

論文

포스트텐션된 철근콘크리트 슬래브의 보 이론에 의한 연구

한봉구**, 김덕현**

A Study on Post-Tensioned Reinforced Concrete Slab by the Beam Theory

Bong Koo Han**, Duck Hyun Kim**

ABSTRACT

In this paper, a post-tensioned reinforced concrete slab was analyzed by the specially orthotropic laminates theory. Both the geometrical and material property of the cross section of the slab was considered symmetrically with respect to the neutral surface so that the bending extension coupling stiffness, $B_{ij}=0$, and $D_{16}=D_{26}=0$. Reinforced concrete slab behave as specially orthotropic plates. In general, the analytical solution for such complex systems is very difficult to obtain. Thus, finite difference method was used for analysis of the problem. In this paper, the finite difference method and the beam theory were used for analysis. The result of beam analysis was modified to obtain the solution of the plate analysis.

초 록

본 논문에서는 포스트텐션된 철근콘크리트 슬래브를 특별직교이방성 복합적층판 이론으로 해석하였다. 슬래브의 해석에 있어 단면의 기하학적, 물리적 특성이 중립면에서 휨-연계강성 $B_{ij}=0$ 이고, $D_{16}=D_{26}=0$ 임을 고려하였다. 철근콘크리트 슬래브는 특별직교이방성판으로 거동한다. 이러한 경계조건을 갖는 단면 혹은 불규칙한 단면을 갖는 시스템은 해석적 해를 구하기가 매우 어렵다. 이러한 문제에 대한 해석을 위해서 유한차분법이 이용되었다. 본 논문에서는 유한차분법과 보 이론을 해석을 위해 사용되었다. 그 결과 보 이론에 의한 해석 값이 판 이론의 값에 근접함을 알 수 있었다.

Key Words : 슬래브(slab), 보이론(beam theory), 특별직교이방성(specially orthotropic), 유한차분법(finite difference method)

1. 서론

오늘날까지 건설분야에서 구조용 재료로는 콘크리트 및 강재 등이 주로 사용되고 있다. 최근 산업이 발전함에 따라 구조물이 대형화되고, 중량과 부식, 내구성 문제 및 경과 년수의 증가로 인하여 유지 보수가 중요한 문제로 대두됨에 따라 복합신소재를 건설분야에 응용하기 위한 노력이 활발하게 진행되고 있다. 현재 연구가 활발히 진행되고 있는 복합신소재의 대표적인 것으로는 박판적층구조로 이루어진 매우 고강도이면서 경량인 판재(composite laminate)가 있다. 이는 본래 우주, 항공 분야에서 개발되어 인공위성이나 항공 분야에 이

용되어 오던 것인데, 최근의 건설기술 개발과 초현대화 구조물의 건설에 있어서 기존 재료 활용의 한계성 때문에 건설 분야에 적절히 응용하기 위한 구조적 연구가 활발히 진행되고 있는 실정이다. 이는 복합신소재가 가지고 있는 장점을 최대한 활용하자는 근본적인 개념에서 시작되었다. 즉, 복합신소재는 기존의 건설 재료에 비하여 부식에 대한 저항성이 크고 경량이면서 고강도일 뿐만 아니라 공장 제작이 가능하다는 여러 가지 장점을 가지고 있기 때문이다. 반면 복합신소재의 이론으로 구조설계 및 진동해석을 수행하는데 있어서 일반 등방성 재료의 이론에 비하여 다루기가 쉽지 않다는 단점이 있다.

*+ 서울산업대학교 구조공학과, 교신저자(E-mail: bkhan@snu.ac.kr)

** 서울산업대학교 구조공학과

복합신소재는 이방성이므로 휨-인장, 인장-전단 및 휨-비틀림의 연계효과와 발생으로 고전이론에 비해 너무 어렵다는 단점이 있으므로 일반기술자들이 건설분야에 응용하기에는 많은 어려움이 있다. 이러한 문제점들은 건설구조물처럼 단면이 커질 경우 특별직교이방성이론으로 해석이 가능하다는 결과가 제시됨에 따라 해석에 따른 어려움이 점차 해결되고 있다[1-4].

