

M형 CIP법을 이용한 3차원 음장해석에 관한 연구

A Study of the Three-Dimension Acoustic Field Analysis using the Type-M CIP Method

이채봉*, 오성관**

Chai-Bong Lee*, Sung-Qwan Oh**

요약

본 연구에서는 유체역학 분야의 Yabe 박사 팀에 의해 제안된 CIP법을 이용한 3차원 시간영역 음장해석법의 정밀도에 대해서 자세한 검토를 하였다. 즉, 3차원 CIP 음장해석의 위상오차의 특성과 전파방향에 따른 오차를 명확히 하고, 본 수치 해석법의 유효성을 나타내었다. 다차원 CIP법으로는 M형, C형, A형이 있지만, 본 논문에서는 M형 CIP법을 이용한 음장해석의 정밀도에 대해 검토하였다. 또, 종래의 수치해석법으로 staggered-grid 모델을 이용한 FDTD법에 따른 계산결과와의 비교 검토를 하였다. 본 논문의 검토에 의해 같은 이산화조건에서는 CIP법이 FDTD법보다 해석법이 가진 분산성이 적고, CIP법으로 계산된 음압 파형이 FDTD법으로 계산된 음압 파형보다 변형이 적은 것을 알 수 있었다.

Abstract

The authors have investigated the acoustic field analysis using the Constrained Interpolation Profile(CIP) Method recently proposed by Yabe. The present study has examined the calculation accuracy of the three-dimensional (3-D) acoustic field analysis using the type-M CIP method. In this paper we show phase error of type-M CIP method and the dependence on the wave-propagation direction in the type-M CIP acoustic field analysis, and then demonstrate that it is effective for acoustic field analysis, compared with the FDTD and the exact solution. We show the dependency on the propagation angle in the CIP acoustic field analysis.

Keyword : Type-M CIP method, acoustic field analysis, multi-dimensional, analysis of accuracy, FDTD method

I. 서론

최근에는 계산기의 발달과 함께 음장의 시간영역 해석법이 개발되고 있으며 몇 가지의 해석법이 제안되었다. 현재, 비교적 간단히 정식화 되는 시간영역 유한 차분법(Finite Difference Time Domain Method ; FDTD법)이 넓게 적용되고 있다[1-4]. 그러나 FDTD법은 방정식을 중심 차분으로 근사하여 음장을 해석하는 법이기 때문에 해석 대상으로 하는 파장과 셀 사이즈의 관계에 따라 수치적인 오차가 발생하는 것으로 알려져 있다. 고차의 차분을 이용한 FDTD법도 제안되고 있지만 이 해석법은 경계에서의 처리가 어렵고 계산의 정밀도가 시간스텝에 많이 의존하는 것으로 보고되고 있다[5]. 이와 같은 해석법에서 발생하는 오차를 감소시키는 새로운 해석법으로는 Yabe 박사가 제안한 CIP법(Constrained Interpolation Profile Method)이 있

다[6-8]. 이 해석법의 특징은 음의 전파를 해석할 때에 데이터 값과 데이터의 미분치도 이용해서 계산을 하는 것으로 다른 해석법에 없는 특징이다. 이러한 특징을 가진 CIP법은 유체역학 뿐만 아니라 전자계 분야에서도 적용되어 그 유효성을 나타내고 있다[9-10]. 그러나 CIP법의 음장해석 정밀도(위상오차와 전파방향)에 대해서는 충분한 검토가 없었다.

본 논문에서는 CIP법을 이용한 3차원 시간영역 음장해석법의 정밀도에 대하여 FDTD법과 비교 검토를 하고 위상특성과 전파방향의 영향을 명확히 하고자 한다.

II. CIP법을 이용한 3차원 음장의 수치해석

2.1 방향분리를 이용한 3차원 음장해석의 정식화

손실을 무시한 경우, 음장의 방정식은 다음과 같다.

