

고정된 MIMO 환경에서의 최적의 직교 오버레이 시스템 설계

준회원 윤 여 훈*, 종신회원 조 준 호**

An Optimal Orthogonal Overlay for Fixed MIMO Wireless Link

Yeo-Hun Yun* Associate Member, Joon Ho Cho** Lifelong Member

요 약

기존의 MIMO 다중 송수신기들이 협대역 flat 채널을 공유하고 있는 환경에서 오버레이 MIMO 시스템의 디자인을 고려한다. 오버레이 시스템의 수신기로 수신되는 기존 시스템 신호의 2nd-order 통계량과 오버레이 송신단으로부터 기존 시스템들의 수신단 사이의 채널이 모두 알려져 있다고 가정한다. 평균 송신 전력 제약과 이미 관심 대역을 차지하고 있는 기존 시스템들의 수신단에 간섭을 일으키지 않는다는 제약 아래 오버레이 시스템의 각 수신안테나 출력에서의 데이터 심볼의 평균 제곱 오차 (MSE: mean-squared error)의 합인 전체 MSE를 최소화 하는 최적 오버레이 시스템의 선형 precoding과 decoding 행렬을 유도한다. 최적 해가 존재하기 위한 필요충분 조건 또한 유도하고, 제안된 시스템의 성능에 대한 모의 실험 결과를 제공한다.

Key Words : Multiuser MIMO, Overlay System, Joint Optimization, Mean-Squared Error, Fixed MIMO Link

ABSTRACT

In this paper, we consider designing a multi-input multi-output (MIMO) overlay system for fixed MIMO wireless link, where a frequency flat narrowband channel is shared by multiple transmitter and receiver pairs. Assuming the perfect knowledge of the second-order statistics of the received legacy signals and the composite channels from the overlay transmitter to the legacy receivers, the jointly optimal linear precoder and decoder matrices of the MIMO overlay system is derived to minimize the total mean squared error (MSE) of the data symbol vector, subject to total average transmission power and zero interference induced to legacy MIMO systems already existing in the frequency band of interest. Furthermore, the necessary and sufficient condition for the existence of the optimal solution is also derived.

1. 서 론

최근 데이터 전송 효율을 높일 수 있다는 점에서 MIMO (multi-input multi-output) 시스템에 대한 많은 연구가 이루어졌다^{[1]-[6]}. 이중 [1]에서는 단일 사

용자 MIMO 채널에서 선형 precoding, decoding 행렬을 동시에 최적화 하는 문제를 고려하였고, 심볼의 평균제곱오차 (MSE) 행렬의 여러 비용함수를 최소화 하는 최적 해를 유도하였다. 이후 Palomar는 [1]을 확장하여, [2]에서 majorization이라는 수학

※ 본 연구는 지식경제부 및 정보통신연구진흥원의 대학 IT 연구센터 지원사업의 연구결과로 일부가 수행되었으며 (IITA-2009-C1090-0902-0037), 일부는 2006년 정부(교육인적자원부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (KRF-2006-331-D00338)

* 포항공과대학교 전자전기공학과 통신 및 정보시스템 연구실 (yhym205@postech.ac.kr)

** 포항공과대학교 전자전기공학과 (jcho@postech.ac.kr)

논문번호 : KICS2009-05-218, 접수일자 : 2009년 5월 29일, 최종논문접수일자 : 2009년 10월 7일

적 틀을 사용하여 목적함수가 Schur-convex 혹은 -concave의 비용함수를 가지는 좀 더 일반적인 경우의 최적화 문제를 해결하였다.

하지만, [1],[2]에서 고려한 문제는 단일 사용자 MIMO 채널만을 고려함에 따라 다중 사용자 MIMO 채널에 적용될 경우, 단일 사용자의 성능은 최적화할 수 있으나, 타 사용자의 성능에 미치는 영향은 제어할 수 없다는 단점이 있다.

본 논문에서는 고정된 MIMO 채널에서 기존의 사용자들이 협대역 flat 채널을 선점하고 있는 환경하에서, 오버레이 시스템을 디자인 하는 문제를 고려한다. 이와 비슷한 환경으로, [8]에서는 continuous-time에서 다중 사용자 고정된 MIMO 채널 환경의 채널용량을 구하는 문제를 고려하였다. 각 사용자의 SNR의 하한을 제약 조건으로 하여 K명의 사용자가 채널용량을 달성하게 하는 iterative 방식을 제안하였다. 이 방식은 K개의 시스템들이 서로 협동적으로 채널용량을 달성하는 방법이라 할 수 있다. 하지만 이와 같은 방식은 기존의 시스템들을 변경할 수 없는 시나리오에는 적용될 수 없다는 단점이 있다. 본 논문에서는 이러한 접근과 달리 기존 시스템들은 변경하지 않으면서 오버레이 시스템을 디자인한다. 기존시스템의 성능에 미치는 영향을 제어하기 위해, 오버레이 시스템이 기존 시스템의 decoding 행렬의 출력에 0 간섭을 일으키는 제약조건을 추가한 형태를 고려한다. 이보다 좀 더 일반적인 문제로, 오버레이 시스템이 기존 시스템의 성능 열화에 미치는 양의 상한을 제약조건으로 하는 문제를 고려할 수 있고 이 문제는 아직 해결되지 않은 채로 남아 있다. 본 논문에서 구해진 최적 해의 성능은 오버레이 시스템의 성능 측면에서만 본다면, [1],[2]의 문제에 하나의 제약조건이 추가된 형태이므로, [1],[2]에서 구해진 최적 해의 성능보다는 열화된 성능을 나타내지만, 기존의 사용자들의 성능을 열화시키지 않는다는 점에서, 기존의 사용자들이 주파수 선점권을 가지고 있는 cognitive radio 같은 시나리오에 적용될 수 있다는 장점이 있다.

