

맞대기 V-그루브 이음 초층 용접에서 최적의 용접조건 선정

윤석철* · 김재웅**†

*영남대학교 대학원 기계공학과

**영남대학교 공과대학 기계공학부

Selection of Optimal Welding Condition in Root-pass Welding of V-groove Butt Joint

Seok-chul Yun* and Jae-Woong Kim*,†

*Dept. of Mechanical Engineering, Graduate School of Yeungnam University

**School of Mechanical Engineering, Yeungnam University

†Corresponding author : jaekim@yu.ac.kr

(Received December 22, 2008 ; Revised January 7, 2009 ; Accepted February 2, 2009)

Abstract

In case of manufacturing the high quality welds or pipeline, the full penetration weld has to be made along the weld joint. Thus the root pass welding is very important and has to be selected carefully. In this study, an experimental method for the selection of optimal welding condition was proposed in the root pass welding which was done along the V-grooved butt weld joint. This method uses the response surface analysis in which the width and height of back bead were chosen as the quality variables of the weld. The overall desirability function, which is the combined desirability function for the two quality variables, was used as the objective function for getting the optimal welding condition.

In the experiments, the target values of the back bead width and the height are 6mm and zero respectively for the V-grooved butt weld joint of 8mm thickness mild steel. The optimal welding conditions could predict the back bead profile (bead width and height) as 6.003mm and -0.003mm. From a series of welding test, it was revealed that a uniform and full penetration weld bead can be obtained by adopting the optimal welding condition which was determined according to the method proposed.

Key Words : Root-pass welding, GTA(gas tungsten arc) welding, Response surface methodology, Central composite design (CCD), Desirability function, Back bead, Optimal welding condition

1. 서 론

용접공정은 철강구조물의 생산에 있어서 가장 기본적이고 필수적인 조립공정중의 하나이다. 그러나 강한 아크열과 아크광, 연기, 소음 등으로 인한 열악한 작업환경 때문에 작업이 기피되고 있는 실정이다. 그럼에도 용접 접합부의 품질을 균일하게 유지하는 것이 요구되므로 이에 대한 개선방안을 모색하는 것이 필요하다.

용접공정의 자동화는 용접품질의 신뢰성 향상과 비용을 절감하는 상업적인 목적뿐만 아니라, 3D 업종의 하

나로 인식되고 있는 용접분야의 인력감소 문제에 대처하는 하나의 방편이라고 할 수 있다. 또한 아크용접 공정제어는 아크 용접을 시행하는데 필연적으로 수반되는 내적인 외란과 외부환경 조건의 변화로 발생하는 외란에도 대처 하여 용접품질을 향상시킬 수 있다는 점에서 중요하다.

GTAW(gas tungsten arc welding)는 비소모성 텅스텐 전극과 불활성 가스를 사용하는 아크용접법의 하나로 철구조물 조립 현장에서 자주 사용되고 있는 공정이다. 특히 알루미늄, 스테인리스강, 마그네슘, 티타늄과 같이 용접하기 어려운 금속재료 구조물의 제작에 많

이 사용되고 있다¹⁾.

초층(root-pass)용접이란 한 번 또는 그 이상의 패스(pass)로 형성된 용착금속의 최초층의 용접을 말한다. GTA용접은 아크가 안정되고 입열량의 제어가 용이하여 시공상 고도의 기능이 요구되는 고품질 초층용접에서 주로 적용되고 있다. 고도의 기능을 요구하지도 않으면서 용접속도를 높이기 위하여 이면재(back plate)를 이음내부에 두고 용접하는 경우도 있지만, 이렇게 용접한 판의 경우 내면에서의 원활한 유체유동이 저해되고, 루트 균열이 생기기 쉬운 결점이 있다. 이러한 결점을 없애기 위해 이면재 없이 불활성 가스로 이면을 보호하면서 GTA용접을 적용하면 매끈한 용접비드를 얻을 수 있게 된다. 이런 경우 용접접합부는 주로 표준 V형 맞대기 이음 형상으로 하고, 용접조건은 양호한 이면비드가 형성되도록 선정하여 적용한다. 고도로 숙련된 기능사는 적절한 루트 갭(root gap)을 두고 용가재를 공급하면서 용접하지만, 자동용접의 경우는 보다 안정적인 조건이 요구되기 때문에 루트 면(root face)을 밀착시키고 용가재 없이 용접하는 제살용접(autogenous welding)을 적용한다. 이런 고품질 초층용접은 화력발전용 스테인리스강 파이프, 원자로용 파이프 이음에 주로 적용된다²⁾.