그러나 대부분의 토목구조물은 그 경계조건의 복잡함을 갖고 있으며, 이러한 구조물에 관한 정확한 해를 구한다는 것은 상당한 어려움이 있다. 이러한 문제를 공학적으로 충분히 정확한 결과를 얻을 수 있는 방법 중 하나가 유한차분법이다[5]. 토목구조물의 대부분은 판 구조요소로 되어 있으며 이들 중 많은 부분이 여러 소재를 합성한 복합구조로 구성되어 있다. 대표적인 구조물이 포스트텐션된 철근콘크리트 슬래브이다. 포스트텐션된 철근콘크리트 슬래브도 복합적층판 이론으로 정확한 해를 구할 수 있다. 그 중 복철근으로 배근된 철근콘크리트 슬래브는 각각의 층이 대칭으로 구성되어 [0/90/0]_s 형태의 특별직교이방성 판과 동일하게 거동된다[6]. 본 논문에서는 양단 단순, 타단 자유(SF)지지 된 철근콘크리트 슬래브에 프리스트레스를 도입 한 경우 복합적층판 이론에 의한 해석결과와 와 단순지지 된 슬래브를 보 이론에 의한 해석 방법을 비교하여 본 논문에서 제시하고 있는 간단한 해석 방법의 타당성을 밝힌다[6,7].

2. 기본 이론

2.1 철근콘크리트 슬래브의 강성계산

일반적인 구조부재의 강성(stiffnesses)은 다음과 같은 식 (1)과 같이 표현할 수 있다[5].

$$\begin{aligned}
 A_{ij} &= \sum_{k=1}^n (\overline{Q}_{ij})_k (h_k - h_{k-1}) \\
 B_{ij} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (\overline{Q}_{ij})_k (h_k^2 - h_{k-1}^2) \\
 D_{ij} &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (\overline{Q}_{ij})_k (h_k^3 - h_{k-1}^3)
 \end{aligned} \tag{1}$$

위의 강성 항 중에서 특별직교이방성 판의 경우는 $B_{ij}=0$ 이며, $(\overline{Q}_{ij})_{26}$ 항이 0 이므로 휨강성의 항인 D_{11} , D_{22} , $D_{12}=D_{21}$, 그리고 D_{66} 만이 존재하게 된다.

여기에서, 조합된 휨-연계강성 D_{11} 값을 찾아 보 이론에 적용하고 적층판 이론의 강성의 값은 전체의 휨-연계강성 값을 사용한다.

2.2 특별직교이방성 판 이론에 의한 해석

등분포 수직하중과 축방향 등분포 하중을 동시에 받는 특별직교이방성 복합적층판의 평형방정식은 다음 식 (2)와 같다.[2,4,6]

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} - N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -q(x,y) \tag{2}$$

이 때 단면력과 처짐과의 관계는 다음 식 (3), 식 (4), 식 (5)와 같다.

$$M_x = -D_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \tag{3}$$

$$M_y = -D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - D_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \tag{4}$$

$$M_{xy} = -2D_{66} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \tag{5}$$

식 (5)을 식 (2)에 대입하여 정리하면 다음 식 (6)이 된다.

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} - 4D_{66} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} - N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -q(x,y) \tag{6}$$

식 (6)에서 유한차분법을 이용하여 처짐과 모멘트의 값을 산출 할 수 있다.

2.3 보 이론에 의한 해석

보 이론에 의하여 복철근 직사각형보를 해석하기 위한 자유 물체도는 Fig. 1과 같다.

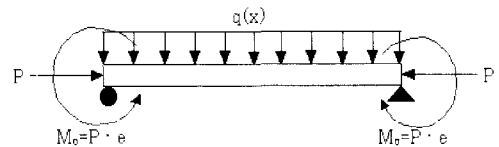


Fig. 1 Free Body Diagram of Doubly Reinforced Beam.