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} = -\nabla p, \quad \nabla \cdot v = -\frac{1}{K} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (1)$$

여기서 ρ 는 밀도, K 는 체적탄성률, p 는 음압, v 는 입자 속도이다. 식(1)에서 아래와 같이 방향분리를 한다.

$$\frac{\partial W}{\partial t} + A \frac{\partial W}{\partial x} = 0, \quad (W^n \rightarrow W^*), \quad (2)$$

*동서대학교 전자공학과

**秋田縣立大學 전자공학과 석사과정

투고 일자 : 2009. 7. 14 수정완료일자 : 2009. 10. 22

계재확정일자 : 2009. 10. 29

※ 본 논문은 2008학년도 동서대학교 학술연구조성비 지원과제에 의하여 연구되었음.

$$\frac{\partial W}{\partial t} + B \frac{\partial W}{\partial y} = 0, (W^* \rightarrow W^{**}), \quad (3)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + C \frac{\partial W}{\partial z} = 0, (W^{**} \rightarrow W^{n+1}). \quad (4)$$

여기서, W 는 $(p, Zv_x, Zv_y, Zv_z)^T$ 이며 W^* 및 W^{**} 는 각각 x 방향에 전파한 후의 W 및 y 방향에 전파한 후의 W 를 의미한다. 식(2)에 의해 x 방향에 대해서는

$$\frac{\partial}{\partial t} p + c \frac{\partial}{\partial x} Z v_x = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} Z v_x + c \frac{\partial}{\partial x} p = 0. \quad (6)$$

가 얻어진다. 단, Z 는 특성임피던스, c 는 매질중의 음속이다 ($Z = \sqrt{\rho K}$, $c = \sqrt{K/\rho}$). 위 식의 합과 차를 계산해서 양변에 x 로 편미분하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\partial_x p \pm Z \partial_x v_x) \pm c \frac{\partial}{\partial x} (\partial_x p \pm Z \partial_x v_x) = 0 \quad (7)$$

여기서, 매질은 일정하고 $\partial_x = \frac{\partial}{\partial x}$ 이다.

같은 방법으로 y 및 z 방향에 대해서도 식을 도출하고 각각의 방향에 대해서 정리하면 다음과 같다.

x 방향에 대해서,

$$\frac{\partial}{\partial t} F_{xt} \pm c \frac{\partial}{\partial x} F_{xt} = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} G_{xt} \pm c \frac{\partial}{\partial x} G_{xt} = 0. \quad (9)$$

여기서

$$G_{xt} = \partial_x p \pm Z \partial_x v_x, \quad (10)$$

$$F_{xt} = p \pm Z v_x, \quad (11)$$

이 된다. 위의 식은 각각 F_{xt} 와 G_{xt} , F_{yt} 와 G_{yt} 및 F_{zt} 와 G_{zt} 의 방정식으로 되어 있기 때문에 F_{xt} , G_{xt} , F_{yt} , G_{yt} , F_{zt} 및 G_{zt} 를 변수로 해서 CIP법을 적용한 것으로, x , y 및 z 방향의 전파에 대해서 음장을 계산하는 것이 가능하다[9-10].

x 방향을 계산할 때에는 $p \pm Z v_x$ 와 $\partial_x p \pm Z \partial_x v_x$ 의 계산은 했지만, y 방향 계산에 이용하는 $\partial_y p$ 와 z 방향 계산에 이용하는 $\partial_z p$ 에 대해서는 x 방향의 전파를 계산하지 않고 있다. 그래서 이하에 나타내는 식(12)과 식(13)에 1차 함수 보간을 적용하여 $\partial_y p$ 및 $\partial_z p$ 의 x 방향의 전파를 계산한다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\partial_y p \pm Z \partial_y v_x) \\ & \pm c \frac{\partial}{\partial x} (\partial_y p \pm Z \partial_y v_x) = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\partial_z p \pm Z \partial_z v_x) \\ & \pm c \frac{\partial}{\partial x} (\partial_z p \pm Z \partial_z v_x) = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

또, y 및 z 방향에 대해서도 같은 방법으로 각각의 식에 1차 함수 보간을 적용하여 $\partial_x p$ 및 $\partial_z p$ 의 y 방향의 전파, $\partial_x p$ 및 $\partial_y p$ 의 z 방향의 전파를 계산한다. 이와 같이 변화가 급격하지 않은 변수(3차원 음장해석의 경우는 x 방향의 $\partial_y p$ 및 $\partial_z p$, y 방향의 $\partial_x p$ 및 $\partial_z p$, z 방향의 $\partial_x p$ 및 $\partial_y p$)에 대해서는 1차 함수 보간을 적용하여 계산 절차를 간단화한 해석법을 M형 CIP법이라고 한다[7].