용접부의 일차적인 품질은 용접비드 형상에 의해 결정된다. 이는 용접비드 형상이 용접부의 기계적 강도를 결정하는 가장 중요한 요소이기 때문이다^{3,4)}. 최근에는 통계적 실험계획, 선형 회귀 모델, 인공지능기법을 통해서 용접 비드형상에 미치는 용접공정 파라미터들의 영향에 관한 연구가 이루어져왔다^{5,6)}. 또한 다꾸치(Taguchi) 방법을 이용하여 박판 알루미늄 용접에서 용접속도, 용접전류, 와이어 공급속도와 아크길이에 따른 용접 비드형상을 예측하는 방법도 소개되었다⁷⁾.

본 연구에서는 압력용기용 용접구조물의 초층용접 자동화를 위한 시스템 구축에 있어서 고품질의 이면비드를 얻기 위한 GTA용접조건을 선정하고자 한다. 용접공정은 다중입력 대 다중출력 공정이므로 원하는 이면비드형상을 얻기 위해서는 용접변수를 조정해 가며, 수많은 실험을 실행해야 한다. 이러한 문제점을 해결하기 위해서 본 연구에서는 실험계획법에 의한 반응표면분석법⁸⁻¹⁰⁾을 사용하였고, 이 때 얻은 데이터들로부터 호감도 함수^{11,12)}를 적용하여 최적의 용접조건을 선정하였다.

2. 반응표면 분석법

반응표면 분석법(Response surface methodology)은 여러 개의 입력변수(설명변수) $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k$ 가 복합적인 작용을 함으로써 어떤 출력변수(반응변수) η 에

영향을 주고 있을 때, 이러한 반응의 변화가 이루는 반응표면에 대한 통계적인 분석방법이다.

반응표면 분석법은 입력변수 변화에 따른 출력변수 값의 변화, 입력변수에 대한 출력변수의 최적화, 적은 수의 실험으로 추정되는 반응표면을 얻는 과정을 통해 반응표면 분석을 실시한다.

본 연구에서 출력변수 η 를 최적화시키기 위한 반응표면은 회귀분석(regression analysis)방법에 의해 추정되었으므로 2차 회귀모델을 식(1)과 같이 설정하였다.

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \sum_{i=1}^k \hat{\beta}_i x_i + \sum_{i < j}^k \hat{\beta}_{ij} x_i x_j \quad (1)$$

여기서 \hat{y} 는 η 의 추정량이고, x_i 는 입력변수들의 코드 변수값(coded unit)이며 $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_i, \hat{\beta}_{ij}$ 는 최소자승법을 적용하여 구한다. 식 (1)은 실험을 통해 구하며, 반응표면 실험계획법 중의 하나인 중심합성계획법(central composite design, CCD)을 사용하였다.

3. 실험

3.1 토치 위빙에 따른 이면비드

GTA용접에서 토치의 위빙은 적절한 용융지(weld pool)의 형성에 큰 영향을 미친다. 특히 맞대기 이음의 초층을 제살 용접하는 경우에는 더욱 영향이 크다. 본 실험에서는 가장 안정된 용융지를 얻을 수 있는 토치의 위빙방법을 우선 선택하여 고정한 후 용접조건을 선정하였다. 위빙방법은 Fig. 1에 나타난 것과 같이 수동용접에서 가장 널리 사용하는 3 가지 위빙방법을 비교하였다. 여기서, 위빙 패턴(pattern) 1은 역삼각형 형태이며, 방법 2는 진행형 삼각형, 방법 3은 단순 지그재그 형태이다.