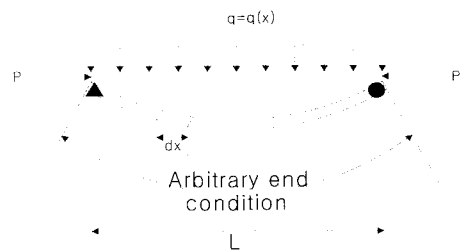


Fig. 2 Deflection Shape of Doubly Reinforced Beam.

Fig. 2는 축방향력이 있고 등분포 하중을 받는 복철근 직사각형보의 처짐 상태를 나타낸다. 사용될 보 이론은 포스트텐션된 철근콘크리트 슬래브를 단위 폭을 가진 보로 고려한 것이다. 미소구간 dx 를 확대하여 dx 에 작용중인 상태를 나타내면 Fig. 3 과 같은 상태가 된다.

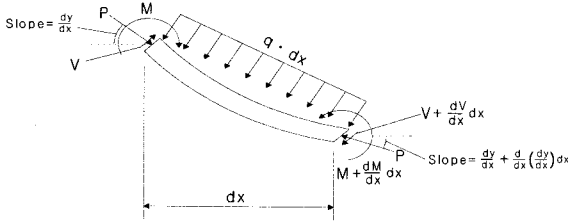


Fig. 3 Differential Segment of the Distance dx .

위의 Fig. 3에서

$$\frac{dV}{dx} - P \cdot \frac{d^2y}{dx^2} = -q$$
 라는 평형방정식이 성립한다.

$$\text{이때 } v = \frac{dM}{dx} \text{ 이므로 } \frac{d^2M}{dx^2} - P \cdot \frac{d^2y}{dx^2} = -q$$

$$\text{여기서 } M = -EI \frac{d^2y}{dx^2} \text{ 이므로}$$

$$EI \frac{d^4y}{dx^4} + P \frac{d^2y}{dx^2} = q \tag{7}$$

식 (7)에서 처짐 방정식을 다음과 같이 산출한다.

경계조건 :

- 1) 경계조건 $x=0, M=-P \cdot e$
- 2) 경계조건 $x=0, y=0$
- 3) 경계조건 $x=l, M=-P \cdot e$
- 4) 경계조건 $x=l, y=0$

위의 경계조건에 의해서 아래의 처짐방정식과 모멘트 방정식이 산출된다.

$$y = \frac{e(1 - \cosh kl)}{2 \sinh kl} \sinh kx + \frac{e}{2} \cosh kx + \frac{e(\cosh kl - 1)}{2 \sinh kl} \sinh kx - \frac{e}{2} \cos kx + \frac{1}{D} \left(\frac{1}{24} qx^4 - \frac{1}{12} qx^3 + \frac{1}{24} qx^2 \right) \tag{8}$$

$$M = -Dy'' = -\frac{Pe(1 - \cosh kl)}{2 \sinh kl} \sinh kx - \frac{Pe}{2} \cosh kx + \frac{Pe(\cosh kl - 1)}{2 \sinh kl} \sinh kx - \frac{Pe}{2} \cos kx$$

$$-\left(\frac{1}{2} qx^2 - \frac{1}{2} qx \right) \tag{9}$$

여기서, D는 복합재료의 적층판에서 구한 D_{11} 값이다.

3. 구조해석 모델링

3.1 철근콘크리트 슬래브의 물성값

본 연구의 해석방법에 대한 예제로서 Fig. 4, Fig. 5 및 Fig. 6을 고려하고 이때 사용한 물성값은 다음과 같다.

- 콘크리트 설계기준강도 : $f_{ck} = 24$ MPa
- 종방향 철근 : D25-200mm 간격으로 배치
- 횡방향 철근 : D13-200mm 간격으로 배치
- 상하 철근 피복두께 : 30mm
- 철근의 포아손비 : $\mu_s = 0.3$
- 콘크리트의 포아손비 : $\mu_c = 0.18$

위의 물성값을 이용하여 철근콘크리트 슬래브의 휨강성을 계산하면 Table 1과 같다.

