연구에서는 소집단 협동학습 형태에서 개방형 문제를 활용하여 학생들의 학습 수준에 따라 나타나는 수학적 의사소통의 특징을 말하기와 쓰기를 중심으로 조사하였다. 본 연구의 결과는 개방형 문제 유형과 학생들의 학습 수준을 고려한 수학적 의사소통 능력 신장 방안에 대한 추후의 연구에 기초 자료로서 활용될 수 있을 것이다. 본 연구의 결과로써 개방형 문제를 활용한 소집단 협동학습 상황에서 학생들의 의사소통 형태가 시간이 지날수록 보다 구체화되고 정련되는 모습을 관찰할 수 있었다. 또한, 본 연구에서는 학생들의 학습 수준에 따라 말하기와 쓰기 부분에서 서로 다른 특징이 나타난다는 사실과 학습 수준에 따른 개방형 문제 유형의 선호도가 다르다는 사실을 확인하였다.

[주제어] 초등수학, 수학적 의사소통, 개방형 문제, 학습 수준

## I. 들어가며

오늘날 우리는 매우 빠르게 변화하는 세상을 살아가고 있다. 그렇기 때문에 매 순간 우리가 전혀 예상하지 못했던 다양한 상황 속에 노출될 수 있고, 그 속에서 일상적으로 접할 수 없었던 독특한 문제들과 부딪힐 수 있다. 이러한 문제들은 기존에 우리가 알고 있던 지식들을 그대로 사용하여 해결할 수 있는 성질의 것이라기보다는 문제의 핵심을 파악하기 위해 여러 번 생각을 고쳐해야만 하는 것들이 더 많다. 그리고 때론 문제를 해결하기 위하여 자신이 알고 있던 것들을 조합하거나 변형할 수 있는 능력이 요구되고, 자신과 생각을 공유할 수 있는 누군가와 보다 깊이 있는 대화를 해야만 하는 경우가 발생하게 된다.

수학은 종종 수학적 용어나 그림, 기호, 부호 등을 사용하여 그 의미를 전달해야 하기 때문에 사람들은 일반적으로 수학을 매개로 하여 대화를 나눈다는 것이 불편하고 어색하다는 인식을 가지고 있다. 그러나 수학은 과학·산업·경제 분야 등 다방면에 걸쳐 우리의 생활과 연관되어 있다. 그리고 우리가 접하게 되는 일상의 문제 중에는 물건의 구매, 발생 가능한 사건의 예측, 현명한 선택과 같이 수학적으로 생각하고 해결하는 것이 더 편리하고 효과적인 경우도 많이 있다.

2007년 개정 수학과 교육과정(교육인적자원부, 2006)에서는 수학교육의 목표 중 하나로

1) 이 논문은 김연주의 석사학위논문의 일부분을 재구성한 것임  
2) [제1저자] 충북 남천초등학교  
3) [교신저자] 청주교육대학교 수학교육과

의사소통 능력을 새롭게 명시하면서 수학적으로 의사소통하는 능력을 길러야 한다고 강조하고 있다. 미국수학교사협회에서도 학교수학을 위한 열 가지 기준 중의 하나로 의사소통을 제시하면서 의사소통은 수학과 수학교육의 핵심적인 부분이라고 소개하고 있다(NCTM, 2000). 따라서 교사들은 수학적 의사소통의 중요성을 인식하고, 학생들의 수학적 의사소통 능력을 신장시키기 위한 방안을 마련하는 것이 바람직하다.

본 연구자는 2006년 초등학교에 발령을 받고, 3년 동안 6학년을 맡아 지도하였다. 6학년 학생이면 이미 최소한 5년이란 기간 동안 수학을 접하고, 수학에 대해 생각하고, 수학을 소재로 이야기하는 기회를 가졌을 것이다. 하지만 수학 수업시간에 학생들은 정해진 정답 이외에는 말하는 것을 꺼리고, 심지어 수학의 소재가 논의나 토론의 대상이 될 수 있다는 사실을 너무나도 생소하게 받아들였다. 또한 수학적인 용어나 기호, 그림 등을 활용하여 자신의 풀이 과정이나 생각을 간단하고 분명하게 표현할 수 있는 학생들은 극히 일부에 불과했다. 제7차 수학과 교육과정(교육인적자원부, 1998)의 수학 교육 목표가 학생들의 수학적 소양과 수학적 힘을 신장시키는 것임에도 불구하고 왜 대다수의 학생들이 아직도 수학을 어려워하고 있으며, 수학을 이용하여 이야기하는 것에 익숙하지 않은지 의문이 생겼다.

본 연구자는 이와 같은 현상의 원인을 다음 두 가지로 설정하였다. 첫째, 교육현장에서, 특히 고학년들의 경우, 교사의 설명에 의존하는 교사 중심의 수업이 여전히 많은 부분을 차지하면서 학생들이 참여하고 스스로 생각할 수 있는 기회가 부족하다는 것이다. 둘째, 이미 명백한 답이 정해져 있는 문제들을 중심으로 수업이 이루어지면서 틀린 학생들에게는 이른 좌절감을 주고, 먼저 문제를 해결한 학생들에게는 고질적인 지루함을 주며, 이미 답이 나온 상태에서 아직 문제를 해결하지 못한 나머지 학생들에게는 도전 의욕 상실을 주는 것이다. 따라서 본 연구자는 소집단 협동학습 형태에서 개방형 문제를 투입하여 어떤 수학적 능력을 가진 학생이라도 자신의 수학적 능력을 발휘하고 의사소통 할 수 있는 기회를 제공하기로 하였다.

본 연구에서는 소집단 협동학습 형태에서 개방형 문제를 활용하여 학생들의 학습 수준에 따라 나타나는 수학적 의사소통의 특징을 말하기와 쓰기를 중심으로 살펴보았다. 본 연구의 결과는 개방형 문제 유형과 학생들의 학습 수준을 고려한 수학적 의사소통 능력 신장 방안에 대한 추후의 연구에 기초 자료로서 활용될 수 있을 것이다.

## II. 연구 방법 및 절차

### 1. 연구 대상 및 절차

본 연구는 충청북도 J시에 소재하고 있는 N초등학교 6학년 1개 반 32명의 학생 중에서 8명을 선정하여 진행되었다. 본 연구에서는 참여를 희망하는 학생들 중에서 이질적인 소집단 구성을 위하여 상 수준 학생 2명, 중 수준 학생 4명, 하 수준 학생 2명을 선정하였다. 8명의 학생들을 두 개의 소집단으로 구성하였으며, 한 개의 소집단에는 상 수준 학생 1명, 중 수준 학생 2명, 하 수준 학생 1명이 속하도록 하였다.

학생들의 수준은 교내에서 실시된 6학년 진단평가와 1학기 학업성취도평가 성적의 평균을 구하여 90점 이상은 상, 90점 미만 70점 이상은 중, 70점 미만은 하로 구분하였다. 본 연구에 참여한 학생들에 대한 구체적인 정보는 다음의 <표 1>과 같다.

<표 1> 연구 대상자

소집단	구성원 (성별)	특징
A	A1(여)	상 수준 학생으로 배움에 적극적이고, 성실하며 자신의 주관이 뚜렷하다. 학급 발표에 참여하는 정도는 보통이며 현재 수학 교과와 관련하여 학원에 다니고 있다.
	A2(남)	중 수준 학생으로 수학을 좋아하고 수학에 대한 흥미가 매우 높다. 어려운 수학문제를 해결하기 위해 고민하는 것을 좋아한다. 그러나 오히려 쉬운 문제는 많이 틀리고 실수가 잦은 편이다. 학급 발표에 적극적으로 참여하고, 특히 수학 수업시간에 자신의 생각이나 풀이를 발표하는 것을 좋아한다.
	A3(남)	중 수준 학생으로 수학을 잘하고 싶어 하고 배우고 싶어 한다. 자신감이 넘치고 자존심이 강하다. 학급 발표에 적극적으로 참여한다.
	A4(남)	하 수준 학생으로 학업에는 적극성이 부족하다. 그러나 기타 학교 활동에 열심히 참여한다. 자신의 생각을 정리하여 말하는 능력이 다소 부족하고, 학급 발표에의 참여 정도는 저조하고 소극적이다. 현재 수학 교과와 관련하여 학원에 다니고 있다.
B	B1(남)	상 수준 학생으로 수학을 잘하고 좋아하기 때문에 수학에 대한 자신감이 높다. 학급 발표에 적극적으로 참여하고, 현재 수학 교과와 관련하여 학원에 다니고 있다.
	B2(남)	중 수준 학생으로 수학을 좋아하고, 수학에 대한 호기심이 많아 연구자에게 질문을 자주하는 편이다. 평소 생각이 창의적이고 독창적인 경향을 나타내고, 학급 발표에 적극적으로 참여한다.
	B3(남)	중 수준 학생으로 학기 초 진단평가에서는 수학 점수가 60점 미만으로 나와서 재시험을 치러야 할 정도로 수학에 대한 흥미나 자신감이 결여되어 있었다. 학급 발표에 참여하는 정도는 보통이며 현재 수학 교과와 관련하여 학원에 다니고 있다.
	B4(여)	하 수준 학생으로 활발한 성품을 지니고 있고, 일반적인 소집단 활동에서 매우 적극적으로 참여하는 모습을 보여준다. 학급 발표에 참여하는 정도는 보통이고, 현재 수학 교과에 관련된 가정방문 학습을 받고 있다.

