

핀치이론의 수정 모델을 이용한 스프레이 모드의 해석

박아영* · Muhammad A. Hammad* · 김선락* · 유중돈*[†]

*KAIST 기계공학과

Analysis of Spray Mode Using Modified Pinch Instability Theory

Ah-Young Park*, Muhammad A. Hammad*, Sun-Rak Kim* and Choong D. Yoo*[†]

*Dept. of Mech. Eng., KAIST, Daejeon 305-701, Korea

[†]Corresponding author : cdyoo@kaist.ac.kr

(Received August 11, 2009 ; Revised September 4, 2009 ; Accepted September 7, 2009)

Abstract

While the pinch instability theory (PIT) has been widely employed to analyze the spray transfer mode in the gas metal arc welding (GMAW), it cannot predict the detaching drop size accurately. The PIT is modified in this work to increase the accuracy of prediction and to simulate the molten tip geometry to be more physically acceptable. Since the molten tip becomes a cone shape in the spray mode, the effective wire diameter is formulated that the effective diameter is inversely proportional to current square. Modifications are also made to consider the finite length of the liquid column and current leakage through the arc. While the effective diameter influences drop transfer significantly, the current leakage has negligible effects. The effects of modifications on drop transfer are analyzed, and the predicted drop diameters show good agreements with the experimental data of the steel wire.

Key Words : Modified pinch instability theory, Spray transfer mode, Effective radius, Finite liquid column, Current leakage

1. 서 론

GMA(Gas Metal Arc) 용접의 용적이행은 크게 입상용적(globular) 모드와 스프레이(spray) 모드 및 단락이행(short-circuit) 모드로 분류한다^{1,2)}. 스프레이 모드는 천이전류 이상의 고전류 영역에서 아르곤 혼합 가스를 사용하는 조건에서 발생하며, 용적의 크기와 용융부 형상에 따라 프로젝티드(projected) 모드와 스트리밍(streaming) 모드로 구분한다. 천이전류 부근에서 발생하는 프로젝티드 모드에서는 이탈 용적의 직경이 와이어 직경과 유사하며, 전류가 증가하면 와이어 끝단의 용융부에 테이퍼(taper)가 발생하여 원추형으로 변화하고 와이어 직경보다 작은 용적이 연속적으로 이탈하는 스트리밍 모드가 발생한다. 스프레이 모드를 사용하여 용접하면 용착량이 증가하고 용입이 깊은 용접부를 얻을 수 있기 때문에 생산성과 용접 품질을 높일 수

있다.

스프레이 모드의 용적이행을 해석하기 위하여 사용되는 대표적인 방법으로 핀치이론(Pinch Instability Theory, PIT)을 들 수 있다¹⁻⁵⁾. PIT는 Fig. 1에 보인 바와 같이 용융부의 형상을 무한한 유체 실린더(infinite liquid column)로 가정하고, 실린더에 전류가 흐를 때 발생하는 실린더의 불안정성(instability)을 이용하여 한계 파장을 계산한다. PIT를 이용하여 용적의 크기를 용접전류와 표면장력 및 와이어 직경의 함수로 간단하게 표현하기 때문에 쉽게 사용할 수 있지만, 이탈 용적의 계산 결과와 실험 결과 사이의 오차가 크다는 단점이 있다. 기존의 PIT를 보완하기 위하여 용융부의 직경을 보정하거나 아크 압력을 고려한 해석이 수행되었다^{4,5)}. 또한, 입상용적 모드의 해석에 사용되는 정적 힘평형 모델(Static Force Balance Model)을 보완하거나 테이퍼의 영향을 고려한 해석이 수행되었지만^{6,7)}, 힘평형 모델을 스트리밍 모드에 적용하기는

어렵다. 최근 용적에 가해지는 표면장력과 중력 및 전자기력에 의해 압력의 균형을 이용하여 천이전류와 이탈 용적의 크기를 예측하는 모델이 제안되었고 실험결과를 비교적 정확하게 예측하였다⁸⁾.

본 연구에서는 스프레이 모드에서 발생하는 용적의 크기를 정확하게 예측하기 위하여 용융부의 형상을 실제와 유사하게 설정하고 아크에 의한 전류 유출을 고려하여 기존의 PIT를 보완하였다. 수정된 PIT를 이용하여 스프레이 모드에서 이탈하는 용적의 크기를 계산하고 강 와이어를 이용한 실험 결과와 비교하였다^{7,9)}.