II. 시스템 모델 및 문제 기술

복소 기저대역에서의 시스템 구성도는 그림 1과 같다. 그림에서와 같이 K개의 기존의 MIMO 시스템들이 관심 대역을 차지하고 있다고 가정한다. k번째 기존 시스템은 $N_k \times M_k$ 의 선형 precoding 행렬 F_k 를 사용하여 길이 M_k 의 데이터 심볼 벡터 s_k 를 전

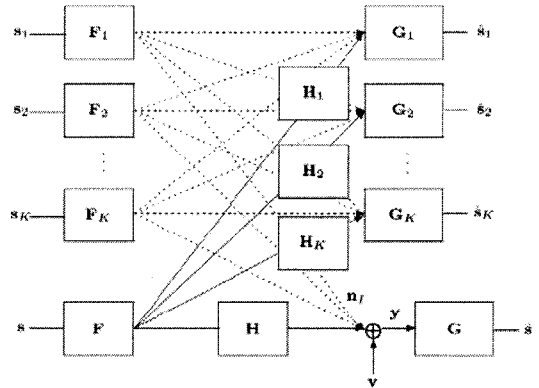


그림 1. 시스템 구성도

송하고 이에 해당하는 수신단은 $M_k \times P_k$ 의 선형 decoder 행렬 G_k 를 사용하여 심볼 벡터 추정치 \hat{s}_k 를 만들어낸다. 기존 시스템들의 데이터 심볼 벡터 들인 (s_1, s_2, \dots, s_K) 는 서로 비상관성을 가진다고 가정하고, 각각의 s_k 는 proper complex white, 다시 말해, $E\{s_k\} = 0$ 이고 $E\{s_k s_k^T\} = 0$, $E\{s_k s_k^H\} = I_{M_k}$ 라고 가정한다. 여기서 I_{M_k} 는 $M_k \times M_k$ 의 단위 행렬을 의미한다. 이는 F_k 에 s_k 의 심볼들간의 상관성과 심볼들간의 균등하지 못한 파워 할당을 포함시킬 수 있다는 점에서 일반성을 잃지 않는 가정이라고 할 수 있다.

오버레이 시스템 또한 앞에서의 기존 시스템들과 같은 구조를 가진다고 가정한다. 길이 M 의 심볼 벡터 s 는 $N \times M$ 의 선형 precoding 행렬 F 를 통해 채널로 전송되고, 이는 $P \times N$ 의 MIMO 채널 행렬 H 을 통과 하여 수신된다. 심볼 벡터 s 는 기존 시스템들의 심볼 벡터들과는 비상관성을 가진다고 가정한다. 수신 벡터 y 는 신호부분 HF_s , 기존 시스템으로부터의 간섭신호 n_I 그리고 환경잡음 v 의 합으로서 다음과 같이 주어진다.

$$y = HF_s + \sum_{k=1}^K P_k s_k + v \triangleq HF_s + n_I + v \triangleq HF_s + n \quad (1)$$

여기에서 $P \times M_k$ 의 P_k 는 k번째 기존시스템의 precoding 행렬 F_k 와 k번째 기존시스템의 송신단으로부터 오버레이 시스템의 수신단으로의 MIMO 채널과의 합성 채널을 나타낸다. 환경잡음 v 는 가산성 proper complex 가우시안 잡음으로 모델링하고, 따라서 $E\{v\} = 0$, $E\{vv^T\} = 0$, 그리고 $E\{vv^H\} = \sigma^2 I_P$

이다. 전체 잡음 n 은 간섭신호와 환경잡음의 합으로 정의되고, 이의 상호상관 행렬은 $R_{nn} = \sum_{k=1}^K P_k P_k^H + \sigma^2 I_P$ 로 구해진다.

