

수학적 모델링 사례 분석을 통한 초등 수학에서의 지도 방안 연구

김 민 경 (이화여자대학교)
홍 지연 (이화여자대학교 대학원)
김 은 경 (이화여자대학교 교육대학원)

I. 서 론

수학교육에서 문제해결력이 강조됨에 따라 학생들의 문제해결력 향상에 관한 연구가 많은 관심을 얻고 있었으며, 이를 위한 여러 가지 방법들이 연구되어 왔다. 최근 들어 이들 중 한 가지로 '수학적 모델링'이 연구되고 있는데, 수학적 모델링은 실생활 상황에서의 구조화되지 않은 문제에 수학을 적용하도록 함으로써(Zbiek, 1998) 비구조화된 현실 세계의 문제에 수학을 응용하여 해결하는 것을 말한다(Galbraith & Clatworthy, 1990).

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM](1991)은 실생활 문제를 수학적으로 해결하는 능력의 개발과 신장을 위해 현실 상황을 수학화하는 능력을 강조함으로써 수학적으로 모델링할 수 있는 능력을 요구하고 있다. 또한 우리나라의 경우 최근 개정된 2007 개정교육과정(교육과학기술부, 2008)에서도 수학과 총괄 목표에 제시된 수학적 지식과 기능 습득의 부분을 상세화하여 생활 주변에서 일어나는 여러 가지 현상을 관찰하여 그 현상의 본질을 수학적으로 조직하는 활동을 통해 기초적인 개념과 원리, 법칙 등을 발견하고 이해하도록 지도해야 할 필요성을 언급함으로써 수학적 모델링의 지도에 대하여 강조한 바 있다.

이러한 수학적 모델링은 English(2003)를 비롯한 다수

의 국외 연구(예, Doerr & English, 2003; English, 2006; English & Watters, 2005; Lesh & Doerr, 2000; Zbiek, 2006; Zbiek & Conner, 2006 등)에 따르면 수학적 모델링이 초·중등 학교급에서 이루어지고 있다. 우리나라의 경우 성호금(2000), 신은주(2005), 신은주와 이종희(2004a, b), 조원주(2002) 등의 국내 연구에서도 수학적 모델링 적용 사례를 찾아볼 수 있는데, 수학적 모델링은 주로 중·고등학교에서 이루어지고 있는 반면, 초등학교에서의 연구는 매우 미흡한 실정이다.

English와 Watters(2005)는 어린이들이 전통적으로 가능하다고 믿어왔던 것보다 어린 나이에 모델, 일반화, 정당화하기를 배울 수 있고, 이런 활동에 참여하는 것이 학생들의 과학적, 수학적 추론 능력 향상에 도움을 준다고 보고 있으며, 초등학교는 모든 어린이들이 수학적 모델링의 의미있는 전개가 시작되어야 할 교육적 환경이므로 초등학교에서부터 수학적 모델링이 이루어져야 한다고 주장하고 있다.

또 English(2006)는 전통적으로 언급되어졌던 타입의 수학적 모델링(Galbraith, Blum, Booker, & Huntley, 1998)이 중고등학생을 위해 마련되어진 것이었으나, English(2002) 및 English와 Watters(2005) 등의 최근 연구로 볼 때, 어린 학생들도 단순한 수세기와 측정 이상을 포함하는 상황을 다룰 수 있을 뿐만 아니라, 초등수준의 아동들도 모델링 문제에 성공적으로 참여하여 문제 상황에서 만들어낸 수학적 아이디어를 개발·일반화하고 공유함으로써 의사소통기능을 향상시킬 수 있으므로, 현재의 연구는 초등학생에게 이러한 주요 개념과 절차를 경험할 수 있는 기회를 제공해야 한다고 언급하고 있다.

이에 본 연구에서는 수학적 모델링의 학교 현장 적용 사례 분석을 통해 우리나라 초등 수학에서의 수학적 모델링 지도 방안을 모색해보고자 한다.

* 접수일(2009년 7월 4일), 수정일(1차 : 2009년 9월 8일, 2차 : 2009년 10월 27일), 게재확정일(2009년 11월 10일)

* ZDM분류 : M13

* MSC2000분류 : 97C20

* 주제어 : 모델, 모델링, 수학적 모델, 수학적 모델링, 자료분석

* 이 논문은 2008년도 정부재원(교육인적자원부 학술연구조성 사업비)으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 연구되었음 (KRF-2008-327-B00627)

II. 수학적 모델링

1. 모델과 수학적 모델

일반적인 용어로서 모델은 어떤 대상의 크기를 줄여서 만든 물리적 복제품을 말하는 것으로 어떤 복잡한 체계의 행위에 대해 기술하고, 뜻을 이해하며, 설명하거나 예상하는데 사용된다. 모델들은 어떤 구체적 상황에서 특정한 목적을 달성하기 위해 개발되며, 학습과 문제 해결 상황이 치해있는 형태와 관련이 있다(English, 2003; Greeno, 1991; Lesh & Lehrer, 2003). 모델은 요소, 요소 사이의 관계, 요소들이 어떻게 상호작용 하는지를 기술하는 연산, 앞서 기술된 관계와 연산에 적용되는 대칭, 교환, 변환과 같은 패턴이나 규칙으로 구성된 체계이며(Lesh & Doerr, 2000), 모델들은 어떤 다른 유사한 체계의 행위를 묘사하거나 설명하거나 혹은 예측하는데 사용될 수 있는 요소, 작동, 관계 및 규칙의 체계이다(Doerr & English, 2003).

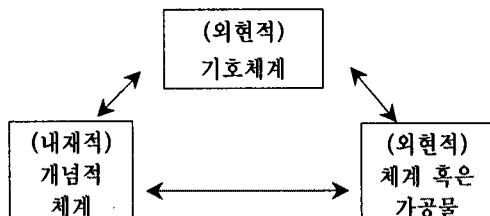
모델에 대하여 Lesh와 Doerr(2000)는 모델 개발을 학습으로 보았는데, 모델 유도 활동에서의 산출물은 문제에 대한 단순한 답이 아니라 학생들의 '사고의 방법'으로서, 학생들이 문제에 대한 해결책을 발전시킬 때 그들은 학습을 하고, 학습하는 것을 기록한다고 언급하고 있다. 모델 개발 과정의 각 단계는 보통 다른 학습자들과 상호작용하면서 학습자들에 의하여 반복적으로 정련화되고 재구성되는 해석, 기술, 추측, 설명, 정당화의 다양한 사이클을 포함한다. 모델링을 통한 학생들의 개념적 발달에 대한 이러한 관점은 모델을 세우는 것에 대한 비선형적, 순환적 접근을 가정한 선행연구에서 나타난다(Doerr & English, 2003).

수학적 모델은 실세계 상황의 측면을 나타내기 위해 선택된 하나 이상의 수학적 실재(존재)와 그것들 사이의 관계의 조합으로(Niss, 1989), 어떤 현상에 내포된 특성을 유사하게 지니면서 함수 혹은 방정식처럼 수학적 개념을 활용하여 만들어낸 수학적 구조를 말한다(Edward & Hamson, 1989). NCTM(2000)은 복잡한 현실 상황에서 구성 요소와 관계를 수학적으로 표현한 것을 수학적 모델로 보고, 학생들은 다양한 범주의 실제적인 현상을 해석하고 분석하며 문제를 해결하기 위하여 이러한 수학

적 모델을 사용할 수 있다고 언급하고 있다.

2. 수학적 모델링

모델링은 세 가지 체계 사이의 상호작용을 의미하는 것으로, 다음 <그림 II-1>과 같이 내면적인 개념적 체계, 내면의 개념적 시스템의 외면화와 외부의 체계의 내면화로서 기능하는 표상적 체계, 자연에서 경험하거나 혹은 인간에 의해 구성된 결과물인 외현적 체계들의 상호작용을 말한다(Lesh & Doerr, 2000).



<그림 II-1> 세 종류의 체계 사이의 모델링 상호작용
(Lesh & Doerr, 2000, p. 364)

Lesh & Doerr(2000)에 따르면, 모델링은 학습자의 표상적 능력을 심히 요구하는 수학적 기술과 설명을 개발하기 위한 전문화된 언어, 상징, 그래프, 그림, 구체적 자료, 그리고 다른 기호체계들의 사용과 대개 관련이 있으며, <그림 II-2>처럼 학생들은 전통적인 문장형 문제에서 상징적인 그래프의 기술에 대한 의미를 알아내거나 의미를 이해하려고 노력하지만, 수학구조가 사용되는 실생활 상황에서 의미 있는 상황에 대한 수학적(상징적인 그래프의) 기술을 만들어내게 된다.



<그림 II-2> 수학화 vs 의미의 해독
(Lesh & Doerr, 2000, p. 376)

이와 같은 모델링에 대한 관점은 중요한 수학적 구성을 형성하도록 유도하는 기계적이지 않은 문제 상황들로

학생들을 끌어들이는 것을 시작으로 하여 맥락의 범위에서 재사용이 가능한 시스템과 모델을 유도하는 다른 문제 상황들에서 그 구성들을 확장하고 탐구하고 적용하도록 하는 활동들에 대한 교수적 절차의 개발을 유도한다고 볼 수 있다(Doerr & English, 2003).

English(2003)는 모델링 활동을 프로이텐탈의 논제와 일치하는 것으로 보고, 이러한 모델링 활동들이 학생들로 하여금 비형식적인 이해와 추측들을 형식화하고 일반화할 수 있는 능력을 기르도록 하기 위하여 개발된다고 보았다. 또 모델링 활동의 다른 주요 측면은 학생들이 그들의 학습을 기록하고 그들의 생각을 설명하는 것으로, 학생들은 문제들을 해결하고, 그들의 생각과 설명들을 웹기반 형식을 포함한 쓰기의 형식으로 기록하면서 그들의 아이디어를 모둠의 구성원들과 공유함으로써 행하며, 표, 그래프, 차트, 그림과 같은 수학적 표상들의 사용은 기록 과정에 대하여서 중요한 구성성분이 된다고 보았다.

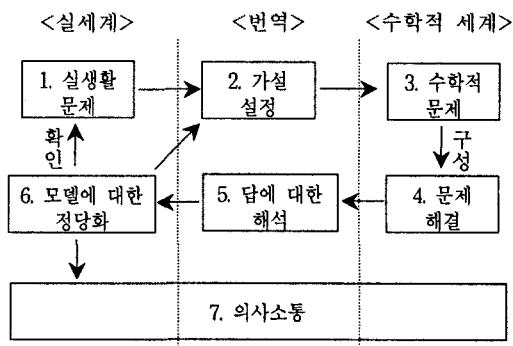
모델링 활동은 또한 교사들에게 도전하고 사고를 자극하는 경험을 제공하는데, 이러한 활동을 수행할 때, 교사들은 학생들이 개발하는 수학적 아이디어들의 특성을 규명하고, 이 개발을 지원하기 위해 전략들을 고려하며, 규준이 되는 다양한 아이디어들을 공유하는 학습 공동체를 자극할 필요가 있다. 그러한 학습 경험들은 수학 학습을 위한 모델링 접근에 있어서 중심적이다(Bransford et al., 1996; Doerr, 1997; Doerr & English, 2003; English, 2003).

