

# 푸리에 급수를 이용한 이족보행로봇의 보행 궤적 해석해 생성

## Analytic Solution for Stable Bipedal Walking Trajectory Generation Using Fourier Series

박 일 우\*, 백 주 훈

(Ill-Woo Park and Juhoon Back)

**Abstract:** This article describes a simple method for generating the walking trajectory for the biped humanoid robot. The method used a simple inverted model instead of complex multi-mass model and a reasonable explanation for the model simplification is included. The problem of gait trajectory generation is to find the solution from the desired ZMP trajectory to CoG trajectory. This article presents the analytic solution for the bipedal gait generation on the bases of ZMP trajectory. The presented ZMP trajectory has Fourier series form, which has finite or infinite summation of sine and cosine functions, and ZMP trajectory can be designed by calculating the coefficients. From the designed ZMP trajectory, this article focuses on how to find the CoG trajectory with analytical way from the simplified inverted pendulum model. Time segmentation based approach is adopted for generating the trajectories. The coefficients of the function should be designed to be continuous between the segments, and the solution is found by calculating the coefficients with this connectivity conditions. This article also has the proof and the condition of solution existence.

**Keywords:** biped walking, biped locomotion, humanoid robot, ZMP, biped gait, analytical solution

### I. 서론

인간형 로봇의 보행을 구현하기 위한 중요한 작업으로는 보행 궤적 생성과 피드백 제어를 들 수 있다. 보행 궤적 생성은 로봇의 동적 무게중심인 ZMP (Zero Moment Point)를 설계하고 이에 적합한 로봇의 무게중심인 CoG (Center of Gravity)를 설계하는 것이며, 피드백 제어는 로봇의 자세와 보행 성능을 센서 피드백을 통하여 측정하고, 제어 알고리즘을 통하여 생성된 CoG 궤적을 실시간으로 보정함으로써 제어하는 것이다.

현재 상태에서 로봇의 안정성을 판단하는 ZMP가 지지영역(supporting area) 상에 존재할 경우에는 안정하다고 판단한다. 여기서 ZMP는 그 위치에 따라 로봇의 안정성 여부를 판단하지만, 지지영역 경계와의 거리로부터 안정성 이득에 대한 정보는 알 수 없기 때문에 ZMP 경로계획을 수행하는 것이다.

본 논문에서는 보행 궤적을 생성하는 방법에 대하여 초점을 맞추고 있다. 보행 궤적 생성에 대한 문제는 로봇의 모델을 크게 고려하지 않고 궤적을 생성한 후 로봇에 적용하여 안정성을 판별하고, 불안정할 경우 다시 궤적을 수정하는 방법에서부터[1-3] 발전하여, 복잡한 모델을 사용하여 각 부위마다 질량과 관성모멘트를 고려하여 안정성을 사전 판별한 후 로봇에 오프라인으로 궤적을 적용하는 방법[4], 간단한 도립진자 모델을 사용하여 로봇의 보행 궤적을 사전에 계산하고, 조작자의 명령에 따라 궤적을 몇 걸음 전에 변경시키는 방법[5-12]까지 다양하다. 현재는 간단한 모델을 통하여 빠른 계산시간과 물리적 적합성을 확보하기 위하여 실시간으로 보행 궤적을 생성함과 동시에 보행 성능을 추구하는 도립진

자 모델을 사용한 연구가 주로 수행되고 있는 추세이다.

도립진자 모델에 기반한 연구는 설계된 ZMP 궤적으로부터 CoG 궤적을 구해내는 것에 초점을 맞추고 있다. 실제 로봇에 적용하기 위해서는 수치적인 방법보다는 해석해를 구하여 적용하는 것이 계산적 측면에서는 더욱 효과적이라 할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 도립진자 모델을 이용한 궤적 생성기법에 기반하여 해석해를 구하는 방법에 대하여 논하였다.

기존의 연구에서도 해석해를 구한 바 있으나 이들 연구에서는 ZMP 궤적이 단순한 다항함수의 형태이다[5-12]. 이 방법은 해석해의 형태가 간단하여, 실제 구현에 있어서 많은 장점을 갖고 있다. 다른 방법으로는 단순한 형태의 삼각함수를 사용하여 궤적을 생성하는 것이 있으며[3] 이는 제어 하드웨어의 계산 성능의 비약적 발전에 의해 가능해졌다.

본 논문은 기존의 다항함수를 이용하여 해석해를 구하는 방법[6]에서 사용한 접근 방법을 참조하여 푸리에 급수(fourier series) 형태를 갖는 ZMP 궤적 함수를 사용하고 그 해석해를 유도하는 방법에 대하여 논한다. 푸리에 급수는 다양한 형태의 함수를 연속의 주기 함수로서 근사하기 용이하며, 특히 인간의 보행과 같은 실제 실험 데이터를 주파수 영역에서 해석하고 가공하는 것이 기존의 방법들에 비해 용이하다. 즉, 푸리에 급수형태로 이족 보행 로봇의 궤적을 서술함으로써 경계치 문제뿐만 아니라 고속 푸리에 변환과 같은 접근방법을 사용하여 CoG 궤적을 효율적으로 설계할 수 있다.

A. Takanishi는 보행로봇의 몸통과 허리의 각도 궤적을 생성하는데 있어서 푸리에 급수를 사용한 바 있다[13]. 이 연구에서는 보행 궤적의 안정도를 높이기 위한 보조적인 수단으로 사용한 반면, 본 논문에서는 보행 안정성에 직접적인 영향을 미치는 ZMP와 CoG 궤적으로써 푸리에 급수를 사용하였다.

본 논문에서는 기존의 연구[6]와 마찬가지로, 사전에 계획된 궤적뿐만 아니라 로봇의 운용 중에도 궤적을 변경할 수

\* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수: 2009. 9. 8., 수정: 2009. 9. 29., 채택확정: 2009. 10. 28.

박일우, 백주훈: 광운대학교 정보제어공학과

(mrquick@kw.ac.kr/backhoon@kw.ac.kr)

※ 이 논문은 2009년도 광운대학교 교내 학술연구비 지원에 의해 연구되었음.

있도록 하는 해석해를 유도하였으며, 추가적으로 해석해의 존재 여부 및 조건에 대한 수학적 증명도 포함하였고, 수식의 검증을 위하여 경계조건을 이용한 ZMP 및 CoG 궤적의 생성기법에 대한 결과를 예로서 제시하였다.

