
웨이브릿 임계치 잡음제거에 의한 파형의 변곡점 검출

김태수*

Detection of Inflection Point of Waveform by Wavelet Threshold Denoising

Tae-Soo Kim*

요 약

본 논문에서 제안하는 잡음제거 방법은 **hard** 임계치 방법의 문제점을 개선한 제로점의 탄젠트 곡선 보간에 의한 잡음제거 기술이다. 자연계에서 관측되는 대기 전기변동량과 같은 신호의 시간적 변동량이나 가상현실을 이용하여 추출한 사람의 빠른 움직임의 동작 곡선 등은 실제로 복잡하다. 따라서 이러한 신호의 관측파형에 대하여 변곡점에 대한 특징을 정확히 결정하는 것이 매우 중요하다. 특히 자연계의 측정신호는 잡음이 포함되어 있어서 잡음을 제거하고 특징을 추출하는 것이 필요하다. 본 논문에서 제안한 새로운 방식에 의하여 잡음을 제거하고 변곡점을 추출하며 종래의 방식인 **hard** 임계치에 비하여 잡음지수가 5인 경우의 **noise II** 변곡점 신호에 대하여 **SNR**이 3.4dB 개선된 결과를 얻을 수 있음을 보였다.

ABSTRACT

In this paper, the proposed method is a denoising technology by tangent curve interpolation of zero points. The problem of the hard threshold method is improved by the proposed method. The quantity of time fluctuation of the electromagnetic signal as the quantity of electric fluctuation of the natural world or the curve of motion waveform of the fast movement of human extracted using virtual reality is, in fact, complex. Therefore it is important to decide exactly the signal properties as the inflection point for observation signal. In particular, it is necessary to extract the properties after denoising, since the measurement signal of the natural world include some noises. It shows that the noise of the inflection point signal with noise II, noise factor 5, is eliminated by the proposed method, and the result of SNR for the signal is improved 3.4dB than that by the conventional hard threshold.

키워드

Wavelet 변환, **hard** 임계치, 잡음제거, 변곡점 검출

I. 서 론

자연계에서 나타나는 현상이나 관측되는 신호들은 그 형태가 다양하며 복잡하다. 또한 가상현실을 이용한 사람의 빠른 움직임 추출하여 일정한 파형으로 표시하는 것 또한 간단하지는 않다. 이러한 관측된 파형 해석이나 사람의 움직임은 특징을 규정하는데 변곡점의 시점을 정확히 결정하는 것이 중요하게 다루어진다[1]-[5]. 종래에는 이러한 특징을 검출하는데 디지털필터가 이용되어 왔다. 그러나 디지털필터를 설계함에 있어서 주파수 특성에 기준을 두고 설계한 필터의 경우는 시계열 데이터의 특징을 결정하는데 어려움이 있어서 Okubo 등은 자연관측변환에 근거한 자연관측필터를 설계하여 변곡점을 추출하는데 이용하였다. 변곡점 추출에 있어서 자연관측필터를 사용하는 것이 일반적인 대역통과필터를 사용하는 것에 비하여 우수하다고 Okubo는 입증하였으나 중첩되는 잡음에 대하여 필터의 차수를 상대적으로 증가시켜야 되는 한계성을 보여 왔다[6]. 또한 필터의 차수를 증가시키는 경우라도 어느 일정치를 넘으면 변곡점의 추출이 어려워진다. 이에 반하여 웨이브릿 임계치에 의한 잡음제거 방법은 신호처리 분야에서 신호의 잡음제거에 효과적인 방법으로 많이 이용되고 있고 Donoho와 Jonstone에 의하여 입증되었다 [1],[2].