본 연구에서는 2008년 9월~10월에 미리 선정한 10개의 개방형 문제를 학생들에게 총 10회에 걸쳐 제시하였다. 학생들에게 소집단 협동학습을 통하여 10개의 문제를 해결하도록 하였다. 10회의 소집단 협동학습에는 제시된 개방형 문제에 따라 각각 40분~80분의 시간이 소요되었다.

학생들의 소집단 협동학습 과정은 비디오 및 오디오로 녹화되었으며, 비디오 및 오디오 녹화 자료는 이후의 분석에서 활용되었다. 또한 연구자는 관찰일지를 작성하여 분석하였으며, 관찰일지에는 학생들의 의사소통 과정, 문제해결과 밀접하게 관련되는 대화의 내용 등이 포함되어 있다. 소집단 협동학습 과정에서 학생들이 작성한 활동지와 활동 결과물도 분석 자료로 활용되었다. 활동 결과물에는 개방형 문제에 대한 학생들의 인식 변화와 문제를

해결한 구체적인 방법들이 기술되어 있다. 활동 후에는 비정기적으로 학생들과 반구조화된 면담을 진행하였고 면담 내용을 자료 분석에 활용하였다.

위의 방법으로 수집된 자료를 바탕으로 개방형 문제를 활용한 소집단 협동학습에서 나타나는 개방형 문제 유형별, 학생들의 학습 수준별 수학적 의사소통 모습을 분석하였다.

2. 분석 도구

본 연구에서는 말하기와 쓰기를 중심으로 학생들의 의사소통을 분석하였다. 본 연구에서의 분석은 양적 연구 방법과 질적 연구 방법을 병행하였다. 양적 연구 방법으로서, 개방형 문제를 활용한 소집단 협동학습에 참여하는 학생 개개인의 의사소통의 변화와 특징을 점수화하여 기록하고 분석하기 위하여 이종희·김선희(2003)가 제시한 말하기 분석틀과 쓰기 분석틀을 활용하였다. 이 분석틀의 구체적인 내용은 다음의 <표 2>, <표 3>과 같다.

<표 2> 말하기 분석틀

형태	세부기준	점수
공동의 과제를 해결하기 위한 그룹 안에서의 말하기	· 대화 참여도 · 적극성	3점: 발화빈도와 발화량이 많으며 대화에 적극적으로 참여하고 자신이 아는 것을 논리적으로 설득력 있게 전달한다.
		2점: 참여도는 보통이나 자신의 생각을 논리적으로 말한다.
		1점: 참여도가 극히 저조하고 수동적인 말하기가 주를 이룬다.
		0점: 무응답

<표 3> 쓰기 분석틀

형태	세부기준	점수
문제해결 과정쓰기	· 논리적인 내용 전개 · 풀이 과정 및 답의 정확성	3점: 풀이 과정과 답이 정확하고 논리적이다.
		2점: 문제의 일부분만을 해결하였다.
		1점: 해결 과정이 분명하지 않거나 없다.
		0점: 무응답 및 오답

또한, 학생들의 수학적 의사소통의 특징을 질적으로 분석하기 위하여 학생들의 학습 수준별로 말하기와 쓰기의 특징을 조사하였다. 학생들이 소집단 협동학습에서 제시한 수학적 말하기와 수학적 쓰기의 구체적 내용을 분석하여 학생들의 학습 수준에 따른 말하기와 쓰기의 특징을 질적으로 분석하였다.

3. 개방형 문제

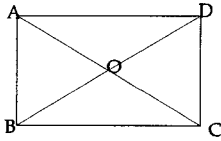
본 연구에서는 Becker & Shimade(1997)와 변은진(2001)에 제시된 개방형 문제들을 활용하였다.4) 본 연구에서 활용된 개방형 문제들의 유형은, 관계나 법칙을 찾아내는 문제, 분

류 문제, 수량화 문제, 구성 활동적 문제로 구분할 수 있다. 본 연구에서 활용된 개방형 문제들은 구체적으로 다음과 같다.

가. 관계나 법칙을 찾아내는 문제

개방형 문제의 대표적인 문항 유형이다. 이 문항은 대체로 수량 사이의 함수 관계가 내재되도록 만들어진 문제로, 수학과 전 영역에 걸쳐 활용할 수 있다.<sup>5)</sup>

<표 4> 관계나 법칙을 찾아내는 개방형 문제 유형

회수	일시	개방형 문제																																																																																																				
4	9월 23일 오후 3:50~4:30 (40분)	<p>&lt;곱셈표의 성질&gt; 다음 표는 어떤 규칙에 따라 만들어진 것이다. 수들의 순서를 탐구하여 표에 있는 수들 사이의 관계를 가능한 많이 찾아라.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr> <tr><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td>10</td><td>12</td><td>14</td><td>16</td><td>18</td><td>20</td></tr> <tr><td>3</td><td>6</td><td>9</td><td>12</td><td>15</td><td>18</td><td>21</td><td>24</td><td>27</td><td>30</td></tr> <tr><td>4</td><td>8</td><td>12</td><td>16</td><td>20</td><td>24</td><td>28</td><td>32</td><td>36</td><td>40</td></tr> <tr><td>5</td><td>10</td><td>15</td><td>20</td><td>25</td><td>30</td><td>35</td><td>40</td><td>45</td><td>50</td></tr> <tr><td>6</td><td>12</td><td>18</td><td>24</td><td>30</td><td>36</td><td>42</td><td>48</td><td>54</td><td>60</td></tr> <tr><td>7</td><td>14</td><td>21</td><td>28</td><td>35</td><td>42</td><td>49</td><td>56</td><td>63</td><td>70</td></tr> <tr><td>8</td><td>16</td><td>24</td><td>32</td><td>40</td><td>48</td><td>56</td><td>64</td><td>72</td><td>80</td></tr> <tr><td>9</td><td>18</td><td>27</td><td>36</td><td>45</td><td>54</td><td>63</td><td>72</td><td>81</td><td>90</td></tr> <tr><td>10</td><td>20</td><td>30</td><td>40</td><td>50</td><td>60</td><td>70</td><td>80</td><td>90</td><td>100</td></tr> </table>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																													
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20																																																																																													
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30																																																																																													
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40																																																																																													
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50																																																																																													
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60																																																																																													
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70																																																																																													
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80																																																																																													
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90																																																																																													
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100																																																																																													
6	10월 4일 오후 2:25~3:10 (45분)	<p>&lt;정비례 개념의 도입&gt; 곤충 한 마리가 개울을 따라 기어 올라가고 있다. 아래의 표는 주어진 거리를 기어 올라가는 데 걸리는 시간을 나타내고 있다. *표는 깜박 잊고 기록하지 않은 거리를 나타낸다.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>시간(분)</td> <td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>...</td> </tr> <tr> <td>거리(cm)</td> <td>12</td><td>24</td><td>36</td><td>48</td><td>60</td><td>72</td><td>84</td><td>*</td><td>*</td><td>120</td><td>...</td> </tr> </table> <p>1. 8 아래에 있는 *는 어떤 수를 나타내는가? 이 수를 구하기 위해 사용한 식을 써라. 2. 이 수를 구하기 위해 사용할 수 있는 다른 식을 찾아라. 가능한 다양하고 많은 식을 써라.</p>	시간(분)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...	거리(cm)	12	24	36	48	60	72	84	*	*	120	...																																																																												
시간(분)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...																																																																																											
거리(cm)	12	24	36	48	60	72	84	*	*	120	...																																																																																											
9	10월 15일 오후 3:40~5:00 (80분)	<p>&lt;도형의 합동과 닮음&gt; 아래 그림에서 □ABCD는 직사각형이다.</p> 																																																																																																				










4) 다음의 <표 4>~<표 6>에 제시된 개방형 문제는 Becker & Shimade(1997)에서 가져온 것이며, <표 7>에 제시된 문제는 변은진(2001)에서 가져온 것이다.  
5) 다음의 <표 4>~<표 7>에 제시된 '회수'와 '일시'는 소집단 활동이 이루어진 회수와 일시를 말한다.