2. PIT의 수정 모델

2.1 용융부의 직경을 보정한 모델

기존의 PIT는 Fig. 1에 보인 바와 같이 길이가 무한대로 매우 긴 액상의 실린더에 전류가 흐르는 경우에 불안정성에 의해 실린더가 분리되는 한계 파장을 유도하였다. 실린더에 미세한 진폭의 사인 파형이 외란으로 인가되면 실린더 반경은 다음과 같다.

$$r = R_w - \varepsilon \sin\left(\frac{2\pi z}{\lambda}\right) \quad (1)$$

이때, R_w 는 와이어 반경, ε 는 사인 파형의 진폭, λ 는 파장을 나타낸다. 이와 같은 형상의 실린더에 전류가 흐르면 실린더의 오목한 핀치(pinched) 부분과 볼록한 벌지(bulged) 부분의 중심에서 발생하는 압력은 다음과 같다.

$$P_p = \gamma\left(\frac{1}{R_w - \varepsilon} - \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \varepsilon\right) + \frac{\mu_o I^2}{4\pi^2 (R_w - \varepsilon)^2}$$

$$P_b = \gamma\left(\frac{1}{R_w + \varepsilon} + \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \varepsilon\right) + \frac{\mu_o I^2}{4\pi^2 (R_w + \varepsilon)^2} \quad (2)$$

이때, P_p 와 P_b 는 핀치부와 벌지부의 압력, γ 는 표면장력, μ_o 는 진공에서의 투자율($\mu_o = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m), I 는 전류를 나타낸다.

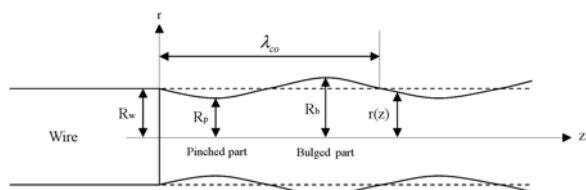


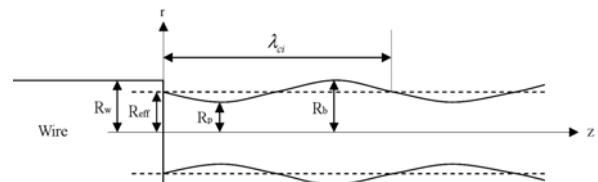
Fig. 1 Geometry of infinite liquid cylinder with disturbance for original PIT

P_p 와 P_b 의 차이에 의해 실린더의 안정성이 결정되며, 한계 파장은 전류와 표면장력 및 와이어 반경의 함수로 나타낼 수 있다.

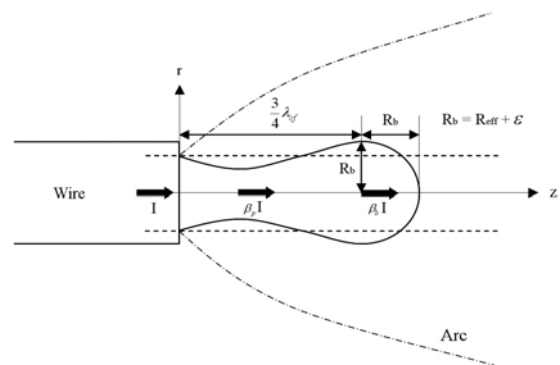
$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\frac{d}{d\varepsilon}(P_p - P_b)\right) = 0, \quad \lambda_{co} = 2\pi R_w / \left(1 + \frac{\mu_o I^2}{2\pi^2 R_w \gamma}\right)^{1/2} \quad (3)$$

위의 식에서 실린더의 길이가 한계 파장보다 길어지면 실린더는 불안정해지면서 분리되며, 전류가 증가하거나 와이어 직경이 감소하면 한계 파장은 감소한다. 그러나 이와같은 기존의 PIT 모델은 용융부를 매우 긴 실린더로 가정하고 용융부의 전류가 아크로 유출되는 효과를 고려하지 못하며 실험 결과와 차이가 크게 발생하는 단점이 있다.