한편 김은 잡음이 중첩되거나 잡음의 세기가 일정치 이상으로 Okubo에 의한 방법으로 추출할 수 없었던 부분을 웨이브릿 임계치에 의한 잡음제거 방법과 정규형 자연관측필터를 적용하여 변곡점을 추출하는 방법을 제시하였다[8]. 그러나 여기서 사용한 임계치는 hard 임계치로 신호의 불연속점에서 발생하는 의사갑스현상을 보상하기 위하여 자연관측필터를 사용하였으나 잡음이 어느 한계점 이상 증가하면 필터의 차수를 기본적으로 증가시켜야 되는 문제점을 가지고 있다. 따라서 본 논문에서는 hard 임계치가 갖는 불연속점에서의 의사갑스가 발생하는 문제점 그 자체를 개선하기 위하여 삼각함수 중에 탄젠트(tangent)의 곡선을 사용한 제로점 보간 방법을 제안한다. 그리고 제안한 새로운 방법에 의하여 잡음을 제거하고 변곡점을 추출하는 시뮬레이션을 통하여 효과적인 방법임을 입증한다.

II. 잡음제거를 위한 웨이브릿 임계치

웨이브릿 변환을 이용하여 신호 및 영상 데이터의 잡음을 제거하는 효율적 방법으로 hard 임계치, soft 임계치 잡음제거 기법이 주로 다루어져 왔다[1],[2].

잡음이 첨가된 관측 신호 g_i 가 다음과 같은 식으로 주어진다고 하자. 즉,

$$g_i = f_i + n_i \quad (1)$$

여기서 f_i 는 유한에너지를 갖는 원신호(original signal)이고, n_i 는 $N[0,1]$ 인 가산성 백색 가우시안 잡음을 나타낸다.

보편적인 방법으로 알려진 Donoho와 Jonstone에 의해 개발된 임계치처리를 기반으로 한 웨이브릿 잡음제거 방법은 다음 3단계로 구분된다[1],[9].

- (step 1) 잡음이 첨가된 관측신호를 웨이브릿 변환을 이용하여 웨이브릿 계수를 구한다.
- (step 2) 적당한 임계값 λ 와 임계치처리 방법에 의하여 step 1에서 구한 웨이브릿 계수의 크기를 줄인다.
- (step 3) step 2에서 임계치처리가 된 계수에 웨이브릿 역변환을 실시하여 복원 하고자 하는 신호의 근사치를 구한다.

웨이브릿변환의 적용을 간단하게 하기 위해서 유한 구간 $L[a, b]$ 에서 적절히 경계처리가 된 스켈링함수 f_i 를 다음 식(2)

$$f_i = \sum_{k=1}^{2^j} f_k \Phi_{J, k} \quad (2)$$

와 같이 놓는다면, 적당한 $k_0 \geq 0$ 에 대해 식(3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$f = \sum_{k=k_0}^{J-1} \sum_{l=1}^{2^k} d_{k, l} \Phi_{k, l} + \sum_{l=1}^{2^{k_0}} c_{k_0, l} \Phi_{k_0, l} \quad (3)$$

$$n = \sum_{k=k_0}^{l-1} \sum_{l=1}^{2^k} n_{k,l} \phi_{k,l} \quad (4)$$

여기서 식(4)는 기대값이 0이고 분산이 σ^2 인 가우시안 분포를 갖는 랜덤 벡터이므로 $\phi_{k_0,l}$ 이 0임을 적용하여 $\phi_{k,l}$ 항으로 추정하여도 되며 이 경우에 식(1)에 대하여 식(5)와 같이 나타낼 수 있다. 즉,

$$\bar{d}_{k,l} = d_{k,l} + n_{k,l} \quad (5)$$

Donoho와 Johnstone의 표준 임계처리 방법에 대한 관계를 그림1에 나타낸다. 이들 각 방법의 임계치 연산자 δ 는 hard 임계치의 경우로 식(6)에 나타낸다.

$$\delta(x) = \begin{cases} x & \text{if } |x| \geq \lambda \\ 0 & \text{if } |x| < \lambda \end{cases} \quad (6)$$

여기서 λ 는 임계치이다. 또한 신호의 샘플 수 N 과 웨이브릿 계수의 표준편차 σ 에 대하여 $\lambda = \sigma(2 \log N)^{1/2}$ 로 일반적으로 구하게 된다. 그리고 soft 임계치 연산자 δ 는 식(7)로 표현된다.

$$\delta(x) = \begin{cases} x - \text{sgn}(x)\lambda & \text{if } |x| \geq \lambda \\ 0 & \text{if } |x| < \lambda \end{cases} \quad (7)$$

식(6)과 식(7)에서 나타낸 hard 임계치와 soft 임계치의 관계를 그림 1에 나타낸다.

