
평행평판도파관의 좁은 슬릿을 통한 결합에 있어서 등가어드미턴스 및 복소전력

이 종 익*

Equivalent Admittance and Complex Powers in a Coupling through a Narrow Slit in a
Parallel-Plate Waveguide

Jong-Ig Lee*

이 논문은 2007년도 동서대학교 학술연구조성비를 지원받았음

요 약

본 연구에서는 윗면에 횡방향 슬릿을 갖는 단락종단된 평행평판도파관에 TEM파가 입사되는 경우를 고려하였다. 슬릿의 폭이 좁은 경우에 대한 슬릿의 등가어드미턴스를 구하고 슬릿영역근처에서 복소전력의 변화를 관찰하였다. 특히, 슬릿근처에 존재하는 근접 도체산란체와의 결합에 의해 도파관 외부로의 결합전력이 최대가 되는 경우에 있어서 슬릿 양단의 전압과 도파관 내외부 복소전력에 관한 조건을 점검하였다.

ABSTRACT

In this study, it has been considered that the TEM wave is incident on the transverse slit in the upper plate of a short-ended parallel-plate waveguide (PPW). An equivalent slit admittance and complex power for the case of narrow slit are obtained. The conditions for the slit voltage and the complex power in case of the maximum coupling through the slit with a nearby scatterer exterior the PPW are checked.

키워드

Parallel-plate waveguide, coupling, narrow slit, complex power, equivalent admittance

I. 서 론

평행평판도파관의 좁은 슬릿을 통한 도파관 외부 도체산란체와의 전자기적인 결합문제는 2차원 구조이나 관찰되는 현상들이 EMI/EMC 문제, 개구결합안테나[1] 등의 원리를 이해하는데 매우 흥미로운 결과들을 제공하므로 활발히 연구되어 왔다[2-5]. 최근의 연구[5]에서 슬릿을 통해 도파관 외부로의 결합이 최대가 되는 캐비티형 결합과 기생형 결합의 두 가지 대조적인 결합현상들을 도체스트립에 유기된 전류, 복사패턴, 도체스트립의 길이 및 위치, 동작주파수에 대한 결합특성변화, 슬릿 근처에서의 전자계분포, 슬릿의 등가직렬 어드미턴스 변화 등을 비교하여 구분하였다.

본 연구에서는 횡방향의 좁은 슬릿을 갖는 단락종단된 평행평판도파관에 TEM파가 입사되는 경우를 고려하였다. 좁은 슬릿영역에서의 전계가 균일하다고 가정하여 도파관 내부와 외부 영역에서의 복소전력과 슬릿의 등가어드미턴스를 얻고자 한다. 또한 슬릿근처에 위치하는 도파관외부 산란체와의 결합에 의해 최대결합이 관찰되는 경우에 있어서 슬릿의 전계 및 도파관 내외부영역에서의 무효전력이 어떠한 조건을 만족하게 되는지 살펴보고자 한다.

II. 이론 및 고찰

그림 1은 본 연구에서 제안된 구조이며 영역은 평행평판 도파관내부 유전체 영역($\mu_0, \epsilon_0, \epsilon_r$)과 자유공간영역(μ_0, ϵ_0)으로 구성되고, 슬릿의 폭 a , 도파관의 높이 h 이다. 도파관은 $z = Z_S$ 에서 단락되었고 슬릿영역으로 입사되는 평행평판 도파관의 입사전자계는 TEM파만이라고 가정하여

$$\vec{E}^i = \frac{V_0}{h} \exp(-jkz) \hat{x} \tag{1a}$$

$$\vec{H}^i = \frac{V_0}{\eta h} \exp(-jkz) \hat{y} \tag{1b}$$

로서 주어지는데 여기에서 V_0 는 도파관의 두 도체판 간

의 전위차, $k(=k_0\sqrt{\epsilon_r}, k_0 = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0} = 2\pi/\lambda_0)$ 는 전파상수, $\eta(=\eta_0/\sqrt{\epsilon_r}, \eta_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0})$ 는 도파관내 매질의 고유임피던스이다.