**II. 단순 도립진자를 이용한 이족 보행 로봇의 모델**

본 논문에서는 그림 1과 같이 Kajita et al. [8]이 제안한 3차원 도립진자 모델을 사용하여 이족 보행 로봇을 모델링 한다. 복수개의 질점을 이용한 복잡한 형태의 ZMP 방정식을 적용하기 보다는 단순 도립진자 모델을 이용한 ZMP 방정식을 사용함으로써 보행 궤적의 해석해를 얻기 용이하도록 한다 [4,6,8]. 여기서  $(\tau_r, \tau_p, f)$ 가 각각 상태변수  $(\theta_r, \theta_p, r)$ 에 대응되는 토크와 힘을 나타낸다고 할 때, x-축과 y-축에 대한 동역학 방정식은 다음과 같다.

$$m(z_G \ddot{x}_G - x_G \ddot{z}_G) = \frac{D}{C_p} \tau_p + mgx_G \tag{1}$$

$$m(-z_G \ddot{y}_G + y_G \ddot{z}_G) = \frac{D}{C_r} \tau_r - mgy_G \tag{2}$$

여기서,  $C_r \equiv \cos \theta_r$ ,  $C_p \equiv \cos \theta_p$ ,  $D \equiv \sqrt{C_r^2 + C_p^2 - 1}$  이다.

로봇을 하나의 질점으로 모델링하고, 수직방향의 움직임이 없다는 가정을 하면, (1), (2)는 각각 (3)과 (4)로 단순화된다.

$$m(\ddot{x}_G) = \tau_p + mgx_G \tag{3}$$

$$m(-\ddot{y}_G) = \tau_r - mgy_G \tag{4}$$

작용하는 모멘트의 합을 수직 반력으로 나눈 값인 ZMP의 물리적 의미를 고려하여 ZMP와 수직 반력과의 관계 (5), (6)을 적용하면, (7), (8)을 증명할 수 있다.

$$\tau_r = mgv_{ZMP} \tag{5}$$

$$\tau_p = -mgx_{ZMP} \tag{6}$$

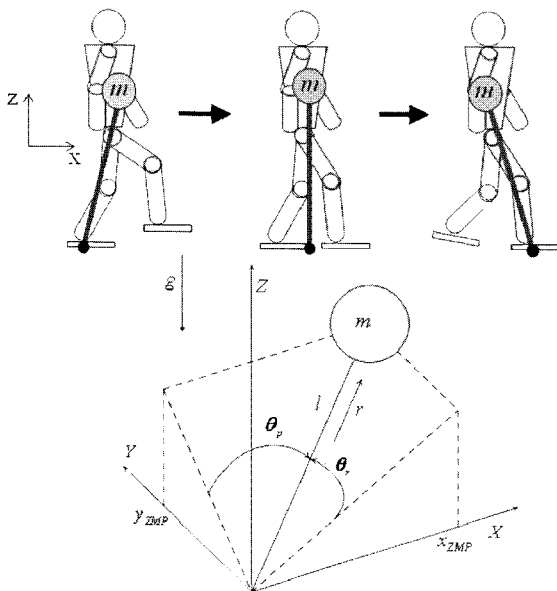


그림 1. 이족보행 로봇의 3차원 도립진자 모델[12].  
Fig. 1. 3D inverted pendulum model of biped robot [12].

$$x_{ZMP} = x_G - \frac{l}{g} \ddot{x}_G \tag{7}$$

$$y_{ZMP} = y_G - \frac{l}{g} \ddot{y}_G \tag{8}$$

보행 궤적을 생성하는 문제는 로봇 보행에 적합한 ZMP 궤적을 설계( $x_{ZMP}, y_{ZMP}$ )하고 이에 대하여 미분방정식 (7) 과 (8)의 해를 구하여 CoG 궤적( $x_G, y_G$ )을 계산하는 것이다. 제시된 미분방정식의 형태가 같음에 착안하여, ZMP 궤적과 CoG 궤적을 각각  $\mu, \phi$ 로 대표하여 표시하면, (9)를 얻을 수 있다.

$$\phi - \frac{l}{g} \ddot{\phi} = \mu \tag{9}$$

따라서 주어진 ZMP 궤적  $\mu$ 에 대하여 CoG 궤적을 계산하는 방법은 2차 상미분 방정식의 해를 계산하는 문제로 귀결된다.

**III. 푸리에 급수(fourier series)를 이용한 ZMP 궤적 함수 및 CoG 궤적의 해석해**

본 논문에서는 기본 ZMP 궤적 함수로서 (10)과 같은 푸리에 급수형태를 갖는 궤적을 제안한다. 푸리에 급수는 다항 함수와 다르게 다양한 형태의 궤적을 연속의 주기 함수로서 근사하기 용이하며, 푸리에 변환이나 경계치 문제 등에 있어서 광범위하게 적용이 편리한 형태이기 때문이다.

$$\mu(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^M [a_i \cos(i\omega_0 t) + b_i \sin(i\omega_0 t)] \tag{10}$$

여기서 M은 푸리에 유한 급수의 차수이며 유한 또는 무한대의 값을 가질 수 있다. 또한,  $a_0, a_i, b_i$ 는 ZMP 궤적을 생성하기 위한 미지수들, 그리고  $\omega_0$ 는 푸리에 급수의 기본 주파수를 나타낸다.

CoG 궤적은 Homogeneous solution과 Particular solution의 합으로 표현되며 이는 각각 (11), (12)와 같이 표현된다.

$$\phi(t) = \phi_h(t) + \phi_p(t) \tag{11}$$

$$\phi_h(t) = \eta_1 \cosh(\omega_n t) + \eta_2 \sinh(\omega_n t)$$

$$\phi_p(t) = \frac{\alpha_0}{2} + \sum_{i=1}^M [\alpha_i \cos(i\omega_0 t) + \beta_i \sin(i\omega_0 t)] \tag{12}$$

여기서,  $\omega_n = \sqrt{g/l}$  이며,  $\alpha_0, \alpha_i, \beta_i$ 는 각각  $a_0, a_i, b_i$ 로부터 계산된다.

ZMP 궤적의 계수와 CoG 계수와와의 관계는 (13)과 같이 결정되며, 입력 ZMP 궤적의 계수와 푸리에 급수의 기본 주파수( $\omega_0$ )를 결정하면 CoG 궤적을 구하는 문제는 미지수  $\eta_1$ 과  $\eta_2$ 를 구하는 문제로 귀결된다.

$$\alpha_0 = a_0, \alpha_i = a_i \left( 1 + \left( \frac{i \cdot \omega_0}{\omega_n} \right)^2 \right)^{-1}, \beta_i = b_i \left( 1 + \left( \frac{i \cdot \omega_0}{\omega_n} \right)^2 \right)^{-1} \tag{13}$$

따라서 본 논문에서는 푸리에 급수의 형태로 설계된 ZMP 궤적에 기반하여 CoG 궤적의 해석해를 구하는 방법에 대하여 서술한다. ZMP 궤적의 생성은 보행의 서술 및 운용에 적

합한 시간 구간 세그먼트를 기반으로 생성하며, 생성된 ZMP 궤적에 대하여 세그먼트간 경계에서의 위치-속도 연속성을 갖는 CoG 궤적에 대한 해석하는 다음의 IV 장에서 서술한다.