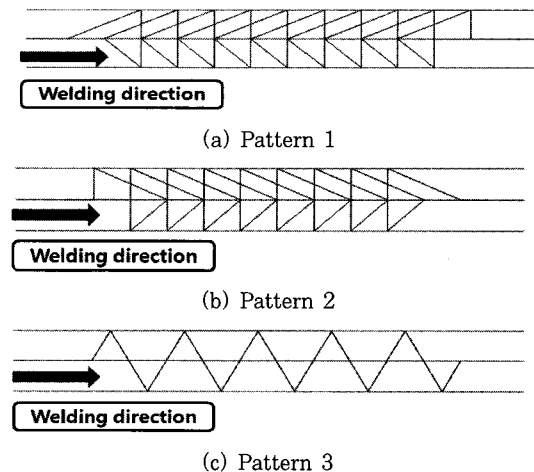


Fig. 1 Weaving patterns for root pass welding

V 그루브의 베벨각을 35°로 가공한 250×80×8(mm)의 시편에 세 가지의 위빙패턴을 적용하여 용접전류와 용접속도를 변화시키면서 초층 용접비드를 확인한 결과 유효한 이면비드를 얻을 수 있는 용접조건 영역을 Fig. 2에 나타내었다. 여기서 이면비드의 외관 관측을 통하여 ○는 균일한 이면비드가 생성된 조건, △는 불완전한 용입 또는 과다용입이 일부 생성된 조건, ×는 불량한 이면비드의 생성 조건을 나타낸다. 이면비드의 외관을 Fig. 3에 나타내었다. 실험결과를 통하여 루트면(root face)을 밀착시킨 경우 이면비드 생성이 가능한 영역이 가장 넓고, 이면비드의 균일성이 가장 안정된 위빙패턴 2를 선정하였다.

용접실험에서 지그를 사용하여 맞대기 시편을 고정하였으며, 이음부 이면에 불활성 가스를 공급하여 보호하였다. 토치의 위빙과 용접속도 제어를 위해 직선 서보이송장치를 사용하였으며, Fig. 4에 실험장치 전체를 나타내었다.

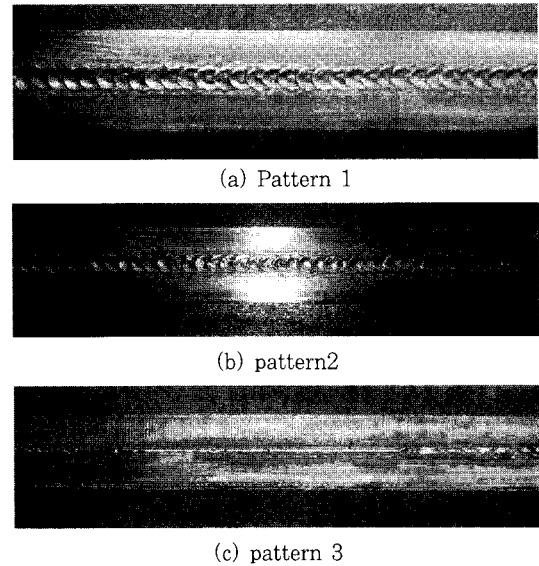
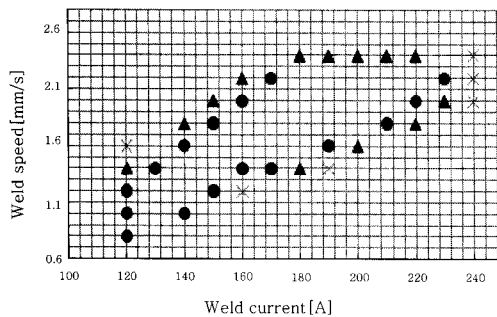
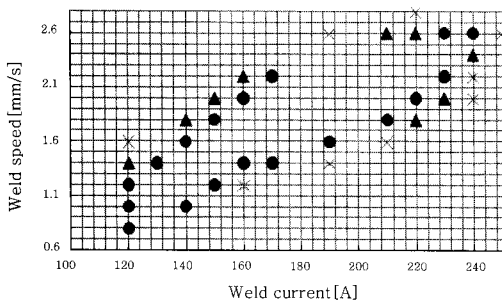