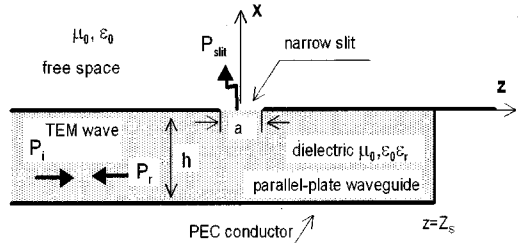


그림 1. 제안된 구조.
Fig. 1. Geometry under consideration.

등가원리[6]를 적용하고 슬릿영역($x = 0, |z| < a/2$)에서 전자계접선성분의 연속조건을 부과하면 슬릿의 접선성분전계 $E_z^A(z) [\equiv E_z(x, z)|_{x=0}]$ 를 미지수로 하는 적분방정식을 얻을 수 있다[2-4]. 슬릿의 폭이 매우 좁은 경우를 가정하면 슬릿의 전계분포를 단일펄스함수로 근사 [$E_z^A(z) \approx E_s, |z| < a/2$] 할 수 있고, 적분방정식은 다음과 같이 E_s 에 관한 방정식이 된다.

$$\frac{V_0}{\eta h} \left\{ e^{-jkz} + e^{-jk(2Z_S - z)} \right\} = E_s \left\{ \int_{-a/2}^{a/2} G(z, z') dz' - \int_{-a/2}^{a/2} \frac{k_0}{2\eta_0} H_0^{(2)}[k_0|z - z'|] dz' \right\} \tag{2}$$

여기에서

$$G(z; z') = a_0(z, z') + \sum_{n=1}^{\infty} a_n(z, z'),$$

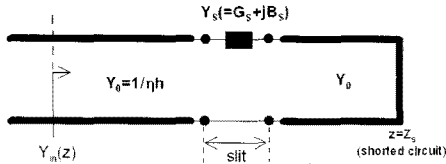
$$a_0(z, z') = -\frac{1}{2\eta h} \left[e^{-jk|z - z'|} + e^{-jk(z' - z)} \right],$$

$$a_n(z, z') = -\frac{k}{\alpha_n \eta h} \left[e^{-j\alpha_n|z - z'|} + e^{-j\alpha_n(z' - z)} \right]$$

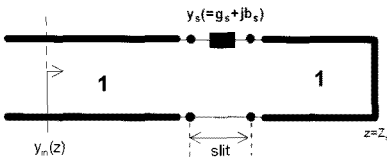
$$\alpha_n = \begin{cases} \sqrt{k^2 - (n\pi/h)^2}, & k > (n\pi/h) \\ -j\sqrt{(n\pi/h)^2 - k^2} = -j\gamma_n, & k < (n\pi/h) \end{cases}$$

$$z'_i = 2Z_S - z'.$$

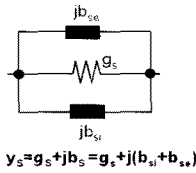
이고 $H_0^{(2)}$ 는 2종 0차 Hankel 함수이다.



(a)



(b)



(c)

그림 2. 등가회로. (a) 등가회로. (b) 정규화된 등가회로. (c) 등가 슬릿어드미턴스.
Fig. 2. Equivalent circuit. (a) equivalent circuit. (b) normalized equivalent circuit. (c) equivalent slit admittance

Z_S 가 도파관내 반파장의 정수배($Z_S = m\lambda/2$; $\lambda = \lambda_0/\sqrt{\epsilon_r}$)인 경우에 있어서 식 (2)를 Galerkin 방법을 적용하여 펄스함수로 테스트하면 미지수인 E_S 는 아래와 같이 구해진다.

$$E_S = -\frac{2V_0/a}{A + j(B_c + B_s)} = -\frac{2V_0/a}{A + jB} \quad (3)$$

여기에서

$$A = 1 + \frac{k_0\eta h}{\eta_0} \quad (4a)$$

$$B_c = \frac{k_0\eta h}{2\eta_0} \frac{2}{\pi} \left[1.5 - \log \frac{1.781k_0a}{2} \right] \quad (4b)$$

$$B_s = \frac{2k}{a^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\gamma_n z} - (1 - \gamma_n a) + e^{-\gamma_n 2Z_S} (e^{\gamma_n a} + e^{-\gamma_n a} - 2)}{\gamma_n^3} \quad (4c)$$

이다.