**IV. ZMP궤적에 대한 CoG 궤적의 해석**

시간구간 j번째 세그먼트 (j=1, 2, ..., m)에 대하여 ZMP 궤적과 CoG 궤적은 전술한 형태와 같이 다음의 (14), (15)로 표현할 수 있다.

$$\mu^{(j)}(t) = \frac{a_0^{(j)}}{2} + \sum_{i=1}^{M^{(j)}} [a_i^{(j)} \cos(i\omega_0^{(j)}(t-t_{j-1})) + b_i^{(j)} \sin(i\omega_0^{(j)}(t-t_{j-1}))] \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \varphi^{(j)}(t) = & \eta_1^{(j)} \cosh(\omega_n(t-t_{j-1})) + \eta_2^{(j)} \sinh(\omega_n(t-t_{j-1})) \\ & + \frac{\alpha_0^{(j)}}{2} + \sum_{i=1}^{M^{(j)}} [\alpha_i^{(j)} \cos(i\omega_0^{(j)}(t-t_{j-1})) \\ & + \beta_i^{(j)} \sin(i\omega_0^{(j)}(t-t_{j-1}))] \end{aligned} \quad (15)$$

여기서,  $t_j$ 는 j번째 세그먼트의 종료시간이며,  $\omega_0^{(j)}$ 는 j번째 세그먼트에서의 푸리에 급수 기본 주파수  $\omega_0^{(j)} = \pi / (2(t_j - t_{j-1}))$ 이다. 푸리에 급수는 주기함수이므로, 주파수를 세그먼트 구간과 동일하게 결정할 경우 ZMP 궤적을 생성하기 부적합하다. 선형 공간에서의 선형 독립성을 유지하기 위하여 직교 함수 조건을 만족하도록 하고 차수 M에 대하여 보행 세그먼트 조건과 일관되게 적용이 가능하도록 기본 주파수  $\omega_0$ 를 적절히 선정할 필요가 있으며, 본 논문에서는 각 보행 세그먼트의 종료시간의 절반에 해당하는 값을 이용하여  $\omega_0$ 를 결정함으로써 사인과 코사인 함수를 기본 함수(basis function)로 선정하였다.

CoG 궤적은 각 구간별로 미지수  $\eta_1^{(j)}, \eta_2^{(j)}$ 를 포함하는데 각 세그먼트 간의 위치와 속도 연결성을 보장하며 지수함수 형태를 포함하는 CoG 궤적의 발산을 방지하도록 이 미지수들을 선정하여야 한다. 여기서 총 2m개의 미지수가 발생하며 이를 해결하기 위해 같은 개수의 조건식을 세운다. 즉, CoG의 초기 조건, 각 구간에서의 시작과 종료 시 궤적의 위치와 속도 연결조건, 최종 구간 종료시점( $t_m$ )에서의 CoG 종료 조건을 아래와 같이 설정한다.

**1. CoG의 초기 조건**

로봇의 초기 자세와 관련된 CoG의 초기조건 ( $\varphi^{(1)}(t_0)$ )이 주어지면 이를 이용한 방정식은 (16) 과 같다.

$$[1 \ 0] \begin{bmatrix} \eta_1^{(1)} \\ \eta_2^{(1)} \end{bmatrix} = \varphi^{(1)}(t_0) - \frac{\alpha_0^{(1)}}{2} - \sum_{i=1}^{M^{(1)}} \alpha_i^{(1)} \quad (16)$$

**2. CoG 궤적의 위치 연결조건**

각 세그먼트에서의 궤적 위치 연결조건은 초기조건( $t_0$ )과 종료조건( $t_m$ )을 제외한 각 세그먼트 사이의 구간별 경계에서 발생하며, m개의 구간을 가정하였으므로 총 m-1개의 조건식을 얻을 수 있고 (17)과 같다.

$$\varphi^{(j)}(t_j) = \varphi^{(j+1)}(t_j) \quad (17)$$

(17)로부터 각 구간의 경계 조건을 서술하면 (18)과 같고,

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \eta_1^{(j)} \\ \eta_2^{(j)} \\ \eta_1^{(j+1)} \\ \eta_2^{(j+1)} \end{bmatrix} \\ & \left[ \cosh(\omega_n \Delta t_j) \quad \sinh(\omega_n \Delta t_j) \quad -1 \quad 0 \right] \\ & = -\frac{\alpha_0^{(j)}}{2} + \frac{\alpha_0^{(j+1)}}{2} - \sum_{i=1}^{M^{(j)}} \left[ \alpha_i^{(j)} \cos\left(i\frac{\pi}{2}\right) + \beta_i^{(j)} \sin\left(i\frac{\pi}{2}\right) \right] \\ & \quad + \sum_{i=1}^{M^{(j+1)}} \alpha_i^{(j+1)} \end{aligned} \quad (18)$$

여기서,  $\Delta t_j = t_j - t_{j-1}$ 이다.

**3. CoG 궤적의 속도 연결조건**

속도 연결조건은 위치 연결조건과 동일하게 m-1개의 조건이 발생하며, (19)로부터 (20)을 얻는다.

$$\dot{\varphi}^{(j)}(t_j) = \dot{\varphi}^{(j+1)}(t_j) \quad (19)$$

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \omega_n \sinh(\omega_n \Delta t_j) & \omega_n \cosh(\omega_n \Delta t_j) & 0 & -\omega_n \end{bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} \eta_1^{(j)} \\ \eta_2^{(j)} \\ \eta_1^{(j+1)} \\ \eta_2^{(j+1)} \end{bmatrix} \\ & = \sum_{i=1}^{M^{(j)}} \left[ (i\omega_0^{(j)}) \left( \alpha_i^{(j)} \sin\left(i\frac{\pi}{2}\right) - \beta_i^{(j)} \cos\left(i\frac{\pi}{2}\right) \right) \right] \\ & \quad + \sum_{i=1}^{M^{(j+1)}} [i\omega_0^{(j+1)} \beta_i^{(j+1)}] \end{aligned} \quad (20)$$

