

틸팅열차의 크리피지 모델 해석

Creepage Model Analysis for a Tilting Train

강철구*, 김호연, 이남진, 김민수, 구병춘
(Chul-Goo Kang, Ho-Yeon Kim, Nam-Jin Lee, Min-Soo Kim, and Byeong-Choon Goo)

Abstract : Traction and braking of trains are due to the rolling contact of the wheel on the rail, and the rolling contact is fundamental to an understanding of the behavior of the railroad system. The way in which the forces are transmitted in the rolling contact is complex and highly nonlinear. This paper describes a rolling contact theory, a creepage model between wheel and rail, and a dynamic model of the tilting train Hanvit-200. The validity of the model is verified through simulation study using Simulink.

Keywords : creepage, creep force, rolling contact, simulink, tilting train

I. 서론

열차의 견인력과 제동력은 레일(rail)과 바퀴(wheel)의 구름접촉(rolling contact)에 기인하므로, 구름접촉현상을 이해하는 것은 철도차량의 거동을 이해하는데 기본이 된다. 이러한 구름접촉을 미시적으로 관찰하면 매우 복잡한 메커니즘에 의해 발생하고 있고, 이는 수학적으로 매우 복잡한 비선형 모델로 표현 될 수 있다.

1926년에 Carter[1]에 의해 크립(creep) 개념을 도입한 구름접촉이론이 처음으로 제시된 이래 많은 사람들에 의해 구름접촉이론이 정교화 되었다. Carter[1]는 2차원 해석을 통해 가속력이나 제동력이 바퀴에 작용하면 바퀴의 원주속도(circumferential velocity)와 바퀴의 병진속도(translational velocity)에 차이가 얼마나 발생하는지 그리고 접촉력은 얼마나 전달되는지에 대한 정확한 해를 제시하였다.

de Pater와 Johnson은 Carter의 결과를 3차원으로 일반화하여 종크리피지와 횡크리피지에 대해 Hertz 이론을 도입하여 원형 접촉패치(contact patch)를 근간으로 하는 3차원 근사 해석을 수행하였다[2]. 크리피지와 크릴력 간의 관계에 대해 de Pater와 Kalker는 선형이론을 완성하였고[3], Johnson과 Vermeulen은 3차원 이론을 확립하였다[4,5]. Shen, Hedrick and Elkins는 이 이론을 개선하여 실험치와 더 일치하도록 하였으며[6], Kalker[4-6]은 오늘날 상용 시뮬레이션 소프트웨어에서 사용되는 접촉력 모델, 즉 크리피지(creepage) 모델을 완성하였다[7,8].

철도(영: railway, 미:railroad)의 동특성 발전 역사를 살펴보면 [9,10], 초기에는 레일에 플랜지(flange)를 부착하여 철도차량(rolling stock)의 탈선을 방지하였으나, 곧 바퀴에 플랜지를 다는 것이 유리하다는 것이 알려지게 되고, 또한 바퀴의 답면(tread)을 평면보다는 경사지게 원추형으로 하는 것이 좋다는 것이 알려지게 되었다[11,12]. 초기에는 레일 중앙에서 바깥쪽으로 바퀴의 반지름이 커지는 원추형을 시도하기도 하였

으나, 곧 레일의 안쪽으로 바퀴의 지름이 커지는 원추형이 유리하다는 것이 알려지게 된다. 안쪽이 더 굽은 원추형 답면으로 하면, 횡방향 외란이 주어졌을 때 선로 중심선 방향으로 복원력이 발생하여 레일이 플랜지에 닿는 것을 방지하고 횡방향 안정성을 높일 수 있으며, 곡선로를 통과할 때 바깥쪽 바퀴의 선속도가 더 커지게 되어 곡선로를 부드럽게 지날 수 있게 된다[3]. 하지만 이 원추형 답면에 의해 그림 1과 같은 기구적 진동(kinematic oscillation) 또는 사행동(hunting)이 발생하게 된다. 이 사행동의 파장 L 은 1883년 Klingel에 의해 다음과 같이 구해졌다[7].

$$L = 2\pi\sqrt{r_o l_o / \lambda} \quad (1)$$

여기서, r_o 는 바퀴의 공칭반지름(nominal radius), l_o 는 레일과 바퀴의 두 접촉점 사이 거리의 반, λ 는 답면의 원추도(conicity)이다.

그리고, 곡선부를 통과할 때, Redtenbacher 공식으로 알려져 있는 다음 식을 만족하면, 두 바퀴는 미끄러짐 없이 회전할 수 있다는 것이 알려지게 된다[13].

$$\frac{r_o - \lambda y}{R - l_o} = \frac{r_o + \lambda y}{R + l_o}, \text{ i.e., } y = \frac{r_o l_o}{R \lambda} \quad (2)$$

여기서 R 은 곡선로의 반지름, y 는 윤축의 횡방향 변위를 의미한다.

일반적으로 철도차량의 종방향(longitudinal) 동특성은 탈선(derailment), 승차감(ride comfort), 연결기(autocoupler)의 피로파괴 또는 인장파괴, 슬랙(slack) 거동 등의 해석을 위해 필요하고, 철도차량의 횡방향(lateral) 동특성은 차량의 안정성(stability), 즉, 사행동(hunting), 그리고 탈선과 승차감 해석에

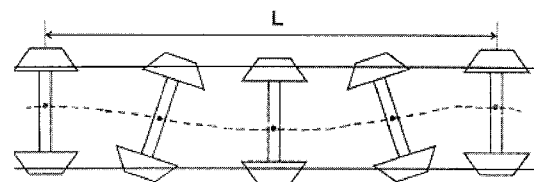


그림 1. 바퀴 원추도에 의한 기구적 진동.