식 (3)으로 근사되는 슬릿의 전계로부터 도파관 내의 부영역에서의 전자계성분을 얻을 수 있으며, 도파관내부의 TEM모드에 대한 등가회로[6,7]는 그림 2에 도시된 바와 같다. 그림 2(a)의 등가회로에 있어서 $Y_0 (= 1/\eta h)$ 는 그림 1에 도시된 평행평판도파관의 y방향으로의 단위 길이당 특성어드미턴스이고, Y_{slit} 는 슬릿의 등가어드미턴스이며 그림 2(b)는 선로의 특성어드미턴스 Y_0 로 정규화된 등가회로이다. 정규화된 입력어드미턴스는 도파관내 TEM모드의 총 전계와 자계로부터

$$y_{in}(z) = \frac{\cos k(Z_S - z) + \frac{E_S a}{2V_0} e^{jkz} \cos kZ_S}{j \sin k(Z_S - z) - \frac{E_S a}{2V_0} e^{jkz} \cos kZ_S} \quad (5)$$

와 같이 구해진다. 도파관의 단락위치 Z_S 와 관찰점 z 가 도파관내 반파장의 정수배인 경우 입력어드미턴스는 슬릿의 어드미턴스 y_s 로 볼 수 있다. 전술된 내용과 식 (3)을 이용하면 슬릿의 어드미턴스를

$$y_{in}(z)|_{Z_S=|z|=\lambda/2} = y_s = g_s + jb_s \quad (6)$$

$$= \frac{1 + \frac{E_S a}{2V_0}}{-\frac{E_S a}{2V_0}} = (A - 1) + jB$$

와 같이 구할 수 있다. 식 (6)에서 슬릿의 등가서셉턴스 $b_s = B$ 는 식 (3)에서와 같이 B_c 와 B_s 의 합으로 구성되며, 이는 슬릿근처의 도파관 내부와 외부에 축적된 에너지(무효전력)를 반영하는 것이다.

도파관 내외부영역의 무효전력(Q_{in} 및 Q_{ex})은 슬릿을 경계로 하는 도파관 내외부영역(그림 3의 V_{in} 과 V_{ex})을 둘러싸는 폐곡면 $S_{(e)}$ 에 대해 포인팅정리를 적용하

고 허수부분을 취함으로써

$$Q_{in(ex)} = \frac{1}{2} \text{Im} \left\{ \oint_{S_{(e)}} \underline{E} \times \underline{H}^* \cdot d\underline{s} \right\} \quad (7)$$

와 같이 계산된다.

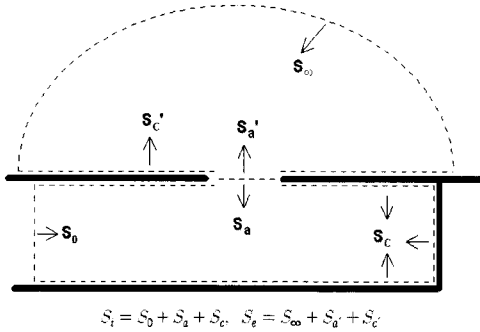


그림 3. 적분경로.
Fig. 3. Integration path.