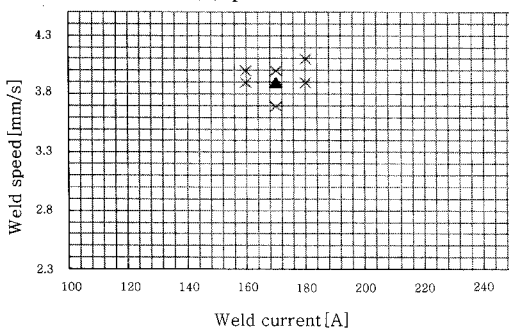
Fig. 3 Comparison of back bead appearances



(a) pattern 1



(b) pattern 2



(c) pattern 3

Fig. 2 Feasible area according to weaving pattern



Fig. 4 Experimental setup

위빙패턴 2를 적용하여 얻은 용접부에 있어서 이면비드의 폭에 따른 용착부 단면을 조사하였다. 이면비드의 폭이 작은 것과 큰 것의 대표적인 용착부 단면을 Fig. 5에 나타내었다. Fig. 5(a)는 용입불량으로 판정되는 단면을 볼 수 있다. 즉, 이면 비드의 폭이 3mm 이하 일 때에는 모재에 들어가는 입열량이 적음에 따라 충분하지 못한 용입을 보여준다. 또한 (b)는 6mm정도의 이면비드 폭을 가진 용착부의 단면을 볼 수 있으며 충분한 용입으로 용접품질 등급에 대한 지침에 대해 충분히 만족할 만한 이면비드를 생성하였다. (c)에서는 과도 용입으로 필요 이상의 과도한 이면 비드의 높이를 나타내고 있다.

본 연구에서는 이와 같은 분석결과를 활용하여 목표치 값으로 이면 비드의 폭은 6mm, 이면 비드 높이는 0mm를 선정하였으며, 이 목표치를 최대한 충족시키는 최적의 용접조건을 선정하고자 하였다.

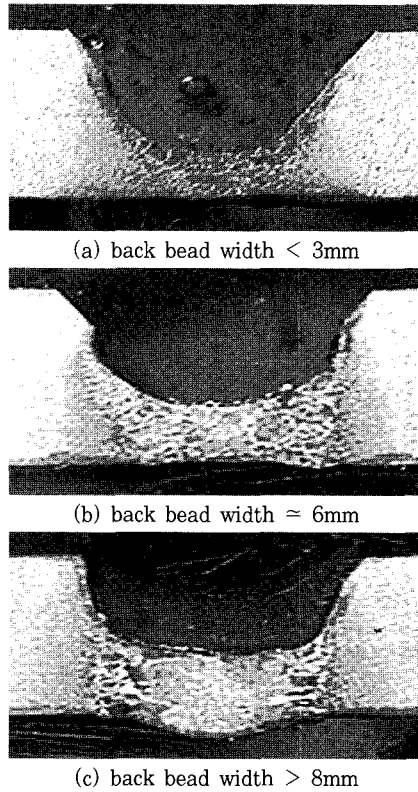


Fig. 5 Cross section of weld

3.3 실험 계획

이면비드형상에 영향을 미치는 용접 변수에는 용접진류, 용접속도, 위빙 폭, 팁 모재간의 거리, 토치 각, 가스 유량, 보호 가스 등이 있으며, 이러한 용접 변수로부터 이면비드형상이 결정된다. 따라서 원하는 비드 형상을 얻기 위해 적절한 조정 용접변수를 설정하는 것이 매우 중요하다.

이러한 많은 변수들 중에서 용접비드에 가장 큰 영향을 끼치는 용접속도, 용접진류, 위빙 폭을 입력변수로 택하여, 이 세 입력변수가 출력변수인 이면비드 폭, 이면비드 높이에 어떠한 영향을 끼치는지 분석하고자 한다. 전술한 바와 같이 용가재를 사용하지 않는 제살용접이므로 루트 갭 없이 밀착시켜 고정하였다. 또한 용접자세는 가장 기본적인 하향자세를 대상으로 하였다. 이 외의 변수는 Table 1에 나타낸 것과 같이 고정하였다.

