

# NURBS를 이용한 4절 링크의 자동 경로 생성

황득현\*, 양현익<sup>+</sup>

(논문접수일 2009. 03. 05, 심사완료일 2009. 09. 28)

## Synthesis of Automatically Path-Generating Four-Bar Linkage Using NURBS

Deuk-Hyun, Hwang\*, Hyun-Ik, Yang<sup>+</sup>

### Abstract

Up to now, it has been said that no satisfactory computer solution has been found for synthesizing four-bar linkage based on the prescribed coupler link curve. In our study, an algorithm has been developed to improve the design synthesis of four bar linkage based on the 5 precision points method. The suggested algorithm generates the desired coupler curve by using NURBS, and then the generated curve approximates as closely as possible to the desired curve representing coupler link trajectory. Also, when comparing each generated curve by constructing the control polygon, rapid comparison is easily achieved by applying convex hull of the control polygon. Finally, an optimization process using ADS is incorporated into the algorithm based on the 5 precision point method to reduce the total optimization process time. As for examples, two four bar linkages were tested and the result well demonstrated the effectiveness of the algorithm.

**Key Words** : Four-bar linkage(4절기구), 5 precision point method(5정밀법), NURBS(Non-Uniform Rational B-Spline) Optimization algorithm(최적화 알고리즘)

## 1. 서론

지난 수십 년 간 메커니즘 설계를 자동화하기 위한 많은 연구들이 수행된 결과로 무수한 알고리즘들이 개발되었다. 초기 연구는 주로 Freudenstein과 Sandor<sup>(1)</sup>에 근거를 두고 수행되었고 후후 Sandor와 Erdman<sup>(2)</sup>은 이를 통해 개발된

알고리즘들을 표준화 시켰다.

Morgan과 Wampler<sup>(3)</sup>는 상대적으로 미리 정해진 고정 피벗(Pivot)을 가진 4절 링크를 이용하여 5 정밀법에 의한 링크합성을 하였고 6절 링크 장치에 5 정밀법을 적용하여 링크합성을 의한 4절 링크 합성에 대한 일반적인 해를 얻기 위하여 해석 방정식을 축소하고 수치 연속법(Numerical Analysis

\* 한양대학교 기계설계·메카트로닉스공학과 (beachie@naver.com)

주소: 133-791 서울시 성동구 행당동 17

+ 한양대학교 기계정보경영공학부

of the Continuous method)의 조합을 사용하였다.

메카니즘 합성(Analysis Of the Continuous method)은 지정된 위치의 조합을 사용하였다.

메카니즘 합성은 지정된 위치에서 링크가 그 점을 통과하지만 그 사이의 구간에서는 링크의 운동을 알 수가 없다는 어려움의 존재한다. 이를 보완하기 위해서 정밀점법이나 커플러 링크의 특정한 궤적 및 자세를 고려함으로써 전체의 링크를 합성하는 방법(Rigid body guidance method)등의 우수한 알고리즘들이 개발되어 왔다. 이는 단지 몇 개의 궤적을 지정하여 링크가 그리는 정확한 곡선을 추적하기 보다는 목적 곡선과 생성 곡선의 형상을 가능한 전체적으로 비교하여 목적곡선에 유사한 생성곡선을 취하는 것이 바람직한 방법이라고 판단됐기 때문이다.

Hrones와 Nelson<sup>(4)</sup>은 일정한 형태의 도형을 이용해서 목적 곡선과 가장 비슷한 곡선을 찾아 생성 곡선의 전체적인 모양을 만들어냈다. 그러나 최근 B-스플라인 다각형을 이용해 목적 곡선과 전체적인 모양이 가장 유사한 생성 곡선을 찾는 방법이 Unruh와 Krishnaswami<sup>(5)</sup>에 의해 제시 되었고 이에 따라 각 곡선을 비교하지 않고도 조정 다각형(Control Polygon)을 비교함으로써 비교 변수를 줄이는 것이 가능해졌다. 하지만 이 방법은 조정 다각형을 결정하는데 있어서 경험적인 요소가 포함되어 정형화하기 힘들고 조정 다각형의 비교에서도 많은 수의 곡선 값들이 자료화 되어 처리된다는 단점을 보였다. 이와 같은 단점들을 보완하여 Gonzalez<sup>(6)</sup>는 곡선의 합성을 이용하여 4절 링크를 합성했으며 김진수<sup>(7)</sup> 등은 Convex Hull을 이용한 조정다각형을 사용함으로써 4절 링크를 합성했다.