Table 1 Flexural Rigidity of RC Slab

휨강성(N · m)	
D_{11}	483,909,280.00
D_{12}	78,999,832.00
D_{22}	443,173,824.00
D_{66}	177,517,632.00

3.2 철근콘크리트 슬래브의 모델링

본 연구의 대상 철근콘크리트 슬래브를 해석하기 위하여 Fig. 4, Fig. 5 그리고 Fig. 6과 같이 모델링하였다.

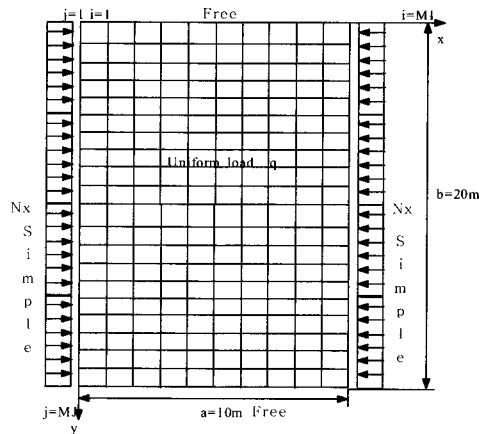


Fig. 4 Modeling of RC Slab.

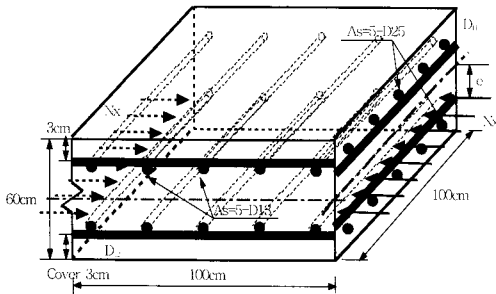


Fig. 5 Cross Section of RC Slab.

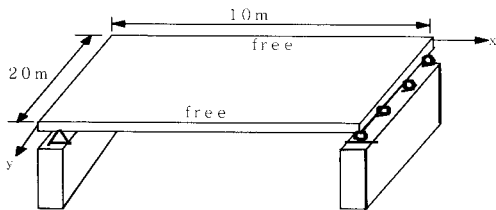


Fig. 6 Boundary Condition of Slab.

본 연구에서는 철근콘크리트 슬래브를 단위 폭을 가진 보로 간주하여 해석 및 설계하는 점을 감안하여 단위 폭 1.0m 메스로 나누어 해석하였으며 슬래브 중심으로부터 편심거리가 0.2 m인 경우에 대해서 계산하였으며, 편심거리가 0.05m, 0.1m인 경우에 대해서도 고찰하였다.

수직방향 하중조건 :

$$\text{자중} : 0.6\text{m} \times 25\text{kN/m}^3 = 15 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{전체하중} : 15 + 12.5 = 27.5 \text{ kN/m}^2$$

축방향 하중을 100 kN, 200 kN, 400 kN, 700 kN, 1000 kN으로 증가시키면서 판의 축방향 하중별 단면력과 처짐에 대한 해석을 수행하였다.

4. 수치해석

판의 자중과 등분포 수직하중을 고려하고 편심은 0.2 m, 0.1 m, 0.05 m 로 하여 축방향 하중을 100 kN, 200 kN, 400 kN, 700 kN, 1000 kN으로 변화를 주고, 단위폭을 가진 보의 처짐과 모멘트 값을 구하였다.

4.1 특별직교이방성 판이론에 의한 경우

대상 철근콘크리트 슬래브를 x 방향이 단순지지 되고 y 방향이 자유단인 경계조건을 갖는 경우(SF)의 x=1m, 3m, 5m, 7m, 9m에서의 100 kN, 200 kN, 400 kN, 700 kN, 1000 kN의 축하중을 변화시키며 처짐을 계산하였으며 이를 그래프로 나타내면 Fig. 7과 같다.