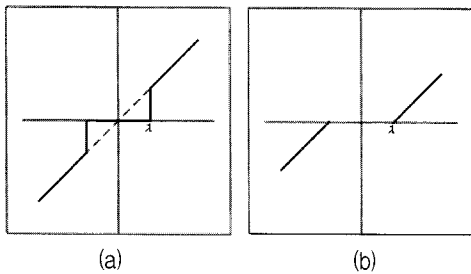


그림 1. Donoho와 Johnstone의 표준 임계치
(a) hard 임계치, (b) soft 임계치

Fig. 1. Donoho and Johnstone's standard threshold
: (a) hard threshold, (b) soft threshold

III. Interscale 웨이브릿 임계치

soft 임계치는 계수를 보존하지 못하고 hard 임계치는 임계치 점에서 불연속점이 발생한다. 이러한 문제점을 해결하고 이들 방법보다 더 일반적인 웨이브릿 임계치 (Threshold)를 제안한다. 웨이브릿 임계치 $D(x, \lambda)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$D(x, \lambda) \equiv \begin{cases} x & , |x| > \lambda \\ \frac{\lambda}{\alpha} \tan\left(\frac{\pi|x|}{4\lambda}\right) & , |x| \leq \lambda \end{cases} \quad (8)$$

여기서, λ 는 잡음 레벨의 추정치로부터 선택되며, α 는 $|x|$ 가 λ 부근에서 값이 증가되는 tan곡선의 값을 적게 하고자 하는 감쇄지수이다. 만약 감쇄지수 α 와 $|x|$ 가 λ 일 경우에 임계치 $D(x, \lambda)$ 는 1의 값을 가지며, λ 가 0으로 근접하거나 또는 감쇄지수 α 가 무한히 커지게 되면 hard 임계치에 근접하게 된다. 그러므로 $|x|$ 가 λ 이하에서 불연속인 hard 임계치의 한계점을 극복함과 동시에 $|x|$ 가 λ 이상에서의 값을 그대로 보존하는 특성을 동시에 갖는다.

다음의 그림 2는 $|x|$ 가 임계치 λ 이하 구간인 제로점의 탄젠트 곡선에 의해 보간(zero points interpolation)된 Interscale 웨이브릿 임계치에 대한 관계를 나타낸다.

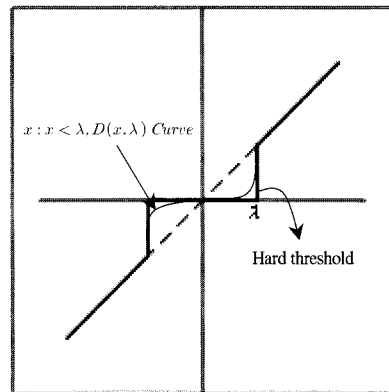


그림 2. Interscale 웨이브릿 임계치
Fig. 2. Interscale Wavelet threshold

IV. 시뮬레이션 및 결과 고찰

우선 제안한 방법이 hard 임계치 방법에 비하여 개선된 방법임을 보이기 위하여 구간별 불연속점이 있는 잡음이 혼재된 사각파에 대하여 비교를 행한다. 임의의 신호 $x[n]$ 에 백색 가우시안 잡음이 첨가된 신호 $y[n]$ 을 다음 식에 나타낸다.

$$\begin{aligned} y[n] &= x[n] + r[n] \\ r[n] &= \eta_N (0.2 \text{rand}[n] - 0.1) \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 η_N 은 잡음지수이다. 시뮬레이션은 MatLab을 사용하였고 웨이브릿 coif, 레벨 5인 웨이브릿 denoising을 행하였다. 식 (9)의 $x[n]$ 이 사각파인 경우에 $\eta_N = 1$ 인 잡음 신호 r_n 에 대하여 잡음이 혼재된 신호 $y[n]$ 을 denoising 한 결과를 그림 3에 나타낸다.

