

## 편차제곱평균과 수정량분산의 균형을 위한 단일 및 이중 지수가중이동평균 피드백 수정기의 수정<sup>†</sup>

박창순<sup>1</sup> · 권성구<sup>2</sup>

<sup>1</sup>중앙대학교 수학과통계학부 · <sup>2</sup>중앙대학교 일반대학원 통계학과

접수 2008년 12월 5일, 수정 2009년 1월 5일, 게재확정 2009년 1월 8일

### 요약

수정절차에서 공정수정기는 잡음이 존재하지만 제거할 수 없을 때 공정수준을 목표치에 가깝게 수정하는데 종종 유용하게 사용된다. 강건 수정기의 예로는 단일 및 이중 지수가중이동평균 수정기가 있다. 이중 지수가중이동평균 수정기는 단일 지수가중이동평균 수정기가 제거할 수 없는 공정편차의 치우침을 줄일 수 있도록 고안되었다. 이 논문에서는 이 두 가지 수정기가 적용될 때 과도하게 커질 수 있는 수정량분산을 줄일 수 있도록 원래의 수정기에 지수가중이동평균을 적용함으로써 수정되었다. 주어진 수정기에 대한 지수가중이동평균 수정은 편차제곱평균은 조금 증가시키지만, 수정량분산을 줄이는데 성공적임을 보이고 있다.

주요용어: 가중이동평균, 공정수정, 공정편차, 수정기, 수정량분산지수, 편차제곱평균.

### 1. 서론

공정산업에서 공정의 품질특성을 나타내는 요인으로 공정편차 (process deviation)가 주로 사용되고 있다. 이는 공정관측값에서 공정목표치 (target)을 빼 값으로서 공정관리자는 이 값이 0에 가까운 값으로 분포되기를 희망한다. 공정관측값은 종종 자기상관관계를 가진 잡음 (noise)에 의해 목표치로부터 벗어나게 되며, 이는 자연발생적 현상 또는 명확히 알려지지 않은 이유에 의해 발생하여 기술적 측면이나 경제적 측면에서 제거할 수 없다고 판단된다. 이러한 잡음 (noise)은 관리도에서 찾아내고자 하는 이상원인 (special cause)과는 관리방법이 다르다. 관리도를 사용하여 이상원인을 발견하면 그 원인을 찾은 다음 공정에서 제거할 수 있다는 가정을 하고 있다. 만약 공정편차의 원인을 찾을 수 없거나, 찾아도 제거할 수 없다면 관리도를 사용하는 것은 비효율적이 되며, 이때에는 공정수정 (process adjustment)을 통하여 해결하게 된다.

공정수정은 공학적 공정관리 (engineering process control)에서 널리 사용하는 방법으로서, 공정편차를 관측한 후에 다음 공정생산을 위하여 수정하게 되면 이를 피드백조정 (feedback adjustment)이라 한다. 반면에 공정편차를 관측하기 전 입력요인 (input factor)의 값을 확인하고 공정편차를 알 수 있다면 입력요인을 수정하여 공정편차를 조정하게 되며, 이를 피드포워드조정 (feedforward adjustment)이라 한다. 실제 생산현장에서는 공정입력요인을 매 시간 주기적으로 측정하는 것에 어려움이 많이 있을 수

<sup>†</sup> 이 논문은 2007년도 중앙대학교 연구장학기금 지원에 의한 것임.

<sup>1</sup> 교신저자: (156-756) 서울특별시 동작구 흑석동 221, 중앙대학교 수학과통계학부, 교수.

E-mail: cspark@cau.ac.kr

<sup>2</sup> (156-756) 서울특별시 동작구 흑석동 221, 중앙대학교 일반대학원 통계학과, 석사과정.

있으며, 또한 입력 후 출력까지의 기타 상황변화를 고려하면, feedback adjustment가 강건한 (robust) 결과를 가져올 수 있다.

현재까지의 공정편차를 관측하여 다음 시점의 공정편차를 예측하기 위해서는 공정편차에 대한 시계열모형을 정의하고, 그 다음은 수정량을 결정하게 된다. 이 때 수정에 사용되는 요인을 수정기 (controller)라 한다. 예를 들면, 반도체 웨이퍼 제조과정의 폴리실리콘 (polysilicon) 침전공정에서 침전두께 ( $Q_t$ )는 품질특성치에 해당하고, 목표치 ( $T$ )를 뺀 값은 공정편차

$$Y_t = Q_t - T$$

가 된다. 공정편차가 어떤 시계열 모형  $Z_t$ 를 따른다고 하자. 이때  $t-1$ 시점에서 단위 시간당 유입되는 실리콘가스의 양  $X_{t-1}$ 에 의해  $t$ 시점에서 생산되는 침전두께가  $\beta X_{t-1}$ 만큼 증가한다고 하면 실제 관측되는 공정편차는

$$Y_t = \beta X_{t-1} + Z_t$$

가 된다. 이때,  $\beta$ 를 시스템 게인이라 한다. 위 모형에서는 바로 한 시점 전의 조정이 다음 시점에서 모두 반영되는 것으로서 반응모형이라 한다[Box와 Luceño (1997)]. 반응모형에서는 공정지연시간 (system delay)이 1인 경우이며, 이는 대부분의 공정산업에서 흔히 나타나는 현상이다.