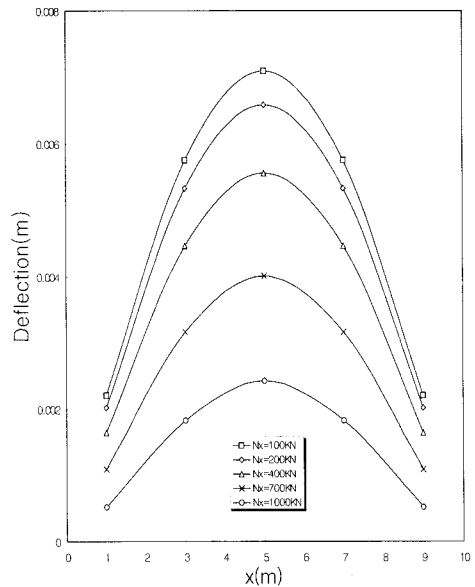


Fig. 7 Deflection Distribution (e=0.2m).

Fig. 7에서 보면 동일한 축하중을 가했을 경우 중앙부에서 가장 크게 처짐이 발생하는 것을 알 수 있으며 축하중을 증가시키면 처짐이 감소되고 있음을 알 수 있다.

축하중 증가에 따른 슬래브 중심선상 지점으로부터 위치별 모멘트 값을 계산하였으며 지간 방향의 거리에 따른 모멘트를 그래프로 나타내면 Fig. 8과 같다.

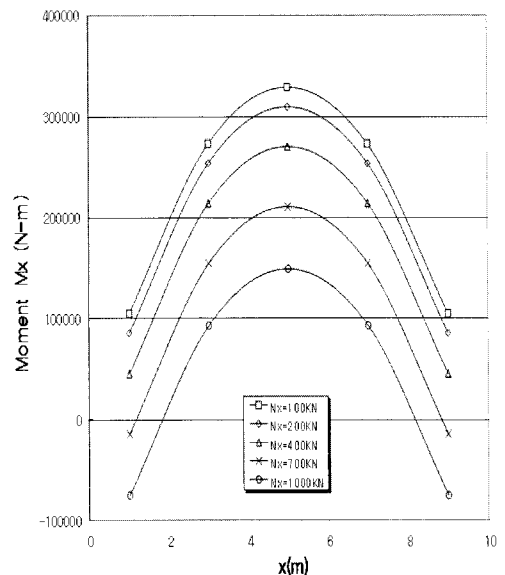


Fig. 8 Mx Distribution (e=0.2m).

4.2 보 이론에 의한 경우

특별직교이방성 판이론의 경우와 같이 x 방향이 단순지지되고 y 방향이 자유단인 경계조건을 갖는 단순보의 $x=1m, 3m, 5m, 7m, 9m$ 에서 축하중을 100kN, 200kN, 400kN, 700kN, 1000kN의 축하중을 변화시키며 처짐을 계산하였다. 시간 방향의 거리에 따른 처짐을 하중의 변화에 따라 그림으로 나타내면 Fig. 9와 같다.

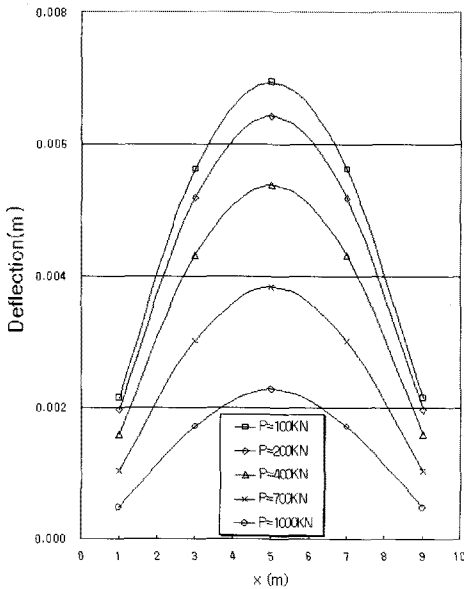


Fig. 9 Deflection Distribution ($e=0.2m$).

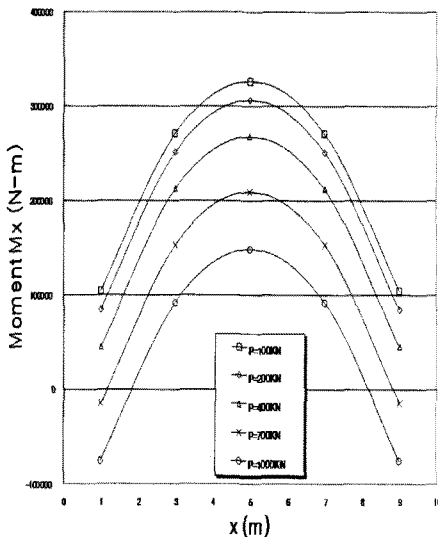


Fig. 10 Mx Distribution ($e=0.2m$).