식(3)의 한계 파장 λ_{co} 를 이용하여 계산한 용적의 크기는 실험값보다 상당히 크며, 이는 스프레이 모드에서 용융부에 테이퍼가 형성되므로 실제 용융부의 직경은 와이어 직경보다 작기 때문이다. 이와 같은 테이퍼에 의해 실린더 직경이 감소하는 영향을 고려하기 위하여 Allum은 Fig. 2(a)에 보인 바와 같이 실린더의 유효 반경(effective radius, R_{eff})을 와이어 반경의 80%로 감소시키고, 감소된 유효 반경에 대한 한계 파장을 계산하여 이탈 용적의 크기를 보정하였다⁴⁾. 일반적으로 스프레이 모드에서 전류가 증가하면 용융부의 테이퍼가 길어지면서 실린더의 유효 반경은 지속적으로 감소한



(a) Effective radius of infinite cylinder



(b) Finite cylinder geometry with hemispherical end and current leakage

Fig. 2 Modifications of cylinder geometry and current leakage

다. 와이어에 흐르는 전류에 의한 전자기 압력이 유효 반경을 갖는 실린더의 표면장력에 의한 압력과 평형을 이룬다면, 유효 반경과 전류의 관계는 다음과 같다.

$$\frac{\gamma}{R_{eff}} = \frac{\mu_o I^2}{4\pi^2 R_w^2}$$

$$R_{eff} I^2 = \frac{4\pi^2 R_w^2 \gamma}{\mu_o} = const \tag{4}$$

용접전류가 천이전류 보다 증가하여 스프레이 모드가 발생하면 와이어의 유효 반경이 감소하기 시작하므로 유효 반경은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$R_{eff} = R_w (I_t / I)^2 \tag{5}$$

그러므로 천이전류에서 유효 반경이 와이어 반경과 같지만, 전류가 증가하면 유효 반경이 전류의 자승에 반비례하여 감소한다. 유효 반경을 고려한 무한한 길이의 실린더에 대한 한계 파장 λ_{ci} 는 다음과 같다.

$$\lambda_{ci} = 2\pi R_{eff} / (1 + \frac{\mu_o I^2}{2\pi^2 R_{eff} \gamma})^{1/2} \tag{6}$$

또한, 천이전류에서 유효 반경이 와이어 반경과 동일하고 용융부가 실린더가 아닌 구형이라고 하면, 위의 식(5)는 천이전류를 구하는 Lowke⁸⁾의 식과 동일하게 된다.

$$I_t = 2\pi(D_w \gamma / \mu_o)^{1/2} \tag{7}$$

2.2 용융부 형상과 전류 유출을 고려한 PIT 모델

기존의 PIT에서는 용융부가 매우 긴 실린더 형상이고 용접전류는 외부로 유출되지 않은 상태로 실린더를 통과한다고 가정하였다. 그러나 실제의 스프레이 모드에서는 대부분의 용융부를 덮은 아크를 통해 전류의 유출이 발생하고 용융부의 길이는 제한적이기 때문에 이를 고려한 모델이 필요하다. 본 연구에서는 Fig. 2(b)에 보인 바와 같이 외란이 가해지는 용융부의 끝에 위치한 별지부를 반경 R_b 인 반구 형상으로 가정하였다 ($R_b = R_{eff} + \epsilon$). 또한, 실린더의 측면에서 전류의 일정 부분이 아크를 통해 유출되며 핀치부와 별지부를 통과하는 전류는 다음과 같다.

$$I_p = \beta_p I \quad \text{and} \quad I_b = \beta_b I \tag{8}$$

이때, β_p 와 β_b 는 실린더의 핀치부와 별지부의 단면을 통과하는 전류의 비율을 나타내는 전류유출 계수다. 일반적으로 별지부가 핀치부보다 용융부의 끝단에 위치하므로 별지부의 전류 유출이 많고(즉, $0 < \beta_b \leq \beta_p \leq 1$), β_p 와 β_b 가 1인 경우에는 전류의 유출이 없기 때문에 일정한 전류가 실린더에 흐른다.