또한, 시편은 250×80×8(mm)의 크기로 절단하여 V 그루부의 베벨각을 35°로 가공한 다음 녹과 다른 이물질을 제거하기 위해 이면비드 생성 부근에 밀링 가공하였으며 아세톤으로 기름을 제거하였다. 사용된 모재의 화학적 성분은 Table 2에 나타내었다.

3.4 실험 결과

본 연구에서 설정한 목표 형상치수인 이면비드 폭

Table 1 Fixed conditions for the experiments

Tip-to-metal distance(mm)	50
Front gas flow (l/min)	15
Back gas flow (l/min)	15
Base metal	Mild steel

Table 2 Chemical composition of specimen

Element	C	Si	Mn	P	Cr	Ni
Wt. %	0.189	0.072	0.520	0.0021	0.023	0.0042

6.00mm, 이면비드 높이 0.00mm에 대해, 목표형상치수를 만족하는 용접조건을 찾기 위해 중심합성계획법을 이용하였다. 이면비드 가능영역에서의 입력변수의 용접조건을 Table 3에 나타 내었고, 이 조건으로부터 중심합성계획을 통해 총 17회의 용접을 수행한 후 얻은 출력변수 값은 Table 4에 나타낸 것과 같다.

관심실험영역에서 입력변수인 용접속도, 용접진류, 위빙 폭에 대한 출력변수 이면비드 폭과 이면비드 높이의 회귀식은 식(2)와 같다.

$$Width = 6.292 - 0.340x_1 + 1.300x_2 - 0.110x_3 + 0.864x_1^2 + 0.415x_2^2 - 1.735x_3^2 + 0.013x_1x_2 - 0.163x_1x_3 - 0.375x_2x_3$$

$$Height = 0.075 + 0.011x_1 - 0.126x_2 + 0.174x_3 - 0.282x_1^2 + 0.143x_2^2 + 0.353x_3^2 - 0.020x_1x_2 - 0.060x_1x_3 + 0.298x_2x_3 \tag{2}$$

추정된 회귀모델의 타당성을 Table 5와 같은 분산분석의 F검정(F-Test)과 결정계수(coefficient of multiple determination, R^2)에 의해서 판단할 수 있다. 분산분석의 F검정에서 F_0 는 회귀평균제곱과 잔차평균제곱의 비율($F_0 = \frac{MSR}{MSE}$)로 나타내며, 이 값이 크면 클수록 회귀방정식의 정도가 좋다고 할 수 있다.

결정계수는 회귀변동과 총변동의 비율($R^2 = \frac{SSR}{SST}$)로

Table 3 Factors and levels for experimental design

Factor	Factor name	Coded value		
		-1	0	1
x1	Welding Speed (mm/s)	1.8	2	2.2
	Welding current (A)	180	190	200
x3	width (mm)	3	3.5	4

Table 4 Central composite design and experimental result

No	Coded variables			Response	
	× 1	× 2	× 3	width	hight
1	-1	-1	-1	4.2	0.6
2	1	-1	-1	3.85	0.62
3	-1	1	-1	8.1	-0.1
4	1	1	-1	7.8	-0.15
5	-1	-1	1	5	0.35
6	1	-1	1	4	0.44
7	-1	1	1	7.4	0.75
8	1	1	1	6.45	0.45
9	-1	0	0	7.5	-0.3
10	1	0	0	6.7	-0.2
11	0	-1	0	6.5	0
12	0	1	0	6.8	0.3
13	0	0	-1	4.5	0.25
14	0	0	1	4.5	0.47
15	0	0	0	6.6	0.15
16	0	0	0	6	0.15
17	0	0	0	6.5	0.2

나타내며, F 검정과 마찬가지로 결정계수의 값이 클수록 회귀식의 정도가 좋다.

F-분포표를 이용하여 주어진 유의수준과 자유도 ($k, n - k - 1$)에 따른 기각치 ($k, n - k - 1; \alpha$)를 구한다음 F_0 값과 $F(\alpha)$ 값을 비교하여 $F_0 > F(\alpha)$ 이면 회귀식이 유의하다고 할 수 있다.