2.2 CIP법에 의한 3차원 음장해석을 위한 이산화

그림 1은 3차원 음장해석을 CIP법을 이용해서 계산할 경우의 그리드 모델을 나타내고 있다. 그림 1에서 나타낸 것처럼 본 해석법에는 음압, 입자속도를 그림과 같이 그리드 상에 배치하였다.

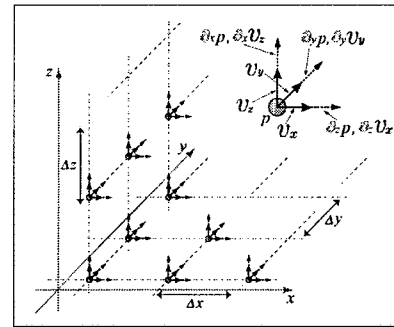


그림 1. CIP법 음장해석을 위한 모델
Fig. 1. Model in acoustic analysis using the CIP method.

본 해석법은 널리 사용되고 있는 staggered-grid 모델 (Yee 셀)을 이용한 FDTD법과는 달리, 음압과 입자속도의 반 셀의 어긋남은 존재하지 않는다. 또, 각 그리드 상에 각각의 성분의 미분치 $\partial_x p$, $\partial_x v_x$, $\partial_y p$ 및 $\partial_y v_y$, $\partial_z p$ 및 $\partial_z v_z$ 를 배치하였다.

방향 변화로는 우선 $\pm x$ 방향으로의 전파를 생각하면 $\pm x$ 방향의 변수로 하는 F_{xt} 와 G_{xt} 에 대해서는 $+x$ 방향에 F_{x+} 와 G_{x+} 가 전파하고 $-x$ 방향에 F_{x-} 와 G_{x-} 가 전파한다. 그림 2는 CIP법에 의한 계산의 모델을 나타내고 있다. 그림 2에 의해 $\pm x$ 방향에 대해서 시간스텝 $n+1$ 의 F_{xt} 와 G_{xt} 는 다음과 같은 식으로 얻어진다.

$$F_{xt}^{n+1}(i, j, k) = a \xi^3 \pm b \xi^2 \pm G_{xt}^n(i, j, k) \pm F_{xt}^n(i, j, k), \quad (14)$$

$$G_{xt}^{n+1}(i, j, k) = 3a \xi^2 \pm 2b \xi \pm G_{xt}^n(i, j, k). \quad (15)$$

으로 된다. 단,

$$\begin{aligned} a = & \frac{G_{xt}^n(i, j, k) \pm G_{xt}^n(i \mp 1, j, k)}{(\mp \Delta x)^2} \\ & \pm \frac{2(F_{xt}^n(i, j, k) \mp F_{xt}^n(i \mp 1, j, k))}{(\mp \Delta x)^3}, \end{aligned} \quad (16)$$

$$b = \frac{3(F_{xx}^n(i+1, j, k) \mp F_{xx}^n(i, j, k))}{(\mp \Delta x)^2} \pm \frac{2G_{xx}^n(i, j, k) \pm G_{xx}^n(i+1, j, k)}{\mp \Delta x}, \quad (17)$$

$$\xi = \mp c \Delta t. \quad (18)$$

여기서, Δx 와 Δt 는 각각 그리드 사이즈와 시간스텝이다. $\pm y$ 방향에 대해서는 F_{yy} 와 G_{yy} , $\pm z$ 방향에 대해서는 F_{zz} 와 G_{zz} 로 치환한 것으로 $\pm x$ 방향과 같이 구하는 것이 가능하다.