본 연구에서는 커플러가 그리는 곡선 상에 있는 10개 이상의 설계점들을 입력 받아 정밀하면서도 특이성을 피할 수 있는 근사화된 커플러 궤적을 갖는 4절 링크를 설계했다. 전술한 여러 가지의 문제점들을 보완하고자 각각의 목적점을 NURBS(Non-Uniform Rational B-Spline)[8]를 통해 보간하여 조정점을 생성시킴으로써 B-spline보다 더 정확히 궤적을 표현했다. 그리고 NURBS의 특징 중에 하나인 불균등 매듭값(knot vector)의 사용과 조정점 및 가중치의 변화를 통해 곡률이 심한 경우에서도 특이성을 갖지 않는 커플러의 형상을 설계했다. 최종적으로 최적화 수행 과정에서 비교되는 곡선 값들의 수를 줄이기 위해 조정다각형에 외접하는 사각형과 최소 볼록 집합(Convex Hull)을 도입하여 곡선간의 단순 비교를 피함으로써 계산량을 현저히 감소시켰다. 또한 최적화 과정에서 초기값 결정을 5 정밀법(5 Precision Point Method)<sup>(9,10)</sup>을 이용하여 해를 구하고 모든 계산 절차들이

자동적으로 수행될 수 있도록 하였다. 예제로서 4절 링크 기구를 선정하여 개발된 알고리즘을 적용하였고, 그 결과 기존에 비해 상당히 적은 수의 곡선 값들을 가지고 각 기구들을 성공적으로 합성하였으며, 정밀도 또한 상대적으로 우수하게 얻을 수 있었다.

## 2. 커플러 곡선의 생성 및 비교 해석

### 2.1 커플러 궤적의 곡선 처리

커플러 곡선의 일반적인 형태는 Fig. 1(b)에서 제시한 바와 같이 곡선의 일부분이 움푹 들어간 오목 궤곡선이다. 커플러 링크의 궤적을 표현하고자 주어진 절점들을 Fig. 1(a)에서와 같이 조정 다각형을 구성하고 Fig. 1(b)에서와 같이 NURBS를 이용하여 보간 함으로써 합성하고자 하는 4절 링크 기구의 커플러 링크가 그리는 궤적 곡선이 얻어진다.

기존 연구가 정밀점 위치법을 이용한 수치해석을 통해서 일부 기구의 9점 위치까지의 합성법<sup>(4)</sup>을 고안하였다. 본 연구에서는 기존보다 적은 수의 곡선값을 가지고 각 기구들을 성공적으로 합성하였으며 정밀도 또한 상대적으로 우수하게 얻을 수 있었다.

### 2.2 NURBS 곡선

다항곡면(Polynomial Surface)은 조정점에 가중치를 추가해 유리곡선(Characteristic Curve)으로 확장될 수 있는데 이와 같은 이론을 적용함으로써 B-Spline 곡선은 매듭벡터가 비균일한 유리 B-Spline 곡선으로 식 (1)에서와 같이 표현될 수 있다.

$$C(u) = \frac{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u)w_i P_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u)w_i} \quad (1)$$

여기서  $P_i$  : 조정점, 조정점의 수는 (n+1)

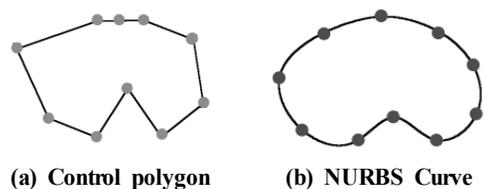


Fig. 1 Desired control polygon and its matching curve

$W_i$  : 각 조정점의 가중치(Weight)  
 $N_{i,p}(u)$  : 매개변수  $u$  방향으로의 기저함수

식 (1)은  $p$ 차(계수는  $p+1$ )의 NURBS 곡선을 나타내는 식이다.

$$R(u) = \frac{N_{i,p}(u)w_i}{\sum_{j=0}^n N_{j,p}(u)w_j} \quad (2)$$

식 (2)는 가중치를 고려한 함수  $R$ 로 표현한 식이다. 그러므로 NURBS 곡선은 식 (3)과 같이 가중치 함수  $R$ 과 조정점  $P$ 로 표현할 수 있다.

$$C(u) = \sum_{i=0}^n R_{i,p}(u)P_i \quad (3)$$

위의 식은 커플러 곡선의 궤적을 NURBS 곡선으로 변환하는데 있어서 조정점을 구하고 가중치를 고려한 일반식이다. 식 (3)에서 조정점은 보간법을 통해 구하고 가중치를 주어 NURBS 변위곡선을 만들 수 있다.

### 2.3 시스템 방정식

점 데이터들의 집합을  $\{Q_k\}$ ,  $k=0, \dots, n$  라 하고, 이러한 점들을 가지고  $p$ 차 NURBS 곡선을 보간한다면, 그 기준이 되는 방정식은 선형대수 방정식이 된다. 이것은 식 (4)와 같이 표현된다.

$$Q_k = \underline{C}(\bar{u}_k) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(\bar{u}_k)P_i \quad (4)$$

단,  $P_i$  :  $(n+1)$  조정점

$U = u_0, \dots, u_m$  : 매듭값

$\underline{C}(\bar{u}_k)$  :  $\bar{u}_k$  상 곡선상의 점

### 2.4 매개변수 $\bar{u}_k$ 의 결정

식 (5)는 매개변수  $\bar{u}_k$ 를 구하는 식이다.

$$\bar{u}_k = \frac{Q_k - Q_{k-1}}{d} + u_{k-1}, \quad k = 1, \dots, n-1 \quad (5)$$