		<p>1. 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선 EF를 그리고, 그림에서 서로 다른 도형을 가능한 많이 찾아라. 또 그러한 도형의 이름은 무엇인가?</p> <p>2. 문제1에서 찾은 도형들 중에서 두 개의 도형을 택하여라. 선택한 도형의 크기와 상대적인 위치에 대해서 발견할 수 있는 규칙에는 어떤 것들이 있는가?</p>
10	<p>10월 19일 오후 2:00~3:00 (60분)</p>	<p>&lt;파스칼 삼각형&gt; 아래의 숫자표를 살펴보고, 수 사이의 규칙이나 패턴을 가능한 한 많이 찾아라.</p> <pre> 1 1 1 1 2 1 1 3 3 1 1 4 6 4 1 1 5 10 10 5 1 1 6 15 20 15 6 1 1 7 21 35 35 21 7 1 1 8 28 56 70 56 28 8 1 1 9 36 84 126 126 84 36 9 1 1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1                     </pre>

나. 분류 문제

같은 범주에 속하는 서로 다른 구체적인 예를 많이 열거하고 그 중에서 하나의 대상을 선정하여 그것과 같은 특징을 찾아보게 하는 과제이다. 보는 사람의 관점에 따라 문제해결 방법이 다양하게 제시될 수 있으며, 이 때 제시된 방법에 대해 충분한 설명이 필요하다.

<표 5> 분류 개방형 문제 유형

회수	일시	개방형 문제
7	<p>10월 7일 오후 3:40~4:25 (45분)</p>	<p>&lt;평면도형의 분류&gt; 다음 그림은 여러 가지 도형을 나타낸 것이다. 도형의 특징을 가능한 한 다양하게 찾아서 분류를 해 보아라.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  A             </div> <div style="text-align: center;">  B             </div> <div style="text-align: center;">  C             </div> <div style="text-align: center;">  D             </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;">  E             </div> <div style="text-align: center;">  F             </div> <div style="text-align: center;">  G             </div> <div style="text-align: center;">  H             </div> </div>
8	<p>10월 9일 오후 2:40~3:20 (40분)</p>	<p>&lt;관련 있는 도형을 분류하기&gt; 다음과 같은 삼각형이 있다. 주어진 삼각형과 어떤 공통된 성질을 가진 도형을 가능한 많이 그려라. 주어진 삼각형과 그린 도형이 어떤 공통된 성질이 있는 지를 간단히 설명해 보아라.</p> <div style="text-align: right; margin-top: 10px;">  </div>

다. 수량화 문제

구체적인 수학적 장면을 제시하고, 그것을 수량화하는 방법을 탐구하도록 하는 문제가

다. 어떤 대상을 수로서 나타내는 방법이나 기준을 다양하게 정해가는 문제가 포함된다.



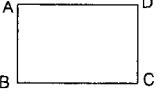
<표 6> 수량화 개방형 문제 유형

회수	일시	개방형 문제																																																																		
3	9월 19일 오후 2:20~3:10 (50분)	<p>&lt;달리기 시험의 우승팀 정하기&gt; 6학년 A, B, C반은 1000m 달리기 시험을 하였다. 각 반의 선수는 10명이었고, 시험 결과는 아래 제시된 표와 같다. 어느 반이 우승한 것일까? 우승한 반을 정하기 위한 가능한 많은 방법들을 찾아라.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td>등수</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>9</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>반</td> <td>A</td> <td>B</td> <td>A</td> <td>C</td> <td>B</td> <td>B</td> <td>C</td> <td>A</td> <td>C</td> <td>C</td> </tr> <tr> <td>등수</td> <td>11</td> <td>12</td> <td>13</td> <td>14</td> <td>15</td> <td>16</td> <td>17</td> <td>18</td> <td>19</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td>반</td> <td>C</td> <td>B</td> <td>A</td> <td>A</td> <td>B</td> <td>B</td> <td>C</td> <td>A</td> <td>C</td> <td>B</td> </tr> <tr> <td>등수</td> <td>21</td> <td>22</td> <td>23</td> <td>24</td> <td>25</td> <td>26</td> <td>27</td> <td>28</td> <td>29</td> <td>30</td> </tr> <tr> <td>반</td> <td>C</td> <td>B</td> <td>B</td> <td>A</td> <td>C</td> <td>A</td> <td>A</td> <td>A</td> <td>C</td> <td>B</td> </tr> </tbody> </table>	등수	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	반	A	B	A	C	B	B	C	A	C	C	등수	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	반	C	B	A	A	B	B	C	A	C	B	등수	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	반	C	B	B	A	C	A	A	A	C	B
등수	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																										
반	A	B	A	C	B	B	C	A	C	C																																																										
등수	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20																																																										
반	C	B	A	A	B	B	C	A	C	B																																																										
등수	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30																																																										
반	C	B	B	A	C	A	A	A	C	B																																																										

라. 구성 활동적 문제

실제로 학생들로 하여금 어떤 것을 만들어 보게 하는 활동으로서, 학생 각자가 자기 나름대로 활동하여 문제해결에 타당하게 접근하도록 하는 문제이다.

<표 7> 구성 활동적 개방형 문제 유형

회수	일시	개방형 문제
1	9월 5일 오후 3:10~4:00 (50분)	<p>&lt;똑같이 나누기&gt; 오른쪽 정사각형을 모양과 크기가 똑같도록 4등분하는 여러 가지 방법을 생각해 보고, 그림으로 나타내어라.</p> 
2	9월 9일 오후 3:30~4:25 (55분)	<p>&lt;넓이가 같은 도형 그리기&gt; 오른쪽과 같이 가로, 세로 방향으로 한 칸이 1cm인 9개의 점이 찍혀 있다. 이 9개의 점 안에 넓이가 2cm<sup>2</sup>인 도형을 될 수 있는 한 많이 그려 보아라.</p> 
5	9월 30일 오후 3:35~4:25 (50분)	<p>&lt;도형의 확대&gt; 다음 직사각형의 가로, 세로 변의 길이를 2배로 늘리려 한다. 직사각형의 변의 길이를 2배로 늘리기 위해 사용할 수 있는 방법은 무엇인가? 가능한 한 다양한 방법을 사용하여 확대된 직사각형을 그려라. 그런 방법을 말로 설명하여라.</p> 

### Ⅲ. 결과 및 논의

학생들이 처음 개방형 문제를 접하고 소집단 별로 활동을 전개하기 시작할 때에는 소집단 내에서 서로 의사소통하는 것을 어색하게 생각하거나 혼자서 문제를 해결하려는 경향을 나타냈다. 또한 활동지에 문제 해결과 관련된 직접적인 풀이나 답을 적기 보다는 개방형 문제 자체에 대한 개인의 인상을 기록해 놓는 모습을 발견할 수 있었다. 그러나 소집단 활동 시간이 경과되면서 학생들은 주어진 문제를 소집단의 구성원들과 함께 힘을 모아 해결해야 할 필요성을 느끼게 되었고, 여러 사람의 생각을 모을 때 더 좋은 아이디어를 만들어 낼 수 있다는 것을 자각해 나갔다. 이와 더불어 학생들은 소집단 내에서 협력적으로 활동하는 모습을 보였고, 보다 다양하고 적절한 해결 방법을 모색하기 위하여 서로 적극적으로 의사소통하였다.