공정편차모형  $Z_t$ 가 설정되면 수정기  $X_t$ 는 공정편차제곱이 최소화할 수 있도록 선택하게 되는데 이러한 수정기를 MMSE (minimum mean squared error) 수정기라 한다. 편차모형을

$$Z_t = \varepsilon_t + f(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots)$$

단,  $\varepsilon_t$ 는 백색잡음,  $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ 로 정의하면,  $E(Z_t^2) \geq \sigma_\varepsilon^2$ 을 만족하여 공정편차는

$$Y_t = \varepsilon_t$$

일 때 최소편차제곱평균이 된다. 이를 위해 수정기를

$$X_{t-1} = -\frac{1}{\beta} f(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots)$$

로 설정하게 되면 MMSE 수정기가 된다. 이러한 MMSE 수정기는 공정편차를 백색잡음 (white noise)이 되게 한다는 점에서 최적의 수정기가 되지만, 실제로 공정모형  $Z_t$ 의 설정과 모형에 포함된 다양한 모수의 정밀한 추정이 용이하지 않은 문제점이 있다. 모형설정과 모수추정이 부정확하게 되면 MMSE 수정기는 더 이상 최적이지 않을 뿐 아니라 오히려 더 나쁜 결과를 초래할 가능성이 크게 된다. 즉, 공정모수의 값이 추정된 값과 차이가 나거나, 또는 공정 진행 중에 모수의 값이 변하면 애초의 MMSE 수정기에 의한 공정편차는 더 이상 white noise가 되지 않고 편차분산이 증가할 뿐만 아니라 연속상관을 가지게 된다. 이러한 현상은 시간이 흐름에 따라 더 극단적인 방향으로 흐르게 되어 심각하게 큰 공정편차가 발생할 수 있다.

이러한 MMSE 수정기의 단점을 보완하기 위해 주로 사용되는 것이 EWMA (exponentially weighted moving average) 수정기이다 (del Castillo, 1999; 2001). 이 EWMA 수정기는 반도체 제조업에서 널리 사용되는 단순하면서도, 다양하게 발생하는 공정잡음 환경에서 robust한 결과를 얻을 수 있다고 알려져 있다 (Garcia와 Morari, 1985; Morari와 Zafriou, 1989; Butler와 Stefani, 1994; Sachs 등, 1995; del Castillo와 Hurwitz, 1997; Edgar 등, 2000; Moyne 등, 2000).

수정기의 특성은 두 가지로 나타난다. 첫째는 공정편차의 크기이고, 둘째는 수정량의 변화량이다. 즉, 공정편차는 0에 가까이 분포할수록 바람직하며, 수정량은 변화가 크지 않은 것이 좋다. 공정편

차의 특성은 편차제곱평균 (mean squared deviation, MSD)으로 나타내고, 수정량의 변화는 수정량 분산 (adjustment variance)으로 나타낸다. 편차제곱평균을 위주로 제안된 EWMA 수정기에는 단일 EWMA 수정기와 이중 EWMA 수정기가 있다. 이 논문에서는 이 두가지 수정기에 대해 알아보고, 이를 수정량분산 측면에서 개선할 수 있도록 고안된 수정기를 제안한다. 이 제안된 수정기는 수정기 자체에 EWMA를 적용하게 된다.

### 2. EWMA 수정기

공정잡음  $Z_t$ 와 수정기  $X_t$ 에 대해 공정편차는 일반적으로 다음과 같이 표현된다.

$$Y_t = \beta X_{t-1} + Z_t \tag{2.1}$$

단,  $\beta$ 는 시스템 계인.

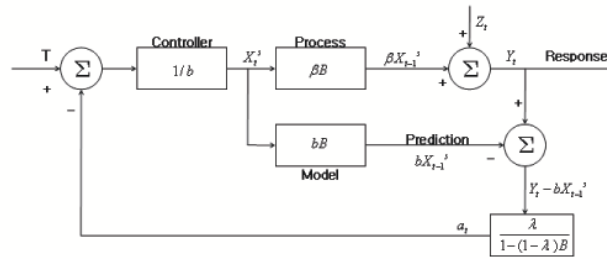


그림 2.1 단일 EWMA 수정기

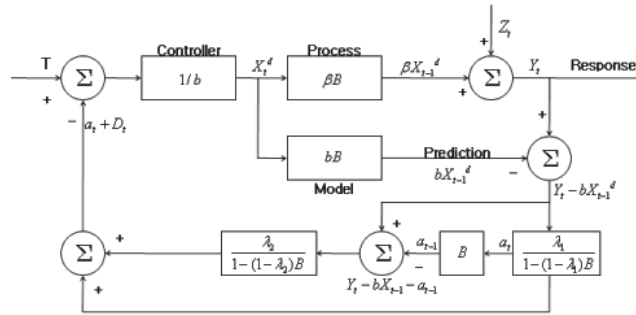


그림 2.2 이중 EWMA 수정기

시스템 계인은 공정경험을 통해 추정될 수 있으며, 특히 수정기  $X_t$ 의 값이 0에 가까울수록 정밀한 추정이 가능하다. 시스템 계인의 추정값을  $b$ 라 하면 단일 EWMA 수정기는 다음과 같이 정의한다.

$$X_t^s = -\frac{a_t}{b} \tag{2.2}$$

단,  $a_t = \lambda(Y_t - bX_{t-1}) + (1 - \lambda)a_{t-1}$ ,  $0 < \lambda \leq 1$ ,