먼저 도파관 내부영역(V_{in})에 대한 적분은

$$Q_{in} = \frac{1}{2} \text{Im} \left\{ \oint_{S_i = S_b + S_c + S_e} \underline{E} \times \underline{H}^* \cdot d\underline{s} \right\} \quad (8)$$

$$= \frac{1}{2} \text{Im} \left\{ \int_{S_b + S_c} \underline{E} \times \underline{H}^* \cdot d\underline{s} \right\}$$

와 같다. 입사 TEM파의 평균전력($P_i = \frac{|V_0|^2}{2\eta h}$)으로 정규화된 경우 식 (8)의 적분결과는 식 (9)과 같이 정리된다.

$$\frac{1}{2P_i} \int_{S_b} \underline{E} \times \underline{H}^* \cdot d\underline{s} = \frac{4(A-1)}{|A+jB|^2} - j \frac{4B}{|A+jB|^2} \quad (9a)$$

$$\frac{1}{2P_i} \int_{S_c} \underline{E} \times \underline{H}^* \cdot d\underline{s} = -\frac{4(A-1)}{|A+jB|^2} + j \frac{4(B-B_i)}{|A+jB|^2} \quad (9b)$$

따라서 손실이 없는 영역 V_{in} 내에서의 무효전력은

$$\frac{Q_{in}}{P_i} = -\frac{4B_i}{|A+jB|^2} \quad (10)$$

이 된다. 식 (9a)에서 실수부는 슬릿영역으로 입사되는 전력(P_i)과 슬릿으로부터의 반사전력(P_r)의 차($P_i - P_r$)에 해당되며, 이는 슬릿을 통해 도파관 외부로 결합된 전력(P_{slit})과 같다. 즉, $(P_i - P_r)/P_i = P_{slit}/P_i$ 에 해당된다.

다음으로 도파관 외부영역(V_{ex})에 대한 적분은

$$\frac{1}{2} \oint_{S_e = S_b' + S_{oo} + S_c} \underline{E} \times \underline{H}^* \cdot d\underline{s} \quad (11)$$

$$= \frac{1}{2} \int_{S_b' + S_{oo}} \underline{E} \times \underline{H}^* \cdot d\underline{s}$$

이고 여기에서

$$\frac{1}{2P_i} \int_{S_b'} \underline{E} \times \underline{H}^* \cdot d\underline{s} \quad (12a)$$

$$= -\frac{1}{2P_i} \int_{S_c} \underline{E} \times \underline{H}^* \cdot d\underline{s}$$

$$\frac{1}{2P_i} \int_{S_{oo}} \underline{E} \times \underline{H}^* \cdot d\underline{s} \quad (12b)$$

$$= -\frac{4(A-1)}{|A+jB|^2} = -\frac{P_{slit}}{P_i}$$

이므로 손실이 없는 영역 V_{ex} 에서의 무효전력 Q_{ex} 는

$$\frac{Q_{ex}}{P_i} = -\frac{4B_c}{|A+jB|^2} \quad (13)$$

이 된다. 위의 Q_{in} 과 Q_{ex} 를 계산함에 있어서 슬릿의 폭은 매우 좁고 도파관의 단락위치 Z_s 와 관찰점 z 가 도파관내 반파장의 정수배인 경우로 가정하였음에 유의하라. 식 (10) 및 (13)으로부터 슬릿의 서셉턴스성분 $b_s (= B)$ 를 $b_{si} (= B_i)$ 과 $b_{se} (= B_e)$ 로 그림 2(c)의 등가 회로 구성과 같이 나누는 것이 타당함을 알 수 있다.

제안된 그림 1의 구조에 있어서 좁은 슬릿의 경우 급전 도파관내 TEM파의 전압반사계수(Γ_v)는

$$\Gamma_v = -e^{jk2(z-Z_s)} - \frac{E_s a}{2V_0} e^{jk2z} (1 + e^{-jk2Z_s}) \quad (14)$$

이며, Z_S 와 관찰점 z 가 반파장의 정수배인 경우

$$\Gamma_V|_{Z_S=|z|=0.5\lambda} = -1 - \frac{E_S a}{V_0} \quad (15)$$

이다. 따라서 임피던스 정합($\Gamma_V=0$)을 통해 도파관외부의 결합(P_{slit})이 최대가 될 조건은

$$E_S = -V_0/a \quad (16)$$

이며, 이 조건은 그림 1의 구조에서는 식 (3)의 결과에서 보는 바와 같이 만족될 수 없으므로 정합을 위해 슬릿 근처에 도체스트립 등의 적절한 산란체를 위치시킨다 [2-5]. 이러한 슬릿에 근접한 산란체의 영향은 식 (3)의 분모항 $A+jB$ 에 새로운 복소항 $A_S + jB_S$ 를 식 (17)과 같이 부가시키는 것이다.