Open University(1990)와 Skovsmose(1994)는 모델링을 각각 대상 모델링(object modelling), 경험적 모델링(empirical modelling), 이론적 모델링(theoretical modelling) 및 제한된 모델링(pointed modeling), 확대된 모델링(extended modeling)으로 나누어 설명하고 있다. Open University(1990)의 분류에 따르면, 우선 대상 모델링은 실제적이고 물리적인 대상을 활용하여 모델링함으로써 문제를 해결하는 것을 말하고, 경험적 모델링은 현실 세계에서 실험을 함으로써 주어진 문제 속에 내포된 관계를 찾아내는 것을 말하며, 이론적 모델링은 제시된 현실 문제 상황에 여러 가지 수학의 개념, 원리, 법칙들을 적용함으로써 문제를 해결하는 방법을 말한다. 한편 Skovsmose(1994)의 분류의 경우, 제한된 모델링은

모델링의 영역과 대상을 논리적이고 체계적인 문제들에 한정하고 이를 형식적인 언어를 통해 분석·해석하고 모델링하는 것을 의미하며, 확대된 모델링은 모델링의 영역과 대상을 현실 생활 전체로 확대하여 사회 전체의 문제를 해결하기 위한 일부분으로서 수학을 다루는 것을 말한다.

비구조화된 현실 세계의 문제에 수학을 응용하도록 하는(Galbraith & Clatworthy, 1990) 수학적 모델링은 방정식이나 부등식 혹은 그래프나 표 만들기, 알고리즘 등을 활용하여 수학적 모델을 개발하게 되는 과정 전체로 볼 수 있으며(Swetz, 1991), 이러한 수학적 모델링은 복잡한 수학이론을 바탕으로 한 복잡한 현상을 단순화하거나, 수학화가 이루어지도록 하는 하나의 방법으로 활용될 수 있다(Freudenthal, 1991).

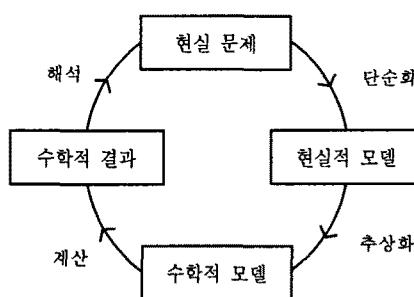
Open University(1990)는 이러한 수학적 모델링의 과정을 <그림 II-4>와 같이 실생활 문제, 가설 설정, 수학적 문제, 문제 해결, 해에 대한 해석, 모델에 대한 정당화, 의사소통의 7단계로 나누고 있는데, 이 과정에서 실세계와 수학적 세계 사이의 번역 단계에 속한 가설 설정 단계와 답에 대한 해석 단계는 실세계와 수학적 세계를 연결해 주고 있다(Galbraith & Clatworthy, 1990).



<그림 II-3> Open University(1990)
수학적 모델링 과정(조원주, 2002, 재인용)

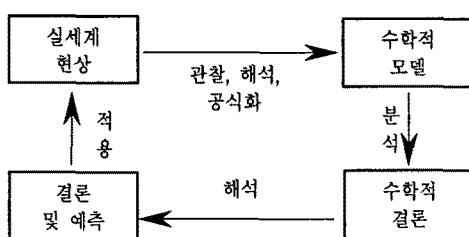
Maki와 Thompson(1973), NCTM(1991), Lesh와 Doerr(2003)은 수학적 모델링의 과정을 실세계와 모델 세계 사이의 순환 과정으로 설명하고 있는데, <그림 II-4>와 같이 Maki와 Thompson(1973)의 과정은 현실적 문제, 현실적 모델, 수학적 모델, 수학적 결과의 순환 과

정으로 설명되고 있으며, NCTM(1991)이 제시한 수학적 모델링 과정의 경우 <그림 II-5>와 같이 실세계 현상, 수학적 모델, 수학적 결론, 결론 및 예측의 과정으로, Lesh와 Doerr(2003)의 경우 <그림 II-6>에서처럼 현실 세계와 모델 세계 사이를 기술, 조작, 예측, 확인을 통해 순환하는 과정으로 나타나고 있다.

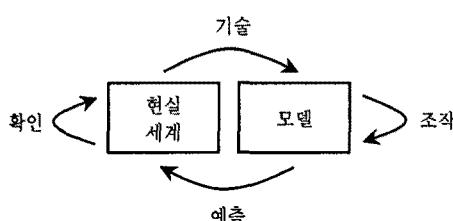


<그림 II-4> Maki & Thompson(1973)의 수학적 모델링 과정

(Paul E. Kehle & Frank K. Lester, Jr, 2003, p. 98, 재인용)



<그림 II-5> NCTM이 제시한 수학적 모델링 과정
(Swetz & Hartzler, 1991, p. 3)



<그림 II-6> Lesh와 Doerr의 수학적 모델링 과정
(Lesh & Doerr, 2003, p. 17)

특히 Lesh, Cramer, Doerr, Post와 Zawojewski(2003)는 수학적 모델링 과정을 다음의 <그림 II-7>과 같이 모델유도활동, 모델탐색활동, 모델적용활동의 측면에서 정리하고 있다.

이와 같은 흐름은 학교 현장에서의 수학 교수·학습 상황과 관련성을 가지는 것으로 볼 수 있으며, 이는 앞서 제시된 여러 수학적 모델링 과정들과 함께 연계되어 수정됨으로써 수학적 모델링을 우리나라 수학교육 현장에 적용하는 데 접목시켜 볼 수 있을 것으로 보인다.

III. 수학적 모델링 사례 분석

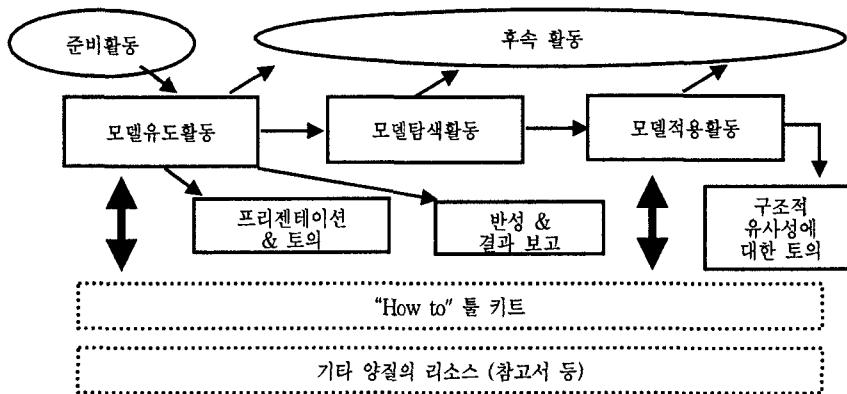
1. 외국 학교 현장 사례

외국에서 이루어졌던 수학적 모델링 관련 연구들을 살펴보면, 우선 Burghes(1980)의 학교에서 수학의 응용을 가르치기 위하여 수학적 모델링을 가르치는 것에 관한 연구와 수학적 모델링은 학습에 대한 새로운 이론으로서 모델링 접근이 지식에 더하여 실세계 상황에 유용하고 중요한 실습의 범위를 확장하도록 한다는 Boaler(2001)의 연구와 같이 이론적으로 접근했던 연구들이 있다.

다음으로 수학적 모델링이 교육과정과 관련지어 이루어졌던 연구로서 Zbiek와 Conner(2006)가 수학교육과정에 대한 학생들의 이해를 심화시키기 위한 맥락으로서 모델링을 탐구한 것을 들 수 있다.

Lingjford(2002)는 수학적 모델링을 통해 문제를 해결하는 학습자의 태도뿐만 아니라 평가와도 관련지어 논의하였고, Doerr와 English(2003)는 수학적 모델링이 중학생들로 하여금 주어진 문제를 해결하는 동안 추론을 통해 일반화 가능하고 재사용이 가능한 모델을 만들어내며, 나아가 자료의 처리 및 의사결정에 대한 다양한 아이디어 개발을 가능하게 함을 분석하고 있다.

초등학생을 대상으로 한 초기의 연구로는 수학적 모델링의 지도가 초등학생들로 하여금 실제적인 수학적 모델링에 대한 사고를 개발하도록 함을 규명한 Verschaffel과 De Corte(1997)의 연구와 초등학교 5·6학년 학생들이 서수를 포함한 비표준적인 덧셈과 뺄셈의 문장체 문제를 모델링 활동을 통해 해결하는 과정에서



<그림 II-7> 수학적 모델링 활동 과정
(Lesh, Cramer, Doerr, Post & Zawojewski, 2003, p. 57)

나타나는 오류유형을 분석한 Verschaffel, De Corte와 Vierstraete(1999)의 연구가 있다. 또한 최근 초등학생을 대상으로 한 수학적 모델링 연구로는 실세계 맥락 자료를 활용하여 학생들이 아직 학습하여 경험하지 못한 내용을 수학적 모델링을 통해서 문제를 해결할 수 있다는 English와 Watters(2005a, 2005b), English(2006)의 연구가 있다.

다음 <표 III-1>은 수학적 모델링에 관한 외국 논문 저들(Educational Studies in Mathematics, H.L. & Vincent J.L (Eds.), International Journal of Science and Mathematics Education, Journal for Research in Mathematics Education 중심으로 분석)에 수록된 예비교사, 중·고등학생과 초등학생을 대상으로 한 수학적 모델링 사례 연구를 분석한 것이다. 학회지에 수록된 논문으로 순으로 정리하여 연구자, 내용, 세부내용, 실험대상, 모델링 과제 순으로 수학적 모델링에 대한 사례 연구를 분석하였다.

<표 III-1>에서 보여지는 것처럼 외국에서 이루어지고 있는 수학적 모델링 사례 연구는 초등, 중·고등학생 및 예비교사 등을 대상으로 현실적 맥락의 모델링 과제가 각 대상들에게 제시되어 연구되었으며, 중·고등 학생의 경우에는 학회지 사례 외에도 NCTM을 활용하여 교육과정에 수학적 모델링이 반영된 「Mathematical modeling in the secondary school curriculum」이 있다.

초등학교의 경우 Doerr 와 English(2003)의 스니커즈

문제, 식당, 날씨, 여름캠프 문제, 범죄 문제, English와 Watters(2005a, b)의 버터콩 문제, 종이비행기 콘테스트, 2004 올림픽 위한 오스트레일리아 수영팀 선발, English(2006)의 최고의 스낵 결정을 위한 소비자 안내 창안 등이 있는데, 이들 중 Model과 Modeling 관점으로 초등학교에서의 수학적 모델링(소비자 가이드에 대한 아동들의 특성)을 다룬 English(2006)의 논문을 구체적으로 살펴보면, “가장 좋은 스낵 칩을 결정하기 위해 소비자 가이드 만들기”라는 모델링 문제에 대하여 학생들은 일주일 주기로 40~45분씩 6번 활동을 하게 된다. 여기서 학생들은 우선 현실 문제로 제시된 소비자 가이드에 대한 간단한 기사와 관련하여, 교사의 진행으로 학급 전체가 소비자에 대한 개념, 다양한 소비자, 소비자가 물건을 구매할 때 고려해야 하는 기준들, 소비자 가이드의 특성에 대한 토의를 한 후, 그룹으로 나누어져서 소비자 가이드를 직접 만들어 봄으로써 모델을 개발하게 된다. 이후 학생들은 그룹별 보고를 통해 자신들이 개발한 모델에 대한 설명과 정당화를 하게 되고, 동료들로부터 질문과 구성적 피드백을 받은 후 여러 모델들 사이의 유사점과 차이점에 대해 토의함으로써 수학적 결론에 이르게 된다. 마지막으로 아동들은 자신들의 모델을 통해 얻어진 수학적 결론을 관련된 또 다른 문제 상황에 적용함으로써 모델링 활동을 마치게 되는데, English(2006)의 경우를 비롯하여 앞서 언급된 초등학생 대상의 여러 수학적 모델링 사례

들은 Maki 와 Thomson, NCTM에서 제시한 수학적 모델링 과정의 절차에 기반을 두고 있음을 볼 수 있다.