**4. CoG 궤적의 종료 조건**

마지막으로, 로봇의 보행 종료시점( $t_m$ )에서의 자세와 관련된 CoG의 최종조건 ( $\varphi^{(m)}(t_m)$ ) 으로부터 (21)을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \left[ \cosh(\omega_n \Delta t_m) \quad \sinh(\omega_n \Delta t_m) \right] \begin{bmatrix} \eta_1^{(m)} \\ \eta_2^{(m)} \end{bmatrix} \\ & = \varphi^{(m)}(t_m) - \frac{\alpha_0^{(m)}}{2} - \sum_{i=1}^{M^{(m)}} \left[ \alpha_i^{(m)} \cos\left(i\frac{\pi}{2}\right) + \beta_i^{(m)} \sin\left(i\frac{\pi}{2}\right) \right] \end{aligned} \quad (21)$$

본 IV 장의 미지수 ( $\eta$ )와 조건식을 모두 정리하면,

$$H\eta = z \quad (22)$$

여기서

$$H = \begin{bmatrix} H_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ H_1 & \Pi_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & H_2 & \Pi_2 & 0 & 0 \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & H_{m-1} & \Pi_{m-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & H_m \end{bmatrix}$$

$$H_0 = [1 \ 0],$$

$$H_j = \begin{bmatrix} \cosh(\omega_n \Delta t_j) & \sinh(\omega_n \Delta t_j) \\ \omega_n \sinh(\omega_n \Delta t_j) & \omega_n \cosh(\omega_n \Delta t_j) \end{bmatrix}$$

$$\Pi_j = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -\omega_n \end{bmatrix}, \quad H_m = [\cosh(\omega_n \Delta t_m) \quad \sinh(\omega_n \Delta t_m)]$$

$$\eta = [\eta_1^{(1)} \quad \eta_2^{(1)} \quad \eta_1^{(2)} \quad \eta_2^{(2)} \quad \dots \quad \eta_1^{(m)} \quad \eta_2^{(m)}]^T$$

$$z = [z^{(0)} \quad z_1^{(1)} \quad z_2^{(1)} \quad \dots \quad z_1^{(m-1)} \quad z_2^{(m-1)} \quad z^{(m)}]^T$$

$$z^{(0)} = \varphi^1(t_0) - \frac{\alpha_0^{(1)}}{2} - \sum_{i=1}^{M^{(1)}} \alpha_i^{(1)}$$

$$z_1^{(j)} = -\frac{\alpha_0^{(j)}}{2} + \frac{\alpha_0^{(j+1)}}{2} - \sum_{i=1}^{M^{(j)}} \left[ \alpha_i^{(j)} \cos\left(i\frac{\pi}{2}\right) + \beta_i^{(j)} \sin\left(i\frac{\pi}{2}\right) \right]$$

$$+ \sum_{i=1}^{M^{(j+1)}} \alpha_i^{(j+1)}$$

$$z_2^{(j)} = \sum_{i=1}^{M^{(j)}} \left[ i\omega_0^{(j)} \left( \alpha_i^{(j)} \sin\left(i\frac{\pi}{2}\right) - \beta_i^{(j)} \cos\left(i\frac{\pi}{2}\right) \right) \right]$$

$$+ \sum_{i=1}^{M^{(j+1)}} \left[ i\omega_0^{(j+1)} \beta_i^{(j+1)} \right]$$

$$z^{(m)} = \varphi^m(t_m) - \frac{\alpha_0^{(m)}}{2} - \sum_{i=1}^{M^{(m)}} \left[ \alpha_i^{(m)} \cos\left(i\frac{\pi}{2}\right) + \beta_i^{(m)} \sin\left(i\frac{\pi}{2}\right) \right]$$

이다. 이는 차수 M을 갖고 있는 유한 푸리에 급수와 무한 급수의 형태로 서술되어있는 두 가지 경우 모두 적용가능 하며, 각 세그먼트마다 M<sup>0</sup>를 다르게 설정 가능함을 의미한다.

**V. 보폭 변화에 따른 CoG 궤적의 변화**

이족 보행로봇의 경우 사진에 계획된 보행 궤적을 안정적으로 추종하는 기능뿐만 아니라 조작자의 명령이나 로봇 주위의 상황 판단 결과에 따라 수시로 보폭을 변화시켜 운용할 필요가 있다. 이 경우 현재 진행되고 있는 ZMP 궤적과 CoG 궤적으로부터 새로운 보행의 궤적을 적용시키는 방법이 요구된다.

일반적인 보행에서는 한발지지상태 (SSP: Single Support Phase)와 두발지지상태 (DSP: Double Support Phase)가 반복적으로 나타난다. 그림 2는 보폭이 t<sub>2</sub> 시점에서 l<sub>2</sub>에서 l<sub>new</sub>로 변화할 때 X-Z 평면(sagittal plane)에서의 ZMP 궤적의 예를 보인 것이다. 그림 2에 제시한 ZMP 궤적의 경우 통상적으로 DSP 구간에서는 평탄하게, SSP 구간에서는 곡선형태로 나타난다. 본 논문에서 보행 궤적은 SSP 구간이 시작되는 시점에서 서부터 변화되며, 이때 새로운 궤적을 위한 세그먼트는 설명의 명확성을 위하여 보행 궤적이 변하는 시점으로부터 초기화 된다고 가정하였다. 또한, 새로운 궤적 세그먼트를 나타내기 위하여 그림 2에 t<sub>2</sub>, t<sub>m</sub>은 각각  $\tilde{t}_0, \tilde{t}_1$ 으로 표시하였다.

새로운 세그먼트의 시작 시 IV 장에서 서술된 방법은 궤적의 초기 위치 조건만을 사용하기 때문에 초기 속도의 연결성은 보장되지 않는다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 본 절에서는 변화된 보폭의 세그먼트 시작에 대한 조건을 포함하는 해석해를 제시한다.

수식의 일관된 서술을 위하여 새로운 세그먼트의 시간 구

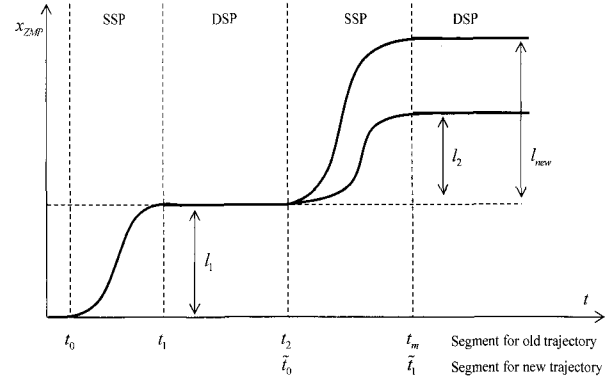


그림 2. ZMP 궤적의 변화 예.

Fig. 2. Example of ZMP trajectory change.

간 표기를 그림 2에 제시된 바와 같이하고, 첫 번째 세그먼트에서의 푸리에 급수의 차수(M<sup>0</sup>)는 1로 가정한다. 이와 관련된 수식은 다음과 같이 (23)~(28)에 제시한다.