이제 수신단에서 얻어지는 오버레이 시스템의 데이터 심볼 벡터의 추정치는 다음과 같이 얻어진다.

$$\hat{s} = Gy = GHFs + Gn \quad (2)$$

여기에서 G 는 $M \times P$ 의 decoding 행렬이다. 구하고자 하는 바는 아래와 같이 정의되는 오버레이 수신단에서의 심볼들의 전체 MSE를 최소화 하는 것이다.

$$\text{MSE} \triangleq \text{tr}[\text{MSE}(F, G)] \quad (3)$$

여기에서 MSE 행렬 $\text{MSE}(F, G)$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} \text{MSE}(F, G) &\triangleq E\{(s - \hat{s})(s - \hat{s})^H\} \\ &= (GHF - I_M)(GHF - I_M)^H + GR_{nn}G^H \\ &= G(HFF^H H^H + R_{nn})G^H + I_M - GHF - F^H H^H G^H \end{aligned} \quad (4)$$

이제 여기에 두 개의 제약 조건이 부과된다. 첫 번째 제약 조건은 기존 시스템들에 미치는 간섭의 양이다. 앞서 말한 바와 같이, 여기에서는 기존 시스템들의 선형 decode의 출력에 나타나는 간섭을 0로 만드는 오버레이 시스템을 고려한다. 이는 다음과 같은 수식으로 표현된다.

$$i_k \triangleq G_k H_k F s = 0, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (5)$$

여기에서 i_k 는 오버레이 시스템이 k 번째 기존 시스템의 decoder 출력에 미치는 간섭을 나타낸다. (5)에서 랜덤 데이터 벡터 s 의 모든 realization값에 대해 $i_k = 0$ 이기 위한 필요충분조건은 $E\{\|i_k\|^2\} = 0$ 이고, 이를 이용하여 (5)를 정리하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} i_k = 0 &\Leftrightarrow g_{i,k} H_k F s = 0, \quad i = 1, 2, \dots, M_k \\ &\Leftrightarrow E\{|g_{i,k} H_k F s|^2\} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, M_k \\ &\Leftrightarrow g_{i,k} H_k F F^H H_k^H g_{i,k}^H = 0, \quad i = 1, 2, \dots, M_k \\ &\Leftrightarrow \sum_{j=1}^M |g_{i,k} H_k f_j|^2 = 0, \quad i = 1, 2, \dots, M_k \\ &\Leftrightarrow g_{i,k} H_k F = 0, \quad i = 1, 2, \dots, M_k \\ &\Leftrightarrow G_k H_k F = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

여기에서 $g_{i,k}$ 는 G_k 의 i 번째 행을 나타내고, f_j 는 F 의 j 번째 열을 나타낸다. 따라서 0 간섭 제약 조건은 $G_k H_k F = 0, k = 1, 2, \dots, K$ 로 쓸 수 있다.

두 번째 제약 조건은 오버레이 시스템의 평균 송신 전력에 부과된다. 이는 실제 구현에 있어서도 여러 제약들로 인해 송신전력을 무한히 높일 수 없고, 송신전력이 높으면 높을수록 앞서 정의된 전체 MSE를 원하는 만큼 낮출 수 있으므로 최적화 문제가 성립되기 위해서라도 역시 필요한 제약조건이다. 선형 precoding 행렬 F 를 쓰는 오버레이 시스템의 평균 송신 전력은

$$\begin{aligned} \bar{P} &= E\{(Fs)^H(Fs)\} \\ &= E\{\text{tr}[(Fs)(Fs)^H]\} = \text{tr}\{FE\{ss^H\}F^H\} \\ &= \text{tr}(FF^H) \end{aligned} \quad (7)$$

와 같이 표현된다.

앞에서의 결과를 요약하면, 다음과 같은 최적화 식이 얻어진다.

$$\text{minimize}_{F, G} \quad \text{tr}[\text{MSE}(F, G)], \quad (8a)$$

$$\text{subject to} \quad B^H F = 0 \quad (8b)$$

$$\text{tr}(FF^H) \leq p_T \quad (8c)$$

여기에서 R_{nn}, B 그리고 H 는 알려져 있다고 가정한다. blocking matrix B 는 앞서 구해진 0 간섭 제약 조건을 표현하기 위해 도입된 것으로

$$B \triangleq [(G_1 H_1)^H, (G_2 H_2)^H, \dots, (G_K H_K)^H] \quad (9)$$

와 같이 정의된다.

III. 최적 해의 유도 및 해의 존재성

2장에서 구한 최적화 문제는 다음과 같은 두 개의 최적화 식으로 변환할 수 있다.

$$\text{minimize}_F \left\{ \min_G \text{tr}[\text{MSE}(F, G)] \right\} \quad (10)$$

두 개의 제약조건 (8b)와 (8c)는 F 에 관한 제약 조건이므로 안쪽의 최적화 식은 LMMSE decoding 행렬 G 를 구하는 문제로 요약되고, 이의 해는 다음과 같이 주어진다⁹⁾.

$$G_{\text{lmmse}} = F^H H^H (H F F^H H^H + R_{nn})^{-1} \quad (11)$$

이 decoding 행렬 G_{mmse} 를 대입하여, MSE 행렬을 F 만의 함수로 정의하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{MSE}(F) &\triangleq \text{MSE}(F, G_{\text{mmse}}) \\ &= I_M - F^H H^H (H F F^H H^H + R_{nn})^{-1} H F \\ &= (I_M + F^H R_H F)^{-1} \end{aligned} \quad (12)$$