$$E_S = -\frac{2V_0/a}{(A+A_S) + j(B+B_S)} = -\frac{2V_0/a}{A' + jB'} \quad (17)$$

근접 도체 산란체에 의해 등가회로의 슬릿어드미턴스는 식 (6)으로부터 $y_S = (A' - 1) + jB'$ 으로 변화되고 도파관 내외부의 서셉턴스 성분 중에서 내부의 성분은 식 (4c)의 B_i 로 유지되나 외부의 성분은 식 (4b)의 B_e 에 B_S 가 추가된다. 슬릿에서 공진현상이 관찰될 때 $B' = 0$ 이 되며 이는 제안된 그림 1의 구조에서 B_i 와 B_e 가 모두 양(positive)의 값을 가지므로 B_S 가 음의 값을 가져야 한다. 즉 유도성 리액턴스를 제공하여 슬릿의 용량성 리액턴스 성분을 상쇄시키는 것이다.

임피던스정합이 된 경우 그림 2의 등가회로에 있어서 정규화된 슬릿의 등가어드미턴스는 $y_S = 1 + j0$ 가 되고 이는 식 (16)에서 $A' = 2, B' = 0$ 일 때 만족된다. 임피던스 정합시 도파관 내외부 영역에서의 무효전력은

$$\frac{Q_{in'}}{P_i} = -\frac{4B_i}{|A' + jB'|^2} \Big|_{A'=2, B'=0} = -B_i \quad (18)$$

$$\frac{Q_{ex'}}{P_i} = -\frac{4(B_e + B_S)}{|A' + jB'|^2} \Big|_{A'=2, B'=0} = B_i \quad (19)$$

이 된다. 즉 임피던스 정합이 되는 경우에 있어서 도파관 내부에서의 무효전력은 항상 용량성(capacitive)이며, 도파관 외부에서의 무효전력은 그와 정확히 상쇄되는 유도성(inductive) 전력이다. 따라서 도파관의 좁은 슬릿을 통해 도파관 외부로의 결합이 최대($P_{\text{slit}} \approx P_i$)가 되도록 슬릿 근처에 도체스트립 등을 위치시켰을 때 도파관 내부의 무효전력과 외부의 무효전력은 상쇄되고 유효전력은 최대가 된다는 것을 알 수 있다. 흥미로운 것은 최대결합시 도파관 슬릿의 전계분포가 $E_S = -V_0/a$ 로 결정된다는 것과 슬릿을 경계로 하는 도파관 내외부에서의 무효전력 값의 크기가 식 (17) 및 (18)과 같이 식 (4c)의 B_i 값으로 결정된다는 것이다.

도파관 외부 산란체(도체스트립 등)가 없는 경우에 있어서 매우 좁은 슬릿의 등가콘덕턴스는

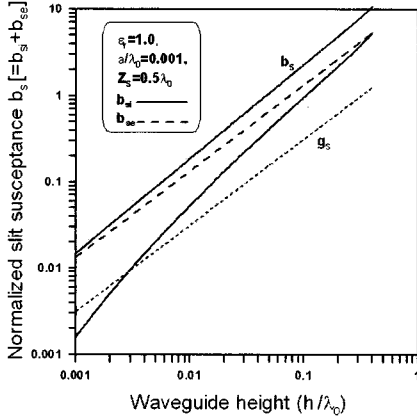
$$G_s = g_s Y_0 = \frac{k_0 \eta h}{2\eta_0} \cdot \frac{1}{\eta h} = \frac{1}{120\lambda_0} \quad (20)$$

으로서 도파관 내부의 유전체(ϵ_r), 슬릿의 폭(a), 도파관 높이(h) 등에 무관하게 일정한 값으로 유지되는데 이는 기존의 문헌[6,7]에서 언급된 바와 같다. 정규화된 서셉턴스 b_{se} 는 식 (4b)의 B_e 와 동일하고, 슬릿의 폭이 좁은 경우 도파관의 높이 h에 따라 선형적으로 증가되며 b_{si} 도 h에 따라 증가된다.