- ZMP 초기조건

$$\frac{\alpha_0^{(1)}}{2} + \alpha_1^{(1)} = \mu^{(1)}(\tilde{t}_0) \tag{23}$$

- t = t<sub>1</sub>에서의 ZMP 조건:

$$\frac{\alpha_0^{(1)}}{2} + \beta_1^{(1)} = \mu^{(1)}(\tilde{t}_1) \tag{24}$$

- CoG 초기조건:

$$\eta_1^{(1)} + \frac{\alpha_0^{(1)}}{2} + \alpha_1^{(1)} = \varphi^{(1)}(\tilde{t}_0) \tag{25}$$

$$\eta_2^{(1)} \omega_n + \beta_1^{(1)} \omega_0^{(1)} = \dot{\varphi}^{(1)}(\tilde{t}_0) \tag{26}$$

- CoG 연결 조건:  $\varphi^{(1)}(\tilde{t}_1) = \varphi^{(2)}(\tilde{t}_1), \quad \dot{\varphi}^{(1)}(\tilde{t}_1) = \dot{\varphi}^{(2)}(\tilde{t}_1)$

$$\frac{\alpha_0^{(1)}}{2} + \beta_1^{(1)} + \eta_1^{(1)} \cosh(\omega_n \Delta \tilde{t}_1) + \eta_2^{(1)} \sinh(\omega_n \Delta \tilde{t}_1) - \eta_1^{(2)}$$

$$= \frac{\alpha_0^{(2)}}{2} + \sum_{i=1}^{M^{(2)}} \alpha_i^{(2)} \tag{27}$$

$$-\omega_0^{(1)} \alpha_1^{(1)} + \eta_1^{(1)} \omega_n \sinh(\omega_n \Delta \tilde{t}_1) + \eta_2^{(1)} \omega_n \cosh(\omega_n \Delta \tilde{t}_1)$$

$$- \omega_n \eta_2^{(2)} = \sum_{i=1}^{M^{(2)}} \left[ i\omega_0^{(2)} \beta_i^{(2)} \right] \tag{28}$$

(22)에 (23) ~ (28)을 포함시킨 확장된 형태의 방정식을 구하면,

$$\tilde{H} \tilde{\eta} = \tilde{z} \tag{29}$$

여기서,

$$\tilde{H} = \begin{bmatrix} E_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ E_1 & \Gamma_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ E_2 & H_1 & \Pi_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & H_2 & \Pi_2 & 0 & 0 & 0 \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{\tilde{m}-1} & \Pi_{\tilde{m}-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{\tilde{m}} \end{bmatrix}$$

$$E_0 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 1 + \left(\frac{\omega_0^{(1)}}{\omega_n}\right)^2 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 1 + \left(\frac{\omega_0^{(1)}}{\omega_n}\right)^2 \end{bmatrix}$$

$$E_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_0^{(1)} \end{bmatrix}, \quad \Gamma_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \omega_n \end{bmatrix}, \quad E_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 1 \\ 0 & -\omega_0^{(1)} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\eta} = [\alpha_0^{(1)} \quad \alpha_1^{(1)} \quad \beta_1^{(1)} \quad \eta_1^{(1)} \quad \eta_2^{(1)} \quad \eta_1^{(2)} \quad \eta_2^{(2)} \quad \dots \quad \eta_1^{(\tilde{m})} \quad \eta_2^{(\tilde{m})}]^T$$

$$\tilde{z} = [\mu^{(1)}(\tilde{t}_0) \quad \mu^{(1)}(\tilde{t}_1) \quad \varphi^{(1)}(\tilde{t}_0) \quad \varphi^{(1)}(\tilde{t}_0) \quad z_1 \quad z_2 \quad z_1^{(2)} \quad z_2^{(2)} \quad z_1^{(3)} \quad z_2^{(3)} \quad \dots \quad z_1^{(\tilde{m}-1)} \quad z_2^{(\tilde{m}-1)} \quad z^{(\tilde{m})}]^T$$

$$z_1 = \frac{\alpha_0^{(2)}}{2} + \sum_{i=1}^{M^{(2)}} \alpha_i^{(2)}, \quad z_2 = \sum_{i=1}^{M^{(2)}} [i\omega_0^{(2)}\beta_i^{(2)}]$$

으로 정리된다.

(29)에는  $2\tilde{m} + 2M^{(1)} + 1$  개의 미지수와  $2(\tilde{m}-1) + 4 + 1$  개의 조건식이 존재하므로 미지수와 조건 식의 수가 일치하여 해를 구할 수 있다. 실시간으로 구현하기 위해서는 (22) 또는 (29)는 새로운 세그먼트가 시작되기 이전에 연산이 완료되어야 하며, 이로부터 얻어진 계수를 (15)에 적용하여 실시간으로 궤적을 계산·생성한다.

**VI. 해석해의 존재 증명**

각각의 (22)와 (29)로부터 미지수를 구하기 위해서는 H와  $\tilde{H}$  의 역행렬이 존재함을 보일 필요가 있다. 분할된 행렬을 모든 요소가 보일 수 있도록 통합하여 표기하면 (30), (31)과 같으며, 행렬의 각 열(column)벡터에 대하여 일차 독립임을 보임으로써 역행렬이 존재함을 보인다.

H 행렬의 경우 (30)에 제시된 바와 같이 열벡터가 모두 일차 독립이므로 역행렬이 존재한다. 또한,  $\tilde{H}$  행렬의 경우 (31)에 제시된 벡터 중에서  $\tilde{h}_1^{(k)}$  와  $\tilde{h}_2^{(k)}$  는 ( $k=2, 3, \dots, \tilde{m}$ ) 일차 독립이고, 모든  $k$ 에 대하여  $[\tilde{h}_1 | \tilde{h}_2 | \tilde{h}_3 | \tilde{h}_1^{(1)} | \tilde{h}_2^{(1)} | \tilde{h}_1^{(k)} | \tilde{h}_2^{(k)}]$  이 일차 독립임을 증명하면 는 역행렬을 갖는다.

$$H = [h_1^{(1)} | h_2^{(1)} | h_1^{(2)} | h_2^{(2)} | \dots | h_1^{(2\tilde{m}-1)} | h_2^{(2\tilde{m}-1)} | h_1^{(m)} | h_2^{(m)}]$$

$$h_1^{(1)} = [1 \quad Ch_1 \quad \omega_n Sh_1 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$h_2^{(1)} = [0 \quad Sh_1 \quad \omega_n Ch_1 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$h_1^{(2)} = [0 \quad -1 \quad 0 \quad Ch_2 \quad \omega_n Sh_2 \quad \dots \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$h_2^{(2)} = [0 \quad 0 \quad -\omega_n \quad Sh_2 \quad \omega_n Ch_2 \quad \dots \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$\vdots$$

$$h_1^{(m-1)} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad -1 \quad 0 \quad Ch_{m-1} \quad \omega_n Sh_{m-1} \quad 0]^T$$

$$h_2^{(m-1)} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad -\omega_n \quad Sh_{m-1} \quad \omega_n Ch_{m-1} \quad 0]^T$$

$$h_1^{(m)} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0 \quad -1 \quad 0 \quad Ch_m]^T$$

$$h_2^{(m)} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -\omega_n \quad Sh_m]^T$$