실린더의 별지부에서 발생하는 압력은 반구의 표면장력에 의해 발생하기 때문에 표면장력과 전자기력에 의해 실린더의 핀치부와 별지부에서 발생하는 압력은 다음과 같다.

$$P_p = \gamma \left(\frac{1}{R_{eff} - \epsilon} - \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \epsilon \right) + \frac{\mu_o}{4\pi^2} \left(\frac{\beta_p I}{R_{eff} - \epsilon} \right)^2$$

$$P_b = \gamma \left(\frac{2}{R_{eff} + \epsilon} \right) + \frac{\mu_o}{4\pi^2} \left(\frac{\beta_b I}{R_{eff} + \epsilon} \right)^2 \tag{9}$$

위의 압력을 이용하여 전류 유출이 발생하는 유한한 길이의 실린더에 대한 한계 파장을 구하면 다음과 같다.

$$\lambda_{cf} = 2\pi R_{eff} / (3 + \frac{\mu_o (1 + \beta^2) (\beta_p I)^2}{2\pi^2 R_{eff} \gamma})^{1/2}, \quad \beta = \frac{\beta_b}{\beta_p} \tag{10}$$

용적의 이탈시 용융부 전체가 이탈한다면, 식(6)과 식(10)의 한계 파장 λ_{ci} 와 λ_{cf} 를 이용하여 구한 용융부의 부피와 용적의 직경은 다음과 같다.

$$V_{di} = \frac{\pi}{6} D_{di}^3 = \pi R_{eff}^2 \lambda_{ci}$$

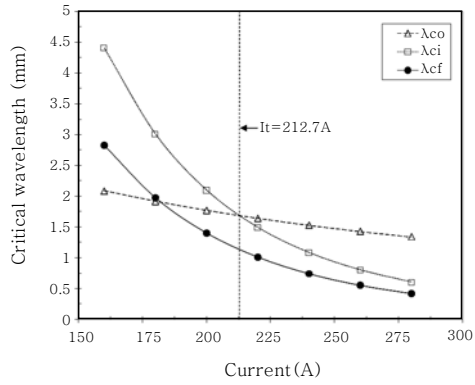
$$V_{df} = \frac{\pi}{6} D_{df}^3 = \frac{3}{4} \pi R_{eff}^2 \lambda_{cf} + \frac{2}{3} \pi R_{eff}^3 \tag{11}$$

이때, 아래 첨자 di와 df는 각각 길이가 무한한(infinite) 또는 유한한(finite) 실린더에서 이탈하는 용적을 나타낸다.

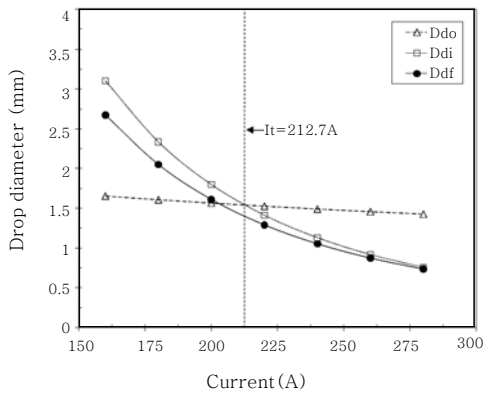
3. 결과 및 고찰

3.1 수정 모델의 결과

직경 1.2mm인 강 와이어에서 전류 유출이 없다면 ($\beta_p = \beta_b = 1$), 전류에 따른 한계 파장과 이탈 용적의 직경을 계산하여 Fig. 3에 비교하였다. 식(7)을 이용하여 구한 직경 1.2mm인 강 와이어의 천이전류는 212.7A이며, 계산에 사용된 강의 표면장력은 1.2N/m



(a) Critical wavelengths of PIT



(b) Detaching drop diameters of PIT

Fig. 3 Comparison of predicted critical wavelengths and drop diameters for 1.2mm steel wire

이다. Fig. 3(a)에 보인 바와 같이 천이전류보다 높은 고전류 영역의 스프레이 모드에서 실린더의 유효 반경이 와이어 반경보다 작기 때문에 유효 반경을 사용하여 계산한 λ_{ci} 와 λ_{cf} 는 와이어 반경을 사용한 λ_{co} 보다 작다. 또한, λ_{ci} 와 λ_{cf} 를 계산하는 식(6)과 식(10)을 비교하면, 식(10)의 분모가 식(6)의 분모에 비해 크기 때문에 λ_{cf} 가 λ_{ci} 보다 작고, 전류가 증가하면 λ_{ci} 와 λ_{cf} 의 차이는 감소한다. 용접전류가 천이전류보다 작은 저전류 영역에서는 유효 반경이 와이어 반경보다 커지기 때문에 λ_{co} 가 λ_{ci} 보다 작아지지만, PIT는 스프레이 모드에 적용하기 때문에 저전류 영역의 용적이행에 적용하기 곤란하다. Fig. 3(b)에서 식(11)을 이용하여 계산한 이탈 용적의 직경은 천이전류 이상의 전류에서 ($D_{do} > D_{di} > D_{df}$)의 순서로 감소하며, 이는 한계 파장의 순서와 동일하다. 전류가 증가하면 D_{di} 와 D_{df} 가 차이가 감소하며, 전류가 250A 이상으로 증가하면 이탈 용적의 직경은 거의 유사하다.