<표 III-1> 수학적 모델링 연구 사례 (외국 학회지 중심)

연구자	내용	세부내용	실험 대상 (나이)	모델링 과제 제목
Boaler (2001)	삼각함수	다양한 형태의 면적을 구하기 위한 삼각법 이용하기	(11-13)	- 피닉스 공원 프로젝트
Doerr 와 English (2003)	자료의 처리 및 의사결정	자료에 대한 수학적 추론을 통해 일반화, 재사용 가능한 모델 만들기	미국 (12-13) 호주 6학년 (10-11)	- 스니커즈 문제 - 식당, 날씨, 여름캠프 문제 - 범죄 문제
English 와 Watters (2005a)	변화, 변화율, 합침, 평균, 속도	실제적 상황 속의 자료를 활용하여 경험이나 규칙을 찾아 예측하는 과정에서 결론 도달	3학년 (8)	- 버터콩 문제 - 종이 비행기 콘테스트
English 와 Watters (2005b)	자료 분석	학생들의 모델 활동 속에서 순열, 합침, 서열, 반비례, 변수의 가중 등의 비공식적 이해가 드러냄	4학년 (9)	- 2004 올림픽 위한 오스트레일리아 수영팀 선발
English (2006)	자료 해석	교실 수업에서 경험하지 못한 개념인 평균, 비와 비율, 서열, 샘플링, 일반화의 중요한 수학적 아이디어의 출현	5학년 (10)	- 최고의 스낵 결정 위한 소비자 안내 창안
Zbiek 와 Conner (2006)	수학적 모델 만들고 증명하기	컴파스, 각도기, 차, 계산기 등을 이용하여 각도, 해석, 다양한 방법으로 문제 해결	예비 교사	- 병원의 최적 위치 구하기
Llinares 와 Roig (2008)	- 일차함수 그래프와 방정식 - 넓이와 둘레의 길이	- 1차 함수 그래프의 기울기를 이해하고 변수의 크기에 따른 영향력 분석 - 동일한 넓이에서 가장 짧은 둘레의 길이를 가진 직사각형은 정사각형임을 알기	중등 (15-16)	- 구인 광고 - 축제 인클로저 - 댄스 플로어

2. 우리나라 학교 현장 사례

우리나라에서는 1990년대 초반부터 수학적 모델링에 관한 연구가 관심을 받기 시작하여, 2000년 이후로는 몇몇 연구자들이 수학적 모델링을 집중적으로 연구하고 있는 실정이다. 황혜정(2007)의 연구에서 나타났듯이 수학적 모델링 관련 연구로 주미경(1991), 조완영·권성룡(1998), 신은주·권오남(2001), 홍정희·송순희(1995), 권기석·박배훈(1997), 신은주·이종희(2004a, 2004b, 2004c, 2005), 김선희·김기연(2004), 그리고 김선희(2005) 등의 연구가 있다. 그뿐 아니라, 고등학생과 대학교 1,2학년을 대상으로 모델링과 현행 교수요목 사이에 통합 가능성을 알아보고 모델링을 교육과정에 도입하기 위한 구성원리를 제시한 신현성(2001)의 연구, 엑셀을 활용한 소그룹 모델링에서의 상호작용을 중학교 2학년 대수영역을 중심으로 복사업체 선정문제, 영희의 임금문제, 제주도 펜션문제와 같은 모델링 과제를 제시하고 양, 양들간의 관계, 구성하는 모델을 바탕으로 연구한 류희찬·김지연(2005)의 연구가 있다.

또한 고등학교 1학년 학생을 대상으로 포식자-먹이라는 모델링 과제를 제시하고 이를 함수 지도와 수학적 모델링 활동에서 스프레드시트를 사용한 손홍찬·류희찬(2005a) 연구, 고등학교 1학년 학생을 대상으로 모델링 과제(울타리 문제, 오픈박스 문제)를 제시하여 스프레드시트 환경에서 모델링 활동을 통한 수학적 발견의 정당화를 찾는 손홍찬·류희찬(2005b) 연구, 고등학교 1학년 학생을 대상으로 모델링 과제(캔문제, 수영장 박테리아)를 제시하여 수학적 모델링에서 스프레드시트 환경이 수학적 모델의 정교화 과정에 미치는 역할을 연구한 손홍찬·류희찬(2007) 연구가 있다.

국내 학술지에 발표된 이들 연구들은 모두 중·고등 학생을 대상으로 모델링 과제를 제시하고, 수학적 모델링 과정을 거쳐 실행한 자료를 수집, 분석한 것으로 수학적 모델링의 긍정적 효과를 나타내고 있다.

한국교육학술정보(KERIS)에서 제공하는 학술연구정보서비스(RISS: www.riss4u.net)의 학위논문검색에서 수학적 모델링을 검색하여 중등과 초등에서 연구한 수학적 모델링 관련 석사, 박사 학위 논문을 검색한 결과, 중등을 대상으로 한 수학적 모델링 관련 학위 논문은 80편

이상(부록 참조: 83면)으로 나타났다. 구체적으로 다양한 모델링 과제를 제시한 논문으로 중학생을 대상으로 한 홍정희(1995), 고등학생을 대상으로 한 성호금(2000), 중학생 학생들을 대상으로 모델링의 적용 과정과 절차를 구체적으로 기술한 신은주(2005)의 연구 등이 있다.

이에 반하여 초등의 경우 두 편(표 III-2)의 초등학생 대상 수학적 모델링 관련 학위 논문이 검색되었다. 구체적으로 초등수학 영재학급 학생 대상의 김홍희(2009), 4학년 일반학급 초등학생을 대상으로 한 홍지연(2007)의 논문이 있다. 결국 부록과 <표 III-2>에서 보듯이 우리나라의 경우 학위 논문 역시 중등학생을 중심으로 수학적 모델링 연구가 이루어지고 있음을 알 수 있다.

<표 III-2> 초등을 대상으로 한 수학적 모델링 관련 논문

년도	연구자	논문제목	석사 박사
2007	홍지연	수학적 모델링을 활용한 수업이 초등학교 4학년 수와 연산 학습에 미치는 효과	석사
2009	김홍희	초등 수학영재학급 학생의 수학적 모델링 과정에 대한 분석	석사

이들 연구 중 대표적인 사례를 보면, 우선 중학교 2학년 학생을 대상으로 한 홍정희(1995) 연구의 경우, 우편배달부, 섭씨와 화씨의 관계, 미시시피강의 미래, 후크의 법칙, 주사위 놀이, 복권의 기댓값, 피자 나누기라는 모델링 과제를 제시하여 이를 부등식, 일차함수, 확률을 중심으로 하여 모델링 과정을 거쳐 해결하게 함으로써 학생들이 실생활 속에서 탐구하는 활동을 통해 문제 풀이 능력의 향상과 효과적인 수학 수업이 이루어질 것이라 기대했다. 또한 성호금(2000)의 연구는 고등학교 3학년 학생을 대상으로 17개의 모델링 과제(그래프와의 여행, 경제적인 휴대폰 요금체계, 우물의 깊이, 처리해야 할 쓰레기의 양 예측, 자동차 대여 전략, 광고 전략, 농어의 무게, 깡통의 규격, 건물의 최대 공간 확보, 원고 번역료, 도매상의 위치, 인구 예측, 투자 전략, 황색 신호등, 페리스 관람차, 포탄의 탄도)를 수학적 모델링 과정을 거쳐 해결하는 경험을 통해 수학적 모델링 지도가 수학의 유용성에 대한 학생들의 인식을 긍정적으로 변화시키는데 효과가 있음을 보여주고 있다. 신은주(2005)의 연구는 중학교 2학년을 대상으로 하여 학생들에게 모델링 과제(수

면높이, 미끄럼틀, 바이킹)를 제시하고, 이를 수학적 모델링 과정에서 비선형함수의 그래프와 삼각함수를 활용하여 해결하도록 함으로써 수학적 모델링을 활용한 수업이 수학적 개념 및 원리 등의 수학적 지식을 실세계 맥락의 문제에 적용하는데 효과가 있음을 분석하고 있다.

초등학생 4학년을 대상으로 한 홍지연(2007) 연구에서는 수학적 모델링을 활용한 수학 수업이 수와 연산 영역에 대한 수학적 능력 검사 결과에서 유의미한 차이를 보이며 긍정적인 효과를 나타내었다. 이 결과를 수학적 능력의 하위 요소 별로 나누어 분석한 결과, 수학적 모델링 활용 수업은 문제해결능력의 요소 중 특히 문제 만들기에서 유의한 차이를 나타냄으로써 긍정적인 효과를 나타내었고, 또한 수학적 모델링 활용 수업에서 나타나는 수학의 응용 학습과 상황적·추상화 학습은 수업이 진행 된 단원 및 차시의 내용에 따라 그리고 학습자 개개인의 수학적 지식 및 문제 해결에 관한 응용 및 적용 능력의 차이에 따라 다양한 형태를 보인 것으로 나타났다.

3. 교과서에 나타난 수학적 모델링 적용 사례 비교

과거의 전통적 수학교과서와는 다르게 최근 교과서는 현실적 맥락을 중요시하고 있다. 특히 미국 교과서에서는 수학적 모델링 부분이 강조된 것을 볼 수 있다. 이에 미국 개혁 교과서 중 Mathematics In Context(MIC)와 McGraw-Hill 수학 교과서, 그리고 우리나라 수학교과서를 검토하였고 이중 수학적 모델링 적용 사례 측면에서 교과서 분석 관점을 정하고 MIC 교재와 우리나라 교과서를 비교하여 보았다.

2009년 현재 1-2학년은 2007 개정교육과정에 따른 교과서가 현장에 적용되고 있으며, 3-6학년은 제7차 교육과정의 교과서가 적용되고 있다. 본 연구는 현재 제7차 교육과정이 적용되고 있는 학년을 대상으로 하여 교과서의 내용을 분석하였다.

특히 MIC 교재와 우리나라 교과서를 현실맥락의 문제제시, 모델 형성, 수학적 사고 과정, 수학적 의사소통 및 상호작용 측면에서 분석해 본 후, 이를 좀 더 구체화 하여 유사한 내용에 어떻게 접근하는지를 살펴보기 위해 MIC 교재 내 몸 안의 수(Made to Measure) 두 번째 이야기(-넓이)와 우리나라 교과서 6-가 5단원 겉넓이와 부

피 중 겉넓이에 대한 내용을 수학적 모델링 측면에서 비교·분석해 보고자 한다.

1) MIC 교재와 우리나라 교과서 수학적 모델링 적용 사례 비교

류희찬·권성룡·김남균(2003) 연구의 미국 교과서의 모델링 지도방안과 그 시사점 내용을 참고로 하여 MIC 교재와 우리나라 교과서의 수학적 모델링 적용 사례 비교 관점을 현실 맥락의 문제제시, 모델 형성, 수학적 의사소통 및 상호작용, 수학적 사고과정으로 정하여 아래와 같이 비교하였다.

(1) 현실 맥락의 문제 제시

MIC 교재는 학생들이 흔히 접할 수 있는 상황을 이야기형식으로 제시하여 문제를 실세계와 연결하여 이해할 수 있도록 하고 있다. 또한 글과 함께 그림을 제시하여 그림을 통해 정보도 얻고, 상황을 이해하도록 돕고 있다. 상황 속에 등장하는 인물들은 인종과 성별을 고려하여 다양하게 제시되었고, 캐릭터마다 이름을 부여하여 학생들로 하여금 교과서 속 상황과 동일시를 할 수 있도록 하는 등 현실맥락의 문제가 제시되고 있다. 뿐만 아니라 쌓기나무 단원의 내용을 배워야 하는 이유를 집짓기와 관련지어 집의 기본형을 쌓기나무에서 출발하여 직접 꾸미도록 유도하는 등, 학습의 이유이자 동기를 친숙한 현실세계 맥락을 활용하여 제시하고 있다.