여기서,  $d$  : 총 현의 길이

$Q_k$  : 매개변수  $\bar{u}_k$  상 곡선상의 점

### 2.5 매듭값의 결정

식 (5)를 통해 구해진 매개변수를 이용해 매듭값을 식 (6)에서와 같이 평균값을 사용하여 결정할 수 있다.

$$u_0 = \dots = u_p = 0, \quad u_{m-p} = \dots = u_m = 1$$

$$u_{j+p} = \frac{1}{p} \sum_{i=j}^{j+p-1} u_i, \quad j = 1, \dots, n-p \quad (6)$$

단,  $\bar{u}_j$  : 매듭값

$p$  : 곡선의 차수

$n$  : 점의 갯수

$m$  : 매듭값의 갯수

### 2.6 기저함수의 계산

상기한 바와 같이 조정점의 값이 결정되면 기저함수를 계산해야 되는데 그 방법은 식 (7)에 제시된 바와 같다.

$U = \{u_0, \dots, u_m\}$  : series of non-decrease real number

$u_i \leq u_{i+1}, i = 0, \dots, m-1$

$u_i$  : Knot  $U$  : knot vector

$p$ -th order basis function ( $N_{i,p}(u)$ )

$$N_{i,p}(u) = 1 \quad (u_i \leq u \leq u_{i+1})$$

$$= 0 \quad (\text{otherwise})$$

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u) \quad (7)$$

### 2.7 조정점의 계산

매듭값이 결정되면 이제 이를 통하여 조정점을 계산할 수 있다.

$\bar{u}_k$ 를 계산할 때 식 (4)의 모든 항의 값은 양수이고,  $|i-k| \geq p$  일 때  $N_{i,p}(\bar{u}_k) = 0$ 이므로 좌변의 첫 번째 항은  $p$ 보다 작은 반대역 폭을 가지는 행렬이 되어 식 (8)과 같이 표현된다.

단,  $n$  : 점의 갯수

$i$  = 노트 간격

$P_i$  : 조정점

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ N_{a,3}(\bar{u}_i) & N_{i,3}(\bar{u}_i) & N_{i,3}(\bar{u}_i) & N_{i,3}(\bar{u}_i) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ N_{b,3}(\bar{u}_i) & N_{i,3}(\bar{u}_i) & N_{i,3}(\bar{u}_i) & N_{i,3}(\bar{u}_i) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & N_{i,3}(\bar{u}_i) & N_{i,3}(\bar{u}_i) & N_{i,3}(\bar{u}_i) & N_{a,3}(\bar{u}_i) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ \dots \\ P_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_0 \\ Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ \dots \\ Q_{n-1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

가우스 소거법을 통해 좌변의 첫 번째 항의 역행렬을 구해 조정점의 값을 구할 수 있다.

**2.8 조정점의 이동**

매개변수  $\bar{u}$ 와  $\bar{v}$ 에 대해 정의되는 조정점  $P_k$ 를  $\bar{P}_k$ 로 이동시켰을 때, 두개의 조정점 사이의 변위벡터  $V$ 와 거리  $d$ , 기본함수  $R_{k,l}(\bar{u}, \bar{v})$ 로 정의되는 새로운 조정점은 식 (9)와 같다.

$$\alpha = \frac{d}{|V|R_{k,l}(\bar{u}, \bar{v})}$$

$$\bar{P}_{k,l} = P_{k,l} + \alpha V \quad (9)$$

이 때, 조정점의 이동에 의한 변형은 매개변수  $\bar{u} \in [u_k, u_{k+p+1}]$ 내에서 국부적으로 이루어진다.

**2.9 NURBS를 이용한 Weight의 변화**

Fig. 2에서 보듯  $W_i$ 의 변화는  $\{u_i, u_{i+1}\}$  사이에서만 NURBS에 영향을 미친다.  $W_i$ 의 값을 조정함으로써 국부적으로 커플러의 변위 궤적을 제어할 수 있다.

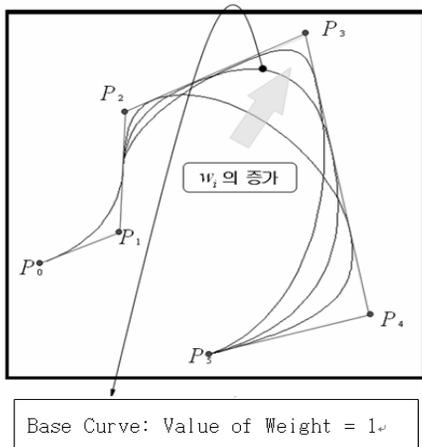


Fig. 2 Principle of weight

**2.10 조정 다각형**

조정점들을 직선으로 연결하면 다각형이 형성되는데 이 때 생기는 다각형을 조정 다각형이라 한다. 전술한 바와 같이 본 연구에서 생성되는 조정 다각형은 10각형이므로 조정 다각형을 직접 비교하는 것은 고려한 설계변수들이 비교적 많다는 것을 의미한다. 따라서 조정 다각형에 외접하는 사각형을 구하여 설계변수가 상대적으로 적은 외접 사각형을 비교함으로써 계산량을 훨씬 줄일 수 있게 된다. 이러한 조정 다각형에 외접하는 사각형을 구하기 위해서는, 우선 조정 다각형의 10개의 꼭지점 중 x방향으로의 최대값과 최소값을 갖는 두 개의 점을 찾고, 같은 방법으로 y방향으로의 최대값과 최소값을 갖는 두 개의 점을 찾으면 된다. 이 4개의 점을 결정하기 위해서 정렬(sort)알고리즘이 사용된다. 상기한 방법으로 구해진 외접 사각형을 Fig. 3에서 표현하였다.