실린더 표면에서 발생하는 전류 유출이 용적의 크기에 미치는 영향을 Fig. 4에 나타내었다. 실린더의 핀치부까지 전류가 유출되지 않는 경우($\beta_p=1$)와 핀치부까지 20%의 전류 유출이 발생하는 경우($\beta_p=0.8$)에 대

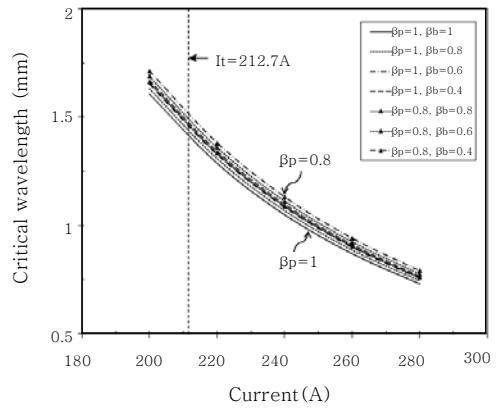


Fig. 4 Effects of current leakage ratio on detaching drop diameter

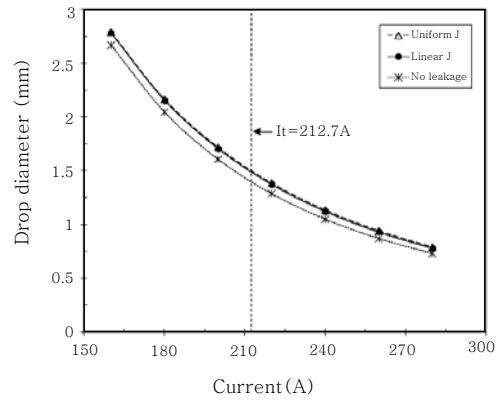


Fig. 5 Effects of current leakage with uniform and linear current density on detaching drop diameter

해 식(10)과 식(11)을 이용하여 이탈 용적의 직경을 계산하였다. 전류 유출이 증가하여 β_p 와 β_b 가 감소하면, 실린더 내부에 흐르는 전류가 감소하기 때문에 이탈 용적의 직경이 약간 증가하지만, 전류 유출이 용적이행에 미치는 영향은 작다.

전류 유출이 발생하는 경우, 실린더 표면에서 유출되는 전류밀도의 분포가 이탈 용적의 직경에 미치는 영향을 Fig. 5에 나타내었다. 유출되는 전류밀도가 균일한 경우와 와이어 끝단으로 갈수록 전류밀도가 선형으로 증가하는 경우에 대하여 계산하였다. 전류에 따라 한계 파장과 전류유출 계수가 변화하며, 균일한 전류밀도와 선형적인 전류밀도에서 핀치부와 벌지부의 전류유출 계수의 범위는 각각 ($0.78 < \beta_p \leq 0.82, 0.35 < \beta_b \leq 0.45$)와 ($0.91 < \beta_p \leq 0.93, 0.15 < \beta_b \leq 0.36$)이다. 선형 전류밀도를 사용하면 아크로 유출되는 전류가 감소하고 실린더에 흐르는 전류가 증가하기 때문에 선형 전류밀도의 용적 직경이 균일한 전류밀도의 용적 직경보다 약간 작지만, 용적 직경의 차이는 거의 없고 전류 유출이 없

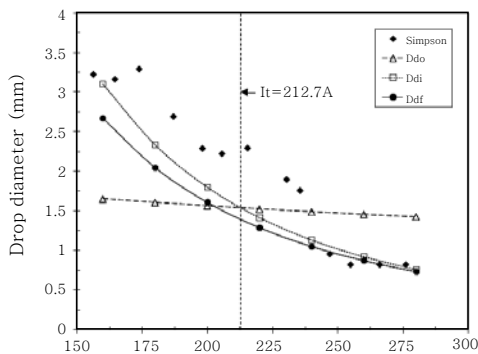
는 경우에 용적 직경이 가장 작아진다. 이와 같이 전류 유출이 용적이행에 미치는 영향은 매우 작지만, 용융부의 끝단으로 갈수록 아크의 전류밀도가 증가하므로 선형 전류밀도를 사용하는 것이 타당하다.