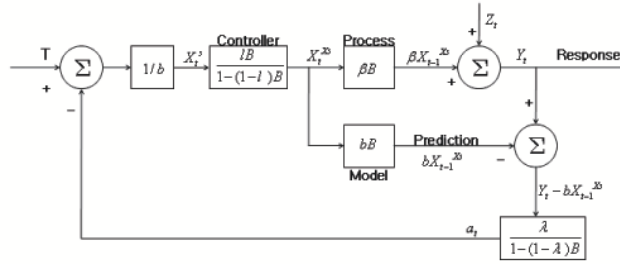


그림 2.3 수정기  $X_t^{Xs}$

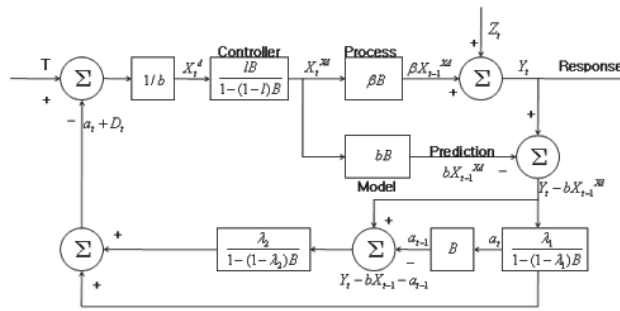


그림 2.4 수정기  $X_t^{Xd}$

$a_0 = 0$ .

단일 EWMA 수정기의 진행과정을 블록 그림으로 표현하면 그림 2.1과 같다. 단일 EWMA 수정기는 EWMA 수정기의 장점인 강건성을 유지하지만 점근편차 (asymptotic bias)가 사라지지 않는 문제점을 가지고 있다. 이를 개선하기 위해 이중 EWMA 수정기가 제안되었으며 다음과 같이 정의한다.

$$X_t^d = -\frac{a_t + D_t}{b} \tag{2.3}$$

단,  $a_t = \lambda_1(Y_t - bX_{t-1}) + (1 - \lambda_1)a_{t-1}$ ,  $0 < \lambda_1 \leq 1$

$D_t = \lambda_2(Y_t - bX_{t-1} - a_{t-1}) + (1 - \lambda_2)D_{t-1}$ ,  $0 < \lambda_2 \leq 1$

$a_0 = 0$ ,  $D_0 = 0$ .

이중 EWMA 수정기의 진행과정을 블록 그림으로 표현하면 그림 2.2와 같다 (del Castillo, 2002). 이중 EWMA 수정기를 사용하면 적용과정은 좀 더 복잡해지지만 점근편차가 줄어들어 단일 EWMA 수정기의 단점을 보완함이 알려져 있다.

이 두가지 EWMA 수정기는 공정편차를 줄여 편차제곱평균이 작아지도록 고안된 도구이다. 공정수정활동에서 고려해야하는 특성은 편차제곱평균 이외에 수정량분산이 있다. 수정량은 바로 전 시점까지의 총수정량에 각 시점에서 추가하는 수정량으로서,  $t$ 시점에서의 수정량은

$$\nabla X_t = X_t - X_{t-1}$$

이 된다. 즉, 수정량이라 함은 매 시점마다 적용하는 공정입력요인의 변화량을 나타내며 이는 입력요인에 의한 비용을 유발하게 된다.

단일 EWMA와 이중 EWMA 수정기는 경우에 따라서는 수정량  $|\nabla X_t|$ 가 상당히 커질 수 있는 가능성을 가지고 있어 편차제곱평균에 의한 비용은 줄이더라도, 수정량분산에 의한 비용이 커지게 되어 궁극적으로 공정비용을 줄이는데 비효과적일 수 있다. 이러한 문제점을 개선하기 위해 다음과 같은 수정된 수정기를 정의한다.

단일 EWMA 수정기에 대해 수정된 수정기는 다음과 같이 정의한다.

$$X_t^{X^s} = l \cdot X_t^s + (1-l)X_{t-1}^{X^s} \quad (2.4)$$

단,  $X_t^s$ 는 단일 EWMA 수정기,  $X_0^{X^s} = 0$ .

이중 EWMA 수정기에 대해 수정된 수정기는 다음과 같이 정의한다.

$$X_t^{X^d} = l \cdot X_t^d + (1-l)X_{t-1}^{X^d} \quad (2.5)$$

단,  $X_t^d$ 는 이중 EWMA 수정기,  $X_0^{X^d} = 0$ .

두 수정기  $X_t^{X^s}$ 와  $X_t^{X^d}$ 는  $X_t^s$ 와  $X_t^d$ 에 각각 EWMA를 취한 것으로  $X_t^s$ 와  $X_t^d$ 보다 부드러운 변화가 예상되어 수정량분산이 줄어들 것임을 알 수 있다. 수정기  $X_t^{X^s}$ ,  $X_t^{X^d}$ 의 진행과정은 그림 2.3과 그림 2.4의 블록 그림으로 표현된다. 다음절부터는 다양한 공정편차모형에 대해 위에서 소개한 네 종류의 수정기  $X_t^s$ ,  $X_t^d$ ,  $X_t^{X^s}$ ,  $X_t^{X^d}$ 를 사용할 때 편차제곱평균과 수정량분산의 특성을 시간의 흐름에 따라 비교 분석하였다. 공정편차모형으로는 Shewhart 모형, 흐름 (drift)이 있는 Shewhart 모형, IMA (1, 1) 모형, 흐름이 있는 IMA (1, 1)모형으로 네가지 모형을 설정하였다. 특히 IMA (1, 1) 모형은 산업생산공정에서 발생하는 공정편차를 잘 나타내는 것으로 알려져있다 (Box과 Kramer, 1992).