구해진 외접 사각형을 비교하는 방법으로 대각선의 중점을 비교하는 방법이 쓰였다. 외접 사각형의 대각선의 중점 C는 Fig. 3의 점 1과 점 3을 잇는 대각선으로부터 구해진다. Fig. 4의 중점 C는 사각형의 4개의 꼭지점의 정보를 모두 포

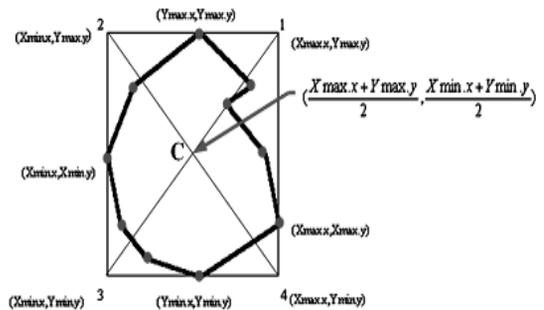


Fig. 3 Vertices coordinates of the rectangle

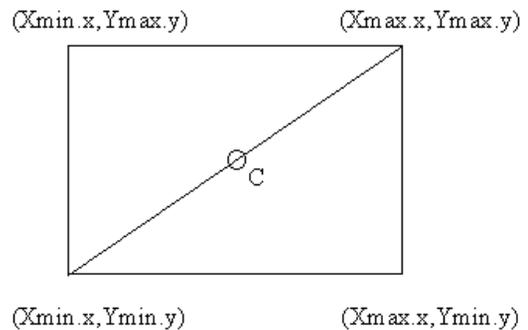


Fig. 4 Center point of diagonal line

함하고 있으므로 중점을 비교하는 것은 사각형의 4개의 꼭지점을 모두 비교하는 것과 같은 결과를 얻는다. 이러한 방법을 통해 구해진 중점 C는 목적 곡선을 표현하는 조정 다각형(목적 조정 다각형)과 생성 곡선에 의해 생성되는 조정 다각형(생성 조정 다각형)을 비교하는 하나의 척도가 된다.

목적 조정 다각형에 외접하는 사각형의 대각선의 중점(C<sub>d</sub>)와 생성 조정 다각형에 외접하는 사각형의 대각선의 중점(C<sub>g</sub>)사이의 거리를 비교하여 오차 범위 내의 모든 생성 조정 다각형을 선택한다(Fig. 5). 그러나 C<sub>d</sub>와 C<sub>g</sub>사이의 거리만을 비교의 척도로 삼으면 최적의 곡선을 얻을 수 없다. 왜냐하면, 조정 다각형의 크기나 위치가 비슷할 지라도 조정 다각형의 각 꼭지점의 배치상황에 따라 곡선의 모양의 변화 정도가 심하게 나타나는데 이는 대각선의 중점이 조정 다각형의 각 꼭지점들의 배치상황을 전부 표현할 수 없기 때문이다. 따라서 더 정확한 비교를 위해 조정다각형의 면적을 비교하는 알고리즘을 추가하였다.

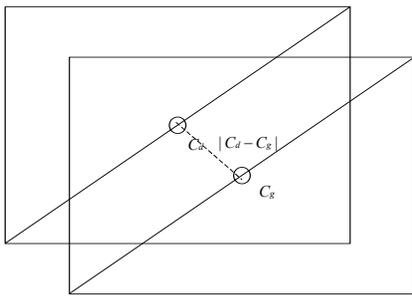


Fig. 5 Comparison of C<sub>d</sub> and C<sub>g</sub>

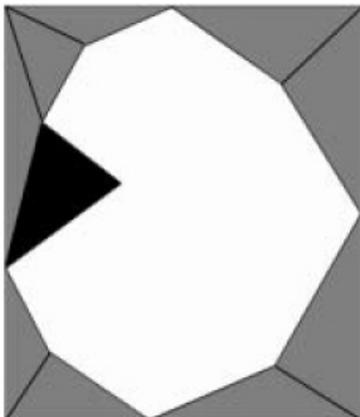


Fig. 6 Construction and calculation of the area of control polygon

오목점을 포함하는 삼각형의 면적(가는 점선으로 구분된 삼각형)을 빼면 구할 수 있다. 여기서 조정 다각형에 외접하는 사각형과 최소 볼록 집합 및 조정 다각형의 면적은 각각 목적 곡선에 가장 잘 부합하는 생성 곡선을 찾기 위한 비교의 기준으로서 최적화 기법의 구속조건의 역할을 하게 된다.