Table 5 Analysis of variance table

Source of variance	Sum of squares	Degree of freedom	Mean of squares	F_0	$F(\alpha)$
regression	$SSR = \hat{\beta}' X' y - n(\bar{y})^2$	k	$MSR = \frac{SSR}{k}$	$\frac{MSR}{MSE}$	$F(k, n - k - 1; \alpha)$
error	$SSE = y' y - \hat{\beta}' X' y$	n-k-1	$MSE = \frac{SSE}{n - k - 1}$		
total	$SST = y' y - n(\bar{y})^2$	n-1			

Table 6 Analysis of variance regression

	Source of variance	Sum of squares	Degree of freedom	Mean of squares	F_0	$F(\alpha)$
Width	regression	27.81	9	3.09	6.03	3.68
	error	3.58	7	0.51		
	total	31.39	16			
Height	regression	1.75	9	0.194	4.44	3.68
	error	0.306	7	0.044		
	total	2.056	16			

식 (2)의 회귀식에 대한 분산분석표를 Table 6에 나타내었다. 아크용접공정은 다변수 공정으로 아크 안정성 및 비드 형상에 수많은 요인이 작용하기 때문에 재현성 및 정밀도 수준이 높지 않은 특징이 있어 일반적으로 적용하는 유의 수준인 0.05로 선택하면 기각치 $F(9, 7; 0.05) = 3.68$ 이 된다. 이 값을 회귀식의 F_0 값과 비교해 볼 때 F_0 값이 F 값보다 크므로 회귀식이 유의하다는 것을 알 수 있다. 회귀식에 대한 결정계수의 값은 Table 7에 나타 내었으며, 결정계수 역시 회귀식을 잘 표현한다고 볼 수 있으므로 용접공정을 잘 표현하는 모델이라고 할 수 있겠다.

본 연구에서는 입력변수의 최적값을 찾기 위해 호감도 함수를 사용하였으며, 이면 비드의 폭과 높이 모두 목표값을 갖고 있으므로 식(3)과 같은 양면 호감도함수를 이용하였다. 이면비드 폭에 대한 호감도함수에서 이면비드 폭이 3.5mm 이하와 8.5mm 이상인 경우는 0으로 하였고, 비드 높이는 -0.1mm 이하와 1mm 이상이면 0으로 정하였다. 이들에 대한 각각의 호감도 함수는 식(4), (5)와 같다.

이면비드 폭과 이면비드 높이는 목표값을 가지므로, 식(4), (5)의 양면호감도함수를 각각 구한 다음 이를 합성하여 최종의 호감도 함수값을 찾게 되는데, 이들의 합성에는 식(6)을 적용하였다.

Table 7 Analysis of coefficient of determination

R^2	width	0.886
	height	0.851

최대의 호감도함수 값을 나타내는 입력변수들의 값을 탐색하기 위해 격자탐색법을 이용하였으며, 최대의 호감도함수 값을 포함하는 반응표면그래프 들을 Fig. 6에 나타내었다. Fig. 6에서 각각의 단일 호감도함수와 복합호감도의 대한 그래프를 볼 수 있다. (a), (b) 에서는 $x_1 = 0.83$ (coded variables) 일때의 전류, 위빙 폭에 대한 이면비드 폭과 높이의 호감도 함수 그래프이다. (c) 에서는 $x_1 = 0.83$ (coded variables)일 때 전류의 코드화 변수값이 -0.29 부근에서 위빙 폭이 최대 일 때 호감도 함수는 최대가 된다는 것을 나타내고 있다. 따라서 초층 용접시 전류가 -0.29 부근에서 위빙 폭이 최대일 때 복합 호감도 함수는 최대가 된다는 것을 알 수 있다. 이렇게 탐색한 최적 입력변수와 복합

Table 8 Optimal welding condition

coded variables			Natural variables			overall desirability function
x1	x2	x3	speed	current	width	0.993
0.83	-0.29	0.35	2.166	187.1	3.675	

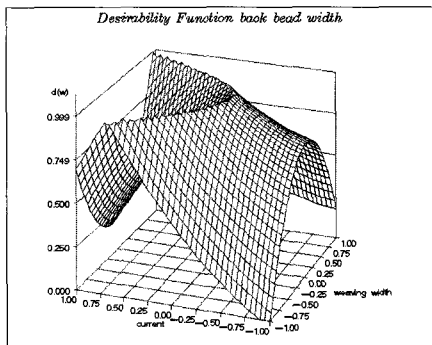
호감도함수 값을 Table 8에 나타내었다.