(30)

여기서,  $Ch_j = \cosh(\omega_n \Delta t_j)$ ,  $Sh_j = \sinh(\omega_n \Delta t_j)$  이다.

$$\tilde{H} = [\tilde{h}_1 | \tilde{h}_2 | \tilde{h}_3 | \tilde{h}_1^{(1)} | \tilde{h}_2^{(1)} | \dots | \tilde{h}_1^{(\tilde{m}-1)} | \tilde{h}_2^{(\tilde{m}-1)} | \tilde{h}_1^{(\tilde{m})} | \tilde{h}_2^{(\tilde{m})}]$$

$$\tilde{h}_1 = \left[ \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad 0 \quad \frac{1}{2} \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right]^T$$

$$\tilde{h}_2 = [1 + \bar{\omega}_{(1)}^2 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad -\omega_0^{(1)} \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$\tilde{h}_3 = [0 \quad 1 + \bar{\omega}_{(1)}^2 \quad 0 \quad \omega_0^{(1)} \quad 1 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$\tilde{h}_1^{(1)} = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad Ch_1 \quad \omega_n Sh_1 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$\tilde{h}_2^{(1)} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad \omega_n \quad Sh_1 \quad \omega_n Ch_1 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$\tilde{h}_1^{(2)} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -1 \quad 0 \quad Ch_2 \quad \omega_n Sh_2 \quad 0 \quad \dots \quad 0]^T$$

$$\tilde{h}_2^{(2)} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -\omega_n \quad Sh_2 \quad \omega_n Ch_2 \quad 0 \quad \dots \quad 0]^T$$

$$\vdots$$

$$\tilde{h}_1^{(\tilde{m}-1)} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad -1 \quad 0 \quad Ch_{\tilde{m}-1} \quad \omega_n Sh_{\tilde{m}-1} \quad 0]^T$$

$$\tilde{h}_2^{(\tilde{m}-1)} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad -\omega_n \quad Sh_{\tilde{m}-1} \quad \omega_n Ch_{\tilde{m}-1} \quad 0]^T$$

$$\tilde{h}_1^{(\tilde{m})} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0 \quad -1 \quad 0 \quad Ch_{\tilde{m}}]^T$$

$$\tilde{h}_2^{(\tilde{m})} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -\omega_n \quad Sh_{\tilde{m}}]^T$$

(31)

여기서,  $\bar{\omega}_{(1)} = \omega_0^{(1)} / \omega_n$  이다.

(31)을 살펴보자. 만일  $[\tilde{h}_1 | \tilde{h}_2 | \tilde{h}_3 | \tilde{h}_1^{(1)} | \tilde{h}_2^{(1)}]$  의 모든 열이 일차 독립이라면  $[\tilde{h}_1 | \tilde{h}_2 | \tilde{h}_3 | \tilde{h}_1^{(1)} | \tilde{h}_2^{(1)}]$  과  $[\tilde{h}_1^{(k)} | \tilde{h}_2^{(k)}]$  이 서로 일차 독립이다.  $[\tilde{h}_1 | \tilde{h}_2 | \tilde{h}_3 | \tilde{h}_1^{(1)} | \tilde{h}_2^{(1)}]$  을 구성하는 열들의 일차 독립성을 판별하기 위하여 다음의 행렬을 생각하자.

$$\bar{H} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 1 + \bar{\omega}_{(1)}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 1 + \bar{\omega}_{(1)}^2 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_0^{(1)} & 0 & \omega_n & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 1 & Ch_1 & Sh_1 & -1 \\ 0 & -\omega_0^{(1)} & 0 & \omega_n Sh_1 & \omega_n Ch_1 & 0 \end{bmatrix}$$

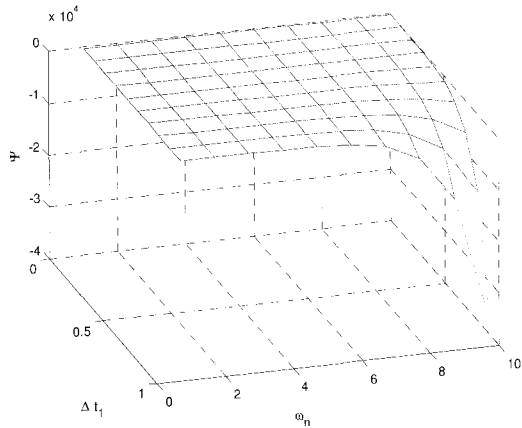
(32)

이 행렬은  $\tilde{H}$  행렬의 요소 중 첫 6×6 요소만을 모아놓은 행렬이다.  $[\tilde{h}_1 | \tilde{h}_2 | \tilde{h}_3 | \tilde{h}_1^{(1)} | \tilde{h}_2^{(1)}]$  의 7 ~ 2 $\tilde{m}$  + 3행의 요소는 모두 영 “0”에 착안하여  $\bar{H}$  의 행렬식을 계산하면 (33) 이고, 이것이 영 “0”이 아님을 보임으로서 H와  $\tilde{H}$  은 모두 역행렬이 존재함을 증명하고자 한다.

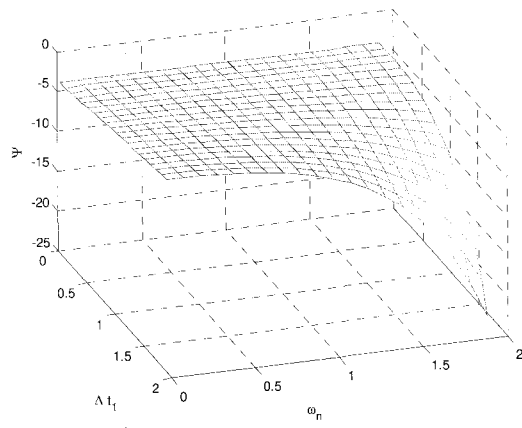
(33)이 영 “0”의 값을 갖는 지의 여부를 판별하기 위하여 (33)의 여러 항 중에서 영 “0”이 될 수 있는 부분인 (34)를 고려한다. 따라서 (34)가 모든  $\Delta t_i$  과  $\omega_n$  에 대하여 영 “0”의 값을 갖는지의 여부를 점검하면 된다.

$$\det(\bar{H}) = -\omega_0^{(1)} ((\omega_0^{(1)})^2 + \omega_n^2) (\omega_0^{(1)} Sh_1 - \omega_n (1 + Ch_1)) / 2\omega_n^2$$

(33)



(a) Wide range calculation result



(b) Narrow range calculation result

그림 3.  $\psi(\Delta t_1, \omega_n)$ 의 계산결과.