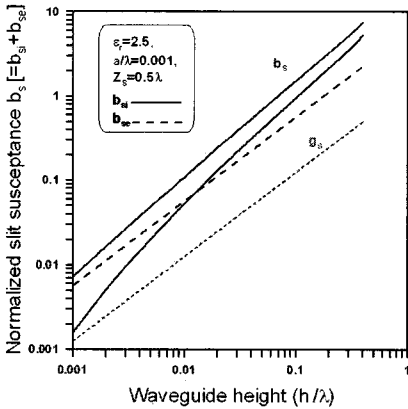
III. 수치해석결과

그림 4는 $a=0.001\lambda, Z_S = 0.5\lambda$ 인 경우 도파관내부 유전체의 유전율을 변화시켜 가면서 슬릿어드미턴스의 변화를 관찰한 것이다. 그림 4(a)는 $\epsilon_r=1.0$ 인 경우이며, 콘덕턴스 g_s 와 서셉턴스 $b_s (=b_{si} + b_{se})$ 모두 도파관의 높이에 따라 증가됨과 $g_s \ll b_s$ 임을 관찰할 수 있다. 또한 도파관 내부의 서셉턴스 성분(b_{si})에 비해 도파관 외부의 성분(b_{se})이 $h/\lambda_0 < 0.4$ 인 범위에서 큰 값으로 유지됨을 관찰할 수 있다. 기관의 두께가 0.01파장내외 정도인 일반적인 마이크로스트립 기관의 경우와 같이 도파관의 높이가 매우 낮은 경우, 도파관 내부 서셉턴스 성분 b_{si} 는 외부 서셉턴스 성분 b_{se} 에 비해 매우 작은 값이며,

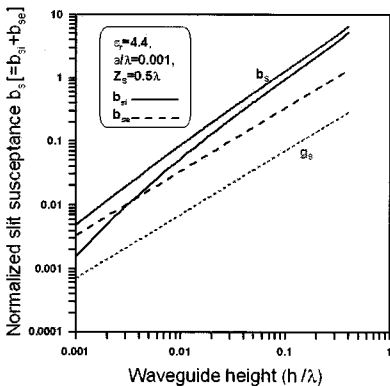
도파관의 높이(h) 증가에 따라 내부 서셉턴스 성분이 외부 서셉턴스 성분에 비해 급격히 증가됨을 관찰할 수 있다.



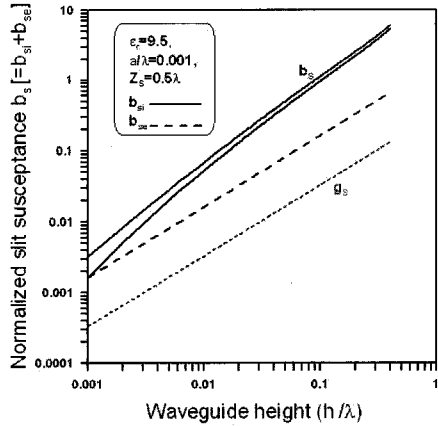
(a)



(b)



(c)



(d)

그림 4. 정규화된 슬릿의 등가어드미턴스 $y_s (= g_s + j b_s)$. $a/\lambda = 0.001, Z_s/\lambda = 0.5$.

Fig. 4. Normalized equivalent slit admittance $y_s (= g_s + j b_s)$. $a/\lambda = 0.001, Z_s/\lambda = 0.5$.