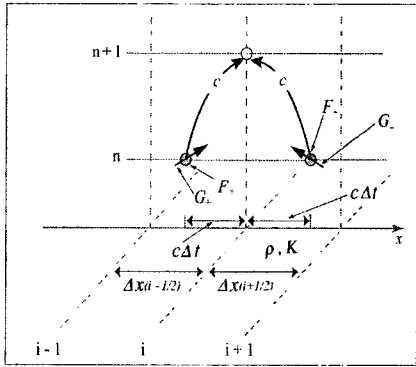


그림 2. CIP법에서 $\pm x$ 방향의 F_{xx} 와 G_{xx} 의 계산법
Fig. 2. Calculation method of F_{xx} and G_{xx} to $\pm x$ -direction using the CIP method.

III. CIP법을 이용한 3차원 음장의 계산결과

그림 3은 해석모델을 나타내었다. 해석영역의 중심을 O , 관측점을 Q 로 하고 x 축과 OQ 의 각을 ϕ , z 축과 OQ 의 각을 θ 로 하였다. 입력으로는 점 $O(x, y, z) = (0, 0, 0)$ 에서 식(14) 및 그림 4에서 나타낸 파형으로 음압 구동할 때의 각 관측 점에서의 음압을 계산하였다.

$$p(t) = \beta(12 a^2 (t-\tau) - 8 a^3 (t-\tau)^3) e^{-a(t-\tau)^2} \quad (19)$$

여기서, $\tau = 50\Delta t$, $a = 1.5 \times \frac{1}{(10\Delta t)^2}$ 와 $\beta = 5.4 \times 10^{-10}$ 으로 하였다. 그리고 이하에서 계산되는 CIP 해석에 대한 각 조건을 표 1에 나타내었다.

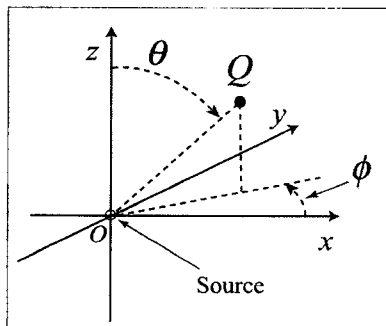


그림 3. 해석 모델
Fig. 3. Analysis model.

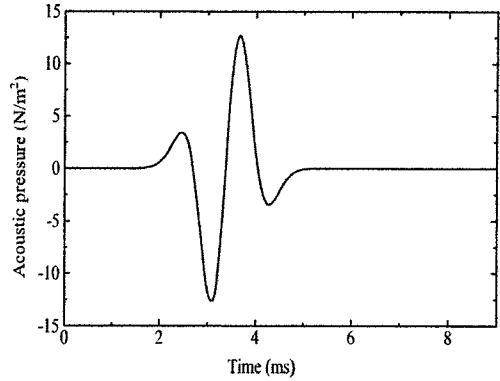


그림 4. 입력된 음압 파형
Fig. 4. Acoustic pressure waveform.

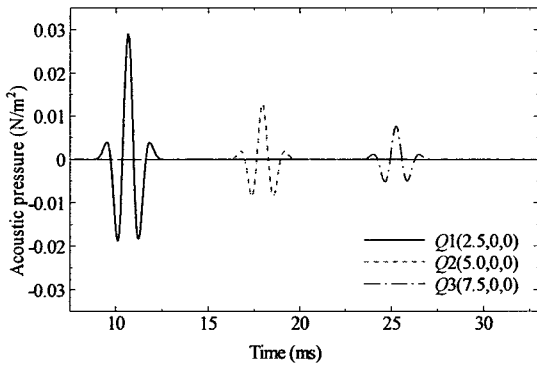
표 1. CIP법의 수치해석 조건
Table 1. Conditions of the analysis by the CIP method

기호	범위 및 조건
grid size	$\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta = 0.05m$
time step	$\Delta t = 6.735 \times 10^{-5}s$
Φ (azimuthal angle)	$0^\circ \leq \Phi \leq 90^\circ$
Θ (elevation angle)	$0^\circ \leq \rho \leq 90^\circ$
ρ	1.21
K	1.4235529×10^5