Fig. 3. Calculation result of  $\psi(\Delta t_1, \omega_n)$ .

$$\begin{aligned} \psi(\Delta t_1, \omega_n) &= \psi_1(\Delta t_1, \omega_n) - \psi_2(\Delta t_1, \omega_n) \\ \psi_1(\Delta t_1, \omega_n) &= \frac{\pi}{2\Delta t_1} \sinh(\omega_n \Delta t_1) \\ \psi_2(\Delta t_1, \omega_n) &= \omega_n (1 + \cosh(\omega_n \Delta t_1)) \end{aligned} \quad (34)$$

(34)의 경우  $\psi_1$ 과  $\psi_2$ 는 모두 양수인 값을 갖는 단조증가 함수이며, 그림 3은  $\psi(\Delta t_1, \omega_n)$ 에 대하여 a) 넓은 영역에서의 계산 결과와 b)  $\Delta t_1$ 과  $\omega_n$ 이 영 0의 근방에서의 계산 결과를 도시하고 있다. (34)의 그림 3(a)의 계산 결과를 보면  $\psi(\Delta t_1, \omega_n)$ 는 단조 감소함수의 형태를 갖게 되고, 그림 3(b)에 제시한 바와 같이 모든 경우에 대하여 음수인 값을 가지므로 행렬 값은 항상 양수인 값을 갖게 되어 CoG 궤적 생성에 대한 해석하는 항상 존재한다.

**VII. 푸리에 급수와 시간구간의 경계조건(시작-종료 조건)을 이용한 ZMP 궤적 생성과 CoG 궤적의 계산**

본 장에서는 ZMP 궤적을 생성하는데 있어서 일반적으로 사용하는 방법인 경계조건을 이용한 ZMP 궤적 생성 기법을 유한 푸리에 급수를 이용하여 생성하고, 이를 이용한 CoG 궤적의 계산결과를 제시함으로써 전술한 내용을 검증하고자 한다.

**1. 경계조건을 이용한 ZMP 궤적 생성**

경계조건을 이용한 ZMP 궤적은 (35)를 사용하였다. 본 장에서 사용한 궤적 생성방법을 자세히 설명하면, 각 세그먼트

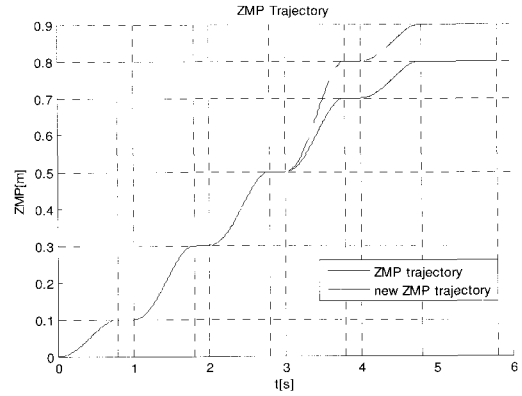


그림 4. ZMP 궤적 생성 예.

Fig. 4. Example of ZMP trajectory generation.

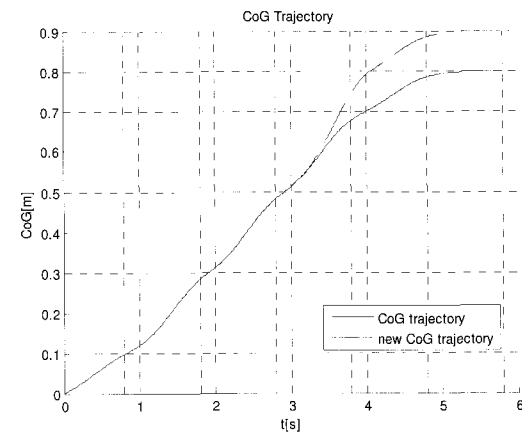


그림 5. 그림 4의 ZMP 궤적으로부터 생성된 CoG 궤적.

Fig. 5. Calculated CoG trajectory from ZMP trajectory of fig. 4.

에 대하여 궤적의 위치와 속도조건을 포함시키는 경우 4개의 조건이 존재하며, 이는 간단한 수식의 전개를 통하여, 경계조건에 가속도를 포함시켜 확장하거나, 위치만을 고려하여 수식의 형태를 축소시킬 수도 있다. 여기서 푸리에 급수의 차수(M)를 2로 설정하면, (14)로부터 ZMP 궤적을 생성하기 위해서는 5개의 계수가 필요하게 되며, 나머지 1개의 계수( $a_0$ )는 세그먼트 초기 위치에 2배에 해당하는 값을 갖도록 설정할 수 있다. 이는 각 세그먼트에서의 초기위치는 이전 세그먼트의 종료위치와 같아야 하는 궤적의 연결 조건을 포함하는 것이며, 종료 위치는 현재 세그먼트에서의 경계에서의 위치 차이를 이전 세그먼트의 종료위치에 더해준다는 의미를 내포한다.

$$\begin{bmatrix} a_1^{(j)} \\ a_2^{(j)} \\ b_1^{(j)} \\ b_2^{(j)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_0^{(j)} & 2\omega_0^{(j)} \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ -\omega_0^{(j)} & 0 & 0 & -2\omega_0^{(j)} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mu^{(j)}(t_{j-1}) - \frac{a_0^{(j)}}{2} \\ \dot{\mu}^{(j)}(t_{j-1}) \\ \mu^{(j)}(t_j) - \mu^{(j)}(t_{j-1}) \\ \dot{\mu}^{(j)}(t_j) \end{bmatrix} \quad (35)$$

그림 4에 나타난 바와 같이 전술한 내용을 토대로 하여 ZMP의 위치를 보행 중에 변화시킬 수 있다. 각 세그먼트의 시작시간은 0, 0.8, 1.0, 1.8, 2.0, 2.8, 3.0, 3.8, 4.0, 4.8초로 SSP는 0.8초, DSP는 0.2초로 할당하였으며, 종료 CoG위치는 ZMP와

같다고 가정하였다. 3.8초에서의 ZMP 위치를 원래 계획된 궤적보다 10cm 증가시키기 위하여 3초부터 궤적의 변화를 발생시켰다.

