

## 하중에 의한 공기중 자속의 변화

### Change in Magnetic Flux in the Air Due to Load

이정희

Jeong-Hee Lee

**초 록** 이차원 표면균열을 가진 재료의 모드 I 응력확대계수( $K_I$ )를 교류전위차법으로 효과적으로 계측할 수 있는 방법을 결정하기 위해 하중이 가해질 때 균열면을 포함한 시험편 내부 및 외부의 자속 변화 해석이 필요하여 이를 이론적 및 실험적으로 규명하였다. 이론 해석 결과 균열면 사이의 공기중 자속은 시험편에 하중을 가하여도 변하지 않았으며, 실험 결과와 일치하였다. 따라서 유도기전력을 많이 유도할 수 있도록 제작된 계측계로 측정한 하중에 따른 교류전위차 변화는 시험편의 내부 인덕턴스 변화와 시험편 내부 인덕턴스 변화와 관련된 상호 인덕턴스 변화에 의하여 발생한다.

**주요용어:** 교류전위차법, 모드 I 응력확대계수( $K_I$ ), 자속, 상호 인덕턴스

**Abstract** In order to determine the effective way of measuring the Mode I stress intensity factor( $K_I$ ) by means of the alternating current potential drop(ACPD) technique for a material containing a two-dimensional surface crack, the change in magnetic flux in the air due to load was studied theoretically and experimentally. The magnetic flux in the air between crack surfaces is uniform and is not changed by increasing the load in the specimen and experimental results are the same as those obtained from theoretical analysis. Therefore, the change in potential drop due to load in the measuring system which was designed to induce a large amount of electro-motive force was caused by the change in internal inductance of material and the change in the mutual inductance concerned with internal inductance of material.

**Keywords:** ACPD, Mode I Stress Intensity Factor( $K_I$ ), Magnetic Flux, Mutual Inductance

#### 1. 서 론

고주파 교류전류의 표피효과(the skin effect)를 이용하여 응력에 의하여 변화하는 교류전위차(alternative current potential drop; ACPD)를 측정하여 실험적으로 표면균열을 가진 재료의  $K_I$ 를 구하는 방법이 있다[1]. 실험적으로 교류전위차법을 이용하여  $K_I$ 를 계측하기위해 이차원 표면균열을 갖고 있는 강자성체와 상자성체에 있어 하중에 의

한 교류전위차 변화를 전위차 계측계에 유도되는 유도기전력을 극소화한 계측계와 반대로 전위차 계측선을 코일과 같이 감아 유도기전력을 극대화한 계측계를 이용하여 측정하였다[2-6]. 아울러 하중에 의한 교류전위차 변화를 전기회로이론을 바탕으로 정성적으로 고찰하였으며, 하중에 의한 교류전위차 변화에 미치는 탈자와 균열길이의 영향에 대하여 연구하였다. 참고문헌 [6]에서 하중에 의한 교류전위차 변화는 균열선단의 전자기 물성치가 하중에

의하여 변화하고 이로 인하여 시험편의 표면을 따라 흐르는 전류 흐름이 변화하여 시험편의 외부와 시험편 사이의 상호 인덕턴스가 변화하기 때문이라고 정성적 가설로 고찰하였다. 그리고 유도기전력을 극대화한 계측계로 하중에 의한 교류전위차 변화를 측정할 경우 감도가 매우 우수하여, 이 계측계는 교류전위차법으로  $K_1$ 을 계측하기 위한 가장 효과적인 계측계로 제안되었다.