이에 비해 우리나라 교과서에 제시된 '생활에서 알아보기'나 '실생활에 적용하여 봅시다'는 학생들이 경험했을 법한 현실 맥락의 문제라기보다 단원의 학습을 위해 만들어진 인위적인 문제인 경우가 많음을 볼 수 있다.

(2) 모델형성

MIC 교재는 문제를 해결할 수 있는 여러 가지 모델을 생각해보게 한 후, 다양한 방법들 중 더 좋은 방법을 선택하도록 하여 발전된 모델로 나아갈 수 있도록 유도한다. 예를 들면, 과속차량 표지판(10분마다 과속차량의 퍼센트가 바뀌도록 나타낸)의 퍼센트 계산에 있어서 10분 동안에 얻은 자료만으로 계산하는 방법과 새벽 6시에 표지판 숫자를 0으로 맞추고 이때부터 현재 시각까지의 모든 자료를 계산하는 방법을 비교하고, 더 좋은 방법을

선택하고 이유를 설명하게 함으로 더 발전된 모델로 나아가도록 유도한다. 뿐만 아니라 단순히 한 가지 문제 해결을 위한 모델이 아니라 여러 상황에 활용될 수 있는 일반화된 모델을 구성하도록 유도하고 있다. 예를 들면 물체의 높이와 그림자의 관계 활동을 한 후, 롤러코스터의 비용을 계산하는 방법을 찾도록 함으로써 일반화 가능하고 재사용이 가능한 모델을 생각해내도록 한다.

우리나라 교과서의 경우 '생활에서 알아보기'를 수학적으로 모델링 함에 있어서, 하나의 수학 개념만이 관련되어 있고, 문제를 해결해 가는 방법 및 과정에 있어서도 교사 중심이 되어 학생들에게 방법을 제시하도록 하는 경향을 띠고 있다.

(3) 수학적 의사소통 및 상호작용

MIC 교재는 구체적 상황을 제시하여 문제를 해결하기 위한 공식 및 아이디어를 학생들 스스로 생각할 수 있도록 하며, 그 과정을 기록을 통해 스스로 반성하고 서로 비교할 수 있는 상호작용의 기회를 제공한다. 또한 그림, 글, 그래프 등과 같은 형태로 자신의 생각 및 아이디어를 표상화하도록 함으로써 수학적 의사소통을 강조하고 있다.

우리나라 교과서의 경우도 4-가 5. 시간과 무게 단원의 '무게를 어림하여 봅시다'의 경우, 어림하여 보는 것과 저울로 갠 무게를 표로 비교하는 부분이 있으며, '과제를 해결하여 봅시다'의 경우 일주일동안 200회씩 하는 테 걸린 시간을 기록하고 어떻게 변하였는지 말로 쓰게 하는 부분이 있다. 이처럼 수학적 의사소통이 이루어지고는 있으나 하나의 수학적 개념만을 다루기 때문에 다양한 문제 해결 전략에 관하여 표현하는 기회는 충분히 주어지지 않음을 볼 수 있다.

(4) 수학적 사고 과정

MIC 교재의 경우 문제를 해결한 자신의 사고과정을 반성하고 평가하도록 하여 올바른 문제 해결 방향으로 나아갈 수 있도록 한다. 예를 들면 내 몸 안의 수 <피트와 신발> 과제에서 앞의 문제의 답을 바꾸고 싶은지 물어보고 바꾸고 싶은 이유를 설명하도록 하고 있다. 또한 비와 비율에서 남아프리카공화국의 전화기가 어떻게 보급되어 있는지를 설명하도록 하고, '팀'의 의견을 제시한

후, '팀'의 의견이 옳은지, 옳지 않은지를 자신의 사고과정과 비교하여 결정하고 설명하게 한다.

우리나라 교과서의 경우 '왜 그렇게 생각합니까? 우리생활에서 초 단위가 없다면 어떤 점이 불편할지 생각하여 보고, 이야기해 보시오' 등과 같이 문제를 해결한 자신의 사고과정을 반성해보는 기회를 제공하고 있으나, 그 과정이 막연하여 학생들이 말이나 글로 표현하는데 어려움이 있다.

2) 겉넓이 단원에서의 MIC 교재와 우리나라 교과서 모델링 적용 사례 비교

학생들이 우리나라 교과서 측정영역의 문제를 해결한다 해도 그들은 현실적인 크기, 무게, 넓이나 부피 등을 잘 가늠하지 못한다. 이에 의해 MIC 교과서 측정영역의 경우, 보다 현실적이고, 보다 다양한 영역 그리고 높은 수준의 이해가 요구되어 실제적인 측정을 다루는 경우가 많다는 점에서 우리의 측정 영역 교육과 차이를 보이고 있다.

수학적 모델링을 활용한 수학 수업은 학생들로 하여금 수학적 개념이나 원리·법칙을 주위의 사물 및 주변 환경과 연결시켜 학습하도록 한다. 그런데, 겉넓이와 부피에 대한 수학적 개념 및 원리·법칙은 학생들이 수학 학습 내용과 관련된 실제 세계 상황 및 사물을 쉽게 찾아 연결짓기 쉽고, 또한 초등학교 아동의 수준에 적절하게 구체적인 활동을 통하여 학습이 이루어질 수 있는 내용이어서 수학적 모델링을 적용하기에 적절하다고 볼 수 있다. 그러므로 위와 같은 겉넓이 부분이 교과서에서 어떻게 다루어지고 있는지를 살펴봄으로써 수학적 모델링 적용 사례를 구체적으로 비교·분석하는 것이 의미 있을 것으로 보인다.

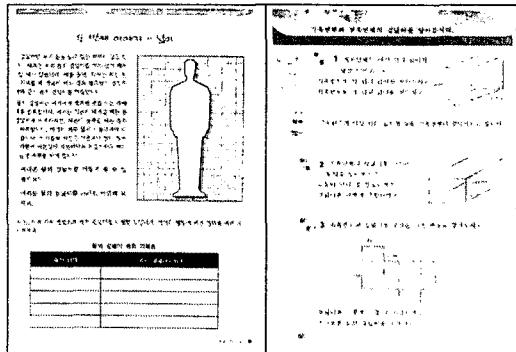
MIC 교재와 우리나라 교과서의 특정 부분으로 비교될 단원은 MIC 교재의 내 몸 안의 수와 우리나라 교과서 6-가 5. 겉넓이와 부피 단원이다. 이 중 내 몸 안의 수 두 번째 이야기-넓이 부분과 5. 겉넓이와 부피 단원 중 겉넓이에 대한 모델링 적용 사례를 비교하고자 한다.

MIC 교재의 내 몸 안의 수 단원의 경우, 첫 번째 이야기-길이, 두 번째 이야기-넓이, 세 번째 이야기-부피, 네 번째 이야기-각으로 구성되어 있다. 우리나라의 경우 5. 겉넓이와 부피 단원은 겉넓이에 대한 내용, 부피에 대한 내용으로 구성된 후 '파제해결하기', '문제해결하기',

'실생활에 적용하기'로 구성되어 있다.

이들 단원에서 주요 비교 부분인 MIC 교재의 두 번째 이야기-넓이는 8쪽으로, 6-가의 겉넓이의 내용은 2쪽으로 구성되어 있다. 두 교과서의 겉넓이 단원에서의 모델링 적용 사례 비교는 아래와 같다.

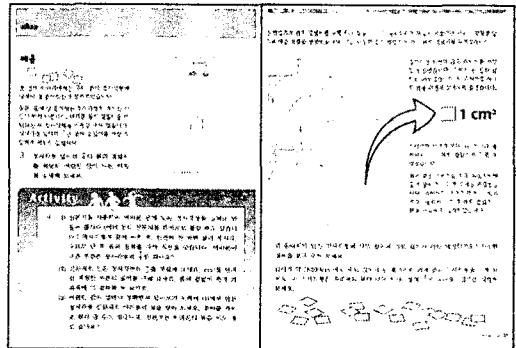
(1) 현실 맥락의 문제 제시



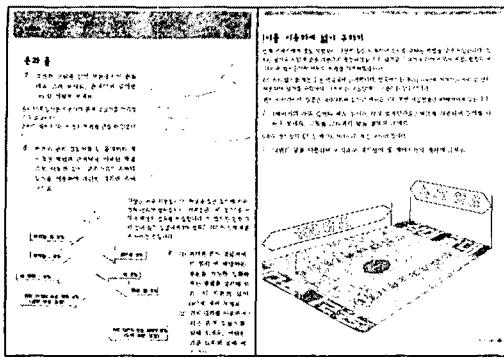
<그림 III-1> MIC 교재, p19 <그림 III-2> 6-가, p68

겉넓이를 다루는 데 있어 두 교과서의 협격한 차이는 현실 맥락의 문제의 제시에서 나타난다고 할 수 있다. MIC 교재의 경우는 자신의 신체를 소재로 활용하거나 신체의 일부분을 활용하여 직접 측정하도록 하는 과제를 제시하여 학생들이 스스로 수학적 개념에 대한 의미구성을 할 수 있도록 하고 있는데 반해, 우리나라 교과서 겉넓이의 학습에 있어서는 '생활에서 알아보기'의 제시도 생략되어 있다.

(2) 모델 형성



<그림 III-3> MIC교재, p20 <그림 III-4> MIC교재, p21



<그림 III-5> MIC교재, p22 <그림 III-6> MIC교재, p25

MIC 교재는 여러 가지 측정 방법을 활용하여 몸의 겉넓이를 측정하게 해보는데, 이때 한 가지 방법만 제시하는 것이 아니라, 자신의 겉넓이를 어렵하는데 사용한 여러 가지 방법을 비교해보고, 어느 방법이 더 정확하다고 생각하는지, 왜 그렇게 생각하는지를 이야기해보도록 하고 있다. 또한 한 가지 문제 상황에서 여러 가지 수학적 개념이 활용되도록 하고 있으며, 단순히 한 가지 수학적 개념의 습득에서 끝나지 않고, 개념들 간의 관계를 찾도록 유도하고 있다. 즉 측정값을 여러 나라에서 쓰이는 다양한 단위로 환산해 보는 활동에서 축척의 개념까지 활용하도록 하고, 키와 넓적다리 둘레의 길이와 몸 전체의 겉넓이 사이의 관계까지 유도하며, 두 가지 방법으로 10명의 손의 부피를 측정한 후, 밀리리터와 세제곱 센티미터의 관계를 찾아보도록 하고 있다.

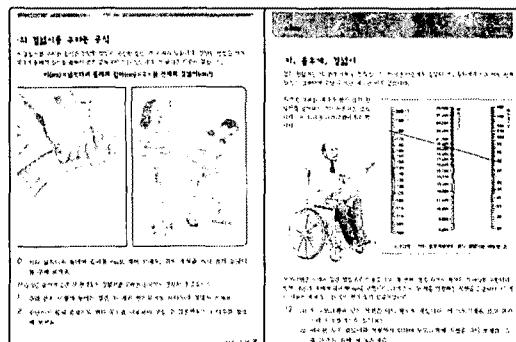
우리나라 교과서의 경우(6-가, p68) 겉넓이를 구함에 있어서 우선 직육면체의 넓이를 구하고, 합동인 면이 몇 쌍인지 알아본 후 겉넓이를 구하는 방법을 찾고 있으며, 다른 방법으로써 전개도를 보고 겉넓이를 구하는 방법을 직접 제시하고 있다. 그런 후에 겉넓이를 구하는 방법을 글로 써보도록 하는데, 여기에서는 정해진 방법이 제시되고 그 방법을 따르도록 되어 있어 학습자 스스로 모델을 구성하는 기회가 주어지지 않는다.