이하에서는 개방형 과제를 활용한 소집단 협동학습에서 나타난 학생들의 의사소통의 특징을 학생들의 학습 수준별로 살펴보기로 한다.

#### 1. 상 수준: A1, B1

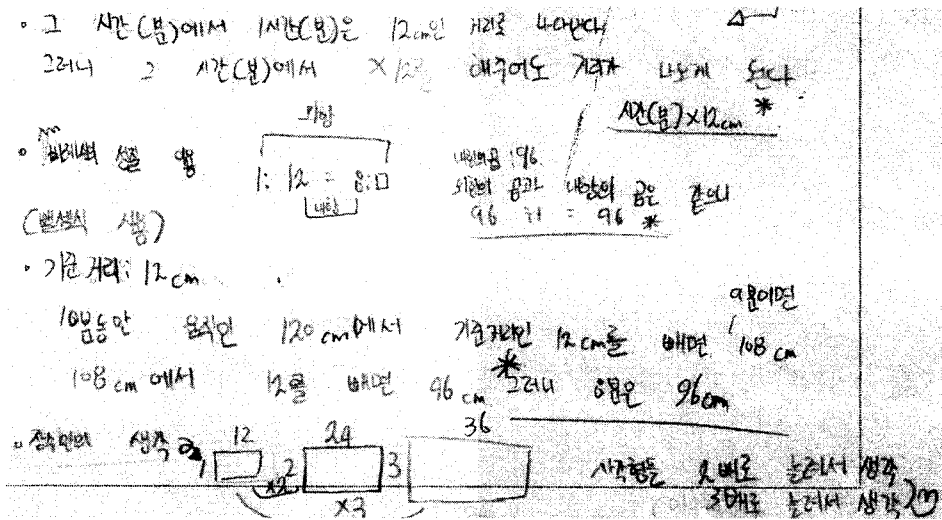
<표 8> 상 수준 학생의 쓰기와 말하기 점수 변화

구분	학생	1회	2회	3회	4회	5회	6회	7회	8회	9회	10회
쓰기(점)	A1	2	2	2	2	2	3	3	2	3	2
	B1	2	3	2	3	3	3	3	2	2	3
말하기(점)	A1	1	1	2	2	1	1	2	0	2	1
	B1	3	3	3	3	3	3	3	2	2	3

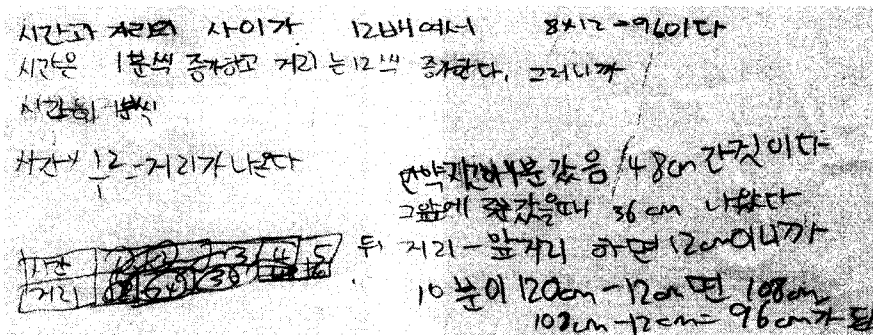
상 수준의 학생인 A1과 B1은 쓰기 형태에서는 유사한 패턴을 보이고, 말하기 형태에서는 다소 상이한 패턴을 보였다. 두 학생 모두 풀이과정과 답을 정확하게 적으려는 모습을 관찰할 수 있었고, 가능하면 모든 문제를 수식으로 표현하여 깔끔하게 정리하고자 하는 모습을 보였다. 또한 필요한 경우에는 그림, 표, 글 등을 적절하게 활용하여 논리적으로 서술하는 모습도 보였다([그림 1], [그림 2] 참고).

A1과 B1은 소집단 협동학습 활동이 모두 끝나고 실시된 면담에서 관계나 법칙을 찾아내는 문제 유형을 가장 선호한다고 응답했으며, 실제로 관계나 법칙을 찾아내는 문제 유형에서 우수한 의사소통 능력을 나타냈다. 학습 수준이 상인 학생들이만큼 이전에 학습한 내용들을 충분히 회상하여 기록하고 설명하는 모습을 보였다.





[그림 1] A1의 6회 활동지

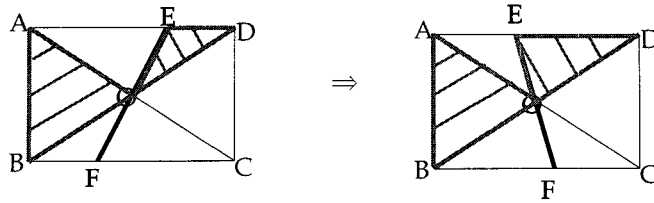


[그림 2] B1의 6회 활동지

한편, 말하기에서는 A1과 B1의 차이점이 크게 나타났다. B1은 쓰기와 말하기 영역의 의사소통이 모두 우수하고 일치되는 모습을 보여준 반면, A1은 쓰기 영역에서는 우수한 모습을 나타냈지만 말하기 영역에서는 다소 침체되는 모습을 나타냈다. A1은 문제 해결 과정에서 어려움에 봉착했을 때 다른 사람의 도움을 받기 보다는 스스로 해결하려는 경향이 강했고, 자신이 생각하는 아이디어의 핵심적인 부분을 짚어서 이야기하는 데에 어려움을 드러냈다.

A1은 자신의 생각을 다른 사람에게 전달하고 설명하는 것에 큰 부담감을 나타냈고, 자신의 의견이 틀렸을 경우 상대방의 조언을 수용하여 발전시키기 보다는 틀린 그 자체에 대해 크게 부끄러워하였다. 그러다보니 소집단 활동에 수동적이고 소극적으로 참여하는 모습을 보였다. A1은 소집단 협동학습 활동 초반에는 주로 A2, A3와 이야기를 나누었으며 그들로부터 설명이나 조언을 듣는 모습을 보였다. 그러나 소집단 협동학습이 진행되어 후반부로 갈수록 먼저 이야기를 꺼내고 구성원들의 활동 모습을 유심히 관찰하여 적절한 질문과 부연 설명을 하였으며, 필요한 경우 예와 반례를 들어 말하는 모습을 관찰할 수 있었다([장면 1] 참고).

[장면 1] 9회 활동 중에서



A1: 일단 EF 선을 그린 다음에 삼각형 ABO와 삼각형 EDO를 선택해. EF 선을 움직이면 삼각형 ABO의 크기는 변하지 않지만 삼각형 EDO의 크기는 변해. 그리고 변한 삼각형 EDO의 크기는 처음 삼각형 EDO 크기의 2배가 될 수 있어.

학생 B1은 소집단 협동학습 초반부터 매우 적극적으로 소집단의 활동에 참여하였으며, 적절하고 타당한 해결 방안들을 제시하였다. 참신한 아이디어는 다소 부족하였지만 자신의 생각을 구성원들과 공유하려는 의지가 매우 높았으며, 필요한 경우 적절한 설명을 덧붙여 이야기하는 경우를 많이 관찰할 수 있었다. 또한 B1은 자신의 생각을 소집단 내에서 발표하는 것에 두려움이 없었고, 자신이 어려워하는 내용을 다룰수록 소집단의 활동에 더 적극적으로 참여하였으며 상대방의 이야기를 경청하는 태도를 보였다. 그리고 상대방이 자신의 의견을 수정해 주거나 조언해 주었을 때 그것을 부끄러움 없이 받아들이는 모습을 보였다 ([장면 2] 참고).

[장면 2] 6회 활동 중에서

B1: (시간) ×  $\frac{12}{1}$  = (거리)가 나온다.

B2: 근데, 네가 제시한 의견은 (시간) × 12 = (거리)와 같다는 의견과 차이가 없는 것 같은데?

B1: 이렇게 설명하면 다른 의견이 되지 않을까? 시간을 분모로 하고 거리를 분자로 하면  $\frac{12}{1}$ 가 나오기 때문에 (시간) ×  $\frac{12}{1}$  = (거리)이다.