여기에서 $R_H \triangleq H^H R_{nn}^{-1} H$ 이다. 이제 precoding 행렬 F 를 구하기 위한 최적화 식은 다음과 같이 주어진다.

$$\text{minimize}_{F} \text{tr}[\text{MSE}(F)], \quad (13a)$$

$$\text{subject to } B^H F = 0 \quad (13b)$$

$$\text{tr}(F F^H) \leq p_T \quad (13c)$$

여기에서 제약조건 (8b)를 만족하는 F 의 집합은 B^H 에 직교하는 행렬의 모임이므로, 이를 위해 B^H 로의 투영행렬 P_B 과 이에 직교하는 공간으로의 투영 행렬 P_B^\perp 를 다음과 같이 정의한다 [7, Section 3.3].

$$\begin{aligned} P_B &\triangleq B(B^H B)^\dagger B^H \\ P_B^\perp &\triangleq I_N - P_B \end{aligned} \quad (14)$$

여기에서 $(\cdot)^\dagger$ 는 행렬의 유사 역행렬 (pseudo inverse)을 나타낸다. 이제 이를 이용하면 임의의 F 행렬은

$$F = P_B F + P_B^\perp F \quad (15)$$

와 같은 전개가 가능하고, 직교 제한 조건 (13b)를 만족하는 F 의 집합은

$$F = P_B^\perp F \quad (16)$$

를 만족하는 집합임을 알 수 있다. 이와 같은 F 에 주어진 직교 제한 조건이 F 의 search space를 제한하게 되고 직교제한 조건이 없이 구해진 오버레이 시스템과 비교하여 성능이 열화되는 원인이 된다.

이제 여기서 $F = P_B^\perp \tilde{F}$ 라고 놓으면 F 는 항상 직교제한조건 (13b)를 만족하게 되고, 따라서 F_{opt} 를 찾기 위해서는 \tilde{F}_{opt} 를 찾으면 된다. 즉, P_B^\perp 의

역할은 precoding 행렬 F_{opt} 가 기존의 사용자들에게 간섭을 주지 않는 방향, 즉, 행렬 B 에 직교하게 만들어주는 역할을 한다. $F = P_B^\perp \tilde{F}$ 를 최적화 식에 대입하면 \tilde{F}_{opt} 를 구하기 위한 식이 다음과 같이 간략화된다.

$$\begin{aligned} \tilde{F}_{\text{opt}} &= \underset{\tilde{F}}{\text{argmin}} \text{tr}[(I_M + \tilde{F}^H \tilde{R}_H \tilde{F})^{-1}] \\ \text{subject to } &\text{tr}(P_B^\perp \tilde{F} \tilde{F}^H P_B^\perp) \leq p_T \end{aligned} \quad (17)$$

여기에서 $\tilde{R}_H \triangleq P_B^\perp R_H P_B^\perp$ 이다. 여기서 한 가지 주목할 점은 위의 최적화 식을 만족하는 \tilde{F}_{opt} 가 무수히 많다는 점이다. 즉, 최적 해들 중에서 B^H 에 직교하는 공간에 존재하는 해를 $\tilde{F}_{B^\perp, \text{opt}}$ 라고 하면, 여기에 행공간이 B 의 행공간에 속하는 임의의 행렬 \tilde{F}_B 를 더한 $\tilde{F}_{B^\perp, \text{opt}} + \tilde{F}_B$ 또한 최적 해가 된다. 따라서 최적 해는 무수히 많게 된다. 이를 피하기 위해, (17)의 제약 조건을 $\text{tr}(\tilde{F} \tilde{F}^H) \leq p_T$ 로 바꾸면, 최적화 식은

$$\begin{aligned} \tilde{F}_{\text{opt}} &= \underset{\tilde{F}}{\text{argmin}} \text{tr}[(I_M + \tilde{F}^H \tilde{R}_H \tilde{F})^{-1}] \\ \text{subject to } &\text{tr}(\tilde{F} \tilde{F}^H) \leq p_T \end{aligned} \quad (18)$$

와 같이 얻어지고, 이를 만족하는 해는 B^H 에 직교하는 공간에서만 구해지게 된다. 이는 목적함수 $\text{tr}[(I_M + \tilde{F}^H \tilde{R}_H \tilde{F})^{-1}]$ 의 값이 \tilde{F} 의 성분 중에서 B^H 에 직교하는 성분에 의해서만 영향을 받고, 제약 조건 $\text{tr}(\tilde{F} \tilde{F}^H) \leq p_T$ 에 의해 목적 함수를 최소화 하는 최적 해는 주어진 에너지의 상한인 p_T 를 모두 B^H 에 직교하는 방향으로만 소모할 때 얻어지기 때문이다.