$$d_i = \begin{cases} 0 & \hat{y}_i < A \\ \frac{\hat{y}_i - A}{B - A} & A \leq \hat{y}_i \leq B \\ \frac{\hat{y}_i - C}{B - C} & B \leq \hat{y}_i \leq C \\ 0 & \hat{y}_i > C \end{cases} \quad (3)$$

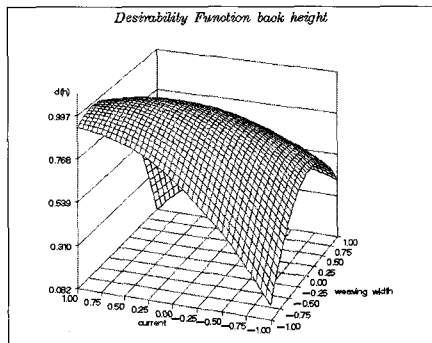
$$d(W) = \begin{cases} 0 & \hat{y}_i < 3.5 \\ \frac{\hat{y}_i - 3.5}{6 - 8.5} & 3.5 \leq \hat{y}_i \leq 6 \\ \frac{\hat{y}_i - 8.5}{6 - 8.5} & 6 \leq \hat{y}_i \leq 8.5 \\ 0 & \hat{y}_i > 8.5 \end{cases} \quad (4)$$

$$d(H) = \begin{cases} 0 & \hat{y}_i < -0.1 \\ \frac{\hat{y}_i - (-0.1)}{0 - (-0.1)} & -0.1 \leq \hat{y}_i \leq 0 \\ \frac{\hat{y}_i - 1}{0 - 1} & 0 \leq \hat{y}_i \leq 1 \\ 0 & \hat{y}_i > 1 \end{cases} \quad (5)$$

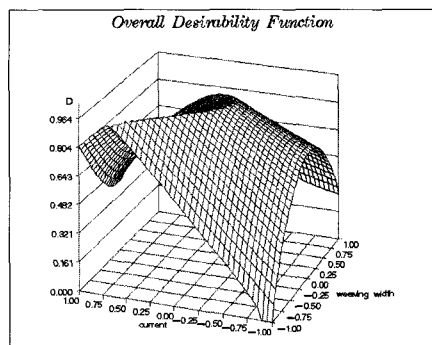
$$D = (d_1 * d_2 \dots d_m)^{\frac{1}{m}} \quad (6)$$



(a) desirability function back bead width



(b) desirability function back bead height



(c) overall desirability function

Fig. 6 Result of overall desirability function (ODF) according to weld current and weaving width at $x_1 = 0.83$

이 조건에서 예측된 출력변수는 각각 6.00mm, 0.00mm 이고, 검증실험을 통해 얻은 측정값들의 평균 값은 6.003mm, -0.003 mm이었다.(Fig. 7) 이 값들을 비교해 보면 비교적 잘 일치함을 알 수 있다.

실험을 통해 얻은 최적의 용접조건을 적용하는 검증 실험을 실시하여 얻은 결과를 Fig. 8에 나타내었다. 이 이면비드 폭과 이면비드 높이의 값들을 비교해 볼 때, 용접한 실험 결과가 예측값들이 잘 일치함을 볼 수 있다.

4. 결 론

맞대기 V-그루브 GTA 초층용접에서 양호한 품질의 이면비드 형상을 얻기 위한 최적의 용접조건을 선정하고자 하였으며, 본 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- (1) 본 연구에서 위빙의 형태가 안정된 이면비드의