### 3. Shewhart 공정모형

Shewhart 모형을 따르는 공정잡음은 다음과 같다.

$$Z_t = \alpha + \varepsilon_t \quad (3.1)$$

단,  $\varepsilon_t$ 는 백색잡음  $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ .

Shewhart 공정모형에 수정기를 사용한 공정편차는 다음과 같이 표현된다.

$$Y_t = \alpha + \beta X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.2)$$

이때  $\alpha$ 는 공정의 치우침 (offset)을 나타내는 상수이다. 주어진 시간  $t$ 까지의 편차제곱평균과 수정량분산은 모두 모의실험을 통해 계산하였으며, 사용된 공정 모수는 다음과 같다.

$$\alpha = 5, \beta = 0.2, \sigma_\varepsilon = 1$$

위의 모수값은 공정사정에 따라 다양한 값을 가질 수 있으나 여기서는 그 중 한 가지 예를 선택하였다. 시스템 계인의 추정값은  $b = (1.2)\beta$ 로 가정하였고 (추정 값이 20%정도의 오차를 포함한다고 가정), 각 수정기에서 사용하는 수정기모수는

$$\lambda = \lambda_1 = \lambda_2 = 0.1, l = 0.2$$

로 설정하였다. EWMA 수정기의 가중치  $\lambda_1, \lambda_2, l$ 은 0에 가까울수록 수정량변동이 작아지는 경향이 있으며 그 중 대표적으로 사용되는 0.1 또는 0.2를 사용하였다.

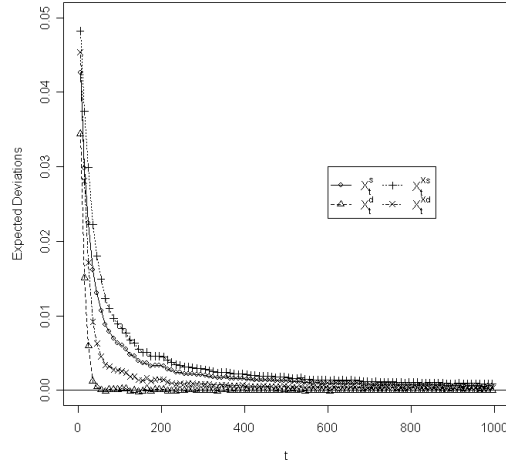


그림 3.1 공정편차 ( $Y_t$ ) 평균 : 모형 (3. 1)  
 $\alpha = 5, \beta = 0.2, \sigma_\varepsilon = 1, b = (1.2)\beta, \lambda = \lambda_1 = \lambda_2 = 0.1, l = 0.2$

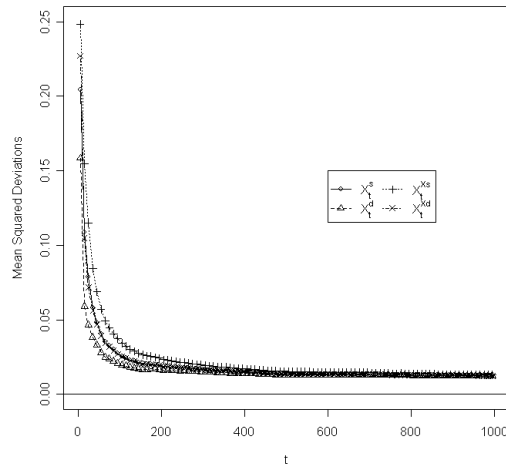


그림 3.2 공정편차제곱 ( $Y_t^2$ ) 평균 : 모형 (3. 1)  
 $\alpha = 5, \beta = 0.2, \sigma_\varepsilon = 1, b = (1.2)\beta, \lambda = \lambda_1 = \lambda_2 = 0.1, l = 0.2$

그림 3.1와 그림 3.2은 네 종류의 수정기에 대한  $t$ 시점까지의 공정편차평균과 공정편차제곱평균을 나타내고 있다. 또한 그림 3.3은 수정량분산을 나타내고 있다.

그림 3.1와 그림 3.2은 시간의 흐름에 따라 공정편차평균과 공정편차제곱평균을 나타낸 그림이다. 0에 가까울수록 효과적인 공정이라 할 수 있는데, 공정이 오래 지속되면 ( $t \geq 500$ ) 수정기간의 차이는 미미함을 볼 수 있다. 다만, 공정초기의 경우 수정기  $X_t^d$ 가 가장 효율적임을 알 수 있다. 그림 3.3은

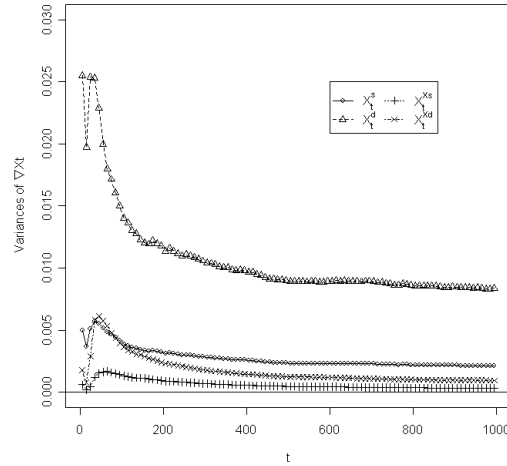


그림 3.3 수정량 ( $\nabla X_t$ ) 분산 : 모형 (3. 1)  
 $\alpha = 5, \beta = 0.2, \sigma_\varepsilon = 1, b = (1.2)\beta, \lambda = \lambda_1 = \lambda_2 = 0.1, l = 0.2$