이 문제에 대한 해를 찾기 위해 임의의 최적 해를 \tilde{F}_1 라고 놓으면, $(I_M + \tilde{F}_1^H \tilde{R}_H \tilde{F}_1)^{-1}$ 는 Hermitian symmetric 행렬이므로 서로 직교하는 정규화된 고유벡터를 가지는 고유값 분해가 가능하다. 즉,

$$(I_M + \tilde{F}_1^H \tilde{R}_H \tilde{F}_1)^{-1} = \Lambda \Lambda \Lambda^H \quad (19)$$

와 같이 분해가 가능하다. 여기에서 $M \times M$ 행렬 Λ 는 각 열들이 $\text{MSE}(\tilde{F}_1)$ 의 정규 직교화된 고유벡터들로 이루어진 행렬이고 Λ 는 대각성분이 각각의

고유벡터에 해당하는 고유값들로 이루어진 행렬이다. 여기에서 전체 MSE는 행렬 $\text{MSE}(\tilde{\mathbf{F}}_1)$ 의 trace로 정의되었고 이는 행렬 $\text{MSE}(\tilde{\mathbf{F}}_1)$ 의 고유값들의 합과 같다. 즉,

$$\text{tr}[(\mathbf{I}_M + \tilde{\mathbf{F}}_1^H \tilde{\mathbf{R}}_H \tilde{\mathbf{F}}_1)^{-1}] = \text{tr}[\Lambda] \quad (20)$$

이다. 이제 여기에서 $\tilde{\mathbf{F}}_2 \triangleq \tilde{\mathbf{F}}_1 \mathbf{A}$ 인 $\tilde{\mathbf{F}}_2$ 를 정의하고 $\text{MSE}(\tilde{\mathbf{F}}_2)$ 를 구해보면

$$\begin{aligned} \text{MSE}(\tilde{\mathbf{F}}_2) &= (\mathbf{I}_M + \tilde{\mathbf{F}}_2^H \tilde{\mathbf{R}}_H \tilde{\mathbf{F}}_2)^{-1} \\ &= (\mathbf{I}_M + \mathbf{A}^H \tilde{\mathbf{F}}_1^H \tilde{\mathbf{R}}_H \tilde{\mathbf{F}}_1 \mathbf{A})^{-1} \\ &= \mathbf{A}^H (\mathbf{I}_M + \tilde{\mathbf{F}}_1^H \tilde{\mathbf{R}}_H \tilde{\mathbf{F}}_1)^{-1} \mathbf{A} \\ &= \Lambda \end{aligned} \quad (21)$$

가 된다. 따라서, $\text{tr}[\text{MSE}(\tilde{\mathbf{F}}_2)] = \text{tr}[\text{MSE}(\tilde{\mathbf{F}}_1)]$ 가 된다. 즉, 이는 어떤 임의의 최적 해 $\tilde{\mathbf{F}}_1$ 이 존재하여 행렬 $\text{MSE}(\tilde{\mathbf{F}}_1)$ 를 대각 행렬로 만들지 않는다면, 같은 MSE를 달성하면서, 동시에 $\text{MSE}(\tilde{\mathbf{F}}_2)$ 를 대각 행렬로 만드는 $\tilde{\mathbf{F}}_2 \triangleq \tilde{\mathbf{F}}_1 \mathbf{A}$ 인 $\tilde{\mathbf{F}}_2$ 가 언제나 존재한다는 것이다. 따라서 이는 행렬 $\text{MSE}(\tilde{\mathbf{F}})$ 를 대각 행렬로 만드는 $\tilde{\mathbf{F}}$ 의 집합 안에서만 $\tilde{\mathbf{F}}$ 를 찾는 것으로 $\text{tr}[\text{MSE}(\tilde{\mathbf{F}})]$ 의 최소값을 찾을 수 있다는 것을 의미한다.

이러한 $\tilde{\mathbf{F}}$ 를 구하는 문제는 [2]에서 다루어졌으며, $\text{MSE}(\tilde{\mathbf{F}})$ 는 다음과 같은 구조를 갖는 $\tilde{\mathbf{F}}$ 에 의해 대각화 됨이 밝혀져 있다.

$$\tilde{\mathbf{F}} = \tilde{\mathbf{V}} \tilde{\Phi} \quad (22)$$

여기서 $n \times M$ 행렬 $\tilde{\Phi} = [\mathbf{0}_{n \times (M-n)}; \Phi]$ ($\Phi: n \times n$ 대각행렬)로 정의되고 $\tilde{\mathbf{V}}$ 는 $\tilde{\mathbf{R}}_H$ 를 다음과 같은 고유값 분해의 형태

$$\tilde{\mathbf{R}}_H = [\mathbf{V}_0 \mathbf{V}_1 \mathbf{V}] \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_1 & 0 \\ 0 & 0 & \Lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_0^H \\ \mathbf{V}_1^H \\ \mathbf{V}^H \end{bmatrix} \quad (23)$$

로 나타내었을 때의 \mathbf{V} 를 나타낸다. 여기서 $r = \text{rank}(\tilde{\mathbf{R}}_H)$, $n = \min(M, r)$ 라고 하면, \mathbf{V} 는 $N \times n$, \mathbf{V}_1 은 $N \times (r-n)$ 이고, Λ 은 $n \times n$, 그리

고 Λ_1 은 $(r-n) \times (r-n)$ 인 대각 성분이 오름차순으로 정렬된 대각 행렬이다.