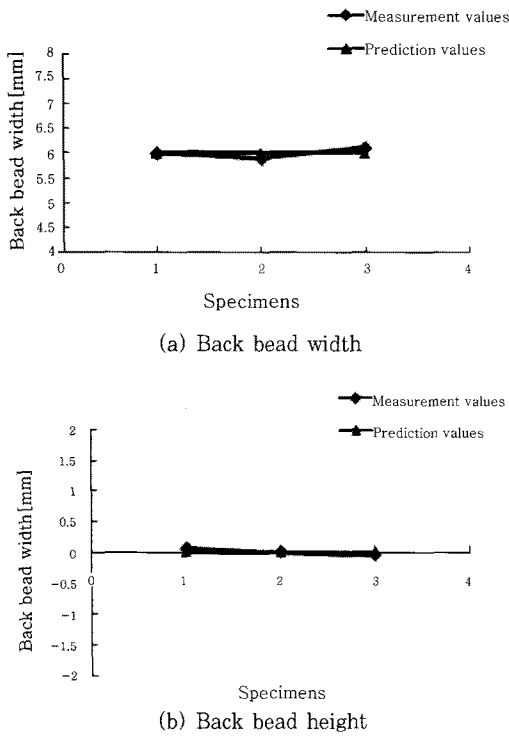


Fig. 7 Comparison of experimental values with predicted ones

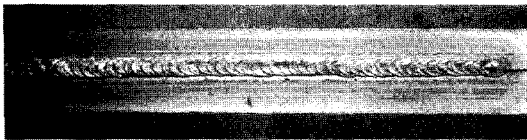


Fig. 8 Back bead appearance of optimal weld

생성에 크게 영향을 미치는 것을 확인하였으며, 진행 삼각형 형태의 위빙이 비교적 안정된 이면비드의 생성에 적합한 것으로 확인하였다.

(2) V 그루브의 배벨각을 35°로 가공하고 250×80×8(mm)의 시편에 위빙패턴을 적용 후 용접부 단면을 확인한 결과 이면비드의 폭과 높이가 각각 6mm, 0mm일 때 초층용접비드의 품질이 양호한 것으로 나타났다으며, 이 값을 최적용접조건으로 목표치로 설정하였다.

(3) 용접전류, 용접속도, 위빙 폭을 입력변수로 하고 이면비드 폭과 높이를 출력변수로 한 실험계획법의 적용 결과, 예측성능이 우수한 회귀식을 구할 수 있었다.

(4) 복합호감도함수를 설정하여 반응표면법을 적용함으로써 최적의 용접조건을 선정할 수 있었으며, 선정된 용접조건에 검증실험 결과 예측된 품질을 만족하는 수준의 용접결과를 얻을 수 있었다.

참 고 문 헌

1. H.B. Cary: Modern Welding Technology, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, (1989)
2. S. D Park : Welding Engineering, Wonchang, (1995) (in Korean)
3. C. E. Bull, K. A. Stacey and R. Calcraft : On line weld monitoring using ultrasonic, Journal of Nondestructive Testing, 35-22
4. Y. M. Zhang, R. Kovacevic and L. Li : Characterization and real-time measurement of geometrical appearance of the weld pool, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 36-77, (1996), 799-816
5. M. D. Starling, V. Marques and J. Modenesi : Statistical modeling of narrow gap gas tungsten arc welding with magnetic arc oscillation, Journal of Materials Processing Technology, 51, (1995), 37-49
6. X. M. Zeng, J. Lucas and M. T. C. Fang : Use of neural networks for parameter prediction and quality inspection in tungsten inert gas welding, Transaction of the Institute of Measurement and Control, 15-2, (1993), 87-95
7. Y. S. Targ and W. H. Yang : Optimisation of the weld Bead Geometry in Gas Tungsten Arc Welding by the Taguchi Method, Int J Adv Manuf. Technol, 14, (1998), 549-554
8. R. H. Myers and D. C montgomery : Response surface methodology, process and product optimization using designed experiments, John wiley & Sons, inc, (1995)
9. D. C. Montgomery : Design and analysis of experiments, Ed, John wiley & Sons, inc. (1984)
10. S. H Park : Design of experiments, Min-young-sa, (2003)
11. G. Derringer and R. Suich : Simultaneous Optimization of Several Response Variances, Journal of Quality Technology. 12, (1980), 214-219
12. E. D. Castilo, D. C. Montgomery, and D. R. Mccarville : Modified Desirability Functions for Multiple Response Optimization, Journal of Quality Technology, 28-3, (1996), 337-345