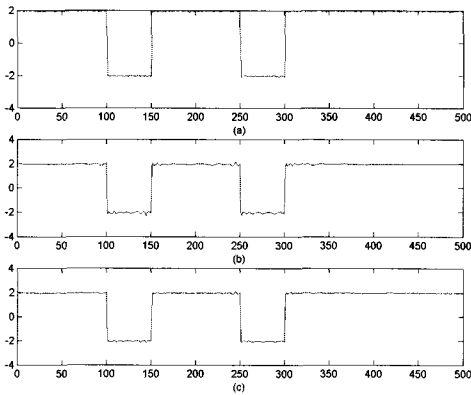


그림 3. 사각파 신호 : (a) 잡음 사각파 신호, (b) hard 임계치 잡음제거 사각파 신호, (c) 제안된 잡음제거 사각파 신호($\alpha=20$)

Fig. 3. Square wave signal : (a) Noise square wave signal, (b) hard threshold denoise square wave signal, (c) Proposed denoise square wave signal($\alpha=20$)

그림 3(c)는 구간별 불연속점이 있는 부분에서 그림 3(b) hard 임계치 방법에 비하여 의사갑스 현상이 줄어들어 있는 것을 나타내고 있다. 본 논문에서는 변곡점 검출을 위해서 문헌 [6]에서 대상으로 한 신호를 이용한다. 여기서 아날로그 변곡점 함수 $x(t)$ 가 $t = 5 + 1/\sqrt{2}$ 시점에서 변곡점을 가지며, 샘플링시간 $T=0.02$ 초로 샘플

링 된 이산시간신호 $x[n]$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$x[n] = \begin{cases} 0 & n < 250 \\ 1 - e^{-(\frac{n}{50} - 5)^2} & n \geq 250 \end{cases} \quad (10)$$

위의 식(10)를 다음 그림 4에 나타낸다.

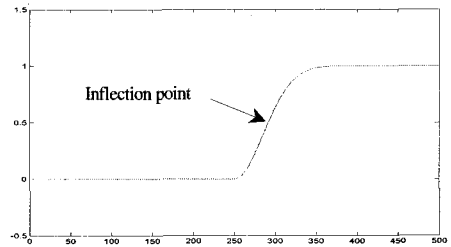


그림 4. 원신호(변곡점 신호)
Fig. 4. Original signal(Inflexion point signal)

잡음지수 $\eta_N = 1$ 인 경우의 변곡점 신호를 잡음 I(noise I) 신호로 정하여 다음 그림 5(a)에 나타낸다. 이 잡음 I 신호에 대하여 hard 임계치 잡음제거와 제안한 잡음제거 방법에 대하여 각각 알고리즘을 실행한 결과를 그림 5(b)와 그림 5(c)에 각각 나타낸다.

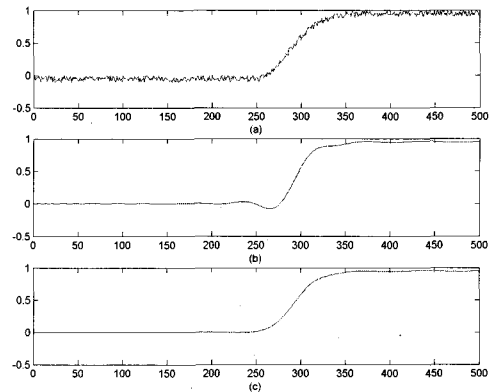


그림 5. 변곡점 신호(잡음 I 신호) : (a) 잡음 변곡점 신호, (b) hard 임계치 잡음제거 변곡점 신호, (c) 제안된 잡음제거 변곡점 신호($\alpha=20$)

Fig. 5. Inflexion point signal(noise I signal) : (a) noise inflexion point signal, (b) hard threshold denoise inflexion point signal, (c) proposed denoise inflexion point signal($\alpha=20$)

그림 5(b)에 나타낸 바와 같이 $n=250$ 부터 중간의 변곡점(Inflexion point) 사이에 hard 임계치 경우가 의사갑스 현상에 의한 변형이 일어났음을 보인다.