조정 다각형을 구하기 위해서는 Fig. 6에서 나타난 것처럼 사각형의 면적에서 외접사각형과 접하는 삼각형의 면적(중간색)을 빼서 Convex Hull의 면적을 구한 다음 오목점을 포함하는 삼각형 면적(진한색)을 빼면 구할 수 있다.

### 2.11 5 정밀법

생성 곡선은 알고리즘 수행 과정에서 고려되는 4절 기구의 커플러 곡선이므로 생성 곡선을 찾기 위해서는 우선 링크의 길이를 초기화할 필요가 있는데, 이를 위해 위치 지정 방법을 도입했다. 5 정밀법은 임의로 정해야 하는 스칼라 값이 없기 때문에 자동 설계에 가장 잘 부합되는 방법이라고 할 수 있다.

Table 1은 각각의 위치 지정 방법에 따른 미지수의 개수와 방정식의 수, 해의 개수, 그리고 임의로 정해야 하는 스칼라 값의 수 등을 나타내고 있다.

규정된 궤적을 따르는 벡터변위는  $W e^{i\beta_j}$ ,  $Z e^{i\alpha_j}$ ,  $Z$ ,  $W$  벡터를 시계방향으로 더함으로써 페루프 방정식을 구할 수 있다.

## 3. 최적화 기법

### 3.1 목적함수와 구속조건

최적화 기법을 적용하기 위해 먼저 해야 할 일은 목적함수와 구속조건을 찾는 것이다. 위의 Table 2에 나타난 바와 같

Table 1 Maximum number of solutions for the unknown dyad  $W, Z$  when  $\alpha_j, \delta_j$  are prescribed in the equation

$$W(e^{i\beta_j} - 1) + Z(e^{i\alpha_j} - 1) = \delta_j$$

규정된 위치의 수 j = 2,3,...,n	방정식의 수	임의의 스칼라 값의 수	자유 선택의 수 (스칼라)	해의 개수
2	2	5( $W, Z, \beta_2$ )	3	$O(\infty^3)$
3	4	6( $\uparrow + \beta_3$ )	2	$O(\infty^2)$
4	6	7( $\uparrow + \beta_4$ )	1	$O(\infty)$
5	8	8( $\uparrow + \beta_5$ )	0	finite

**Table 2 Cost function and constraints of the optimal design**

Objective Function:  $\min[\max(|DPoint[i] - GPoint[i]|)]$   
 Constraints:  $|C_d - C_{g\text{right}}| < error_{center}$   
 $|RectArea_d - RectArea_g| < error_{rect}$   
 $|PolArea_d - PolArea_g| < error_{pol}$

where

- $DPoint[i]$ : control points of desired curve
- $GPoint[i]$ : control points of generated curve
- $C_d$ : center of desired diagonal line
- $C_g$ : center of generated diagonal line
- $RectArea_d$ : area of desired rectangle
- $RectArea_g$ : area of generated rectangle
- $PolArea_d$ : area of desired control polygon
- $PolArea_g$ : area of generated control polygon
- $error_{center}$ : error boundary of center points
- $error_{rect}$ : error boundary of rectangle
- $error_{pol}$ : error boundary of control polygon

이 본 알고리즘에서의 목적함수는 생성 곡선의 10개의 점과 목적 곡선의 10개의 점의 거리를 비교하여 거리의 차이가 가장 큰 점을 선택하여 그 거리를 최소화하는 것이다. 그리고 조정 다각형에 외접하는 사각형의 대각선의 중점 사이의 거리와 사각형의 면적의 차이, 조정 다각형의 면적의 차이가 일정한 오차 범위 내에 포함되어야 한다는 것이 구속조건이다.

**3.2 연속 선형계획법**

많은 공학적 해석과 설계에서 설계변수가 비선형인 경우가 대다수이다. 그러나 대부분 선형화가 가능하고, 따라서 선형 프로그래밍 기법으로 해석이 가능하다. 이러한 기법들 중, 비선형인 설계변수들을 테일러급수를 사용해서 선형화하는 방법이 연속 선형계획법이다. Table 3은 연속 선형 계획법에서의 목적 함수와 구속 조건들을 나타내고 있다. 본 알고리즘

**Table 3 Objective function and constraints in a sequential linear programming**

Minimize  $F(\vec{x}) \approx F(x^o) + \nabla F(x^o)\delta x$   
 Subject to  $g_j(\vec{x}) \approx g_j(x^o) + \nabla g_j(x^o)\delta x$   
 $h_k(\vec{x}) \approx h_k(x^o) + \nabla h_k(x^o)\delta x$   
 $\vec{x}_i^l \leq \vec{x}_i + \delta x_i \leq \vec{x}_i^h$

여기서,  $\delta x = x - x^o$

위첨자 o는 테일러 급수가 수행되는 기준점이다.