B2: 난 잘 이해가 안 돼.

B1: 알았어, 다시 설명해 줄게. 시간을 분모, 거리를 분자에 놓으면  $\frac{\text{거리}}{\text{시간}}$  이잖아.

따라서 1분일 때에는  $\frac{12}{1}$ , 2분일 때에는  $\frac{24}{2}$ 는 2로 약분하면  $\frac{12}{1}$ .

B3: 나도 거기까지는 이해가 갔어.

B1: 이걸 종합하면 시간을 기준량으로 잡고, 1에  $\frac{12}{1}$ 를 곱하면 12가 나오고, 2에  $\frac{12}{1}$ 를 곱하면 24가 나와. 즉, 시간에  $\frac{12}{1}$ 를 곱하면 그 시간 동안에 간 거리가 나와.

요약하면, 상 수준 학생인 A1과 B1은 의사소통의 영역 중 쓰기 부분에서는 전반적으로

우수한 모습을 보였고, 수식을 선호하는 유사한 패턴을 드러냈다. 그러나 말하기 부분에 있어서는 다소 차이가 있었으며, 소집단 활동의 참여나 자신의 생각 발표는 개인적인 성향에 따라 서로 다른 모습을 나타냈다. A1과 B1의 말하기 점수는 특히 분류 문제를 다룬 7회, 8회와 구성 활동적 문제를 다룬 1회, 2회, 5회에서 큰 차이가 있었는데(<표 8> 참고), 자기 나름의 기준을 세워 도형을 분류하거나 손으로 직접 조작해 보는 활동과 같은 경우 B1의 활동이 두드러지게 나타났기 때문인 것으로 파악된다. 그러나 소집단 협동학습 활동이 진행되면서 A1과 B1 모두 긍정적인 방향으로 소집단 활동에 참여하는 빈도가 증가하였고, 의사소통의 모습이 상호 협력적으로 변화되는 것을 관찰할 수 있었다.

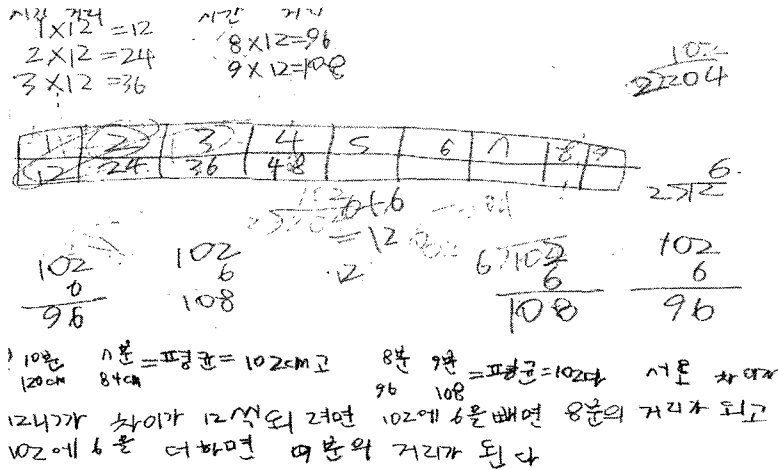
2. 중 수준: A2, B2, A3, B3

<표 9> 중 수준 학생의 쓰기와 말하기 점수 변화

구분	학생	1회	2회	3회	4회	5회	6회	7회	8회	9회	10회
쓰기(점)	A2	2	3	2	3	3	3	3	3	3	3
	B2	2	2	2	2	2	3	3	2	2	2
	A3	2	2	2	1	1	2	3	3	1	2
	B3	2	3	1	2	2	3	3	1	1	1
말하기(점)	A2	1	3	3	2	1	3	3	2	3	3
	B2	2	2	3	2	3	3	3	2	3	3
	A3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3
	B3	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2

본 연구에서는 중 수준의 학생들을 의사소통 활동에 따라 다시 두 수준으로 구분할 수 있었다. 학생 A2와 B2는 중 수준에서 상대적으로 우수한 의사소통 활동을 보여준 학생들이었기 때문에 이들을 중-상 수준으로 구분하였고, A3와 B3는 중-하 수준으로 구분하였다.

중-상 수준의 학생인 A2와 B2는 10회의 소집단 협동학습 활동이 진행되는 동안 쓰기과 말하기 점수가 대체로 2~3점으로 나타났다. A2와 B2는 비교적 우수한 의사소통 활동을 나타냈고, 특히 말하기 활동에서 소집단 협동학습 후반으로 갈수록 더욱 발전되는 모습을 나타냈다. A2와 B2는 쓰기 활동에서 특별히 선호하는 방법이 있지는 않았으며, 문제 상황에 따라 그림, 표, 식, 글 등 다양한 표현 방법을 활용하여 기록하려는 모습을 나타냈다. 말하기에서는, 소집단 협동학습 활동 초반에는 직관적인 그림이나 간단한 단어 위주로 설명하려는 모습을 보였지만 후반부로 갈수록 구체적인 수학적 설명을 곁들이는 경우가 증가하였다([그림 3] 참고).

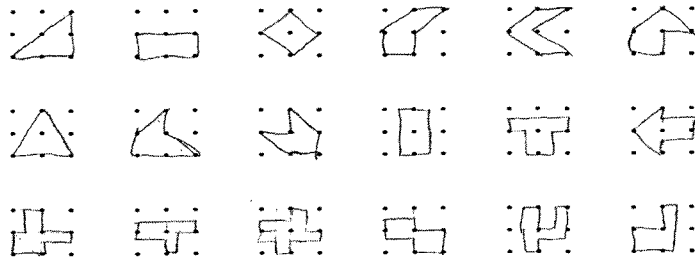


[그림 3] B2의 6회 활동지

중-상 수준인 A2는 처음에는 함께 협력을 하여 문제를 해결하기 보다는 혼자서 문제를 해결하려는 경향이 강했다. A2는 소집단 협동학습 활동 초반에는 소집단 내에서 의사소통하는 것이 저조하였다. 이러한 모습은 같은 소집단의 상 수준인 학생 A1과 유사한 모습이였다. 그러나 소집단 협동학습 후반부로 갈수록 발화 빈도와 발화량이 증가하고 자신이 아는 것을 논리적으로 설명하려는 모습이 나타났다. 상대방과 의견을 서로 공유하다보니 활동지의 내용도 보다 잘 기록하게 되었고([그림 4] 참고), 상대방과 의사소통하는 과정에서 말하기의 형태가 보다 긍정적인 방향으로 발전하였다.

B2의 경우에는 소집단 협동학습 활동 초반부터 소집단 내에서 이야기하는 것을 부담스러워하지 않았다. 이것은 같은 소집단의 상 수준인 B1과 유사한 모습이였다.

9개점의 2cm²인 도형을 만들면 더 커리운 도형을 하기위 해 1칸을 반으로 쪼개서 0.5로 만들고 5도형을 4개도하면 된다



[그림 4] A2의 2회 활동지

A2와 B2는 소집단 협동학습에 점차 적극적으로 참여하게 되면서 자신들도 소집단 활동에 무엇인가 기여할 수 있다는 것을 인식하게 되었다. 시간이 지날수록 스스로 나서서 자신의 의견을 소집단 내에서 이야기하거나 적절한 질문과 설명을 해주는 모습을 관찰할 수 있었다. 질문의 경우, '왜?' 혹은 '그게 뭔데?'와 같은 추상적이고 모호한 형태에서 보다 구

체계적이고 자세한 형태로 바뀌는 모습을 볼 수 있었고, 풀이 방법에 대한 설명도 상대방을 배려하여 조목조목 자세하게 짚어주는 모습을 볼 수 있었다([장면 3] 참고).

또한 A2와 B2는 소집단 내에서 모든 수준의 학생들과 고르게 의사소통하는 모습을 관찰할 수 있었다. 상 수준 학생들의 의견에 맞장구를 쳐주거나 그들의 의견을 발전시켜 새로운 아이디어를 내놓기도 하고, 적절하지 못한 경우 자기 나름의 이유와 근거를 들어 반박하는 모습도 볼 수 있었다. 또한 중-하 수준과 하 수준의 학생들에게는 필요한 경우 부연 설명을 해 주거나 소집단 활동에로의 참여를 격려하는 모습도 볼 수 있었다.