다음은 잡음이 증가되었을 경우의 결과를 확인하기 위해서 잡음지수 $\eta_N = 5$ 인 경우의 변곡점 신호를 잡음 II(noise II) 신호로 정하여 다음 그림 6(a)에 나타낸다.

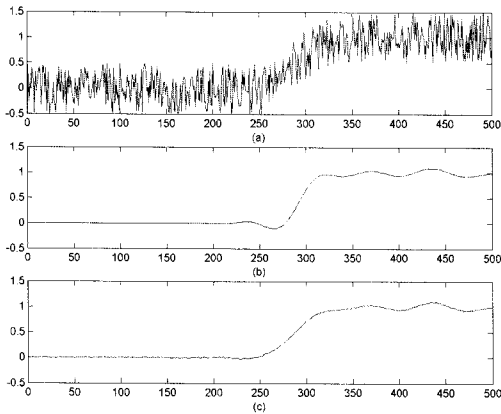


그림 6. 변곡점 신호(잡음 II 신호) : (a) 잡음 변곡점 신호, (b) Hard 임계치 잡음제거 변곡점 신호, (c) 제안된 잡음제거 변곡점 신호($\alpha=20$)

Fig. 6. Inflexion point signal(noise II signal) : (a) noise inflexion point signal, (b) hard threshold denoise inflexion point signal, (c) proposed denoise inflexion point signal($\alpha=20$)

그림에 6에 나타낸 바와 같이 $n=250$ 부터 중간의 변곡점 사이에 hard 임계치 경우가 의사갑스 현상에 의한 변형이 일어났음을 보이며, $n=350$ 부터 500 사이에 두 방법 모두 변형이 발생함을 알 수 있다. 또한 이 구간에서 동일한 형태의 변형을 보이는 것은 제안한 방법이 hard 임계치의 기반을 가지고 있기 때문이나 불연속점에서 발생하는 의사갑스 현상은 현저하게 개선되는 것을 알 수 있다. 기존의 잡음제거 방식인 hard 임계치 방식과 본 논문에서 제안한 방법에 의한 잡음 제거 결과를 정량적으로 비교하기 위하여 다음과 같이 정의되는 신호대 잡음비(SNR)를 이용한다[7].

$$SNR = 10 \log_{10} \frac{\sum_{k=0}^{N-1} |x_k|^2}{N\sigma^2} \quad (11)$$

여기서, x_k 는 원신호, σ 는 잡음의 표준편차, N 은 신호의 길이를 나타낸다. 식(8)과 식 (11)에 의해서 구한 SNR은 α 가 5인 경우 16.82dB, α 가 10인 경우 19.08dBm, α 가 20인 경우 23.04dB, α 가 30인 경우 20.38dB의 값을 얻는다. α 값에 따라서 SNR이 증가하다가 일정 값 이상이 되면 감소되어 중국에는 hard thresh의 경우로 귀착된다.

잡음제거 기법들의 SNR을 비교한 결과를 표 1에 나타낸다. 본 논문에서 제안한 방법이 사각과 신호에 대하여 약1.4dB 개선되었고, noise I의 변곡점 신호에 대하여 α 가 20인 경우에 약 0.3dB로 개선점이 미약하나, noise II의 변곡점 신호에 대하여는 α 가 20인 경우에 약 3.4dB 정도 개선되었다. 따라서 잡음이 적은 경우보다는 잡음이 다소 증가하였을 경우에 보다 개선됨을 보인다. 두 종류의 신호에 대하여 국부적인 불연속점에서의 의사갑스(Gibbs) 현상이 개선되어 hard 임계치 기법의 특징인 웨이브릿 계수들의 구조를 보존하면서 의사갑스 현상이 감소되는 점을 알 수 있다.