## 2. ZMP 궤적으로부터 CoG 궤적 생성

그림 5은 그림 4의 궤적으로부터 계산된 CoG 궤적을 나타낸다. ZMP 궤적이 평탄한 구간에 대해서도 도립진자의 쓰러짐과 같은 궤적이 나타나며, 각 구간 경계에서의 위치와 속도 연결 조건이 잘 적용되어있는 것을 볼 수 있다. 또한, 변형된 세그먼트의 초기 시점(3초)에서 CoG 궤적의 속도 조건을 사용하게 되는데, 이는 원래의 CoG 궤적을 수치 미분한 값을 적용하였다.

## VIII. 결론

본 논문에서는 이족 보행 로봇의 모델로서 범용적으로 사용되고 있는 간단한 도립진자 모델을 이용하여 보행의 궤적 생성을 위한 미분방정식을 일반화하였고, 현재 ZMP 궤적 생성 함수로 많이 사용되고 있는 다항함수 대신 푸리에 급수를 이용하여 ZMP 궤적을 생성하는 방법과 이에 기반한 CoG 궤적의 해석해를 구하는 방법에 대하여 서술하였다. 또한, 여기에서 사용한 푸리에 급수는 로봇의 보행 중 궤적을 변화시키기 위해 적용된 하나의 세그먼트를 제외하고는 그 차수에 영향을 받지 않는다.

다항함수를 사용한 경우와 마찬가지로, 푸리에 급수를 사용한 경우에도 사전에 계획된 궤적뿐만 아니라 로봇의 운동 중에도 궤적을 변경할 수 있도록 하는 해석해를 유도하였으며, 추가적으로 해석해의 존재 여부 및 조건에 대한 수학적 증명도 포함하였다. 또한, 수식의 검증을 위하여 경계조건을 이용한 ZMP 및 CoG 궤적의 생성기법에 대하여 논하였으며 그 결과를 제시하였다.

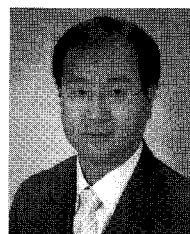
푸리에 급수는 다양한 형태의 궤적을 갖고 있는 함수 및 경로 데이터를 연속의 주기 함수로서 근사하기 용이하다. 본 논문에서는 푸리에 급수형태로 이족 보행 로봇의 궤적을 서술하였기 때문에 다항함수의 경우와는 달리 널리 사용되고 있는 오프라인 푸리에 변환, 온라인 고속 푸리에 변환이나 경계치 문제와 같은 다양한 접근방법을 이용하여 ZMP 궤적을 설계할 수 있고, 이로부터 이족 보행 로봇으로의 적용이 용이한 CoG 궤적을 해석적으로 얻을 수 있기 때문에 그 활용 가치가 높을 것이라 예상된다.

## 참고문헌

- [1] Q. Huang, K. Yokoi, S. Kajita, K. Kaneko, H. Arai, N. Koyachi, and K. Tanie, "Planning walking patterns for a biped robot" *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 17, no. 3, Jun. 2001.
- [2] I.-W. Park, J.-Y. Kim, J. H. Lee, and J.-H. Oh, "Online Free walking trajectory generation for biped humanoid robot KHR-3 (HUBO)," *IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation*, pp. 1231-1236, 2006.
- [3] J. Y. Kim, I. W. Park, and J. H. Oh, "Design and Walking Control of the Humanoid Robot, KHR-2," *Int. Conf. on Control, Automation and Systems*, pp. 1539-1543, Aug. 2004.
- [4] J. Yamaguchi, A. Takanishi, and I. Kato, Development of a Biped Walking Robot Compensating for Three-Axis Moment

by Trunk Motion, in *Proc. IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pp. 561-566, Yokohama, Japan, Jul. 1993.

- [5] S. Kagami, K. Nishiwaki, T. Kitagawa, T. Sugihara, M. Inaba, and H. Inoue, "A fast generation method of dynamically stable humanoid robot trajectory with enhanced ZMP constraint," *Proc. of IEEE International Conf. on Humanoid Robotics*, Boston, Sep. 2000.
- [6] Kensuke Harada, Shuuji Kajita, Kenji Kaneko, and Hirohisa Hirukawa, "An analytical method on real-time gait planning," *Int. Journal of Humanoid Robotics*, vol. 3, Issue 1, pp. 1-19, Sep. 2006.
- [7] I.-W. Park, J.-Y. Kim, and J.-H. Oh, "Online Walking pattern generation and its application to a biped humanoid robot - KHR-3(HUBO)," *Advanced Robotics*, vol. 22, no. 2-3, pp. 159-190, Feb. 2008.
- [8] S. Kajita, F. Kanehiro, K. Kaneko, K. Fujiwara, K. Yokoi, and H. Hirukawa, "A real-time pattern generator for biped walking," in *Proc. IEEE int. Conf. Robotics and Automation*, pp. 31-37, May 2002.
- [9] S. Kajita, F. Kanehiro, K. Kaneko, K. Fujiwara, K. Harada, K. Yokoi, and H. Hirukawa, "Biped walking pattern generation by using preview control of zero-moment Point," *IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation*, pp. 1620-1626, Sep. 2003.
- [10] M. Morisawa, S. Kajita, K. Kaneko, K. Harada, F. Kanehiro, K. Fujiwara, and H. Hirukawa, "Pattern generation of biped walking constrained on parametric surface," *IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation*, pp. 2405-2410, Apr. 2005.
- [11] T. Sugihara and Y. Nakamura, "A fast online gait planning with boundary condition relaxation for humanoid robots," *IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation*, pp. 305-310, Apr. 2005.
- [12] S. Kajita, F. Kanehiro, K. Kaneko, K. Fujiwara, K. Harada, K. Yokoi, and H. Hirukawa, "Biped walking pattern generation by using preview control of zero-moment point," *IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation*, pp. 1620-1626, Taipei, Taiwan, Sep. 2003.
- [13] A. Takanishi, M. Tochizawa, H. Karaki, and I. Kato, "Dynamic biped walking stabilized with optimal trunk and waist motion," *IEEE/RSJ International Workshop on Intelligent Robots and Systems '89*, pp. 187-192, Sep. 1989.



박 일 우

1977년 4월 5일생. 2000년 KAIST 기계공학과(공학사). 2002년 KAIST 기계공학과(공학석사). 2007년 KAIST 기계공학과(공학박사). 2008년~현재 광운대학교 정보제어공학과 조교수. 관심분야는 휴머노이드 로봇, 로봇 설계 및 제어.



백 주 현

1997년 서울대학교 기계설계학과(공학사). 1999년 서울대학교 기계설계학과(공학석사). 2004년 서울대학교 전기공학부(공학박사). 2007년~2008년 고려대학교 기계공학부 연구교수. 2008년~현재 광운대학교 정보제어공학과 조교수. 관

심분야는 비선형 제어.