그러나 하중에 의한 교류전위차 변화의 원인을 단순화된 전기회로를 이용한 정성적 고찰을 통하여 설명하였다. 그리고 유도기전력을 극대화한 계측계를 교류전위차법으로 응력확대계수를 계측하는데 가장 효과적인 계측계로 하기 위하여 하중에 의한 시험편 균열면 사이와 균열면 상부의 공기중 자속 변화의 해석이 필요하지만 아직 연구가 수행되지 않았다. 따라서 본 논문에서는 교류전위차법으로 응력확대계수를 효과적으로 계측할 수 있는 방법을 도출하기 위해 이차원 표면균열을 가진 시험편에 하중을 가할 경우 시험편 위 공간상의 자속변화를 이론해석하고 그 결과를 실험으로 규명하였다.

## 2. 이론적 해석

이차원 표면균열을 가지고 있는 시험편의 균열면 사이의 자계를 해석하기 위하여 Fig. 1과 같이 좌표를 설정하였다. 시험편 위 공간상에서의 Maxwell 방정식은

$$\nabla^2 \mathbf{A} = 0 \quad (1)$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (2)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} \quad (3)$$

이다. 여기서  $\mathbf{A}$ 는 벡터 포텐셜,  $\mathbf{B}$ 는 자속밀도,  $\mathbf{H}$ 는 자계 그리고  $\mu_0$ 는 공기의 투자율이다. 본 논문에서 진하게 표시된 항목은 벡터량임을 의미한다. 또 방향성분 뒤의 첨자  $a$ 와  $m$ 은 각각 공기중과 시험편 내부를 의미한다. 균열면 사이의 공간상의 자계를 2차원의 문제로 해석하기 위하여  $y$ 방향으로 시험편이 무한하다고 가정하면, 균열면 사이에는 등전위이기 때문에 벡터 포텐셜  $\mathbf{A}$ 는  $x$ 성분만 존재하고  $z$ 만의 함수이다.

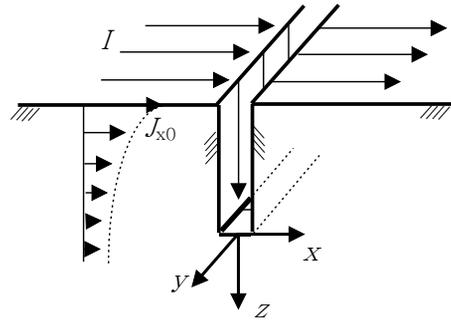


Fig. 1 Schematic diagram of current flow and coordinates

식 (2)와 (3)으로부터 공기중의  $y$ 방향의 자계  $H_{ya}$ 는

$$H_{ya} = \frac{1}{\mu_0} \left( \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \quad (4)$$

식 (4)의 우변 2번째 항은 0이므로

$$H_{ya} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_x}{\partial z} \quad (5)$$

와 같이 된다. 식 (1)으로부터

$$\frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} = 0 \quad (6)$$

이 된다. 식 (6)으로부터 적분을 하면

$$A_x = R_1 z + R_2 \quad (7)$$

을 얻을 수 있으며, 여기서  $R_1$ 과  $R_2$ 는 상수이다.

식 (5)와 (7)로부터

$$H_{ya} = \frac{R_1}{\mu_0} \quad (8)$$

을 얻을 수 있다. 식 (8)에서 균열면 사이의 자계는  $z$ 의 함수가 아닌 일정한 값을 갖고 있음을 알 수 있다.

경계조건을 이용하여 균열선단에서 공기와 시험편이 접하는  $Z=0$ 인 지점에서 다음 식을 얻을 수 있다.

$$H_{ya} = H_{ym} \quad (9)$$

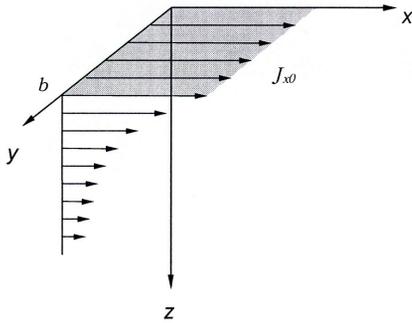


Fig. 2 Distribution of the high frequency AC in a good conductor

균열선단의  $H_{ym}$ 을 구하기 위하여 전체 전류  $I$ 가 Fig. 2와 같이 분포되어 있다고 우선 가정하였다. 폭이  $b$ 에 흐르는 교류전류가 표면에서 표피두께 사이에 균일하게 흐른다고 할 때 전체 전류는

$$I = \int_0^{\infty} \int_0^b J_x dy dz \quad (10)$$

가 되고, 전류밀도의  $x$  성분  $J_x$ 는 다음과 같다[7].