수정기별 수정량분산을 나타낸 것인데, 0에 가까울수록 좋은 수정기라 할 수 있다. 그림 3.3에서 수정량 분산은 일정값에 점근적으로 수렴함을 알 수 있으나, 그 수렴하는 값이 각 수정기에 따라 크게 차이가 남을 알 수 있다. 수정기  $X_t^d$ 의 경우 수정량분산이 다른 수정기에 비해 매우 큰 것을 볼 수 있다. 반면 수정기  $X_t^s, X_t^{X^s}, X_t^{X^d}$ 의 수정량분산은 비슷하지만  $X_t^{X^s}$ 가 가장 작고, 그 다음은  $X_t^{X^d}, X_t^s$  순으로 조금씩 커짐을 알 수 있다.

#### 4. 흐름이 있는 Shewhart 공정모형

Shewhart 공정모형에서 흐름이 추가된 모형으로 수정기에 사용한 공정편차는 다음과 같다.

$$Y_t = \alpha + \beta X_{t-1} + \delta t + \varepsilon_t \tag{4.1}$$

이때,  $\delta$ 는 단위시간당 변화량으로서 흐름에 해당된다. 모의실험에 사용된 공정모수와 수정기모수는 3절과 동일하며 흐름은

$$\delta = 0.1$$

로 설정하였다. 흐름은 매시간 꾸준히 발생하는 공정수준의 변화량을 의미하므로  $\sigma_\varepsilon = 1$ 에 비해 작은 값을 선택하였다. 그림 4.1과 그림 4.2는 네 종류의 수정기에 대한  $t$ 시점까지의 공정편차평균과 공정편차제곱평균을 나타내고 있다. 또한 그림 4.3은 수정량분산을 나타내고 있다.

그림 4.1과 그림 4.2에서는 시간의 흐름에 따라 공정편차평균과 공정편차제곱평균을 나타낸 그림이다. 공정이 오래 지속되어도 ( $t \geq 500$ ) 각 수정기간 일정한 차이를 유지하는 것을 알 수 있다. 그림 4.3에서 수정기별 수정량분산은 Shewhart모형의 결과와 동일하게 수정기  $X_t^d$ 가 가장 크며, 수정기  $X_t^{X^s}, X_t^{X^d}$ 의 분산이 작음을 알 수 있다.

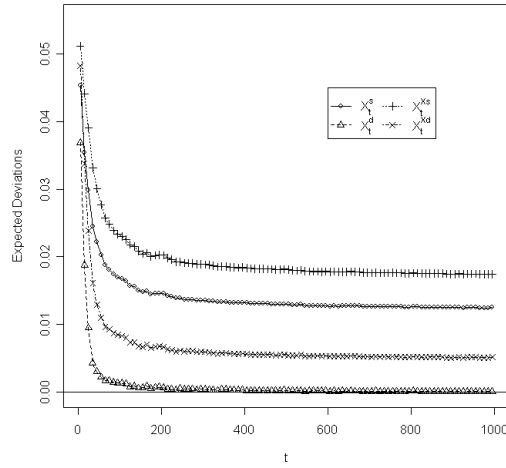


그림 4.1 공정편차 ( $Y_t$ ) 평균 : 모형 (4. 1)  
 $\alpha = 5, \beta = 0.2, \sigma_\varepsilon = 1, b = (1.2)\beta, \delta = 0.1, \lambda = \lambda_1 = \lambda_2 = 0.1, l = 0.2$

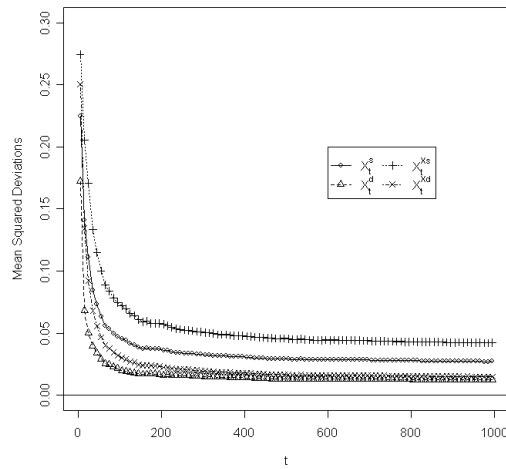


그림 4.2 공정편차제곱 ( $Y_t^2$ ) 평균 : 모형 (4. 1)  
 $\alpha = 5, \beta = 0.2, \sigma_\varepsilon = 1, b = (1.2)\beta, \delta = 0.1, \lambda = \lambda_1 = \lambda_2 = 0.1, l = 0.2$

### 5. IMA (1, 1) 모형

수정기를 사용한 공정편차는 다음과 같다.

$$Y_t = \alpha + \beta X_{t-1} + N_t \tag{5.1}$$

단,  $N_t = N_{t-1} - \theta \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$ .