(3) 수학적 의사소통 및 상호작용

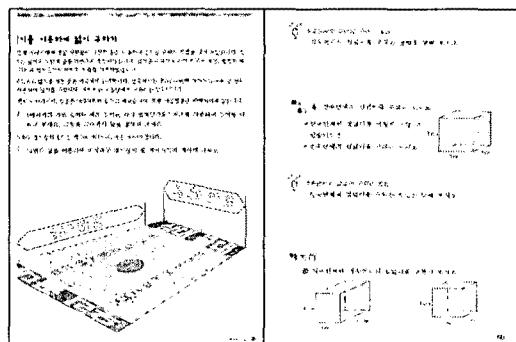
MIC 교재는 문제를 해결함에 있어 어떻게 해결하면 좋을지, 왜 그렇게 생각하는지 자신의 생각을 말로 설명하거나 글로 써보도록 혹은 그림으로 그려보는 기회를 제공하고 있다. 또한 과제 활동을 한 후 활동 결과에 대

하여 친구들과 의견을 공유하도록 하는 과정을 통해 수학적 의사소통과 상호작용을 높이고 있다.

우리나라 교과서의 경우는 '겉넓이를 구하는 다른 방법을 생각해보자'라는 문구가 나와 있지만(6-가, p68), 전개도를 통해 푸는 방법이 제시되고, 활동 1~활동 4를 통해 겉넓이를 구하는 공식을 말하게 하고 있지만, 학생이 찾는 겉넓이의 다양한 방식이 고려된 것이 아니라, 이 역시 제시된 모델을 해결하는 과정 속에서 찾게 하고 있어 학생들이 수학적 의사소통이나 상호작용을 통해 해결할 수 있는 기회가 부족하다.



<그림 III-7> MIC교재, p23 <그림 III-8>MIC교재, p24

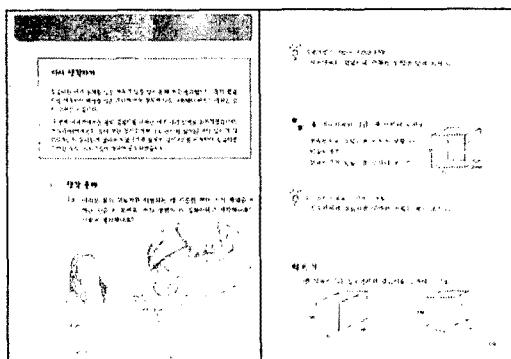


<그림 III-9> MIC교재, p25 <그림 III-10> 6-가, p69

(4) 수학적 사고 과정

MIC 교재의 경우 생각문제를 통해 문제를 해결한 자신의 사고 과정을 반성하고 평가하도록 하여 올바른 문제 해결 방향으로 나아갈 수 있도록 하고 있는 것에 반해, 우리나라 교과서의 경우 학생들 간의 토론이나 개념에 대한 실생활 맥락으로의 응용이 강조되고 있지 않은

상황이다.



<그림 III-11> MIC 교재, p26 <그림 III-12> 6-가, p69

IV. 초등학교에서의 수학적 모델링 지도 방안

앞서 제시된 수학적 모델링의 학교 현장 적용 사례들에 비추어 볼 때, 우리나라 초등 수학에서 수학적 모델링을 지도하기 위해서는 우리나라 초등학교 수학교육 현장에 적용이 가능한 구체적인 수학적 모델링 과정 및 단계가 정립될 필요가 있다. 이러한 필요에 따라 본 연구에서는 초등 수학 교육 현장에 적용할 수 있는 수학적 모델링 과정을 구체적으로 연구한 결과 도출된 수학적 모델링 과정과 수학적 모델링의 수업 적용 절차 및 수업 적용 예시는 다음과 같다.

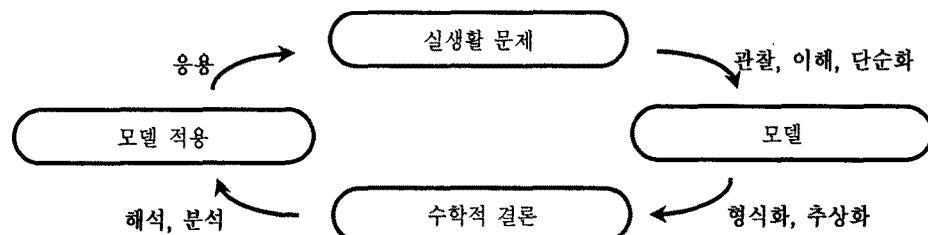
1. 초등 수학에서의 수학적 모델링 과정

선행 연구에 제시된 초등학교 학생 대상의 여러 가지 수학적 모델링 사례들을 살펴보면, 이들은 중·고등학교

대상의 사례들과 달리 제시되는 문제 상황 및 수학적 사고 및 추론 과정이 중등의 경우에 비해 비교적 덜 복잡하고, 모델링 과정에서도 형식적이고 추상적인 수학적 모델 보다는 실세계의 상황들을 단순화하고 형식화·추상화 해가는 활동 과정 자체가 강조되고 있음을 볼 수 있다. 이들 연구에서는 공통적으로 문제 상황을 관찰하고, 문제 상황에 적절한 모델을 개발하여 그 모델에서 수학적 결론을 찾아낸 후에 개발된 모델과 수학적 결론을 다른 상황에 적용함으로써 또 다른 실생활 문제를 해결해 나가는 큰 흐름을 찾을 수 있는데, 이러한 흐름은 Maki와 Thompson(1973), NCTM(1991), Lesh와 Doerr(2003), Lesh, Cramer, Doerr, Post와 Zawojewski(2003)가 제시한 수학적 모델링 과정과 흐름과 같은 맥을 같이 하는 것으로, 본 연구에서는 이들 세 연구에 제시된 수학적 모델링 과정을 바탕으로 하고, 이를 우리나라 초등 수학교육 현장을 고려하여 수정함으로써 다음의 <그림 IV-1>과 같은 수학적 모델링 과정을 제시하고자 한다.

<그림 IV-1>에 제시된 수학적 모델링 과정은 실생활 문제로부터 시작되어 다시 실생활 문제로 되돌아오는 순환과정으로서, 이러한 순환과정의 형태는 NCTM(1990)과 Maki와 Thompson(1973)이 제시한 과정을 근간으로 하였으며, 각 단계에서 이루어지는 활동의 내용은 Lesh 와 Doerr(2003)와 Lesh, Cramer, Doerr, Post와 Zawojewski(2003)가 제시한 것을 바탕으로 하였다.

위의 <그림 IV-1>에 제시된 수학적 모델링 과정의 각 단계를 구체적으로 살펴보면, 우선 첫 번째 단계인 [실생활 문제] 단계는 준비활동을 하는 단계로서 현실 생활의 문제가 제시됨으로써 학생들로 하여금 실생활 문제 상황에 노출되도록 하여 문제 상황에 직면하도록 하



<그림 IV-1> 초등 수학에서의 수학적 모델링 과정

는 단계이다.

[모델] 단계인 두 번째 단계는 모델유도활동을 하게 되는 단계로서 이 단계에서 학생들은 제시된 현실의 문제 상황을 자세히 관찰함으로써 문제 상황을 이해하는 동시에, 문제 상황을 단순화함으로써 자신들이 해결해야 할 문제 상황에 적절한 모델을 유도하고 개발하게 된다.

세 번째 [수학적 결론] 단계는 모델탐색활동을 하는 단계로서 학생들로 하여금 자신들이 이전 단계에서 유도하고 개발했던 모델을 탐색하여 형식화하고 추상화함으로써 수학적 결론을 이끌어내도록 한다.

네 번째 단계인 [모델 적용] 단계는 모델적용활동을 하는 단계로서 이 단계에서 학생들은 앞선 단계에서 얻어진 수학적 결론을 해석·분석함으로써 유사한 상황에 자신들의 모델과 모델에 포함된 수학적 결론을 적용하게 되며, 나아가 자신들이 개발했던 모델들을 응용함으로써 여러 가지 모델들을 새로운 실생활 문제 상황에 재활용·일반화하게 된다.

이처럼 학생들은 [실생활 문제]-[모델]-[수학적 결론]-[모델 적용]의 과정을 거치는 동안 준비활동과 모델유도활동, 모델탐색활동, 모델적용활동을 함으로써 현실 상황의 문제에 포함된 수학적 개념이나 원리, 법칙을 모델을 통하여 발견하고, 이를 다시 다른 문제 상황에 적용함으로써 하나의 문제를 해결하게 된다.

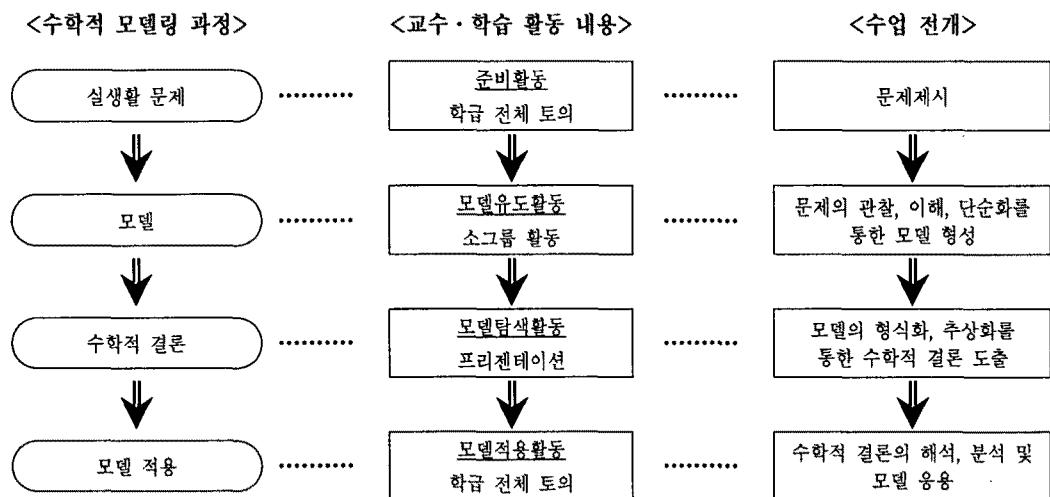
2. 초등 수학 수업에서의 수학적 모델링 적용

1) 수학적 모델링의 수업 적용 절차

위와 같은 수학적 모델링의 과정을 초등 수학 수업과 관련지어 수학적 모델링의 수업 적용 절차를 생각해볼 수 있는데 이를 구체적으로 살펴보면, 다음의 <그림 IV-2>와 같다.

초등 수학교육 현장에서 수학적 모델링의 적용을 생각해보면, 초등 수학 수업에서는 우선 수학적 모델링의 첫 번째 단계에서 준비활동으로 학급 전체 토의를 할 수 있는데, 이 때 실생활 문제가 제시되고, 제시된 문제를 학급 전체가 공유함으로써 학생들은 해결해야 할 문제 상황을 접하고 문제 상황에 직면하게 되며, 학급 전체가 토의를 통하여 문제 상황 전반에 대하여 학급 전체가 이야기를 나누면서 문제 상황에 나타난 정보들을 파악하게 된다. 이후 두 번째 단계에서는 학생들이 소그룹 활동을 통해 문제 상황을 관찰하고, 문제를 자세하고 구체적으로 이해하며, 문제 상황을 단순화함으로써 주어진 문제 해결에 적합한 모델을 개발·형성하는 모델유도활동을 하게 된다.

학생들에 의해 모델이 형성 된 후, 수학적 모델링의 세 번째 단계에서 학생들은 개발된 모델에 대한 프리젠테이션을 통하여 모델을 탐색하고 그것을 추상화·형식



화함으로써 수학적 결론을 도출하는 모델탐색활동을 하게 된다. 이후 마지막 단계에서 학생들은 학급 전체 토의를 통하여 모델적용활동을 하게 되는데, 학생들은 이전 단계에서 도출된 수학적 결론을 해석하고 분석하여 새로운 문제 상황에 응용하여 모델을 재활용함으로써 모델 적용 과정을 거치게 된다.