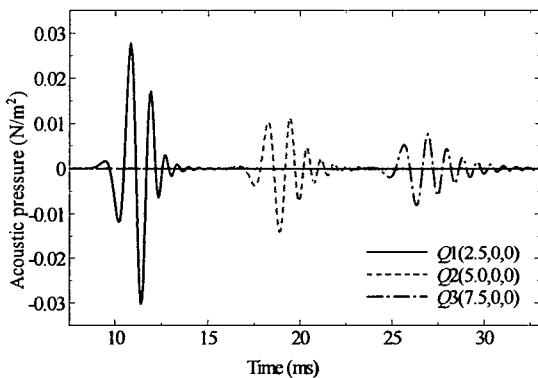
그림 5의 (a)는 CIP법으로 계산된 시간에 대한 음압 파형을 나타내었다. 관측점의 좌표($x[m]$, $y[m]$, $z[m]$)는 Q1(2.5, 0, 0), Q2(5.0, 0, 0) 및 Q3(7.5, 0, 0)로 하고 있다 (따라서 $\phi = 0^\circ$, $\theta = 90^\circ$ 로 됨). 단, x , y 및 z 는 원점에서의 거리[m]를 나타내고 있다. 그리고 그림 (b)는 FDTD법에 의한 해석에 대해서 구한 결과를 나타내었다. 여기서, FDTD법에 의한 해석의 셀 사이즈(Δ) 및 시간스텝(Δt)은 CIP법의 그리드 사이즈와 시간스텝과 같은 값을 이용하고 있다. 그림 5에서 (a), (b)의 음압 파형을 비교하면 FDTD 해석에 의해서 얻어진 파형이 일그러지고 진동하고 있는 상태임을 알 수 있다. 그리고 전파거리가 멀게 되면 진동이 많아지고 파형이 크게 일그러지는 것을 알 수 있다.

그림 6은 그림 5 (a)의 Q2(5.0, 0, 0)의 음압 파형을 주파수 변환하여 구한 CIP 및 FDTD 해석결과와 이론값과의 위상오차를 나타내었다. 그림 6의 종축은 위상오차, 횡축은 주파수를 의미한다. 그림에서 CIP 해석결과는 위상오차가 거의 생기지 않는 반면, FDTD 해석결과는 주파수가 높아짐에 따라 위상오차가 생기는 것을 알 수 있다. 예를 들면, 1024Hz에서는 170deg. 만큼 위상 지연이 생기고 있다. 여기서 셀 사이즈를 고려하면 1024Hz에서는 point per wavelength(p.p.w.)는 6.7이고 또, 관측점까지의 거리 $OQ = 5m$ 는 약 15 파장에 해당한다.

그림 7은 CIP 및 FDTD 해석결과와 진폭비를 나타내었다. 종축은 Q2(5.0, 0, 0)의 진폭값과 Q3(7.5, 0, 0)의 진폭값의 비율을 나타내고 있다. 그리고 그림 7에서는 이론값에서 얻은 진폭비를 나타내고 있으며, 그 값은 -3.52dB 이다. 그림에서 FDTD 해석결과는 전 주파수에 대해서는 이론치와 거의 같지만, CIP 해석결과는 주파수가 높아짐에 따라 약간 감소하고 있으며 1024Hz(p.p.w. = 6.7)에서는 이론치보다 1.75dB 감소하고 있다. 이것들의 결과에서 x방향에서의 전파에 대해서, M형 CIP해석은 위상의 정밀도는 매우 좋지만 약간의 에너지 감소가 생긴다는 것을 알 수 있다.



(a) CIP법



(b) FDTD법

그림 5. Q1, Q2 및 Q3의 음압 계산결과
Fig. 5. Calculated results of p at Q1, Q2 and Q3.

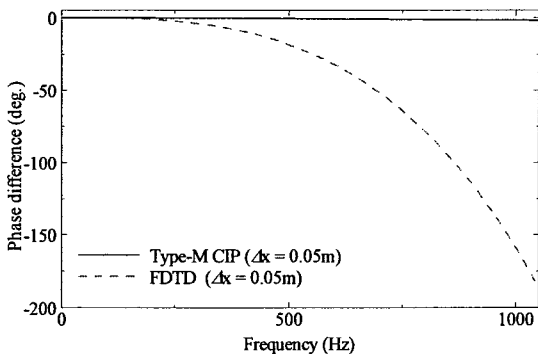


그림 6. 그림 5에서 얻은 주파수에 대한 위상오차
Fig. 6. Phase error versus frequency.