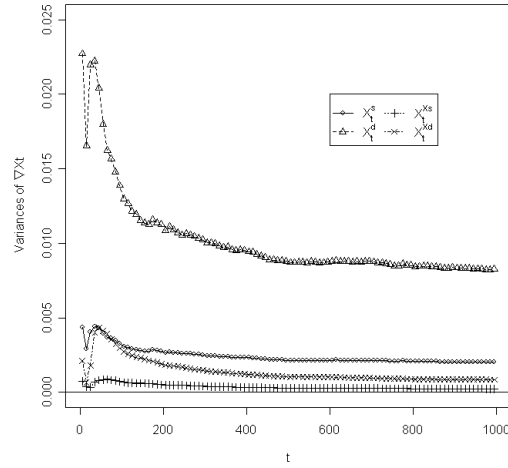


그림 4.3 수정량 ( $\nabla X_t$ ) 분산 : 모형 (4. 1)  
 $\alpha = 5, \beta = 0.2, \sigma_\varepsilon = 1, b = (1.2)\beta, \delta = 0.1, \lambda = \lambda_1 = \lambda_2 = 0.1, l = 0.2$

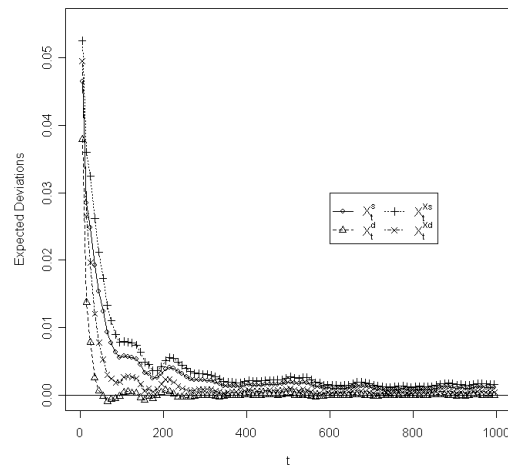


그림 5.1 공정편차 ( $Y_t$ ) 평균 : 모형 (5. 1)  
 $\alpha = 5, \beta = 0.2, \sigma_\varepsilon = 1, b = (1.2)\beta, \theta = 0.7, \lambda = \lambda_1 = \lambda_2 = 0.1, l = 0.2$

이때,  $N_t$ 는 IMA (1, 1)모형을 따르며  $\theta$ 는 이동평균 (moving average)모수이다. 모의실험에는 앞 절과 동일한 모수들이 사용되었으며, 이동평균모수  $\theta$ 는

$$\theta = 0.7$$

로 설정하였다. 이동평균모수는 Box와 Luceno (1997)에 의하면 일반적으로 (0.3, 0.7)사이의 값을 가지는 것으로 알려져 있으며  $\theta = 1$  이면 백색잡음이 되고  $\theta = 0$  이면 확률보행 (random walk)이 된다.

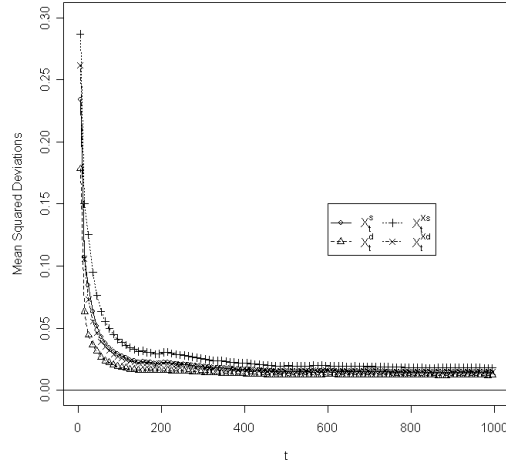


그림 5.2 공정편차제곱 ( $Y_t^2$ ) 평균 : 모형 (5. 1)  
 $\alpha = 5, \beta = 0.2, \sigma_\varepsilon = 1, b = (1.2)\beta, \theta = 0.7, \lambda = \lambda_1 = \lambda_2 = 0.1, l = 0.2$

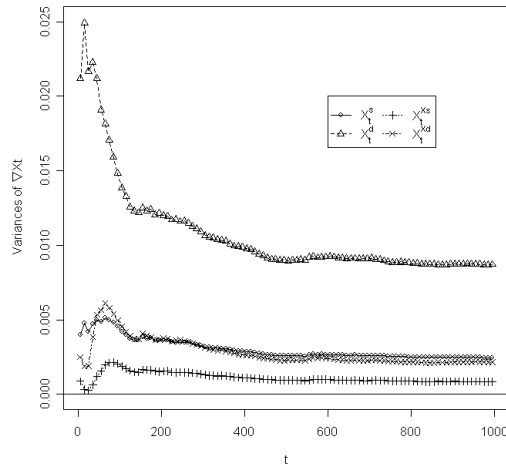


그림 5.3 수정량 ( $\nabla X_t$ ) 분산 : 모형 (5. 1)  
 $\alpha = 5, \beta = 0.2, \sigma_\varepsilon = 1, b = (1.2)\beta, \theta = 0.7, \lambda = \lambda_1 = \lambda_2 = 0.1, l = 0.2$

여기서는 확률보행보다는 상대적으로 변동이 적은 경우를 고려하였다.

그림 5.1과 그림 5.2는 네 종류의 수정기에 대한  $t$ 시점까지의 공정편차평균과 공정편차제곱평균을 나타내고 있다. 또한 그림 5.3은 수정량분산을 나타내고 있다.