축방향력 증가에 따른 슬래브 중심선상 지점으로부터 위치별 모멘트 값을 계산하였다. 시간 방향의 거리에 따른 모멘트를 그래프로 나타내면 Fig. 10과 같다.

4.3 편심 $e=0.05m$ 인 경우에 대한 고찰

본 논문에서는 편심을 $e=0.05m$ 인 경우에 대해서도 해석하여 보았다. 해석의 절차는 편심 $e=0.2m$ 인 경우와 동일하며 해석 결과 $e=0.05m$ 인 경우는 Fig. 11, Fig. 12와 같은 결과를 얻을 수 있었다.

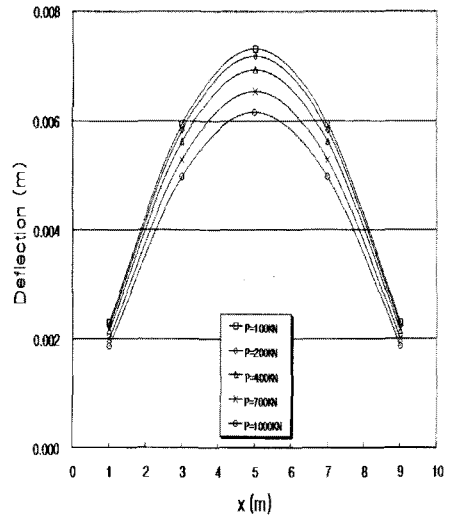


Fig. 11 Deflection Distribution ($e=0.05m$).

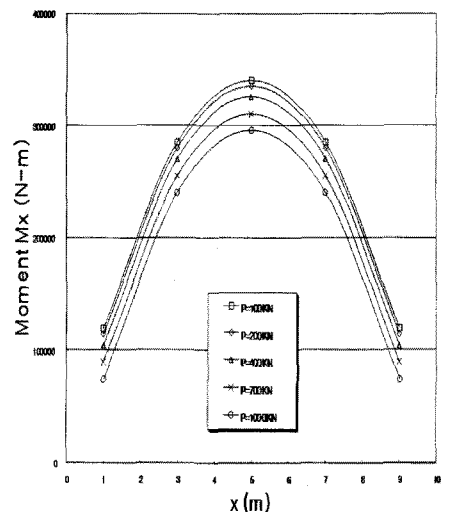


Fig. 12 Mx Distribution ($e=0.05m$).

편심이 $e=0.05m$ 경우에 대해서도 편심 $e=0.2 m$ 인 경우와 거의 동일한 결과를 얻을 수 있었다.

5. 비교분석 및 고찰

본 논문의 해석방법의 합리성 및 실용성을 검증하기 위해 양단 단순·타단자유 지지 된 경우 특별직교이방성 판이론에 의한 처짐 결과와 보 이론에 의하여 구한 처짐 결과 중앙점 5m에서의 처짐은 축방향력 100 kN에서 1.937%의 차이를 나타냈으며, 1,000 kN에서의 차이는 3.749%의 차이를 나타내고 있어 거의 비슷함을 알 수 있다.

축하중 증가에 따른 슬래브 중앙에서의 모멘트는 특별직교이방성 판이론에 의한 결과와 보 이론에 의하여 구한 결과가 축하중 100 kN에서 1.065%의 차이를 나타내었으며, 1,000 kN에서는 2.408%의 차이를 나타내었다.

양단 단순·타단 자유 지지의 경계 조건하에서의 특별직교이방성 판이론에 의한 철근콘크리트 슬래브의 해석과 보 이론에 의한 철근콘크리트 슬래브 해석이 처짐과 모멘트에서 큰 차이를 보이지 않았다. 같은 조건의 모멘트의 차이는 가장 큰 오차가 2.408%, 처짐에서도 3.749%의 오차만이 발생됨을 알 수 있다.