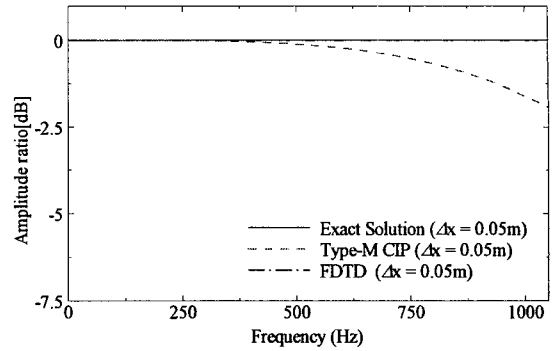


그림 7. 그림 5에서 얻은 주파수에 대한 진폭비
Fig. 7. Amplitude ratio versus frequency.

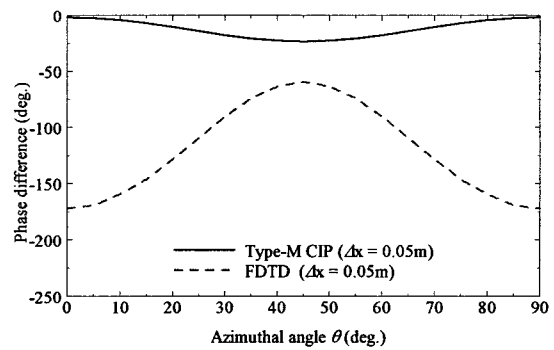


그림 8. xy 면의 전파방향에 대한 위상오차(주파수 : 1024Hz)

Fig. 8. Phase error versus azimuthal angle(at 1024Hz).

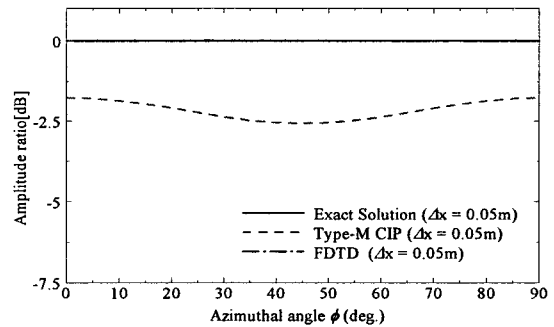


그림 9. xy 면의 전파방향에 대한 진폭비(주파수 : 1024Hz)

Fig. 9. Amplitude ratio versus azimuthal angle(at 1024Hz).

다음에는 전파방향에 대한 영향을 검토하였다. 그림 6과 그림 7에서는 $\phi = 0^\circ$, $\theta = 90^\circ$ 의 특성을 나타냈지만, 각도에 따라서 특성이 달라짐이 예상된다. 그림 8과 그림 9는 각각 xy 면에 관하여 전파방향에 대한 위상오차와 진폭비를 나타낸다. 단, x축에서의 각도 ϕ 로 하고, 그림 9의 진폭비는 그림 7과 같은 방법으로, 종축은 각 각도에 대하여 $OQ = 5\text{m}$ 의 진폭값을 $OQ = 7.5\text{m}$ 의 진폭값으로 나눈 값이다. 그리고 $\theta = 90^\circ$ 로 하고 주파수는 1024Hz(p.p.w. = 6.7)의 경우를 나타내고 있다. 그림 8의 결과는 각 관측점 Q와 원점의 거리를 5m가 되도록 정하고, 계산된 음압 파형을

주파수 변환하여 얻어진 것이다.