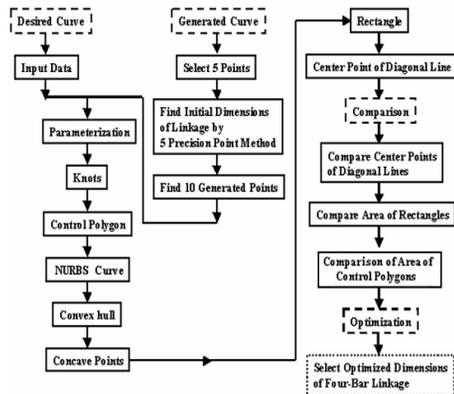
에서는 최적값이 설계공간에 놓여 있는, 구속 조건의 문제에서 수렴속도가 빠른 이유로 연속 선형계획법을 사용했다.

**4. 알고리즘의 순서도**

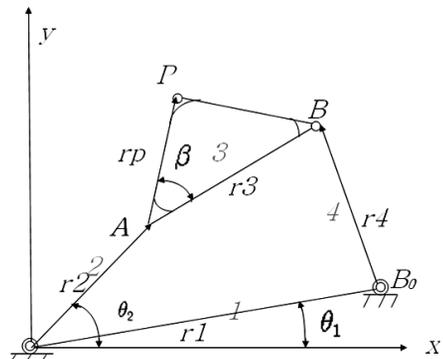
본 연구를 통해서 개발된 전체적인 알고리즘을 Fig. 7과 같이 순서도 형식으로 나타내었다. 본 논문은 최적화 알고리즘으로써 기존 최적화에 적용되어 있는 ADS를 사용하였다. 목적함수의 정보를 선언시 ADS가 선언한 정보의 오류를 검색 후 다시 ADS를 호출하여 최적화 기법을 수행한다.

**5. 예 제**

본 알고리즘을 통해 개발된 프로그램의 실효성을 검토하고자 4절 링크기구를 최적화 과정을 거쳐서 합성하여 보았다. Fig. 8은 설계하고자하는 일반적인 4절 링크를 제시한



**Fig. 7 Flowchart of the algorithm**



**Fig. 8 Four bar linkage of the first example**

것이다. Fig. 9, Fig. 15은 생성점과 설계점들을 나타낸 것이며 Fig. 10, Fig. 16은 이렇게 생성된 목적점들을 직선으로 연결하여 조정 다각형을 생성한 그림이다.

Fig. 11, Fig. 17은 이를 NURBS를 이용해서 보간한 커플러 곡선을 나타낸 것이며, Fig. 12, Fig. 18은 이를 통해 조정 점을 얻고 이에 따라 조정 다각형을 구한 뒤 외접사각형의 넓이와 중심과 Convex Hull 성질을 이용하여 조정다각형의 넓이를 구한 그림이다. Fig. 13, Fig. 19는 이를 통해 얻은 커플러 곡선의 궤적을 나타낸다. 커플러 곡선과 목적점들의 궤적이 상당히 유사한 모양을 가진다는 것을 알 수 있다. 최종적으로 최적화 과정에서 해가 지역 최소값에 수렴하는 것을 방지하기 위해 초기값은 5 정밀법을 사용하여 최적화 과정에서 걸리는 시간을 단축하였다. 이에 따라 Fig. 14, Fig. 20은 최종적으로 합성된 4절 링크이다.

### 5.1 예제 1

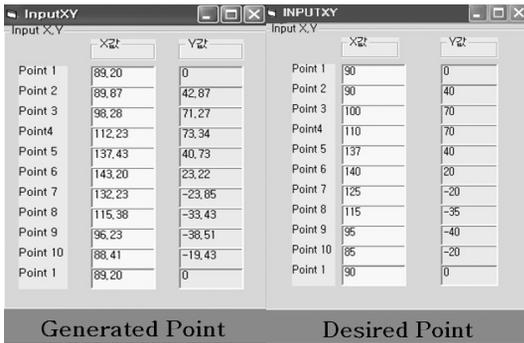


Fig. 9 Generated points and desired points of the first example

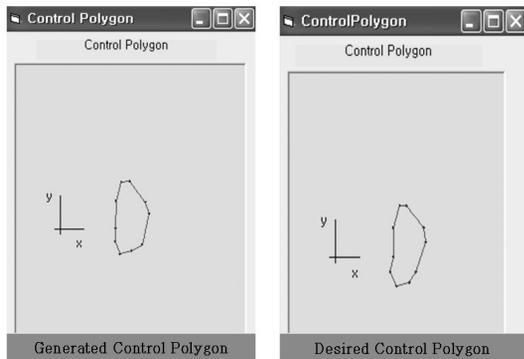


Fig. 10 Generated control polygon and desired control polygon of the first example