$$J_x = J_{x0} e^{-z/\delta} \cos(\omega t - \frac{z}{\delta}) \quad (11)$$

여기서  $J_{x0}$ 는  $J_x$ 의 크기,  $\delta (=1/\sqrt{\pi f \mu \sigma})$ 는 표피두께,  $f$ 는 교류전류의 주파수,  $\mu$ 는 투자율,  $\sigma$ 는 도전율 그리고  $t$ 는 시간이다. 식 (10)과 (11)로부터 전체 전류는

$$\begin{aligned} I &= \frac{J_{x0} b \delta}{\sqrt{2}} \cos(\omega t - \frac{\pi}{4}) \\ &= I_0 \cos(\omega t - \frac{\pi}{4}) \end{aligned} \quad (12)$$

이다. 전류밀도와 전계 E의 관계는

$$J = \sigma E \quad (13)$$

이며, 전계가  $x$  성분  $E_x$  및 자계가  $y$  성분  $H_y$ 만 갖고 있다고 하면 양도체내의 전계와 자계는 다음 식으로 표현할 수 있다[7].

$$E_x = E_{x0} e^{-z/\delta} \cos(\omega t - \frac{z}{\delta}) \quad (14)$$

$$H_y = \frac{\sigma E_{x0} \delta}{\sqrt{2}} e^{-z/\delta} \cos(\omega t - \frac{z}{\delta} - \frac{\pi}{4}) \quad (15)$$

여기서  $E_{x0}$ 는  $E_x$ 의 크기이다. 식 (12), (13) 및 (15)를 이용하여 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} H_y &= \frac{J_{x0} \delta}{\sqrt{2}} e^{-z/\delta} \cos(\omega t - \frac{z}{\delta} - \frac{\pi}{4}) \\ &= \frac{I_0}{b} e^{-z/\delta} \cos(\omega t - \frac{z}{\delta} - \frac{\pi}{4}) \end{aligned} \quad (16)$$

식 (16)에  $z = 0$ 을 대입하면 자계의  $y$  성분  $H_y$ 는  $I_0/b$ 가 된다. 전류의 크기  $I_0$ 와 시험편의 폭  $b$ 는 하중과 무관하게 항상 일정하므로 균열선단에서  $z = 0$ 인 지점의 시험편의  $H_y$ 는 균열선단의 도전율과 투자율이 하중에 의하여 변하여 시험편의 표피두께에 영향을 미칠지라도 변화가 없음을 알 수 있다. 따라서 식 (9)의 경계조건으로부터 시험편 표면의 자속이 변하지 않기 때문에 공기중의 자속도 변하지 않음을 알 수 있다. 즉 2차원 표면균열을 가진 시험편에 하중을 가하면서 하중에 의한 전위차 변화를 유도기전력을 많이 유도할 수 있는 계측기로 측정할 경우 측정된 전위차변화는 시험편 외부의 자속변화에 의한 유도기전력의 차에 의한 것이 아님을 알 수 있다.