그림 8에서는 다음과 같은 것을 알 수 있다. CIP 해석은 $\theta = 0^\circ$ 에서 $\theta = 45^\circ$ 로 향해서 위상오차가 증가하고 $\theta = 45^\circ$ 근방에서 위상오차가 최대로 된다. 한편, FDTD 해석 결과는 $\theta = 45^\circ$ 에서 $\theta = 0^\circ$ 로 향해서 위상오차가 증가하고 $\theta = 0^\circ$ 근방에서 위상오차가 최대로 된다. 그리고 전체적으로 보면, 전 각도에 관하여 FDTD 해석결과가 위상오차가 크다. 또 그림 9의 진폭비에 관해서는, FDTD 해석결과는 전 각도에 대하여 이론치와 거의 일치하지만, CIP 해석결과는 전 각도에 대하여 이론치보다 1.7dB정도 감쇄하고 있고 특히, $\theta = 45^\circ$ 에서는 -2.5dB정도 감쇄하고 있다.

IV. 결론

본 논문에서는 M형 CIP법을 이용한 3차원 음장해석의 정밀도에 관하여 검토를 하였으며, 위상특성과 진파방향의 영향을 명확히 하였다. CIP 해석결과는 위상오차가 거의 생기지 않는 반면, FDTD 해석결과는 주파수가 높아짐에 따라 위상오차가 생기는 것을 알 수 있다. x방향에서의 진파에 대해서, M형 CIP 해석은 위상의 정밀도는 매우 좋지만 약간의 에너지 감소가 생긴다는 것을 알 수 있다. 그리고 진파방향의 영향에 대해서는 M형 CIP 해석에서는 FDTD 해석에 비하여 위상의 정밀도가 보증되어 있지만 입방체의 그리드 대각방향에서는 축방향에 비하여 정밀도가 약간 저하하는 것을 알 수 있었다. 차후 C형 CIP 해석을 통하여 서로 비교 검토 할 예정이다.

참고문헌

[1] K. S. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media", IEEE Trans. Antennas Propag., vol. AP-14, no. 4, pp. 302-307, May 1966.

[2] K. S. Kunz and R. J. Luebbers, The Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics, CRC Press, pp 15-34, 1993.

[3] D. Botteldooren, "Finite-difference time-domain simulation of low-frequency room acoustic problems", J. Acoust. Soc. Am., vol. 98, no. 6, pp. 3302-3308, 1995.

[4] 김동현, 박일서, 정원용, 박영석, "웨이블릿 변환을 이용한 음향방출 신호의 처리기법 개선 및 위치표정," 한국 신호처리·시스템 학회 논문지, 제 9권 1호, pp. 10-17, 2008.

[5] Mohammed F. Hadi and Melinda Piket-May, "A modified FDTD (2, 4) scheme for modeling electrically large structures with high-phase accuracy", IEEE Trans. Antennas Propag., vol. AP-45, no. 2, pp. 254-264, Feb 1997.

[6] H. Takewaki, et al., "Cubic interpolated pseudo-particle method(CIP) for solving hyperbolic-type equations", J. Comput. Phys., vol. 61,

pp. 261-265, 1985.

[7] T. Yabe, et al., The constrained interpolation profile method for multiphase analysis, J. of Comput. Phys., vol. 169, pp. 556-593, 2001.

[8] T. Yabe, et al., CIP method, Morikita Pub. Co., pp. 6-43, 2003.

[9] K. Okubo and N. Takeuchi, "Analysis of an Electromagnetic Field Created by Current Using Constrained Interpolation Profile Method", IEEE Trans. Antennas Propag., pp. 111-119, Jan 2007.

[10] K. Okubo, et al., "Consideration on Boundary Condition Between Different Media in the CIP Electromagnetic Field Analysis", Proc. Of the 2006 Inter. IEEE Intl. Symp. on A.P., pp. 76-81, July, 2006.



이 채 봉(Chai-Bong Lee)

正會員

1985년 동아대학교 전자공학 (공학사)

1986년 일본 문부성 국비유학생

1988년 일본 동북대학(TOHOKU) 전기 및 통신공학 전공 석사

1992년 일본 동북대학(TOHOKU) 전기 및 통신공학 전공 박사

1993년 ~ 현재 동서대학교 정보시스템공학부 부교수

※관심분야 : 디지털 신호처리, 음향공학



오 성 관(Sung-Qwan Oh)

2007년 동서대학교 전자공학과 졸업

2007년 ~ 일본 아끼다 현립대학 대학원

※관심분야 : 신호처리, 유한요소 해석