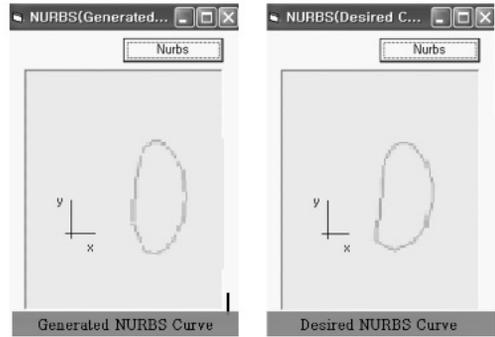


Fig. 11 Generated NURBS curve and desired NURBS curve of the first example

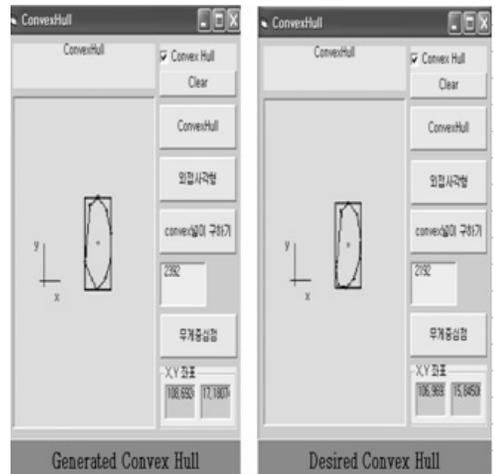


Fig. 12 Generated convex hull and desired convex hull of the first

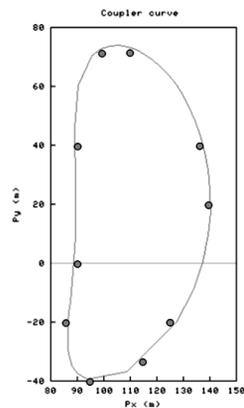


Fig. 13 Generated four bar linkage coupler curve

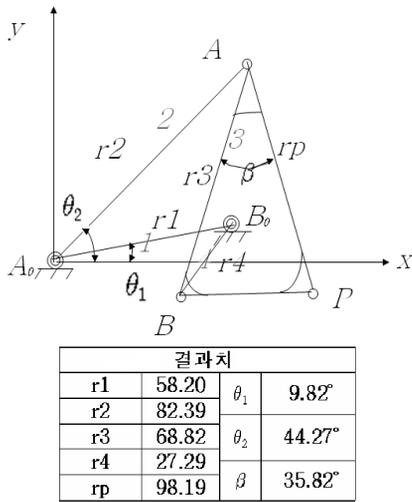


Fig. 14 Optimized four bar linkage

5.2 예제 2

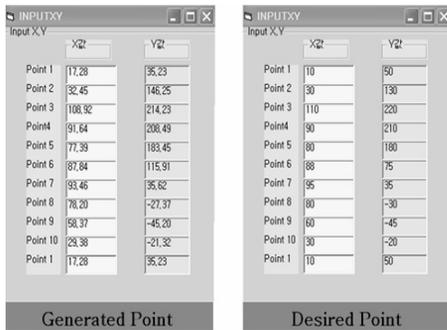


Fig. 15 Generated points and desired points of the second example

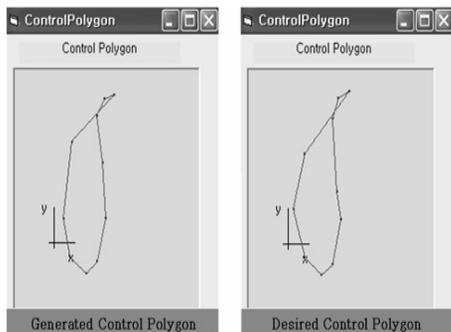


Fig. 16 Generated control polygon and desired control polygon of the second example

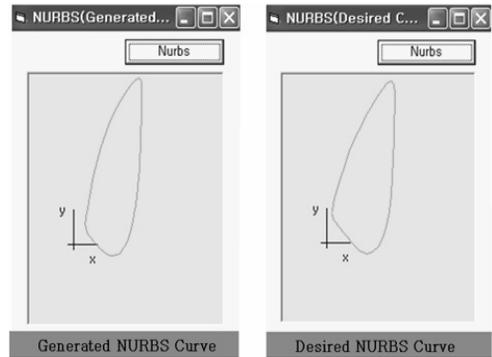


Fig. 17 Generated NURBS curve and desired NURBS curve of the second example

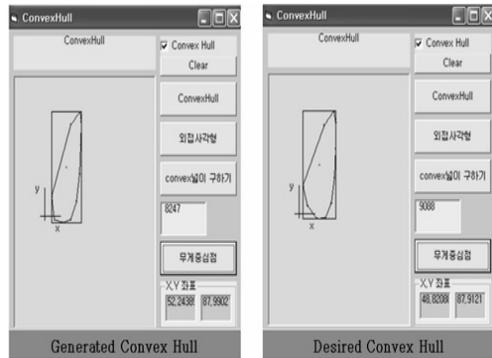


Fig. 18 Generated convex hull and desired convex hull of the second example

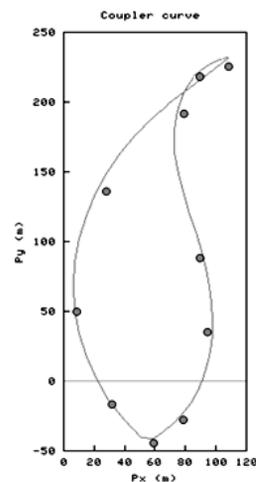


Fig. 19 Generated four bar linkage coupler curve

결과치			
r1	221.14	$\theta_1$	38.12
r2	115.21		
r3	192.12		
r4	162.12		
rp	124.30	$\beta$	332.19°