따라서 $\tilde{\mathbf{F}}_{\text{opt}} = \tilde{\mathbf{V}} \tilde{\Phi}$ 의 형태이고, $\mathbf{F}_{\text{opt}} = \mathbf{P}_B^\perp \tilde{\mathbf{V}} \tilde{\Phi}$ 로 주어지게 된다. 여기서 \mathbf{V} 는 $\tilde{\mathbf{R}}_H = \mathbf{P}_B^\perp \mathbf{R}_H \mathbf{P}_B^\perp$ 의 고유벡터이므로 항상 \mathbf{P}_B^\perp 의 열 공간에 속하게 되고, 따라서 투영 행렬의 성질에 의해 $\mathbf{P}_B^\perp \mathbf{V} = \mathbf{V}$ 가 성립하게 된다. 따라서 $\mathbf{F}_{\text{opt}} = \tilde{\mathbf{V}} \tilde{\Phi}$ 로 주어지게 된다. 즉, 이를 해석하면, \mathbf{F}_{opt} 는 일종의 합성 채널 $\tilde{\mathbf{R}}_H$ 의 고유 벡터들 중, 고유값이 가장 큰 n 개의 고유벡터를 열벡터로 하는 행렬이 되는 것이다. 즉, 이는 채널 상태가 가장 좋은 n 개의 방향을 선택하는 것이라고 볼 수 있다. 이 때 $n = \min(M, r)$ 에서 $M > r$ 이면, 심볼의 개수보다 0이 아닌 고유값을 가지는 합성채널의 고유벡터수가 더 적게 되어, $M-n$ 개의 심볼은 합성 채널에 의해 손실되게 된다.

이제 앞에서 구해진 $\mathbf{F}_{\text{opt}} = \tilde{\mathbf{V}} \tilde{\Phi}$ 를 대입하여 MSE 행렬을 구하면

$$\begin{aligned} \text{MSE}(\mathbf{F}_{\text{opt}}) &= \text{MSE}(\tilde{\mathbf{V}} \tilde{\Phi}) \\ &= (\mathbf{I}_M + \tilde{\Phi}^H \tilde{\mathbf{V}}^H \tilde{\mathbf{R}}_H \tilde{\mathbf{V}} \tilde{\Phi})^{-1} \\ &= (\mathbf{I}_M + \tilde{\Phi}^H \tilde{\mathbf{V}}^H \mathbf{P}_B^\perp \mathbf{R}_H \mathbf{P}_B^\perp \tilde{\mathbf{V}} \tilde{\Phi})^{-1} \\ &= (\mathbf{I}_M + \tilde{\Phi}^H \tilde{\mathbf{V}}^H \tilde{\mathbf{R}}_H \tilde{\mathbf{V}} \tilde{\Phi})^{-1} \\ &= (\mathbf{I}_M + \tilde{\Phi}^H \Lambda \tilde{\Phi})^{-1} \\ &= \left(\mathbf{I}_M + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & |\Phi|^2 \Lambda \end{bmatrix} \right)^{-1} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{M-n} & 0 \\ 0 & (\mathbf{I}_n + |\Phi|^2 \Lambda)^{-1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (24)$$

로 주어진다. 여기서 $|\Phi|^2$ 는 $|\Phi|^2 \triangleq \Phi^H \Phi$ 로 정의된다. 이제 남은 문제는 파워 제약조건 (13c)를 만족시키는 \mathbf{F}_{opt} 를 찾기 위해 Φ_{opt} 를 구하는 것이다. Φ_{opt} 는 대각 행렬로서 앞에서 구한 \mathbf{F}_{opt} 가 일종의 신호가 발생하는 방향을 결정하였다면, Φ_{opt} 는 각 방향으로 얼마만큼의 파워를 할당할 것인가를 결정하는 행렬이다. 이제 최적 에너지 할당 Φ_{opt} 를 구하기 위한 문제는 다음과 같이 기술된다.

$$\begin{aligned} \Phi_{\text{opt}} &= \underset{\Phi}{\operatorname{argmin}} \operatorname{tr} \left(\begin{bmatrix} I_{M-n} & 0 \\ 0 & (I_n + |\Phi|^2 \Lambda)^{-1} \end{bmatrix} \right) \\ &\text{subject to } \operatorname{tr}(\Phi \Phi^H) \leq p_T \\ &= \underset{\Phi}{\operatorname{argmin}} \operatorname{tr} \left[(I_n + |\Phi|^2 \Lambda)^{-1} \right] + M - n \quad (25) \\ &\text{subject to } \operatorname{tr}(\Phi \Phi^H) \leq p_T \end{aligned}$$

이 문제의 해는 Lagrange multiplier 방법을 쓰면 구할 수 있으며, 최적 에너지 할당은 다음과 같이 구해진다^[3].

$$\Phi_{k,\text{opt}}^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{\mu}} \frac{1}{\sqrt{\lambda_k}} - \frac{1}{\lambda_k} \right)^+ \quad (26)$$

여기서 $(x)^+ = \max(0, x)$ 를 나타내고, μ 는 다음과 같은 파워 제약 조건을 만족하는 값이다.