3.2 실험결과와의 비교

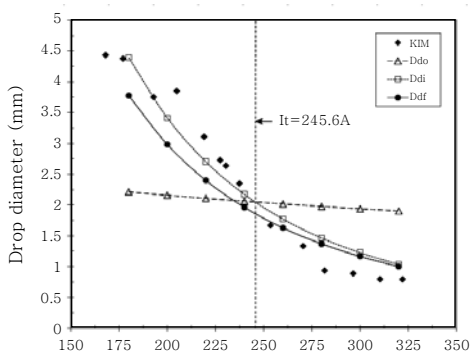
용융부의 전체가 이탈하고 전류 유출이 없는 조건에서 직경 1.2mm 와 1.6mm 인 강 와이어에 대한 PIT의 계산 결과와 실험결과를 비교하여 Fig. 6에 나타내었으며^{7,9)}, 식(7)을 이용하여 구한 직경 1.6mm인 강 와이어의 천이전류는 245.6A이다. Fig. 6(a)의 직경 1.2mm 와이어의 경우, 250A 이상의 고전류 영역에서 실린더의 유효 반경을 사용한 PIT의 계산 결과는 실험결과를 정확하게 예측하지만, 전류가 감소하면 계산 결과와 실험 결과 사이의 오차가 증가한다. Fig. 6(b)의 직경 1.6mm 와이어의 경우에는 계산 결과는 실험 결과와 비교적 정확하게 일치한다. 본 연구에서 제안한 PIT의 수정 모델은 기존의 PIT에 비해 실험 결과를 정확하게 예측한다. 유효 반경을 사용한 PIT의 수정

모델은 천이전류 이하의 영역에서도 이탈 용적 직경을 비교적 정확하게 예측하지만, 입상용적 모드에서의 용적의 형상은 구형으로 PIT의 실린더 형상과 다르기 때문에 수정된 PIT를 입상용적 모드에 적용하기 곤란하다.

용적의 이탈시 용융부의 일부가 와이어에 잔류하거나 전류 유출이 발생하는 경우에 PIT의 수정 모델을 이용한 계산 결과와 실험결과를 비교하여 Fig. 7에 나타내었다. 전류 유출이 없는 용융부의 전체가 이탈하는 조건(그림의 No leakage)과 선형적인 전류 유출이 발생하면서 용융부의 전체 또는 80%가 이탈하는 조건(그림의 Linear 100%와 80%)에 대하여 계산하였다. 이탈 용적의 직경은 (Linear 80%, No leakage, Linear 100%)의 순서로 증가하지만, 각 조건에서 계산한 용적 직경의 차이는 크지 않다. 이와 같은 결과로부터 전류에 따른 실린더의 유효 반경이 용적 직경에 가장 큰 영향을 미치고, 전류 유출의 영향은 상대적으로 매우 작음을 알 수 있다. 용적의 이탈시 와이어에 잔류하는 부피를 정확하게 산출하기 어렵고 전류 유출의 영향이 작기 때문에, 용융부의 전체가 이탈하고 식(10)에서 전류 유출이 발생하지 않는 조건($\beta_p = \beta_b = 1$)으

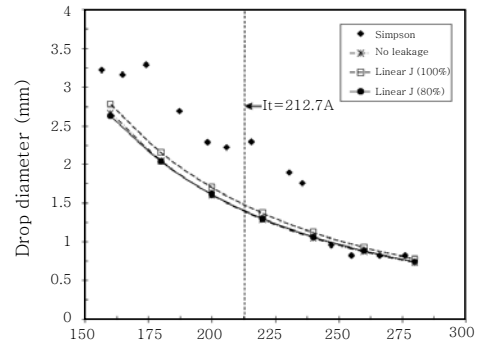


(a) 1.2mm steel wire

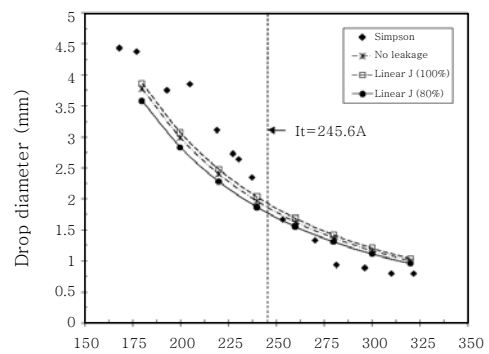


(b) 1.6mm steel wire

Fig. 6 Comparison between predicted and experimental results^{7,9)} when the entire molten tip volume is detached without current leakage