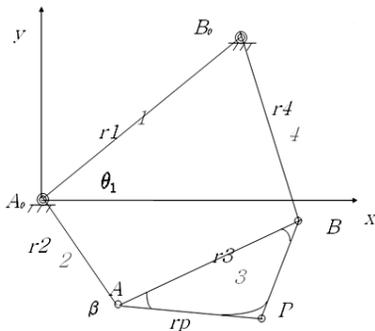


Fig. 20 Optimized four bar linkage

### 6. 결과 및 고찰

본 연구에서는 4절 링크를 설계 합성하는데 있어서 각 링크 길이의 최적 값을 구하고자 하였다. 커플러 링크가 그리드 곡선을 NURBS를 이용하여 이상적인 곡선으로 표현하고 이에 대한 조정 다각형을 근사시켰다. 기존의 B-spline 곡선에서는 곡선의 모양을 변화시키기 위해 각각의 조정점에서 x,y,z 세 좌표에서 세 개의 자유도가 허용하나, 또한 B-spline 방정식으로는 원, 타원, 포물선, 쌍곡선 등 원추 곡선을 근사하게 밖에 나타내지 못한다. 하지만 NURBS 곡선에서는 각각의 조정점에서 네 개의 자유도가 허용된다. 그래서 곡선을 보다 자유롭고 정확하게 표시할 수 있다.

최소 불록집합의 구성을 통해 외접사각형을 비교함으로써 가장 유사한 형상의 곡선을 생성하도록 하였다. 또한 각 링크 길이를 최적화 시 5 정밀점 법에 의거하여 초기값 설정을 단순화 시킬 수 있는 알고리즘을 개발하였다.

본 연구를 통해 개발된 알고리즘은 선택된 예제들을 통해 충분히 실용성을 보였다. 결과적으로 기존의 연구 결과들과 달리 필요 정보량의 상당한 감소로 인하여 알고리즘의 효율성을 확인하였다. 또한 더 정밀한 생성 곡선을 생성케 하여 요구되는 커플러 곡선에 최대한 근접하는 곡선 곡선을 갖도록 함으로써 상대적으로 우수한 4절 링크 기구를 설계할 수 있음을 보여 주었다.

향후 연구 과제로는 목적 곡선의 곡률이 급격한 경우 이에 따른 불안정한 조정 다각형이 생성 될 수 있으므로 곡률이 심한 곳에 조정점을 상대적으로 집중 배치 할 수 있도록 보

완하는 것이 필요하다.

### 참고 문헌

- (1) Freudenstein, F., and Sandor, G. N., 1959, "Synthesis of Path Generating Mechanisms by Means of a Programmed Digital Computer," *ASME Journal for Engineering in Industry*, 81, pp. 159~168.
- (2) Erdman, A. G., and Sandor, G. N., 1991, *Mechanism Design: Analysis and Synthesis. vol 1* 3rd ed., Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- (3) Morgan, A. P., and Wampler, C. W., 1990, "Solving a Planar Fourbar Design Problem Using Continuation," *Journal of Mechanical Design*, Vol. 112, pp. 544~550.
- (4) Hrones, J. A., and Nelson, G. L., 1951, "Analysis of the Four-Bar Linkage," *Journal of the Franklin Institute*, Vol. 252, Issue 3, pp. 271.
- (5) Unruh, V., and Krishnaswami, P., 1995, "A Computer-Aided Design Technique for Semi-Automated Infinite Point Coupler Curve Synthesis of Four-Bar Linkages," *Journal of Mechanical Design*, Vol. 117, pp. 143~150.
- (6) Francisco, T., Marin, F. T. S., and Gonzalez, A.P., 2004, "Open -path synthesis of linkages through geometrical adaptation," *Mechanism and Machine Theory*, Volumes 39, Issue 9, pp. 943~955.
- (7) Kim, J. S., 1999, "A Study on the Automatic Synthesis of Path-Generating Four-Bar Linkages by using B-Spline Interpolation," *KSMET*, Vol. 16.
- (8) Piegl, L. A., and Tiller, W., 1995, *THE NURBS Book, Monographs in Visual Communications*, Springer, New York, pp. 47~80, 117~140.
- (9) Freudenstein, F., and Homayoon S. M., 1986, "On a Computationally Efficient Microcomputer Kinematic Analysis of the Basic Linkage Mechanisms," *Invited Paper Journal of Mechanism and Machine Theory*, Vol. 21, Issue 6, pp. 467~472.
- (10) Sandor G. N., and Erdman A. G., *Advanced Mechanism Design; Analysis and Synthesis*, Prentice-Hall, Vol.2 Mechanism and Machine Theory, Volume 20, Issue 1, 1985, pp. 81.