[장면 3] 6회 활동 중에서

A2:  $1 : 12 = 8 : \square$  비례식의 성질에서 내항의 곱과 외항의 곱은 같다고 했지? 외항은  $\square$ 가 있으니까 결과를 알 수 없잖아. 그럼 내항부터 곱하면 얼마야?.

A4: 96.

A2:  $1 \times \square = 96$ .

A3: 그러니까 내항의 곱과 외항의 곱이 같아야 하니까  $12 \times 8$ 도 96,  $1 \times \square$ 도 96.  $\square$ 는 96이 되는 거야.

한편, 중-하 수준의 학생인 A3과 B3의 경우, 소집단 협동학습 활동이 진행되는 10회 동안 눈에 띄만한 큰 변화가 나타나지 않았다. 중-하 수준의 학생들은 소집단의 활동에 참여하기는 했지만 수학적 용어를 활용한 설명이 부족했고, 짧은 단어와 그림 혹은 일상적인 용어를 활용하여 자신의 생각을 설명하려는 모습을 보였다.

그리고 중-하 수준의 학생들은 자신들이 의견을 이야기하고 난 후 소집단의 구성원들이 그 의견의 타당성을 밝혀 달라고 요구하거나 추가적인 설명을 요청할 때, 적절하게 응답하는 것을 어려워했고 타인에게 자신의 생각을 이해시키고 설득하는 것을 힘들어했다([장면 4] 참고).

[장면 4] 4회 활동 중에서

B1: 1 더하고 1 더하면, 가로로도 점점 1씩 커지고, 세로로도 점점 1씩 커져. 아! 첫 번째 줄은 1씩 커지고, 두 번째 줄은 2씩 커지고, …….

B3: (B1의 말을 자르며) 세 번째 줄은 3씩 커지고, 네 번째 줄은 4씩 커지고.

B1: 한마디로…….

B3: (B1의 말을 자르며) 곱해!

B1: 그게 아니지.

B3: 왜? (첫째 줄을 가로 방향으로 가리키며)  $1 \times 1$ ,  $1 \times 2$ ,  $1 \times 3$ . 맞잖아.

B2: 그러니까 이말 아니야? 맨 왼쪽에 있는 것이 기준이고, 여기서부터  $\times 1$ ,  $\times 2$ ,  $\times 3$ ,  $\times 4$  … 하면서 맨 왼쪽부터 맨 오른쪽 끝까지 곱하면 되잖아.

………[중략] …….

B1: 자, 그럼 각자 해결한 방법을 써 보자.

B3: 아, 근데 어떻게 설명해야 되는지 모르겠다. 어떻게 설명해야 돼?

또한 문제를 해결할 때, 구체적인 계획이 빠져있는 경우도 관찰할 수 있었고, 문제풀이 과정의 일부분만을 기록해 두거나 많은 방법 중의 한 가지만 기록하는 모습을 볼 수 있었다([그림 5] 참고).

가로 세로  
구구단  
구구단  
구구단  
가로 세로 바스

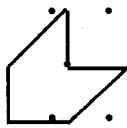
[그림 5] A3의 4회 활동지

중-하 수준의 학생인 A3과 B3은 쓰기 활동에서 개방형 문제의 유형이나 수학적 내용 요소에 따라 큰 차이를 나타냈다. A3과 B3은 4회, 9회, 10회에 다른 관계나 법칙을 찾아내는 문제를 어려워하였고, 1회, 2회, 7회에 다른 구성 활동적 문제나 도형 관련 문제는 비교적 잘 해결하였다. 특히 7회에서 주어진 도형을 일정한 분류 기준에 따라 나누는 활동에서 우수한 모습을 나타냈다.

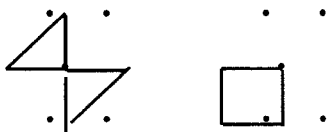
중-하 수준의 학생들은 하 수준의 학생들을 격려하고, 그들이 소집단의 활동에 참여할 수 있도록 이끌어주는 역할을 하기도 하였다. 때로는 지나친 힌트를 제공하기도 하였지만 주어진 문제를 소집단 구성원 전체가 함께 해결해야 한다는 책임감과 소속감을 확실히 느끼고 있는 것으로 파악되었다([장면 5] 참고).

[장면 5] 2회 활동 중에서

A3 : (아래의 그림을 그리면서) A4야, 이거 설명해 줄 수 있어?



- A4 : 음... No!
- A3 : 그러니까, 잘 봐라. 여기 몇  $cm^2$ ?  $1cm^2$ . 여기 2개를 합하면 몇  $cm^2$ ?
- A2 : 아~ 그렇게 설명하면 안 되지. 이해가 되겠냐? 삼각형 구하는 방법이 뭐야?
- A4 : (밑변)  $\times$  (높이)  $\div 2$ ?
- A2 : 그러면 이 삼각형의 넓이는 몇이야?
- A4 : 1... (대답을 하지 못함)
- A3 :  $1cm^2$ 를 반으로 쪼개!
- A4 : 0.5
- A2 : 0.5지. 그럼 이 삼각형 하나가 0.5야.  $0.5 + 0.5 = 1$ 이잖아. 따라서 이 둘을 합치면 1, 여기에다가 또 1을 합치면 2. 그래서  $2cm^2$ 야.



- A4 : 응.
- A3 : 그럼 다른 거 하나 정해서 그걸로 설명해 봐.
- A4 : 음... 이거 하나에  $1cm^2$ 이니까, 이걸 둘로 나누면 삼각형이 2개 있으니

까, 0.5, 0.5 하니까 2cm?

A2, A3 : OK!

요약하면, 본 연구에서 중 수준의 학생들은 소집단 협동학습 활동 결과를 바탕으로 다시 중-상 수준과 중-하 수준으로 구분될 수 있었다. 중-상 수준의 학생들은 10회의 소집단 협동학습 활동이 진행되는 동안 쓰기 부분에서는 큰 변화를 관찰할 수 없었다. 그러나 말하기 부분에 있어서는 발화의 빈도와 양이 증가했을 뿐만 아니라 발화의 질도 향상되었음을 확인할 수 있었다. 의견을 제시하거나 질문을 할 때, 보다 구체적인 용어나 그림을 활용하는 모습을 볼 수 있었다. 그리고 중-상 수준의 학생들은 소집단 내에서 모든 수준의 학생들과 고르게 의사소통하는 것을 확인할 수 있었다.

중-하 수준의 학생들은 쓰기 부분과 말하기 부분 모두에서 큰 변화를 관찰할 수 없었다. 중-하 수준의 학생들은 소집단의 활동에 참여하기는 했지만 자신의 의견을 제시하는 체계적인 설명이 부족했고, 자신의 생각을 상대방에게 전달하고 이해시키는 것을 어려워했다. 개방형 문제 유형 중에서 관계나 법칙을 찾아내는 문제를 가장 어려워하였고, 구성 활동적 문제와 도형 관련 문제를 선호하고 잘 해결하는 모습을 보였다. 한편, 소집단 내에서 자신들의 역할을 찾으려는 경향을 나타냈고, 하 수준의 학생들을 도와주고 격려해 주는 모습을 관찰할 수 있었다.

### 3. 하 수준: A4, B4

<표 10> 하 수준 학생의 쓰기와 말하기 점수 변화

구분	학생	1회	2회	3회	4회	5회	6회	7회	8회	9회	10회
쓰기(점)	A4	2	2	1	1	0	2	3	2	3	2
	B4	2	1	1	2	2	2	3	2	1	2
말하기(점)	A4	1	2	1	1	2	2	1	2	2	2
	B4	1	1	1	1	1	1	2	1	1	2

하 수준의 학생들은 10회의 소집단 협동학습 활동 동안 큰 변화를 나타내지 않았다. 다만 하 수준에 속한 학생들의 개인적인 성향이나 태도, 그리고 소집단 내에서 형성하고 있는 관계에 따라 하 수준의 학생들도 유의미한 수학적 활동을 할 수 있다는 사실을 확인할 수 있었다.