표 1. SNR 비교(dB)
Table 1. SNR comparison(dB)

signals \ methods	hard threshold method	proposed method
square wave	29.708	31.094
inflexion point (noise I)	20.825	21.101
inflexion point (noise II)	19.628	23.042

V. 결론

신호에 혼재된 잡음이 증가하게 되면 자연관측변환을 이용하더라도 변곡점 특징의 검출은 어렵게 된다. 또한 이러한 문제점을 극복하기 위해서 이동평균법과 Savitzky-Golay 필터를 적용시킨 경우에도 침예한 변곡점을 검출할 수 없게 된다. 따라서 본 논문에서는 잡음제거에 우수한 웨이브릿 임계치에 근거한 잡음제거 기법을 적용하였으며 hard 임계치의 불연속점의 문제점을 개선한 새로운 기법을 제안하였다. 제안한 기법을 이용

하여 시뮬레이션을 행한 결과 구간별 불연속점이 많은 사각과 신호에 대하여 예지에서 의사깁스 현상이 적은 양호한 특성을 보였으며, noise I의 변곡점 신호에 대하여 SNR은 약 0.3dB로 개선점이 미약하나, noise II의 변곡점 신호에 대하여는 약 3.4dB 정도 개선되어 잡음이 적은 경우보다는 잡음이 다소 증가하였을 경우에 보다 양호한 특성을 보였다. 따라서 사각과 신호와 변곡점 신호에 대하여 국부적인 불연속점에서의 의사 깁스 (Gibbs) 현상이 개선되어 hard 임계치 기법의 특징인 웨이브릿 계수들의 구조를 보존하면서 의사깁스 현상이 감소되는 결과를 얻을 수 있었다. 추후에는 보다 정확한 변곡점 검출을 위하여 hard 임계치와 soft 임계치를 모두 고려한 새로운 방법을 연구할 계획이다.

참고문헌

[1] David L. Donoho, "Denoising via soft thresholding", *IEEE Transactions on Information Theory*, 41:613-627, May, 1995

[2] David L. Donoho, and I. Johnstone, "Ideal adaptation via wavelet shrinkage", *Biometrika*, vol. 81, pp. 425-455, 1994

[3] Bindiganavavale R. and Badler N. I., "Motion abstraction and mapping with spatial constraints. In Modeling and Motion capture Techniques for Virtual Environments", *International Workshop, CAPTECH'98*, pages 70-82, Nov. 1998

[4] Taizo Iijima and Manoru Iwaki, "Fundamental Theory of Natural Observation Method with Complete Reconstruction Property by Finite Sum -Natural Observation Theory of Normal type-", *Journal of ICICE (A)*, Vol. J79-A, no. 1, pp. 77-87, Jan. 1996

[5] Manoru Iwaju and Taizo Iijima, "Natural Observation Method Discrete-Time Waveforms", *Journal of IEICE (A)*, Vol. J79-A, no. 3, pp. 728-735, March. 1996

[6] Kan Okubo and Nobunao Takeuchi, "Detection of Inflection Point of Time Series Data by Natural Observation Filter", *Journal of ICICE (A)*, Vol. J86-A, no. 11, pp. 1170-1178, November. 2003

[7] Y.Y. Kim and J. -C. Hong, "Frequency response function estimation via robust wavelet de-noising method", *Journal of sound and vibration*, pp.635-649, 2001

[8] 김태수, "웨이브릿 임계치와 자연관측필터를 이용한 파형의 변곡점 검출", *대한전자공학회 논문지*, Vol. 42SP, No. 4, PP. 127-132, 2005

[9] 이진중, 박영석, 하관봉, 정원용, "웨이브릿 임계치와 전변분 알고리즘을 사용한 실시간 잡음제거", *신호처리 시스템 학회 논문지*, Vol. 4, No.1, pp.27-35, 2003

저자소개



김태수(Tae-Soo Kim)

1987년 경북대 전자공학과(학사)
 1991년 요코하마국립대
 전자정보공학과(공학석사)
 1995년 요코하마국립대
 전자정보공학과(공학박사)

1996년~현재 위덕대학교 정보통신공학과 부교수
 ※관심분야 : 디지털신호처리, 영상인식, 수치해석, 휴먼인터페이스, 회로이론, 무선LAN