(a) 1.2mm steel wire



(b) 1.6mm steel wire

Fig. 7 Comparison between predicted and experimental results when 80% of the molten tip volume is detached with linear current density

로 한계 파장을 계산하면 이탈 용적의 직경을 비교적 정확하게 예측할 수 있다.

4. 결 론

스프레이 모드에서 용적 이행을 해석하기 위하여 실린더의 유효 반경과 용융부의 형상 및 전류 유출을 고려한 PIT의 수정 모델을 제안하였으며, 본 연구의 결과를 요약하면 다음과 같다.

1) 실린더의 유효 반경과 전류의 관계를 구하였으며 ($R_{eff} = R_w I_t^2 / I^2$), 용접전류가 천이전류 이상으로 증가하면 와이어 반경은 자승에 반비례하여 감소한다.

2) 용융부 끝단을 반구 형상으로 가정하고 전류 유출을 고려한 한계 파장 λ_{cf} 의 식을 구하였으며 ($\lambda_{cf} = 2\pi R_{eff} / (3 + \mu_0 (1 + \beta^2) (\beta_p D)^2 / 2\pi^2 R_{eff} \gamma)^{1/2}$), 스프레이 모드에서 λ_{cf} 는 기존의 PIT 모델로 계산한 λ_{ci} 보다 작다.

3) PIT 모델의 수정 사항 중에서 유효 반경이 용적의 크기에 미치는 영향이 가장 크고, 용융부 형상과 전류 유출의 순서로 영향을 준다. 전류 유출이 용적의 직경에 미치는 영향은 크지 않지만, 용융부의 전류 유출이 증가하면 용융부에 흐르는 전류가 감소하기 때문에 한계 파장은 증가한다.

4) PIT의 수정 모델은 기존의 PIT 모델에 비해 물리적으로 타당하며, 강 와이어를 이용한 실험 결과를 비교적 정확하게 예측하였다. 전류 유출이 발생하지 않는 조건으로 한계 파장 λ_{cf} 를 계산하고 용융부의 전체가 이탈하는 조건으로 이탈 용적의 직경을 계산하면 이탈 용적의 직경을 비교적 정확하게 예측할 수 있다.

후 기

본 연구는 한국전자통신연구원의 “가상 조형을 위한 용융 시뮬레이션 기술 개발” 과제의 지원을 받아 수행하였으며, 이에 감사 드립니다.

참 고 문 헌

1. Lancaster J F: The physics of welding, Oxford: Pergamon (1984)
2. KWJS: Welding and Joining Handbook (2007) (in Korean)
3. Allum C J: Metal transfer in arc welding as a varicose instability: Part 1, J. of Phys. D: Appl. Phys., **18**(1985), 1431 - 1446
4. Allum C J: Metal transfer in arc welding as a varicose instability: part 2, J. Phys. D: Appl. Phys., **18**(1985), 1447 - 1468
5. Rhee S and Kannatey-Asibu E: Analysis of arc pressure effect on metal transfer in gas metal arc welding, J. Appl. Phys., **70**(1992), 5068 - 5075
6. Arif N, Lee S H, Kang M J and Yoo C D: Analysis of globular transfer considering momentum induced by flow within molten drop in GMAW, J. of KWJS, **26-4**(2008), 371-375 (in Korean)
7. Kim Y S and Eagar T W: Analysis of metal transfer in gas metal arc welding, Weld. J., **72**(1993), 269s - 278s
8. Lowke J J: Physical basis for the transition from globular to spray modes in gas metal arc welding, J. Phys. D: Appl. Phys., **42**(2009), 135204
9. Lin Q, Li X and Simpson S W: Metal transfer measurements in gas metal arc welding, J. Phys. D: Appl. Phys., **34**(2001), 347 - 353