길이  $l$ 인 시험편 내부의 자속은

$$\begin{aligned} \Phi_y &= \int_0^{\infty} \int_0^l \mu H_y dx dz \\ &= \frac{\mu I_0 l \delta}{\sqrt{2} b} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) \end{aligned} \quad (17)$$

이다. 저항  $R$ 은

$$R = \frac{l}{b \sigma \delta} = \sqrt{\pi f} \frac{l \sqrt{\mu}}{b \sqrt{\sigma}} \quad (18)$$

이다. 또 식 (12)와 (17)로부터 내부인덕턴스  $L_i$ 는

$$L_i = \frac{|d\phi_y|}{|dI|} = \frac{1}{\sqrt{2\pi f}} \frac{l \sqrt{\mu}}{b \sqrt{\sigma}} \quad (19)$$

식 (18)과 (19)로부터 참고문헌 [6]에서의 고찰과 다르게 유도기전력을 많이 유도할 수 있도록 제작된 계측기로 측정할 하중에 따른 교류전위차 변화는 시험편의 내부 인덕턴스 변화, 시험편 내부와 계측기 사이의 상호 인덕턴스 변화 그리고 시험편의 내부와 전류공급선 사이의 상호 인덕턴스 변화에 의하여 발생하였다고 할 수 있다.

### 3. 실험 및 검토

하중에 의한 시험편 상부 공기층의 자속변화를 연구하기 위하여 하중을 가하더라도 투자율 변화가 없고 단지 도전율만 변화하는 상자성체인 알루미늄 합금(JIS H4000 A2017)으로 시험편을 제작하였다. 시험편으로 상자성체를 선택한 이유는 상자성체는 하중을 가하더라도 투자율의 변화가 없고 도전율만 변화하기 때문에 앞의 이론을 보다 쉽게 증명할 수 있기 때문이다. 초기 시험편의 크기는  $200 \times 40 \times 25$  mm이며, 시험편 중앙에 두께방향으로 이차원 노치를 4.5 mm 도입한 후 4점굽힘으로 피로균열을 삽입하였다. 그리고 최초 노치가 있던 부분의 5 mm를 기계가공으로 제거하여 시험편의 두께가 20 mm가 되게 하였다. 본 연구에는 균열길이가 각각 4.12 mm와 6.88 mm인 2종류의 시험편을 준비하였다.

실험장치의 개략도는 Fig. 3과 같다. 전류입출력선 고정치구는 Fig. 4와 같이 제작하였다. 균열면 상부의 자속의 변화를 측정하기 위한 계측코일의 형상은 Fig. 5와 같으며, 아크릴에 직경 0.25 mm의 동선을 10회 감아 하중에 의한 작은 자속변화도 계측코일에 유도되는 유도기전력으로 변환되어 계측할 수 있도록 제작하였다. 또 계측코일은 2차원 균열을 가진 시험편의 표면으로부터 1 mm 이격시켜 전류 입출력선 치구에 고정하여 시험편이 하중에 의하여 변형하더라도 전류 입출력선과의 위치관계가 변화하지 않도록 제작하였다. 이는 계측계와 시험편의 상대적 위치 변화에 의한 자속밀도변화를 제거하도록 고안되었다.

실험에는 주파수 10 kHz이고 크기가 1 A인 교류 전류를 사용하였다. 시험편에 4점굽힘으로  $K_1$ 의 최소치를  $1 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ 에서 최대치  $10 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ 의 범위로 하중을 변화시키며, 시험편 위 공기층에서 변화하는 자속밀도의 변화를 측정하였다. 4점굽힘의 편 위치 및 시험편 표면의 전류 입출력점 및 전위차 계측코일의 위치는 Fig. 6과 같다.

실험을 통하여 하중에 따른 전위차 변화는 Fig. 7과 같다. 그림에서 횡축은 모드 I 응력확대계수  $K_1$ 의 증가량,  $\Delta K_1$ 을 나타내었으며, 종축은  $K_1$ 의 증가에 따른 전압의 증가량,  $\Delta V$ , 이다. 그림에서 하중을 가하여도 전압의 변화가 거의 없음을 알 수 있다. 이로부터 균열을 가진 시험편에 하중

을 가하여도 시험편 균열면 상부 공기층의 자속변화는 거의 없음을 알 수 있다.