2) 수학적 모델링의 수업 적용 예시

앞서 <그림 IV-1>과 <그림 IV-2>의 수학적 모델링 과정 및 절차에 따라 설계된 초등학교 수학 수업의 예시로 <표 IV-1>과 같은 교수·학습 활동을 생각해볼 수 있다. <표 IV-1>의 교수·학습 과정은 우리나라 제7차 수학과 교육과정의 5-나 단계 중 6. 넓이와 무게 단원으로서 측정 영역의 단원으로 넓이와 관련된 실생활 문제의 해결이라는 주제의 수업을 [실생활 문제]-[모델]-[수학적 결론]-[모델 적용]의 수학적 모델링 과정을 바탕으로 하여 준비활동-모델유도활동-모델탐색활동-모델적용활동의 절차에 맞게 교수·학습 활동을 조직한 것이다.

(1) 실생활 문제 단계

우선 [실생활 문제] 단계에서 학생들은 학급 전체 토의를 통해 준비활동을 하게 되어있는데, 이 단계에서 학급 전체 학생들은 실세계 맥락과 연계된 수학적 모델링 과제를 받게 되고, 학급 전체 토의를 통하여 주어진 문제 상황의 내용을 확인하고 문제에 나타난 정보를 확인하게 된다. 본 연구에 수학적 모델링 과제는 다음과 같다.

★★초등학교 5학년 학생들은 학교 운동장에서 학급 전체 토의를 위하여 준비활동을 하게 되어있습니다. 5학년 1반-6반의 6개 학급이 같은 시간에 운동장과 그 주변 시설물을 이용하여 작품을 만들려고 합니다. ★★초등학교 5학년 6개 학급이 가능한 같은 넓이의 공간을 사용하도록 하려면, 5학년 각 반은 어느 위치에서 얼마만큼의 넓이를 사용하여 작품을 만들면 될지 축척을 결정하고 지도를 그려 나타내어 봅시다.

(2) 모델 단계

준비활동을 마친 학생들은 [모델] 단계에서 모델유도 활동을 하게 되는데, 이 단계에서 학습자들은 소그룹 활동을 통하여 문제 상황을 자세하고 구체적으로 관찰하

고, 이해하고, 단순화함으로써 문제 해결을 위한 모델을 개발·형성하게 된다. 학습자들은 모둠별로 과제를 구체적으로 관찰하고 이해하는 동안 문제 해결에 필요한 정보들을 선택하고, 자신들이 어떤 일들을 해야 하는지에 대하여 논의하게 된다.

모둠원들은 문제 해결을 위한 전략과 과정을 계획한 후에, 학교 건물과 운동장 및 기타 학교 시설물들의 실제 길이와 넓이를 측정하고 그 결과를 기록한다. 측정이 끝나면 모둠의 학생들은 측정 결과를 주어진 종이(평면)에 지도로 나타낼 방법을 결정하게 되는데, 이 과정에서 학생들은 자연스럽게 이전학년(4학년 사회과)에서 학습했던 축척의 개념을 활용하게 된다. 주어진 종이(4절 도화지)에 지도를 그리기 위하여 적절한 축척을 결정함에 있어 학생들은 여러 번의 시행착오를 겪은 후, 가장 적합한 축척을 정하여 지도로 나타낸다.

지도가 그려지면, 학생들은 6개 학급이 가능한 같은 넓이의 설치 미술 공간을 확보할 수 있도록 다양한 방법으로 구역을 나누어 본 후, 가장 합리적이라고 생각되는 방법으로 영역을 나누어 지도에 표현함으로써 모델을 완성하게 된다.

(3) 수학적 결론 단계

각 모둠별로 모델이 형성된 후에 학생들은 [수학적 결론] 단계에서 프리젠테이션을 통해 각각의 모둠이 개발한 모델을 발표함으로써 모델탐색활동을 하게 된다. 이 과정에서 학생들은 모둠별로 축척을 결정한 방법과 각 장소의 넓이를 구한 방법, 그리고 활동 장소 전체를 6개의 부분으로 나눈 방법에 대하여 이야기를 나누며, 자신들이 모델을 만들어낸 과정과 방법을 형식화하고 추상화함으로써 모델에 포함된 수학적 개념, 원리, 법칙(축척 및 평면도형의 넓이 등)을 정리하게 된다.

(4) 모델 적용 단계

마지막으로 [모델 적용] 단계에서 학생들은 학급 전체 토의를 함으로써 모델적용활동을 하게 되는데, 이 과정에서 학생들은 축척의 개념과 평면도형 넓이의 개념 및 공식 등의 수학적 결론을 해석하고 분석함으로써 여러 가지 모델들 중에서 문제 해결을 위하여 가장 적합한 방법이 무엇인지, 혹은 더 좋은 또 다른 모델이 있는지에 대하여 의견을 공유하며, 나아가 장소 혹은 학급수가

<표 IV-1> 수학적 모델링을 활용한 초등학교 5학년 측정 영역의 교수·학습 과정안

단원명	5-나 6. 넓이와 무게	영역	측정
활동주제	넓이와 관련된 실생활 문제 해결하기		
학습목표	넓이와 관련된 실생활 문제를 해결할 수 있다.	학습자료	4절 도화지, 줄자, 자 등
수학적 모델링 과정	교수·학습 활동 내용 및 수업의 전개		
실세계 문제	<p>◆ 준비활동(학급 전체 토의)</p> <p>1) 동기유발 및 과제 제시 -학습자의 실세계 맥락과 연계된 수학적 모델링 과제를 제시</p> <p>★★초등학교 5학년 학생들은 학동미술시간에 설치미술 작품을 꾸미기로 하였습니다. 5학년 1반~6반의 6개 학급이 같은 시간에 운동장과 그 주변 시설물들을 이용하여 작품을 만들려고 합니다. ★★초등학교 5학년 6개 학급이 가능한 같은 넓이의 공간을 사용하도록 하려면, 5학년 각 반은 어느 위치에서 얼마만큼의 넓이를 사용하여 설치미술 작품을 꾸미면 될지 축척을 결정하고 지도를 그려 나타내어 봅시다.</p> <p>2) 문제 상황 확인 -주어진 문제 상황의 내용 알아보기, 문제에 주어진 정보 확인하기</p>		
모델	<p>◆ 모델유도활동(소그룹 활동)</p> <p>1) 문제 상황의 관찰, 이해 및 단순화 -문제해결을 위해 활용해야 할 정보를 선택하기 -문제 상황을 단순화하여 문제 해결을 위해 해야 할 일 생각해보기</p> <p>2) 모델 형성 -문제를 해결하기 위해서는 어떤 전략을 사용하여야 하며, 어떤 과정을 거쳐야 할지 계획하기 -학교 건물과 운동장 및 기타 시설물들의 실제 길이와 넓이를 측정하여 그 결과를 기록하기 -측정 결과를 지도로 나타낼 방법 정하기 -측정 결과를 바탕으로 하여 지도를 그리기 위한 축척을 결정하기 -정해진 축척에 따라 주어진 종이(4절 도화지)에 지도를 그려보기 -지도 안에 ★★초등학교 5학년의 1,2,3,4,5,6반이 사용하게 될 설치미술 활동 장소의 영역을 나누는 방법을 결정하고 영역을 나누기 -나누어진 영역을 지도에 표현하기</p>		
수학적 결론	<p>◆ 모델탐색활동(프리젠테이션)</p> <p>-모둠별로 개발한 모델을 발표하기 -축척 결정 방법과 각 장소의 넓이를 구한 방법, 활동 장소 전체를 6개의 부분으로 나눈 방법에 대해 이야기 나누기 -모델에 포함된 수학적 개념, 원리, 법칙 찾아내기(축척, 평면도형의 넓이)</p>		
모델 적용	<p>◆ 모델적용활동(학급 전체 토의)</p> <p>-여러 가지 모델 중에서 문제 해결을 위해 보다 더 적합한 방법이 있는지에 대하여 의견 공유하기 -장소(다른 학교) 혹은 학급 수(증가 혹은 감소)가 변화된 상황이 주어질 경우, 개발된 모델을 어떻게 활용할 것인지에 대하여 의견 나누기</p>		

변화된 상황이 주어질 경우에 자신들이 개발한 모델을 어떻게 활용할 수 있을 것인지에 대하여 이야기를 나누게 됨으로써 모델을 다른 실세계 상황에 재활용하고 일반화할 수 있는 방법을 모색하게 된다.

위의 수학적 모델링 활용 교수·학습 과정안에 나타난 바와 같이 앞서 제시된 수학적 모델링의 과정과 수업 적용 절차는 우리나라 초등수학 수업에 수학적 모델링을 적용하는데 활용될 수 있을 것이며, 학생들이 수학적 모델링을 활용하여 실세계 맥락의 문제를 해결하는 기회를 가질 수 있도록 하는데 도움을 줄 수 있을 것으로 보인다.

V. 결론 및 제언

본 연구는 시대적 요구 및 최근 수학 교육의 동향에 비추어 수학적 모델링의 초등 수학에서의 적용 필요성을 바탕으로 수학적 모델링이 학교 수학 교육 현장에 적용된 사례들을 분석하고, 우리나라 초등 수학에서의 수학적 모델링 지도 방안을 모색하는 것을 목적으로 하였다.

국내외에서 수학적 모델링을 학교 현장에 적용한 사례들을 분석한 결과, 국외의 경우 초등과 중등에 대한 다양한 연구가 이루어진 것에 반하여, 국내의 경우 수학적 모델링의 학교 현장 적용 사례의 대다수가 중학교와 고등학교를 중심으로 이루어지고 있고, 초등학교에의 적용과 관련된 연구가 매우 미흡한 상태임을 알 수 있었다.

수학적 모델링과 관련하여 국외 및 국내 수학 교과서를 비교·분석한 결과 미국의 교과서 특히 MIC 교재의 경우 현실 맥락을 바탕으로 한 실세계 문제 상황으로 시작하여 학생들 스스로 문제 해결을 위한 모델을 구성하도록 유도하고, 학생들 서로가 모델 및 문제 해결 전략 등에 대한 각자의 아이디어를 글, 그림, 표, 그래프 등과 같은 다양한 형태로 표현하고 공유함으로써 자연스럽게 수학적 의사소통 및 상호작용이 이루어지도록 하며, 스스로 자신의 사고과정을 반성하고 평가하도록 함으로써 학생들이 수학적으로 사고하고 올바른 문제 해결 방향으로 나아갈 수 있도록 구성되어 있음을 볼 수 있었다.

반면, 국내 교과서의 경우 '생활에서 알아보기' 혹은 '실생활에 적용하여 봅시다' 등의 부분에서 현실 맥락의

문제를 제시하고자 의도는 하고 있으나 단원의 학습 개념 및 내용을 위하여 인위적으로 만들어낸 듯한 문제 상황들을 적지 않게 볼 수 있었다. 또 모델 형성과 관련하여 볼 때, 국내 교과서의 경우 학생들 스스로 일반화 및 재활용이 가능한 다양한 모델을 개발하고 형성하도록 유도하기보다 각 단원에서 다루고 있는 하나의 수학적 개념만을 활용한 모델을 제시해 주는 경향이 있었다. 국내 교과서에는 '왜 그렇게 생각합니까?'라고 질문하거나 자신의 생각을 표현하고 공유하도록 하는 부분이 있는데, 이러한 부분들은 학생들로 하여금 수학적으로 의사소통하고 상호작용하며 자신의 사고과정을 정리·반성함으로써 수학적으로 사고하도록 하고 있다. 그러나 수학적 모델링과 관련한 국외 교과서의 분석 결과와 비교하여 볼 때, 학생들이 자신의 생각과 사고과정을 다양한 방법으로 표현하고, 공유하며 상호작용하도록 하는 데에는 어려움과 미흡한 점이 있다고 보여 진다.