판 이론과 보 이론의 가장 큰 차이는 포아손비의 영향으로 알려져 있으며 이에 대해서도 검토해 본 결과 미소한 차이를 보이고 있음을 알 수 있었다.

본 논문에서 해석한 하중조건 및 경계조건에서 결과가 거의 정확함을 입증하였으나 하중조건이나 경계조건이 다를 경우에 대해서는 추후에 연구하기로 한다.

이러한 일련의 결과로부터 판 이론에 의한 해석 결과와 보 이론에 의한 해석 결과로부터 포스트텐션된 철근콘크리트 슬래브를 보 이론에 의해 해석하여도 무방함을 입증할 수 있었다. 따라서 본 논문에 적용된 경계조건에 의한 해석 방법은 철근콘크리트 슬래브를 보다 간편하고 정확한 해석이 가능함을 제시할 수 있었다.

6. 결론

본 논문에서는 포스트텐션된 철근콘크리트 슬래브를 특별직교이방성 판 이론과 보 이론에 의한 해석방법을 연구하였다. 경계조건은 양단 단순·타단 자유단의 형태로 단위 폭을 가진 보에 대해 고려하였으며, 판 이론에 의해 처짐과 모멘트를 구하고, 보 이론에 의하여 처짐과 모멘트를 구하여 고찰한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

본 논문에서는 포스트텐션된 철근콘크리트 슬래브를 복합적층판 이론을 응용한 해석방법을 제시하였다.

특별직교이방성 복합적층판 이론의 해석 결과와 보 이론에 의한 해석 결과를 비교한 결과 거의 같은 결과를 얻을 수 있었다. 축하중의 증가에 따른 처짐과 모멘트의 차이가 매우 적으므로 본 해석방법의 타당성과 실용성을 입증할 수 있었다.

본 논문에서 제시한 축방향 압축력과 단부모멘트, 그리고 등분포 수직하중을 받는 철근콘크리트 슬래브에 대한 보 이론에 의한 해석방법을 제시하였으며, 이를 이용하여 기존의 철근콘크리트 구조물 유지관리 및 보수, 보강 분야의 실무 설계시 적용할 수 있는 매우 유용한 자료를 제시하였다.

감사의 글

본 연구는 서울산업대학교 학술연구비 지원에 의하여 연구되었으며 이에 감사드립니다.

참고문헌

- 1) Kim, D.H., "Simple Method of Anaysis for Preliminary Design of Certain Composite Laminated Primary Structures for Civil Construction II," *Journal of Materials Processing Technology*, 55, Elsevier, London, 1993.
- 2) Han, B.K. and Kim D.H., "Analysis of Steel Bridges by means of Specially Orthotropic Plate Theory," *Journal of KSSC*, Vol. 13 , No. 1, 2001, pp. 61-69.
- 3) 김덕현, 한봉구., "Simple Method of Vibration Analysis of Three Span Continuous Reinforced Concrete Bridge with Elastic Intermediate Supports," *한국복합재료학회논문집*, Vol. 17, No. 3, 2004, pp. 23-28.
- 4) 한봉구, 김세원 "복합재료로 만들어진 단순지지 샌드위치 슬래브 교량의 파괴강도해석," *한국구조물진단학회*, Vol. 11, No. 1, 2007. pp. 77-84.
- 5) Kim, D.H., "Composite Structure for Civil and Architectural Engineering," E & FN Spon, 1st edition, London, 1995.
- 6) Kim, D.H., Won, C.M. and Lee, J.H., "Analysis of Post-tensioned Bridge by Specially Orthotropic Laminate Theory (I) - Reinforced Concrete Slab Bridge," *Proceeding of the Korea Society of Composite Materials*, 2001. pp 135-139.
- 7) Stephen P. Timoshenko, and S. Woinowsky-krieger, "Theory of Plates and Shells, Second Edition," *Mcgraw Hill Book Co*, 1989.