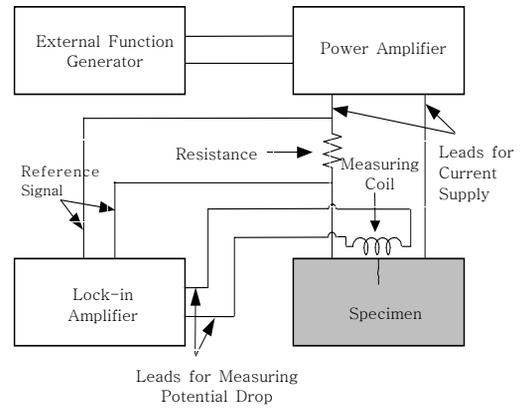


Fig. 3 Experimental setup

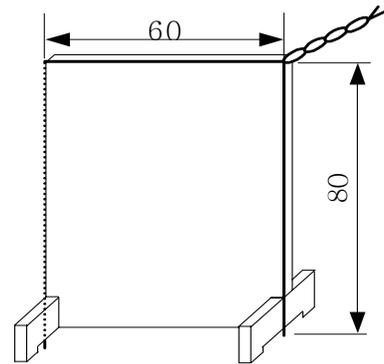


Fig. 4 Leads for current supply and fixture

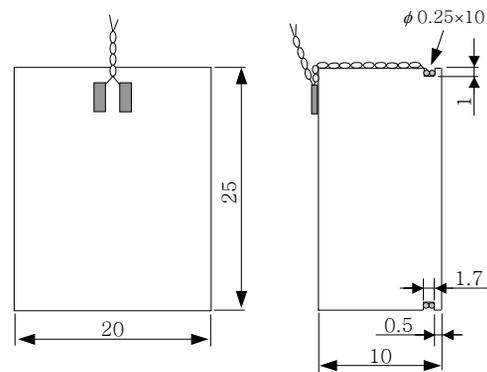


Fig. 5 Measuring coil

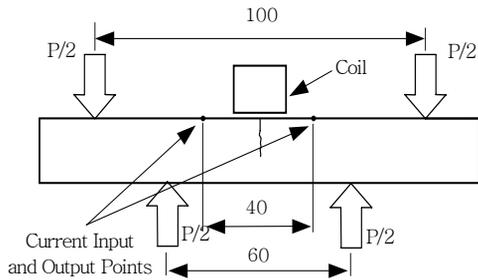


Fig. 6 Arrangement of probes in four-point bending

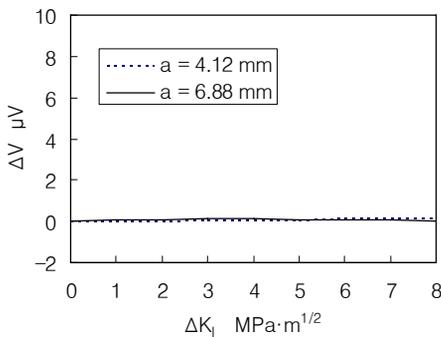


Fig. 7 The change in potential drop due to the change in magnetic flux in the air by increasing load

교류전위차법으로 효과적으로  $K_1$ 을 측정할 수 있는 계측계를 제작하기 위하여, 이차원 표면균열을 가진 시험편에 하중을 가할 경우 시험편 표면 위 공기중의 자속밀도변화를 이론적 및 실험적으로 연구하였다. 이론해석에서 균열면 사이의 공기중에서의 자속은 어디서나 일정하며, 이 값은 시험편에 하중을 가하여도 변하지 않는다. 이를 실험으로 규명하기 위해 하중변화에 의한 공기중의 작은 자속 변화를 유도기전력의 변화로 치환하여 측정할 수 있도록 코일형태로 계측계를 제작하였다. 그리고 시험편에 하중을 가함에 따라 시험편이 변형하더라도 계측코일과 전류 입출력선의 상호 위치 관계가 변화하지 않도록 전류 입출력선 고정치구에 고정하여 계측계를 제작하였다. 이렇게 제작된 계측계로 하중에 의하여 변화하는 시험편 표면 상부의 자속 밀도 변화를 측정하였다. 하중에 의한 자속 변화의 실험 결과는 이론 해석 결과와 일치한다. 따라서 전위차 계측선과 계측계 사이 그리고 계측계와 시험편간의 상대적 위치가 하중에 의하여 변화하지