하 수준의 학생들은 처음 개방형 문제를 접했을 때에는 문제를 잘 이해하지 못하거나 문제해결 자체를 어려워하는 모습을 많이 나타냈다. 그러나 소집단 협동학습이 진행되면서 다양한 해결 방법과 다양한 답이 존재하는 개방형 문제에 익숙해졌으며, 소집단 내에서 활발하게 논의를 전개하지는 않아도 자기 나름대로 무언가 생각을 하고 활동을 하려는 태도를 보였다.

A4의 경우에는 소집단 협동학습 활동이 진행될수록 소집단 활동에 능동적으로 참여하는 태도가 향상되는 모습을 보였고, 처음에는 주로 모르는 부분에 대한 질문을 하였지만 점차 자신의 생각을 소집단 내에서 이야기하는 모습도 관찰할 수 있었다([장면 6] 참고).

## [장면 6] 10회 활동 중에서

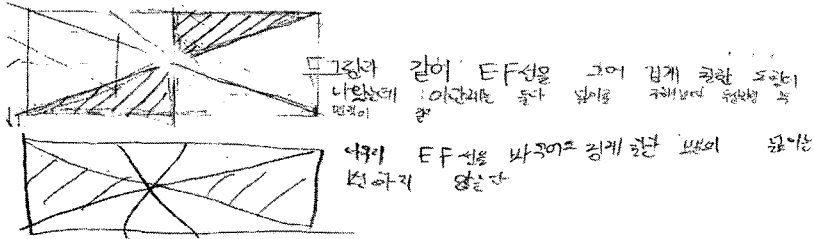
A4: ... 이런 것도 될까?

A2: 일단 한번 말해봐.

A4: 제일 왼쪽 줄은 0씩 늘어나고, 그 다음 왼쪽 줄은 1씩 늘어나고, 그 다음 왼쪽 줄은 2, 3, 4, 5, 6, 7, ... 이런 식으로 늘어나.

A2: 창의적인데~! 그것도 좋은 의견인 것 같아.

A4의 이러한 변화는 A4 자체의 성향이 활발하고 긍정적인 데에도 기인하겠지만, 소집단 A의 구성원들이 A4를 그들의 구성원으로 생각하고 공동체라는 인식 속에 함께 문제를 해결하고자 하는 노력을 끊임없이 했기 때문이라고 판단된다. 소집단 A의 구성원들은 소집단 협동학습 동안 A4에게 활동 내용을 설명해 주고, A4의 이해를 점검하기 위하여 동일한 내용이나 유사한 방법을 A4 스스로 소집단 내에서 설명해 보도록 하는 기회를 지속적으로 제공하였다.



[그림 6] A4의 9회 활동지

B4의 경우, 소집단 협동학습 초반에는 별다른 참여를 하지 않았다. 소집단 협동학습이 중반을 지나면서 B4도 점차 나아지는 모습을 보이기는 하였다. 그러나 A4와 같이 먼저 적극적으로 참여하는 태도는 7회와 10회에서만 관찰할 수 있었고, 전반적으로 소극적인 태도로 일관하였다.

B4의 이러한 태도는 B4 자체의 성향에 기인하기 보다는 소집단 내에서 B4가 형성하고 있는 구성원과의 관계나 다른 구성원들이 B4를 대하는 태도에 기인한 것으로 보는 것이 더 바람직하다. 왜냐하면 평소 B4는 학급 활동에 적극적인 학생이었으며, 타 교과 시간에 사회자의 역할을 맡아 소집단의 활동을 이끌어 갈 정도로 적극적인 성향을 띠고 있는 학생이기 때문이다. 소집단 B의 구성원들 역시 소집단 A의 구성원들과 마찬가지로 B4에게 소집단 내에서 진행되고 있는 내용이라든가, 풀이 과정을 설명해 주는 모습을 보였다. 그러나 소집단 A의 구성원들은 A4에게 전체적인 설명을 요구한 반면, 소집단 B의 구성원들은 B4에게 설명을 요구하지는 않았다. 이로부터 학생 자신이 이해한 내용을 다른 사람들에게 다시 설명해 보는 것이, 학생들의 이해를 확실히 하고 수학 활동에 대한 적극성을 기르는 데에 긍정적인 영향을 미친다는 사실을 확인할 수 있었다.

한편, 본 연구에서는 교사가 소집단 활동에 최소한으로 개입하였음을 고려할 때, 하 수준 학생들의 수학적 의사소통 능력을 신장시키기 위해서는 교사의 보다 적극적인 역할이 필요함을 알 수 있다. 교사는 일상적인 수업 상황에서 하 수준 학생들의 수학적 의사소통을 촉진하기 위해서 하 수준의 학생들이 자신의 수학적 사고와 아이디어를 적극적으로 설명할 수 있도록 기회를 제공하는 것이 필요하다. 또한 하 수준 학생의 수학적 사고와 수학



적 의사소통이 미흡한 수준이라고 하더라도 이를 교사와 동료 학생들이 인정하고 격려해주는 수업 분위기와 수업 문화를 형성하는 것이 바람직하다.

## IV. 결론 및 제언

### 1. 결론

본 연구는 학생들의 수학적 능력의 한 측면인 수학적 의사소통 능력에 관심을 갖고 시작하게 되었다. 어떤 수학적 능력을 가진 학생이라도 자신의 수학적 능력을 발휘할 수 있는 의사소통의 기회를 제공받을 수 있도록 하기 위하여 교육 현장의 문제유형과 학습 형태에 변화를 주었다. 먼저, 수학에 흥미를 갖고 능력에 따라 적절한 정답을 산출할 수 있다는 자신감을 갖게 해 주는 개방형 문제를 도입하였고, 둘째로, 학생 스스로 참여하고 문제를 해결할 수 있는 기회가 보다 많이 제공될 수 있는 소집단 협동학습이라는 학습형태를 도입하였다.

본 연구에서는 개방형 문제를 활용한 소집단 협동학습에서 학생들의 학습 수준에 따른 의사소통의 특징을 조사하였다. 개방형 문제를 활용한 소집단 협동학습에서 학생들이 긍정적인 수학적 태도를 형성할 뿐만 아니라, 의미 있는 수학적 의사소통을 통한 수학적 능력의 신장도 꾀할 수 있다면 본 연구가 초등수학교육에 작지만 새로운 방향을 제시할 수 있을 것이라 기대한다. 본 연구의 결과를 요약하면 다음과 같다.

첫째, 학생들이 선호하는 개방형 문제의 유형은 수준에 따라 다르게 나타났다. 상 수준의 학생들은 수량사이의 함수 관계가 내재되어 있고, 자신이 이미 학습하거나 알고 있는 수학적 개념이나 원리를 귀납적으로 확인해 볼 수 있는 관계나 법칙을 찾아내는 문제를 선호하였다. 중 수준의 학생들은 자기 나름대로 만들거나 그리면서 활동을 할 수 있는 구성 활동적 문제를 더 선호하였다. 그리고 하 수준의 학생들은 분류 문제 중에서 개방의 정도가 낮고 교과서의 활동과 유사한 형태를 띠고 있는 문제를 선호하였다.

둘째, 개방형 문제를 활용한 소집단 협동학습에서 학습효과는 중-상 수준(중 수준의 학생들을 다시 두 부분으로 나누었을 때, 상위에 속하는 학생들의 모임)의 학생들이 더 큰 것으로 나타났다. 모든 수준의 학생들이 소집단 협동학습 활동을 진행하는 동안 긍정적으로 태도 및 수학적 능력이 변화하는 모습을 보여주었지만 상 수준 학생의 경우, 팀 내에서 도움을 주는 경우가 많았고 타인으로부터 영향을 크게 받지 않는 것으로 나타났다. 그리고 중-하 수준과 하 수준의 학생들도 자신의 개인적인 성향이 쉽게 바뀌지 않아 쓰거나 말하기에서 괄목할 만한 변화가 드러나지는 않았다. 반면 중-상 수준 학생들의 경우, 발화의 빈도와 양 뿐만 아니라 질에 있어서도 성장하는 모습을 나타냈다. 중-상 수준의 학생들은 간단한 단어와 직관에 의존한 말하기에서 논리적이고 구체적인 근거를 바탕으로 한 말하기로 점차 변화하였고, 소집단 내에서 상대방을 배려하여 이야기하는 모습도 눈에 띄게 변화되었다.