(a) $\epsilon_r = 1.0$ (b) $\epsilon_r = 2.5$ (c) $\epsilon_r = 4.4$

(d) $\epsilon_r = 9.5$

그림 4(b),(c),(d)에서 보는 바와 같이 도파관 내부 유전율 ϵ_r 이 증가됨에 따라 외부 서셉턴스에 비해 내부 서셉턴스가 더욱 급격히 증가된다. $\epsilon_r=9.5$ 와 같이 고유전율인 경우 도파관의 높이 h 가 약 0.01 파장 이상으로 증가됨에 따라 슬릿근처 리액티브 필드가 도파관 외부보다 내부에 강한 필드를 구성하여 대부분의 무효전력도 도파관 내부에 축적됨을 볼 수 있다. 도파관내부 유전율이 점차 높아짐에 따라 슬릿을 공진시키기 위한 도파관 외부 근접 산란체를 슬릿에 더 가까이 접근시켜야 원하는 최대결합을 얻을 수 있다.

제안된 좁은 슬릿구조 근처에 도체스트립과 같은 적절한 산란체를 근접시켜서 슬릿을 공진시키고 최대결합을 관찰한 기존 연구[3-5]에서 최대결합이 관찰되는 경우, 슬릿의 전계분포 $E_S(z)$ 가 슬릿양단의 전위차 $V_S [= - \int_{slit} E_S(z) dz]$ 가 $V_S = V_0$ 가 되도록(즉, 식 (16)의 정합조건을 만족하도록) 형성됨을 관찰하였다.

IV. 결 론

단락중단된 평행평판 도파관의 좁은 슬릿을 통한 전자기적인 결합문제를 고려하였다. 슬릿의 폭이 매우 좁은 경우에 슬릿의 전계분포를 균일하다고 가정한 후 슬릿의 전계, 등가어드미턴스, 복소전력 등을 구하였다. 또한 슬릿을 통해 도파관 외부로의 결합이 최대가 되는 경우 슬릿의 전계, 등가어드미턴스 및 복소전력의 변화를 관찰하였다.

참고문헌

- [1] P. L. Sullivan and D. H. Schaubert, "Analysis of an aperture-coupled microstrip antenna," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 34, no. 8, pp. 977-984, August 1986.
- [2] J. I. Lee, C. H. Lee, and Y. K. Cho, "Electromagnetic coupling mechanism to a conducting strip through a narrow slit in a parallel-plate waveguide," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 49, no. 4, pp. 592-596, April 2001.
- [3] J. I. Lee and Y. K. Cho, "Maximum electromagnetic coupling to a nearby conducting strip through narrow and wide slits in a parallel-plate waveguide," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 51, no. 4, pp. 693-699, April 2003.
- [4] 이종익, 조영기, "단락중단된 평행평판 도파관의 좁은 슬릿을 통한 근접 도체스트립과의 최대 결합," *전자공학회 논문지*, 제 37권 TC편, 제 12호, pp. 15-21, 2000년.
- [5] 이종익, 고지환, 조영기, "평행평판도파관의 좁은 슬릿을 통한 도체스트립과의 캐비티형 결합과 기생형 결합," *전자공학회 논문지*, 제 14권, 제 4호, 2003년.
- [6] Y. K. Cho, "On the equivalent circuit representation of the slitted parallel-plate waveguide filled with a dielectric," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-37, no. 9, pp. 1193-1200, Sept. 1989.
- [7] J. I. Lee, J. H. Ko, and Y. K. Cho, "A note on the diffraction and equivalent admittance properties of a transverse slit in a parallel-plate waveguide filled with a

homogeneous dielectric," *IEICE Trans. Commun.*, vol. E86-B, no. 12, pp. 3600-3605, Dec. 2003.

저자소개

이종익(Jong-Ig Lee)



전자통신공학과 공학박사
(본문과 같이)
1992년 경북대학교 전자공학과
졸업

1994년 동 대학원 전자공학과 졸업(공학석사)
1998년 동 대학원 전자공학과 졸업(공학박사)
1998년 금오공과대학교 연구교수
1999년~ 현재 동서대학교 전자공학과 부교수
※관심분야: 전자기산란, 평면안테나