그림 5.1과 그림 5.2를 보면 공정의 시간이 지날수록 수정기별 차이가 거의 없어짐을 볼 수 있으며, 그림 5.3에서 수정기  $X_t^d$ 가 분산이 가장 큰 것을 알 수 있다. 전체적인 경향은 Shewhart 모형과 유사함을

알 수 있는데, 이는 각 수정기가 잡음모형이 변하여도 수정을 통해 잡음의 효과를 적절히 제거하고 있음을 알 수 있다.

### 6. 흐름이 있는 IMA (1, 1) 모형

수정기를 사용한 공정편차는 다음과 같다.

$$Y_t = \alpha + \beta X_{t-1} + N_t \tag{6.1}$$

주어진 시간  $t$ 까지의 공정편차제곱평균과 수정량분산은 모두 모의실험을 통해 계산 하였으며, 사용된 공정모수는 앞 절에서와 동일하게 사용되었다. 즉

$$\alpha = 5, \beta = 0.2, \delta = 0.1, \theta = 0.7, \sigma_\varepsilon = 1$$

$$b = (1.2)\beta, \lambda = \lambda_1 = \lambda_2 = 0.1, l = 0.2$$

그림 6.1와 그림 6.2는 네 종류의 수정기에 대한  $t$  시점까지의 공정편차평균과 공정편차제곱평균을 나타내고 있다. 또한 그림 6.3는 수정량분산을 나타내고 있다.

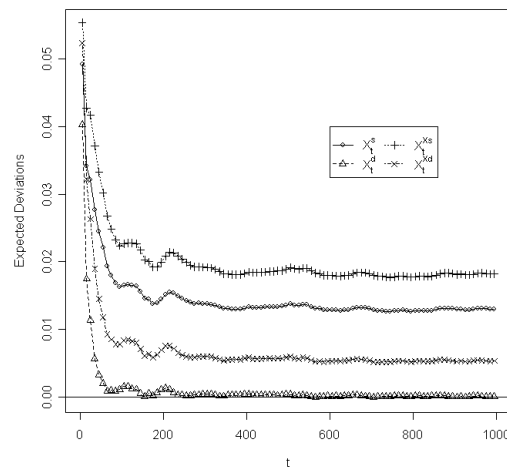


그림 6.1 공정편차 ( $Y_t$ ) 평균 : 모형 (6. 1)  
 $\alpha = 5, \beta = 0.2, \delta = 0.1, \theta = 0.7, \sigma_\varepsilon = 1, b = (1.2)\beta, \lambda = \lambda_1 = \lambda_2 = 0.1, l = 0.2$

그림 6.1와 그림 6.2에 의하면 수정기  $X_t^d$ 는 공정편차평균과 공정편차제곱평균을 줄이는데 효과적이지만, 수정량분산이 다른 세가지 수정기에 비해 커지는 문제점을 가지고 있다. 또한 수정기  $X_t^{Xd}$ 는 공정편차평균과 공정편차제곱평균을 조금 증가시키는 문제가 있지만, 수정량분산을 줄이는 효과가 있음을 알 수 있다. 이 결과는 흐름이 있는 Shewhart 모형의 결과와 매우 유사함을 알 수 있다. 특히 흐름의 효과는 시간이 지나도 여전히 공정에 남아 있음을 알 수 있다.

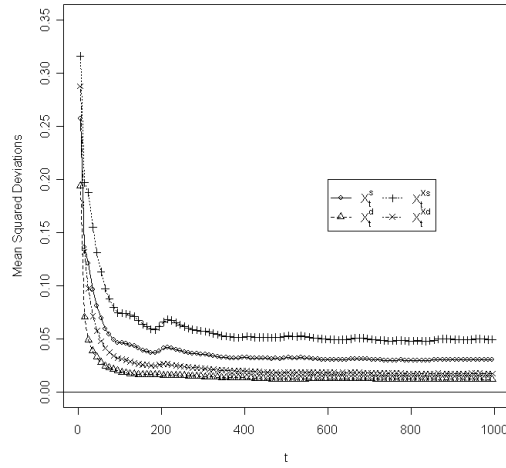


그림 6.2 공정편차제곱 ( $Y_t^2$ ) 평균 : 모형 (6. 1)  
 $\alpha = 5, \beta = 0.2, \delta = 0.1, \theta = 0.7, \sigma_\varepsilon = 1, b = (1.2)\beta, \lambda = \lambda_1 = \lambda_2 = 0.1, l = 0.2$

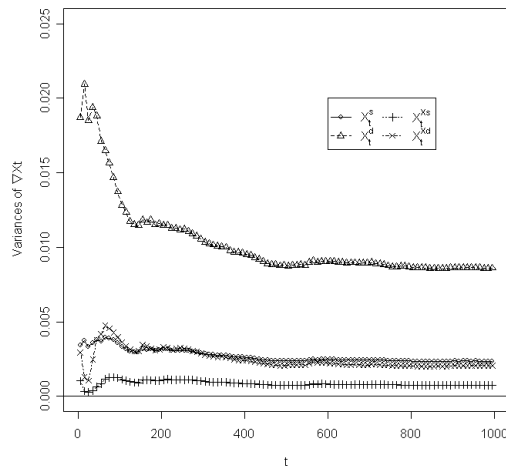


그림 6.3 수정량 ( $\nabla X_t$ ) 분산 : 모형 (6. 1)  
 $\alpha = 5, \beta = 0.2, \delta = 0.1, \theta = 0.7, \sigma_\varepsilon = 1, b = (1.2)\beta, \lambda = \lambda_1 = \lambda_2 = 0.1, l = 0.2$