$$\sum_{i=1}^n \Phi_{i,\text{opt}}^2 = p_T \quad (27)$$

따라서 최종적으로 전체 MSE를 최소화 하는 최적의 선형 precoding, decoding 행렬 $F_{\text{opt}}, G_{\text{opt}}$ 는 각각

$$\begin{aligned} F_{\text{opt}} &= \sqrt{V} \bar{\Phi}_{\text{opt}} \\ G_{\text{opt}} &= F_{\text{opt}}^H H^H (H F_{\text{opt}} F_{\text{opt}}^H H^H + R_{nn})^{-1} \quad (28) \end{aligned}$$

와 같이 구할 수 있으며, 최소화된 전체 MSE값은

$$\begin{aligned} \text{MSE}_{\text{opt}} &= \operatorname{tr}[\text{MSE}(F_{\text{opt}})] \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{1}{1 + \Phi_{i,\text{opt}}^2 \lambda_i} + M - n \quad (29) \end{aligned}$$

과 같이 구해진다.

이제 최적 해의 존재여부를 살펴보면, 자명하지 않은 최적해가 존재하기 위한 필요충분 조건은,

$$\operatorname{Dim}(B^H \text{의 영공간}) > 0 \quad (30)$$

와 같이 구해진다. 여기에서 $\operatorname{Dim}(\cdot)$ 은 부공간의 차원을 나타낸다. 이는 B^H 의 영공간의 차원이 0 이면, 직교제한조건 (13b)를 만족시키는 precoding 행렬은 0 행렬일 수 밖에 없기 때문이다. 역으로, B^H 의 영공간의 차원이 0 보다 크면, precoding 행렬 F 가 디자인 될 수 있는 부공간의 차원이 1 이상이게 되어, 자명하지 않은 최적 해는 항상 존재하게 된다.

IV. 모의 실험 결과

본 장에서는 앞에서 구한 최적 해의 성능을 모의 실험 결과를 통해 알아본다. 그림 2는 1명의 기존 사용자가 4×4 MIMO 채널에서 심볼전송률 1 symbols/ch use로 송수신하고 있는 경우에 제안된 오버레이 시스템과 [1],[2]에서의 직교 조건이 없이 구해진 오버레이 시스템의 안테나 수에 따른 평균 MSE를 보여준다. 제안된 오버레이 시스템의 심볼전송률은 4 symbols/ch use로 고정하였고, 오버레이 수신단에서 기존사용자의 신호가 오버레이 수신단에 미치는 간섭신호 파워 대 오버레이 신호의 파워 비, 즉 ISR은 20dB로 고정하였다. 채널은 Rayleigh fading 모델로 100번 발생시켰고, 이를 이용하여 채널에서의 파워 이득을 고려한 평균 수신 E_b/N_0 과 평균 MSE를 계산하였다. 평균 MSE는 앞서 구해진 전체 MSE를 심볼개수 M 으로 나눈 것으로, 심볼당 평균 MSE를 의미한다. 그림에서 보는 바와 같이 직교조건이 있는 오버레이 시스템의 성능이 직교 조건이 없이 구해진 오버레이 시스템보다 열화된 성능을 나타내고, 이 차이는 안테나 수가 증가면서 점점 줄어들음을 알 수 있다. 이는 안테나 수가 증가 하면서 직교제한 조건에 의해 F 가 디자인 될 수 없는 방향은 고정된 반면 F 가 디자인 될 수 있는 방향이 상대적으로 증가하기 때문이다. 그림 3은 그림 2에 해당하는 시스템의 평균 BER 성능을 그린 것이다.