셋째, 상 수준의 학생들은 쓰기 부분에서 유사한 형태를 나타내었다. 말하기의 경우 상 수준의 학생이라 할지라도 개인의 성향이나 성격에 따라 차이를 드러내었다. 그러나 활동지를 작성할 때에는 A1과 B1 모두 풀이와 정답을 정확하게 적으려는 모습과 구체적인 설명을 곁들이려는 모습을 관찰할 수 있었다. 그리고 문제를 해결할 때, 다양한 문제해결 방법을 동원하였지만 최종적으로는 가능하다면 수식으로 표현해 정리하려는 경향을 나타내

었다.

넷째, 하 수준 학생도 유의미한 수학 활동을 전개할 수 있다는 가능성을 확인할 수 있었다. 일반적인 수학 수업 상황에서 하 수준의 학생들은 그들 나름의 수학적 능력을 인정받지 못하거나 스스로 좌절하고 마는 경험을 많이 하게 된다. 그러나 개방형 문제를 활용한 소집단 협동학습 상황에서는 문제의 개방성으로 인하여 좀 더 적극적으로 참여하고자 하는 의지가 생겨나게 되고, 이와 함께 소집단의 구성원들이 하 수준의 학생에게 자신이 이해한 내용을 소집단 내에서 설명해 보게끔 하는 기회를 지속적으로 요구하고 제공함으로써, 하 수준 학생의 태도뿐만 아니라 수학적 능력 자체 즉, 수학적 의사소통의 측면에 있어서 변화하는 모습을 관찰할 수 있었다. 따라서 일상적인 수업 상황에서도 하 수준 학생들의 수학적 의사소통을 촉진하기 위해서 하 수준의 학생들이 자신의 수학적 사고와 아이디어를 적극적으로 설명할 수 있도록 기회를 제공하는 것이 필요하다. 또한 하 수준 학생의 수학적 사고와 수학적 의사소통이 미흡한 수준이라고 하더라도 이를 교사와 동료 학생들이 인정하고 격려해 주는 수업 분위기와 수업 문화를 형성하는 것이 바람직하다.

다섯째, 개방형 문제를 활용한 소집단 협동학습 상황에서 학생들의 의사소통 형태가 시간이 지날수록 보다 구체화되고 정련되는 모습을 관찰할 수 있었다. 또한 소집단 협동학습 활동이 진행될수록 소집단 협동학습의 의미를 인식하고, 구성원들과 함께 문제를 해결하려는 학생들의 태도가 향상되었으며, 개방형 문제 자체에 대한 인식도 긍정적인 방향으로 변화하게 되었다. 이로부터 개방형 문제가 학생들에게 수학에 대한 긍정적인 태도를 갖게 하고, 수학 학습에 대한 흥미와 자신감을 키워 적극적으로 참여할 수 있는 분위기를 조성해 줄 수 있다는 것을 확인하였다. 그리고 개방형 문제는 수학적 의사소통을 촉진하여 수학에 대한 보다 깊이 있는 이해를 추구할 수 있다는 점도 확인하였다.

## 2. 제언

본 연구의 결과로부터 다음과 같은 제언을 하고자 한다.

첫째, 수학적 의사소통 능력을 신장시키기 위하여 학생들에게 투입할 수 있는 개방형 문제를 엄선하고, 투입 시기 및 문제 유형과 관련된 체계적인 프로그램 구성에 대한 연구가 필요하다. 또한 학생들의 학습 수준에 따른 수학적 의사소통 능력 신장을 위한 문항 개발과 관련된 연구가 필요하다. 본 연구의 결과에 따르면 상 수준의 학생들은 수량사이의 함수 관계를 따져보거나 귀납적인 사고를 자극할 수 있는 관계나 법칙을 찾아내는 문제를 선호하였고, 중 수준의 학생들은 자기 나름대로 만들거나 그리면서 활동을 할 수 있는 구성 활동적 문제를 선호하였으며, 하 수준의 학생들은 분류하기 문제 중에서 개방의 정도가 낮고 교과서의 활동과 유사한 형태를 띠고 있는 문제를 선호하였다. 그리고 선호도가 높은 문제 유형에서 대부분의 학생들이 전반적으로 우수한 수학적 의사소통을 나타냈다. 따라서 학생들의 선호도와 학습능력을 고려한 문항을 개발하고 그것을 실제 수학 수업에 투입하여 학생들의 수학적 의사소통을 분석하고 수학적 의사소통 능력의 신장 정도를 알아보는 연구가 필요하다.

둘째, 수학 학습 능력의 변화와 향상이라는 것은 단기간에 이루어지는 것이 아니다. 본 연구에서도 학생들이 변화하는 단편적인 양상에 대하여는 관찰할 수 있었지만 일반적인 변화 양상이라고 하기에는 여러 가지 제한점이 내재되어 있다. 따라서 보다 장기간에 걸친 다양한 사례 연구가 필요하다.

셋째, 개방형 문제를 활용한 소집단 협동학습에서 일반적인 수업보다 활발한 수학적 의

사소통이 일어난다는 것을 확인할 수 있었다. 따라서 수학적 의사소통이 활발하게 일어나는 요인에 대해서 분석하고, 이러한 활동을 성공적으로 이끌기 위하여 교사가 유의해야 할 점에 대한 실험 연구가 필요하다.

넷째, 본 연구는 초등학교 6학년 학생 8명만을 대상으로 진행한 것이기 때문에 학생들의 수학적 의사소통의 특징 중에서 일부만을 관찰할 수 있었다. 따라서 다양한 학년의 학생들을 관찰하여 일반적으로 나타나는 수학적 의사소통에 대한 경향성을 분석하는 연구가 필요하다.

## 참 고 문 헌

- 교육인적자원부 (1998). 초등학교 교육과정 해설(IV). 서울: 대한교과서.
- 교육인적자원부 (2006). 제7차 개정 수학과 교육과정. 교육인적자원부.
- 김상룡 (1998). 수학적 의사소통과 수학일기 쓰기를 적용한 수학수업 평가에 관한 연구. 대구교육대학교 논문집 제33집. pp. 155~174.
- 박화영 (2006). 개방형 과제를 활용한 수학 영재아 수업 사례 분석. 청주교육대학교 석사학위 논문.
- 변은진 (2001). 개방형 문제를 활용한 평가가 수학적 창의력에 미치는 효과. 한국교원대학교 석사학위 논문.
- 이종희 (2001). 수학적 의사소통 능력의 평가 기준 개발. 대학수학교육학회지. 11(3).
- 이종희, 김선희 (2003). 수학적 의사소통. 서울: 교우사.
- 우정호 외 6명 (2006). 수학교육학 연구방법론. 서울: 경문사.
- 조완영, 권성룡 (1999). 수학적 의사소통 지도. 한국수학교육 학회시리즈 E. 제8권.
- 정은미 (2004). 수학과 개방형 문제의 개발 방안과 평가에 관한 연구. 경인교육대학교 석사학위논문.
- Becker, J. P. & Shimada, S. (1997). *The open-ended approach: A new proposal for teaching mathematics*. VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc. 구광조, 전평국, 박성선, 문성길 공역 (2006). 수학 지도를 위한 새로운 제안 개방형 교수법. 경문사.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc. 류희찬, 조완영, 이경화, 나귀수, 김남균, 방정숙 공역 (2007). 학교수학을 위한 원리와 기준. 경문사.

---

<Abstract>

## A Study on the Mathematical Communication Focused on the Students' Level of Mathematical Understanding

Kim, Yeon Ju<sup>6)</sup>; & Na, Gwi Soo<sup>7)</sup>

Mathematical Communication ability can be more developed through sharing thoughts with others. Therefore when we instruct students in math, it is very important for teachers to provide them with opportunity to communicate mathematically. So this study provided open-ended problems in small-group collaborative learning. And we analyzed students' mathematical communication focused on the student's level of understanding. Furthermore, to improve students' mathematical communication ability, this study tries to attract the factors that we should consider the exact date for inserting the open-ended problems into a course of math and the student's level of understanding for selecting suitable open-ended problems.

Keywords: elementary mathematics, mathematical communication, open-ended problem, level of mathematics understanding

논문접수: 2009. 10. 12

논문심사: 2009. 10. 26

게재확정: 2009. 11. 5

---

6) brand-yj@hanmail.net

7) gsna21@cje.ac.kr