### 7. 결론

이 논문에서는 기존의 단일 EWMA 수정기와 이를 보완한 이중 EWMA 수정기에 대해 수정량분산을 줄일 수 있도록 수정된 수정기를 제안하였다. 수정된 수정기는 수정되지 않은 기존의 수정기보다 공정편차제곱평균이 증가하지만, 수정량분산은 줄일 수 있음을 보였다. 수정활동에 소요되는 공정비용은

공정편차제곱평균과 수정량분산의 선형결합으로

$$E(Y_t^2) + \gamma \cdot Var(\nabla X_t)$$

와 같이 표현된다. 이때  $\gamma$ 는 공정편차제곱평균에 대한 수정량분산의 상대적 비용크기를 의미한다. 따라서  $\gamma$ 가 크면 수정량분산을 줄일 수 있는 공정설계가 필요하고, 반면에  $\gamma$ 가 작으면 공정편차제곱평균을 줄이도록 설계하여야 공정비용을 최소화 할 수 있다. 즉, 수정기의 선택은 상대적 비용크기  $\gamma$ 에 따라 선택적으로 사용할 필요가 있다고 판단하게 된다.

이 연구에서는 수정기의 점근적 특성 대신 유한한 시간범위에서 특성을 비교하였는데, 실제 생산 공정에서는 동일 규격의 제품을 일정기간 동안 생산하고, 또 다른 규격의 제품을 생산하는 과정을 반복하는 것이 일반적이다. 따라서 점근적 특성보다 유한한 시간의 특성이 더 유용하게 사용될 수 있음을 고려하였다. 참고로 공정잡음모형에서 흐름이 있는 경우에는 없는 경우보다 수정기간 특성의 차이가 시간이 흘러도 변하지 않음을 알게 되어 적절한 수정기의 선택이 더 중요한 요인이 됨을 알 수 있었다.

### 참고문헌

- Box, G. E. P. and Kramer, T. (1992). Statistical process control and feedback adjustment-a discussion. *Technometrics*, **34**, 251-285.
- Box, G. E. P. and Luceño, A. (1997). *Statistical control by monitoring and feedback adjustment*, New York, NY: John Wiley and Sons.
- Butler, S. W. and Stefani, J. A. (1994). Supervisory run-to-run control of a polysilicon gate etch using in situ ellipsometry. *IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing*, **7**, 193-201.
- Del Castillo, E. (1999). Long-run and transient analysis of a double EWMA feedback controller. *IIE Transactions*, **31**, 1157-1169.
- Del Castillo, E. (2001). Some properties of EWMA feedback quality adjustment schemes for drifting disturbances. *Journal of Quality Technology*, **33**, 153-166.
- Del Castillo, E. (2002). *Statistical process adjustment for quality control*, Wiley.
- Del Castillo, E., and Hurwitz, A. (1997). Run to run process control: a review and some extensions. *Journal of Quality Technology*, **29**, 184-196.
- Edgar, T. F., Butler, S. W., Campbell, W. J., Pfeiffer, C., Bode, C., Hwang, S. B., Balakrishnan, K. S. and Hahn, J. (2000). Automatic control in microelectronics manufacturing: practices, challenges and possibilities. *Automatica*, **36**, 1567-1603.
- Garcia, C. E. and Morari, M. (1985). Internal model control. 2. design procedure for multivariable systems. *Industrial and Engineering Chemistry, Process Design and Development*, **24**, 472-484.
- Morari, M. and Zafriou, E. (1989). *Robust process control*, Upper Saddle River, N.J. : Prentice Hall.
- Moyne, J., del Castillo, E. and Hurwitz, A., eds (2000). *Run to run control in semiconductor manufacturing*, Boca Raton, Fla.: CRC Press.
- Sachs, E., Hu, A. and Ingolfsson, A. (1995). Run by run process control: combining SPC and feedback control. *IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing*, **8**, 26-43.

# Modifications of single and double EWMA feedback controllers for balancing the mean squared deviation and the adjustment variance<sup>†</sup>

Changsoon Park<sup>1</sup>, Sunggu Kwon<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Department of Statistics, Chung-Ang University

Received 5 December 2008, revised 5 January 2009, accepted 8 January 2009

## Abstract

The process controller in the adjustment procedure is often used effectively to control the process level close to target when noise is present and unremovable. Examples of the robust controller are single EWMA controller and double EWMA controller. Double EWMA controller is designed to reduce the offset of the process deviation, which single EWMA can not eliminate. In this paper, the two controllers are modified by taking EWMA of the original controller to reduce the adjustment variance, which may become excessively large when the two given controllers are implemented. It is shown that the EWMA modification of the given controllers is successful in reducing the adjustment variance, while the mean squared deviation increases slightly.

*Keywords:* Adjustment variance, controller, EWMA, mean squared deviation, process adjustment, process deviation.

---

<sup>†</sup> This research was supported by the Chung-Ang University Research Scholarship Grants in 2007.

<sup>1</sup> Corresponding author: Professor, Department of Statistics, Chung-Ang University, Seoul 156-756, Korea. E-mail: cspark@cau.ac.kr

<sup>2</sup> Master's Course, Department of Statistics, Chung-Ang University, Seoul 156-756, Korea.