그림 4, 5는 2개의 기존 시스템이 4×4 MIMO

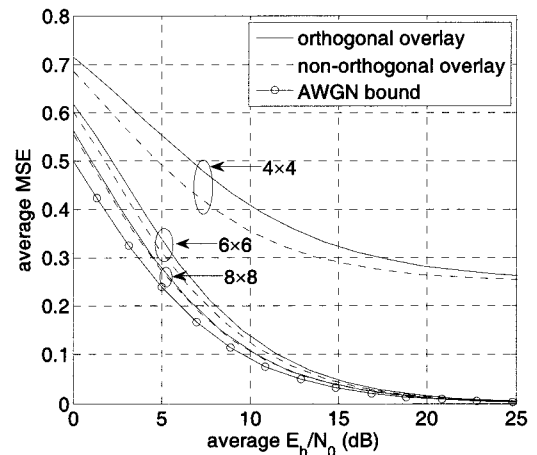


그림 2. 직교 오버레이 시스템과 직교 제한이 없는 오버레이 시스템의 안테나 개수에 따른 평균 MSE

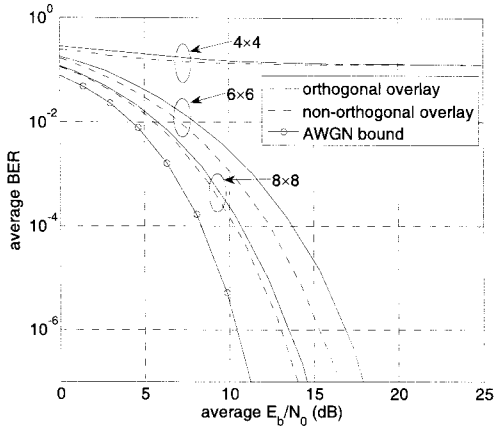


그림 3. 직교 오버레이 시스템과 직교 제한이 없는 오버레이 시스템의 안테나 개수에 따른 평균 BER

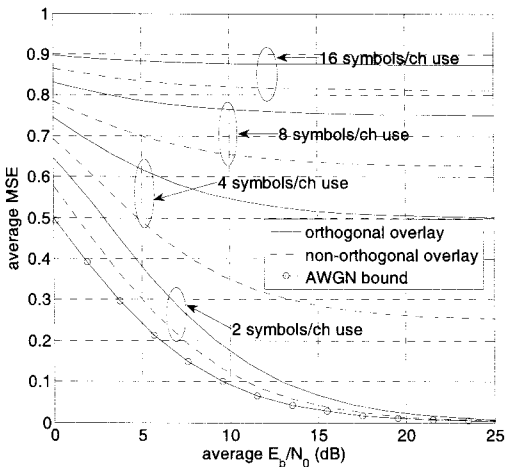


그림 4. 직교 오버레이 시스템과 직교 제한이 없는 오버레이 시스템의 심볼 전송률에 따른 평균 MSE

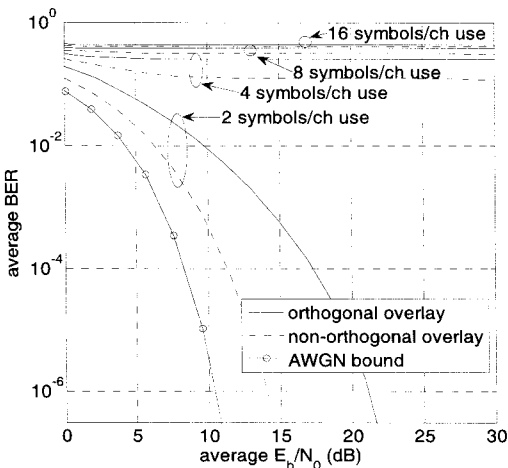


그림 5. 직교 오버레이 시스템과 직교 제한이 없는 오버레이 시스템의 심볼 전송률에 따른 평균 BER

채널에서 송수신하고 있는 경우에, 제안된 오버레이 시스템과 직교 조건이 없이 구해진 오버레이 시스템의 심볼 전송률에 따른 평균 MSE와 평균 BER을 보여준다. 오버레이 시스템 또한 4×4 MIMO 채널을 사용한다고 가정하였다. 사용된 채널과 ISR은 앞의 그림에서와 같다. 그림을 보면 심볼 전송률이 8 symbols/ch use 일 때, E_b/N₀이 증가함에 따라 제안된 오버레이 시스템의 평균 MSE는 0.75로 수렴함을 볼 수 있다. 이는 제안된 오버레이 시스템은 기존의 2개의 시스템에 직교해야 한다는 제한조건 때문에 4×4 MIMO 채널에 주어진 4개의 방향을 모두 사용하지 못하고 2개만 사용하게 되어 총 8개의 심볼 중 6개가 손실되어 평균 MSE는 6/8=0.75로 수렴하게 된다. 심볼 전송률이 2 symbols/ch use 인 경우는 두 시스템 모두 SNR이 증가하면서 평균 MSE가 0로 수렴함을 볼 수 있다. 이는 직교 제한조건 때문에 채널에 주어진 4개의 방향중 2개의 방향을 사용할 수 없더라도 나머지 2개의 방향으로 2 symbols를 보낼 수 있기 때문이다. 다만 두 시스템의 성능차이가 나는 것은 직교제한 조건이 있는 오버레이 시스템은 신호를 보낼 수 있는 방향에 있어 선택의 여지가 없는 반면, 직교 제한이 없는 오버레이 시스템은 채널의 4개의 방향중 가장 성능이 좋은 방향 2개를 취해서 신호를 전송하기 때문이다.

V. 결론

본 논문에서는 고정된 MIMO 채널 내에 기존의 사용자들이 이미 관심 밴드를 차지하고 경우에 오버레이 시스템을 디자인하는 문제를 고려하였다. 평균 송신 파워 제약과 기존 시스템들에 간섭을 미치지 않는다는 제약조건 아래 오버레이 시스템의 전체 MSE를 최소화하는 최적의 선형 precoding, decoding 행렬 F_{opt}, G_{opt} 를 구하였으며, 이러한 최적 해가 자명하지 않은 값을 가지기 위한 필요충분조건을 또한 유도하였다.

참고 문헌

- [1] A. Scaglione, P. Stoica, S. Barbarossa, G. B. Giannakis, and H. Sampath, "Optimal design for space-time linear precoders and decoders," *IEEE Trans. Signal Process.*, Vol. 50, No. 5,