따라서 수학적 모델링을 초등학교 수학 교육에 적용·확대하기 위해서는 초등 수학에 적절한 수학적 모델링 지도 방안이 필요하며, 이에 대하여 연구한 결과, [실생활 문제] - [모델] - [수학적 결론] - [모델 적용] 과 같은 초등 수학에서의 수학적 모델링 과정을 고안하게 되었으며, 이를 바탕으로 준비활동 → 모델유도활동 → 모델탐색활동 → 모델적용활동의 수업 적용 절차를 제시하게 되었다.

수학적 모델링은 학생들로 하여금 상호작용을 통해 문제 해결을 위한 모델을 스스로 개발하도록 함으로써 자신들이 개발한 모델에 담긴 수학적 개념과 원리 및 법칙을 찾아내고, 이를 바탕으로 또 다른 문제 상황에 모델을 적용하여 해결하도록 하는 것으로서 학생들의 문제 해결 능력 향상을 위해 강조되고 있으며, 이러한 수학적 모델링을 지도하기 위해서는 앞서 제시된 초등 수학에서의 수학적 모델링 과정과 수업에서의 적용 절차를 활용하여 초등학교 수학 교육 현장에 적용할 수 있다.

초등학교 현장에서의 수학적 모델링 지도는 초등학교 수학과 정규 수업시간에 교사가 수학적 모델링 과정 및 수업에서의 적용 절차에 따라 교과서의 내용을 재구성하고 재조직하여 제시함으로써 지도될 수 있다. 또, 수학적 모델링은 이와 같은 정규 수학과 수업시간 외에도 재량 활동 시간이나 방과후학교의 시간에 지도하는 것을 생각

해볼 수 있을 뿐만 아니라, 수준별 혹은 개별화 학습 및 영재 교육의 측면에서도 지도·적용하는 것을 고려해 볼 수 있다.

수학적 모델링이 우리나라 초등 수학 교육 현장에 널리 확대되어 지도되기 위해서는 우리나라 초등 수학 교육과정에 적용이 가능한 다양한 수학적 모델링 과제 및 프로그램 등이 개발되고 보급될 필요가 있다. 따라서 우리나라의 초등 수학 교육과정 내용에 본 연구에서 제시된 초등 수학에서의 수학적 모델링 과정 및 수업 적용 절차를 접목시킨 다양한 수학적 모델링 과제 및 프로그램들의 개발 및 보급이 후속 연구로 이루어져야 할 것이다.

참고문헌

- 권기석 · 박배훈 (1997). 고등학교에서 수학적 모델링의 활용에 관한 연구, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> 36(2), pp.149-159.

교육과학기술부 (2008). 초등학교 교육과정 해설(IV)-수학, 과학, 실과, 광주: 한솔사.

_____. (2009). 수학 6-가, 서울: (주)두산.

김선희 (2005). 문제 중심 학습의 방법으로서 수학적 모델링에 대한 고찰, 대한수학교육학회지 학교수학 7(3), pp.303-318.

김선희 · 김기연 (2004). 수학적 모델링 과정에 포함된 추론의 유형 및 역할 분석, 대한수학교육학회지 학교수학 6(3), pp.283-299.

김홍희 (2009). 초등 수학영재학급 학생의 수학적 모델링 과정에 대한 분석, 경인교육대학교 교육대학원 석사학위논문.

나온교육연구소 (2003). 내 몸 안의 수, 서울: 도서출판 나온.

_____. (2003). 다르게 보여요, 서울: 도서출판 나온.

_____. (2003). 똑같이 나누어요, 서울: 도서출판 나온.

_____. (2003). 비와 비율, 서울: 도서출판 나온.

류희찬 · 권성룡 · 김남균 (2003). 현행 수학 교과서와 미 국의 개혁 교과서의 비교 분석: 모델링과 테크놀로지.

를 중심으로, 한국교원대학교 부설 교과교육공동연구소.

류희찬 · 김지연 (2005). 엑셀을 활용한 소그룹 모델링에
서의 상호작용: 중학교 2학년 대수 영역을 중심으로,
대한수학교육학회지 수학교육학연구 15(1),
pp. 75-105.

성호금 (2000). 수학적 모델링 지도가 수학적 신념 및 학업 성취도에 미치는 영향: 고등학교 학생 단위를 중심으로. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위 논문.

손홍찬·류희찬 (2005a). 함수 지도와 수학적 모델링 활동에서 스프레드시트의 활용, 대한수학교육학회지 수학교육학연구 15(4), pp.505-522.

(2005b). 스프레드시트 환경에서 모델링 활동을 통한 수학적 발견의 정당화, 대한수학교육학회지 학교수학 7(4), pp.427-444.

(2007). 수학적 모델링에서 스프레드시트 환경이 수학적 모델의 정교화 과정에 미치는 역할, 대학수학교육학회지, 9(4), pp.467-486.

신은주 (2005). 모델링 활동 사례 분석 연구: 중학교 수학을 중심으로, 이화여자대학교 대학원 박사학위논문.

신은주·권오남 (2001). 탐구지향 수학적 모델링에 관한 연구. *승학교육학연구*, 11(1), pp.157-177.

신은주 · 이종희 (2004a). 모델링 과정에서 지각적, 인지적, 메타인지적 활동의 상호작용에 관한 사례 연구, *대한수학교육학회지 학교수학* 6(2), pp.153-179.

(2004b). 중학생들의 모델링 활동에서
메타인지 분석에 관한 사례연구, 대한수학교육학회지
수학교육학연구 14(4), pp.403-419.

(2004c). 모델 개발 과정에서 도구를 조작하는 활동 분석, 대한수학교육학회지 학교수학 6(4), pp.389-409.

신현성 (2001). 수학적 모델링을 통한 교육과정의 구성원리. *한국교수학회논문집* 4(2), pp.27-32.

조완영·권성룡 (1998). 열린수학교육과 모델링, 대한수학교육학회 논문집 8(2), pp.663-677.

조원주 (2002). 중학교 합수영역에서 수학적 모델링을 활용한 수행과제와 구체적 평가기준의 개발, 이화여자대학교 교육대학의 선사학의 노้ม

주미경 (1991). 모델링 지도에 관한 고찰. 대학수학교육

- 학회 논문집 1(1), pp.53-61.
- 홍정희 (1995). 수학적 모델링을 활용한 수학 탐구수업 효과의 고찰: 중학교 2학년 부등식, 일차함수, 확률을 중심으로, 이화여자대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 홍정희 · 송순희 (1995). 수학적 모델링을 활용한 수학 탐구수업 효과의 고찰, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> 34(1), pp.93-96.
- 홍지연 (2007). 수학적 모델링을 활용한 수업이 초등학교 4학년 수와 연산 학습에 미치는 효과, 이화여자대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 황혜정 (2007). 수학적 모델링의 이해: 국내 연구 결과 분석을 중심으로, 대한수학교육학회지 학교수학 9(1), pp.65-97.
- Boaler, J. (2001). Mathematical modelling and new theories of learning, *Teaching mathematics and its application* 20(3), pp.121-127.
- Bransford, J. D., Zech, L., Schwartz, D., Barron, B., Vye, N., & The Cognition and Technology Group at Vanderbilt University (1996). Fostering mathematical thinking in middle school students: Lessons from research. In R.J. Sternberg & T. Ben-Zeev (Eds.), *The Nature of Mathematical Thinking*, Lawrence Erlbaum, Hillsdale, NJ, pp.203-250.
- Burghes, D. N. (1980). Mathematical modelling: A positive direction for the teaching of applications of mathematics at school, *Educational studies in mathematics* 11(1), pp.113-131.
- Doerr, H. M. (1997). Experiment, simulation and analysis: An integrated instructional approach to the concept of force, *International Journal of Science Education* 19(3), pp.265-282.
- Doerr, H. M., & English, L. D. (2003). A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data, *Journal for Research in Mathematics Education* 34(2), pp.110-136.
- Edwards, D., & Hamson, M. (1989). *Guide to mathematical modelling*. Boca Raton, FL: CRC Press.
- English, L. D. (2002). Development of 10-year-olds' mathematical modeling. In A. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th International PME Conference*, University of East Anglia, Norwich. pp.329-336.
- English, L. D. (2003). Reconciling theory, research, and practice: A models and modelling perspective, *Educational Studies in Mathematics* 54, pp.225-248.
- English, L. D. (2006). Mathematical modeling in the primary school: children's construction of a consumer guide, *Educational Studies in Mathematics* 63, pp.303-323.
- English, L. D., & Watters, J. J. (2005a). Mathematical modelling in the early school years. *Mathematics Education Research Journal* 16(3), pp.58-79.
- _____ (2005b). Mathematical modelling with 9-year-olds, *H.L. & Vincent J.L (Eds.)* 2, pp.297-304.
- _____ (2005c). Mathematical modeling in third-grade classrooms, *Mathematics Education Research Journal* 16, pp.59-80.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*, Dordrecht: Kluwer.
- Galbraith, P. L., Blum, W., Booker, G., & Huntley, I.D. (1998). *Mathematical Modeling: Teaching and Assessment in a Technology-Rich World*. Horwood Publishing Ltd, West Sussex.
- Galbraith, P. L., & Clatworthy, N. J. (1990). Beyond standard models-meeting the challenge of modelling, *Educational Studies in Mathematics* 21, pp.137-163.
- Greeno, J. G. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain, *Journal for Research in Mathematics Education* 22(3), pp.170-218.
- Lesh, R., Cramer, K., Doerr, H. M., Post, T., & Zawojewski, J. S. (2003). Model development sequences. In R. Lesh & H.M. Doerr (Eds.), *Beyond Constructivism: Models and Modeling*

- Perspective on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching*, Lawrence Erlbaum, Mahwah, NJ, pp.35-58.
- Lesh, R., & Doerr, H. M. (2000). Symbolizing, communicating, and mathematizing: key components of models and modeling. In P. Cobb et al. (Eds.), *Symbolizing and Communicating in Mathematics Classrooms*. Lawrence Erlbaum Associates, Inc. pp.361-383.
- Lesh, R. A., & Lehrer, R. (2003). Models and modelling perspectives on the development of students and teachers, *Mathematical Thinking and Learning* 5(2&3), pp.109-130.
- Lingefjard, T. (2002). Teaching and assessing mathematical modelling, *Teaching Mathematics and its Applications* 21(2), pp.75-83.
- Llinares, S., & Roig, A. I. (2008). Secondary school students' construction and use of mathematical models in solving word problems, *International Journal of Science and Mathematics Education* 6, pp.505-532 (National Science Council, Taiwan(2006)).
- Maki, D., & Thompson, M. (1973). *Mathematical models and applications, with emphasis on the social, life, and management sciences* (2nd ed.). Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- McGraw-Hill School Division (2002). *McGraw-Hill Mathematics*, NY: Macmillan/McGrawHill.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Mathematical modeling in the secondary school curriculum*, Reston, VA.
- (2000). *Principles and standards for school mathematics*, Reston, VA.
- Niss, M. (1989). Aims and scope of application and modelling in mathematics curriculum. In Blum, W., Berry, J. S. et al. (Eds.), *Applications and modeling in learning and teaching mathematics*. Chichester, UK: Ellis Horwood Limited. pp.22-31.
- Open University (1990). Some approaches to modelling, In D. Blane & M. Evans (Eds.), *Mathematical modelling of the senior years*, Parkville: Acacia Press. pp.43-55.
- Skovsmose, O. (1994). *Toward a philosophy of critical mathematics education*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Swetz, F. (1991). Incorporating mathematical modelling into the curriculum, *Mathematics Teacher* 82(9), pp.722-726.
- Swetz, F., & Hartzler J.S. (1991). *Mathematical modeling in the secondary school curriculum*, Reston, VA: NCTM.
- Verschaffel, L., & De Corte, E. (1997a). Teaching realistic mathematical modeling in the elementary school: A teaching experiment with fifth graders, *Journal for Research in Mathematics Education* 28(5), pp.577-601.
- Verschaffel, L., De Corte, E., & Vierstraete, H. (1999). Upper elementary school pupils' difficulties in modeling and solving nonstandard additive word problems involving ordinal numbers, *Journal for Research in Mathematics Education* 30(3), pp.265-285.
- Zbiek, R. M. (1998). Prospective teachers' use of computing tools to develop and validate functions as mathematical models, *Journal for Research in Mathematics Education* 29(2), pp.184-201.
- Zbiek, R. M., & Conner, A. (2006). Beyond motivation: Exploring mathematical modeling as a context for deepening students' understandings of curricular mathematics, *Educational studies in mathematics* 63, pp.89-112.