않도록 한다면 하중에 의한 교류전위차 변화는 시험편의 저항과 투자율 등의 전자물성치 변화에 의한 시험편의 내부 인덕턴스의 변화에 기인한다고 할 수 있다. 시험편의 전자물성치 변화에 의한 시험편의 내부 인덕턴스의 변화는 균열선단의 변형량에 의존하기 때문에 하중에 의한 전위차변화는 균열길이에 의존하지 않는다고 할 수 있다[2-6].

4. 결론

교류전위차법으로 이차원 표면균열을 가진 구조물의  $K_1$ 을 효과적으로 측정할 수 있는 방법을 결정하기 위해 시험편에 하중을 가할 때 균열면을 포함한 시험편 내부 및 외부에서의 자속변화를 이론적으로 해석하였다. 이론 해석 결과 균열면 사이의 공기중에서의 자속은 어디서나 일정하며, 이 값은 시험편에 하중을 가함에 따라 균열선단의 전자물성치가 변하더라도 변하지 않았다. 이를 규명하기 위하여 하중을 가함에 따라 시험편이 변형하더라도 계측코일과 전류 입출력선의 상호 위치 관계가 변화하지 않고 작은 자속변화를 유도기전력의 변화로 검출할 수 있도록 제작된 계측계를 제작하여 실험을 수행하였다. 실험결과는 이론해석 결과와 잘 일치하였다. 따라서 유도기전력을 많이 유도할 수 있도록 제작된 계측계에 있어 하중에 따른 교류전위차 변화는 시험편의 내부 인덕턴스 변화, 시험편 내부와 계측계 사이의 상호 인덕턴스 변화 그리고 시험편의 내부와 전류공급선 사이의 상호 인덕턴스 변화에 의하여 발생한다.

후 기

본 연구의 실험적 부분을 지원해주신 일본 동북대학의 Saka교수와 Goda군에게 감사드립니다. 아울러 본 연구는 기린연구년제 기간동안 수행되었습니다.

참고문헌

[1] M. Saka, M. Nakayama, T. Kaneko and H. Abé, "Measurement of stress-intensity factor by means of A-C potential drop technique," *Experimental Mech.*, Vol. 31, pp. 209-212, (1991)

- [2] 이정희, "교류전위차법에 의한 강자성체의 응력확대계수 결정", 대한기계학회 논문집(A), 제 20권, 제 9호, pp. 1392-1399, (1997)
- [3] J. H. Lee, M. Saka and H. Abé, "Loading effect on ACPD of a crack in ferromagnetic material," *Experimental Mech.*, Vol. 37, pp. 132-136, (1997)
- [4] J. H. Lee, M. Saka and H. Abe, "The effect of magnetic field on the experimental determination of  $K_I$  by means of ACPD technique," *Post Conference Proceedings of the 1996 VIII International Congress on Experimental Mechanics*, pp. 416-420, (1996)
- [5] 이정희, "균열을 가진 상자성체의 교류전위차에 미치는 하중의 영향", 비파괴검사학회지 제 19권 제 1호, pp. 1-7, (1999)
- [6] 이정희, "교류전위차법을 이용한 효과적인 응력확대계수의 측정 방법", 비파괴검사학회지 제 19권 제 1호, pp. 8-15, (1999)
- [7] 박한규, 윤상원, 전자기학, 제5판, pp. 355-360, 회중당, (1992)