Exploration of Teaching Method through Analysis of Cases of Mathematical Modeling in Elementary Mathematics

Kim, Min Kyeong

Ewha Womans University, Korea

E-mail : mkkim@ewha.ac.kr

Hong, Jee Yun

Ewha Womans University The Graduate School, Korea

E-mail : cutty-hjy@hanmail.net

Kim, Eun Kyung

Ewha Womans University The Graduate School of Education, Korea

E-mail : guidanceek@yahoo.co.kr

Recently, mathematical modeling has been attractive in that it could be one of many efforts to improve students' thinking and problem solving in mathematics education. Mathematical modeling is a non-linear process that involves elements of both a treated-as-real world and a mathematics world and also requires the application of mathematics to unstructured problem situations in real-life situation. This study provides analysis of literature review about modeling perspectives, case studies about mathematical modeling, and textbooks from the United States and Korea with perspective which mathematical modeling could be potential and meaningful to students even in elementary school. Further, teaching method with mathematical modeling was investigated to see the possibility of application to elementary mathematics classroom.

* This work was supported by the Korea Research Foundation Grant funded by the Korean Government (MOEHRD, Basic Research Promotion Fund) (KRF-2008-327-B00627)

* ZDM classification : M13

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C20

* Key Words : model, modeling, mathematical model, mathematical modeling, case analysis

<부록> 중등을 대상으로 한 수학적 모델링 관련 논문

년도	연구자	논문제목	석사 박사
1993	김수민	중등학교에서의 수학적 모델링에 관한 고찰	석사
1994	홍정희	수학적 모델링을 활용한 수학 탐구수업 효과의 고찰 : 중학교 2학년 부등식, 일차함수, 확률을 중심으로	석사
1997	권기석	고등학교에서의 수학적 모델링 지도를 위한 자료의 활용에 관한 연구	석사
	이석훈	수학적 모델링과 그 실제	석사
1998	손기도	수학적 모델링과 그래프을 활용한 탐구 수업 효과의 고찰 : 고등학교 공통수학 부등식의 영역을 중심으로, Maple 사용	석사
1999	이기열	수학적 모델링을 통한 수학 교과 지도에 관한 소고	석사
	백은정	수학적 모델링 지도를 위한 프로그램의 개발과 적용 : 중학교 2학년 부등식 단원을 중심으로	석사
	성호금	수학적 모델링 지도가 수학적 신념 및 학업 성취도에 미치는 영향 : 고등학교 합수단원을 중심으로	석사
2000	신동찬	수학적 모델링 자료에 관한 연구 : 대수 영역을 중심으로	석사
	신은주	탐구지향 수학적 모델링에 관한 연구 : 사례 연구	석사
	최향철	고등학교에서 대수지도를 위한 수학적 모델링 자료의 고찰	석사
2001	김희정	공업계 고등학생의 수학적 신념에 수학적 모델링 중심 지도가 미치는 영향	석사
	옹정택	수학적 모델링을 통한 수학 외적 문제 해결 능력 향상에 관한 연구	석사
	김성기	수학적 모델링 적용을 통한 수행평가 자료의 활용에 관한 연구	석사
2002	선주달	수학적 모델링을 통한 고등학교 이산수학 탐색 : 그래프 영역을 중심으로	석사
	장은수	수학적 모델링 활용에 관한 연구	석사
	조원주	중학교 합수 영역에서 수학적 모델링을 활용한 수행과제와 구체적 평가 기준안 개발	석사
2003	김정민	수학적 모델링 수업 적용 연구	석사
	김태진	수학적 모델링 지도가 수학적 신념에 미치는 영향	석사
	권태희	수학적 모델링을 활용한 수행평가의 효과에 관한 연구 : <8-가> 방정식과 부등식, 합수를 중심으로	석사
	김은숙	실제문제들의 그래프 이론을 이용한 수학적 모델링	석사
	안기용	수학수업에서 수학적 모델링 활용의 적용에 관한 연구 : 중학교 「문자와 식」 영역을 중심으로	석사
2004	이경필	DRC 프로그램을 활용한 수학적 모델링 지도 자료 개발과 적용 : 중학교 도형단원을 중심으로	석사
	이재훈	수학적 모델링을 활용한 이산 수학의 지도 방안	석사
	이희정	수학적 모델링을 이용한 수업이 문제해결력에 미치는 영향 : 고등학교 2학년을 대상으로	석사
	장종근	고등학교 수학에서 수학적 모델링의 활용 방안	석사
	함은규	수학적 모델링과 협동학습을 통한 문제해결력 지도방안에 관한 연구	석사
	김윤희	수학적 모델링 과정에서 엑셀의 활용방안에 관한 연구	석사
	박지선	수학적 모델링 지도에 관한 사례 연구 : 중학교 8-가 단계를 중심으로	석사
	박지현	수학적 모델링에 관한 연구 : 7단계를 중심으로	석사
2005	박창준	수학적 모델링 활용에 관한 연구 : 중학교 대수 영역 중심으로	석사
	신은주	모델링 활동 사례 분석 연구 : 중학교 수학을 중심으로	박사
	오영순	수학적 모델링 지도가 합수 개념 형성에 미치는 영향	석사
	오은주	동영상 사용을 이용한 수학적 모델링 학습법 : 중학교 1학년 방정식 · 합수 단원을 중심으로	석사
	이은정	수학적 모델링을 이용한 효율적인 수학학습 지도 : 지수 로그 · 수열을 중심으로	석사
	김현정	수학적 모델링에 관한 연구	석사
	손홍찬	스프리드시트를 활용한 수학적 모델링 활동에서의 수학적 발견과 정당화	박사
	심자영	중등학교에서의 수학적 모델링의 적용	석사
	양현심	공업계 고등학교에서 수학적 모델링 수업이 실생활 문제해결력 및 수학적 태도에 미치는 효과	석사
2006	이지현	수학적 모델링을 활용한 수업모형 개발연구 : 피보나치수열을 중심으로	석사
	이진경	수학적 모델링을 이용한 합수 개념 지도 연구	석사
	정수현	수학적 모델링을 통한 수업 실현 연구	석사
	조정길	수학적 모델링 활용에 관한 연구	석사
	최호경	협동학습의 시너지효과를 이용한 교실에서의 수학적 모델링 실현에 관한 사례 연구	석사
	한선영	중학교 통계 교육에서 수학적 모델링의 활용에 관한 연구	석사

년도	연구자	논문제목	석사 박사
2007	권복진	수학적 모델링 활용에 관한 연구 : 8-가 단계 방정식, 부등식 단원을 중심으로	석사
	김유리	엑셀(Excel)을 활용한 수학적 모델링 활동에 관한 연구	석사
	김희선	수학적 모델링을 통한 수학의 학습과 지도	석사
	박미현	수학적 모델링을 통한 문제해결 지도에 대한 고찰	석사
	박효주	문장제 문제를 활용한 수학적 모델링 학습법이 수학 학업성취도 및 수학적 성향에 미치는 영향	석사
	신승주	수학적 모델링 관점에서 우리나라 수학 교과서 분석 : 고등학교 1학년을 중심으로	석사
	안선영	수학적 모델링 관점에서 중학교 확률과 통계 영역 분석 및 자료개발	석사
	장수영	수학적 모델링을 이용한 함수의 효과적인 지도 방안 연구 : 중등수학의 일차함수를 중심으로	석사
	정은숙	수학적 모델링에 기초한 고등학교 통계 지도 방안 연구	석사
	조연경	중학교 「문자와 식」의 개념 지도에 있어서 수학적 모델링 활용에 관한 연구	석사
	조정희	수학적 모델링을 통한 변수 개념 지도에 관한 사례 연구	석사
	강진	일차함수 활용에서 수학적 모델링을 통한 학생들의 학습과정에 관한 사례연구	석사
	강혜영	Excel을 활용한 수학 모델링 자료 개발	석사
2008	김경남	수학적 모델링 학습을 위한 Excel의 활용방안에 대한 연구 : 중학교 수학 9단계 제곱근 영역을 중심으로	석사
	김동욱	수학적 모델링을 활용한 문자와 식 단원 지도론 : 수학 8-가 곱셈 공식을 활용한 주먹구구의 증명	석사
	김미영	수학적 모델링 학습을 위한 자료 개발과 적용 : 8-가 부등식과 함수 단원을 중심으로	석사
	김민지	한국과 미국의 수학 교과서 비교 연구 : 다항함수의 모델링을 중심으로	석사
	김정우	행렬 단원에서 수학적 모델링 적용에 관한 연구	석사
	김정은	8단계 수학 교과서에 나타난 수학적 모델링 연구	석사
	박윤주	수학적 모델과 수학적 모델링에 관한 연구 : 10단계를 중심으로	석사
	박태분	수학적 모델링 활용이 학습효과에 미치는 영향에 관한 연구	석사
	우상희	수학적 모델링을 활용한 지도방법에 관한 연구 : 고등학교 수학 I 단계를 중심으로	석사
	이명주	수학적 모델링을 통한 대푯값 교수-학습 분석	석사
	이문호	수학적 모델링을 활용한 수업이 학습자의 문제 해결에 미치는 영향	석사
	이선미	수학적 모델링을 통한 함수지도	석사
	이준경	수학적 모델링을 활용한 문제해결 향상에 관한 연구 : 7-가 함수 단원을 중심으로	석사
	장영아	수학적 모델링을 활용한 교수-학습 방법에 관한 연구 : 중학교 8단계를 중심으로	석사
2009	장은정	수학적 모델링 활용을 통한 수학지도에 대한 연구 : 중학교 방정식, 부등식 단원을 중심으로	석사
	전상립	수학적 모델링 지도가 학업 성취도에 미치는 영향	석사
	정상호	수학적 모델링을 이용한 수학 교수-학습 방법에 관한 연구 : 중학교 도형영역을 중심으로	석사
	정성녀	수학적 모델링의 활용에 관한 연구 : 수학 I을 중심으로	석사
	최윤정	함수 단원에서 수학적 모델링 지도의 효과 : 7-가 단계를 중심으로	석사
	강윤미	수학적 모델링을 활용한 수업의 효과에 관한 연구 : 8-가 단계 방정식, 부등식을 중심으로	석사
	김선영	수학적 모델링이 함수의 문제 해결에 미치는 영향	석사
2010	김지혜	수학적 모델링을 적용한 수학 수업의 효과 탐구 : 8-가 단계 연립 방정식 활용을 중심으로	석사
	이지영	수학적 모델링을 활용한 수준별 문제해결 지도 방안	석사
	채승희	학교수학의 수학적 모델링에 관한 연구	석사
	최윤영	문제설정 학습과 수학적 모델링 학습이 학업성취도와 정의적 영역에 미치는 영향	석사