Fig. 1. Kinematic oscillation due to wheel conicity.

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2008. 4. 8., 채택확정 : 2008. 11. 17.

강철구 : 건국대학교 기계공학부(cgkang@konkuk.ac.kr)

김호연 : 건국대학교 대학원 기계공학과(khy9936@naver.com)

이남진 : 현대로템㈜(djinylee@gmail.com)

김민수, 구병춘 : 한국철도기술연구원

(ms-kim@kri.re.kr/bcgoo@kri.re.kr)

※ 본 연구는 한국철도기술연구원의 2008년도 기본사업 위탁연구 지원으로 수행되었음.

필요하다.

오늘날 레일과 바퀴의 형상은 원추형 답면에 바탕을 두고 정교하게 발전되어 왔으나, 본 논문에서는 근사적으로 안쪽이 더 굽은 원추형 바퀴로 가정한다.

틸팅차량(tilting train)은 기존 곡선로에서 운행속도를 20~30% 향상시키되 승객의 승차감이 나빠지지 않도록 하기 위해 원심력을 약 0.08g 이하로 유지하도록 차체를 내측으로 더 경사시키는 틸팅메커니즘을 장착한 차량이다.

본 논문에서는 한국형 틸팅차량 한빛-200에 대해 3차원 접촉역학 모델 및 크리피지 모델을 제시하고, 이를 Simulink를 이용한 시뮬레이션을 통해 타당성을 입증한다. II 장에서는 접촉역학을, III 장에서는 크리피지 모델을, IV 장에서는 한빛-200의 동역학 모델을 제시하고, V 장에서는 Simulink를 이용한 시뮬레이션 결과를, 그리고 VI 장에서는 결론을 기술한다

II. 접촉역학과 슬립

두 물체가 그림 2와 같이 접촉하고 있을 때 접촉점을 O라고 하고, 그 접촉점에 원점을 둔 하나의 좌표계 Oxyz를 설정한다[2]. 이 좌표계의 x축과 y축은 접평면(tangent plane)에 두고, z축은 접평면에 수직하게 둔다. 그리고 공간상에 고정된 기준좌표계를 $O_0x_0y_0z_0$ 라 둔다. 기준좌표계 $O_0x_0y_0z_0$ 는 고정되어 있으나, 접촉점에 부착된 좌표계 Oxyz는 접촉점의 이동과 함께 움직이는 것으로 생각한다.

$O_0x_0y_0z_0$ 좌표계에 대한 물체 1의 선속도와 각속도는 각각 V_1 과 Ω_1 이라고 하고, $O_0x_0y_0z_0$ 좌표계에 대한 물체 2의 선속도와 각속도는 각각 V_2 와 Ω_2 라 하자. 그리고 $O_0x_0y_0z_0$ 좌표계에 대한 접촉점 O의 선속도와 각속도는 각각 V_0 와 Ω_0 라 하자. 그러면 Oxyz 좌표계에 대한 물체 1상의 점 O의 선속도 v_1 과 물체 2상의 점 O의 선속도 v_2 는

$$v_1 = V_1 - V_0, \quad v_2 = V_2 - V_0 \tag{3}$$

로 표현될 수 있고, Oxyz 좌표계에 대한 물체 1의 각속도 ω_1 과 물체 2의 각속도 ω_2 는 다음과 같이 표현될 수 있다. 여기서 bold face는 벡터를 의미한다.

$$\omega_1 = \Omega_1 - \Omega_0, \quad \omega_2 = \Omega_2 - \Omega_0 \tag{4}$$

두 물체가 접촉을 유지하며 운동을 하기 위해서는 다음의 접촉조건(contact condition)

$$v_{z1} = v_{z2} = 0 \tag{5}$$

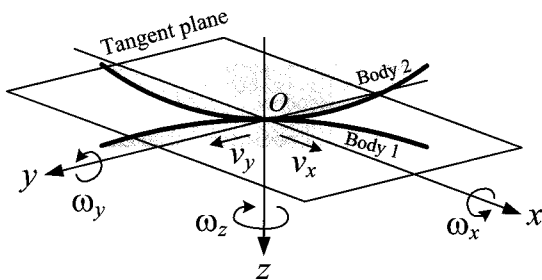


그림 2. 접촉하고 있는 두 물체와 부착된 좌표계.
Fig. 2. Contacting two bodies and attached coordinate frame.

을 만족해야 한다. 그리고 접촉점 O에서 두 표면 사이의 상대선속도를 미끄럼(sliding)으로 정의하고, $\Delta v = v_2 - v_1$ 로 표시한다. 성분으로 표시하면 다음과 같다.

$$\Delta v_x = v_{x1} - v_{x2}, \quad \Delta v_y = v_{y1} - v_{y2} \tag{6}$$

접평면에 놓여있는 한 축에 대한 두 물체 사이의 상대각속도를 구름(rolling)으로 정의하고, 성분으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\Delta \omega_x = \omega_{x1} - \omega_{x2}, \quad \Delta \omega_y = \omega_{y1} - \omega_{y2} \tag{7}$$

그리고 공통법선에 대한 두 물체 사이의 상대각속도를 스핀(spin)으로 정의하고, 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\Delta \omega_z = \omega_{z1} - \omega_{z2} \tag{8}$$

그러면, 접촉을 유지하는 접촉면의 운동은 어떤 경우이든 항상 미끄럼, 구름과 스핀의 조합으로 생각할 수 있고, 위의 접촉조건을 항상 만족한다.

접촉 시에 물체의 한 표면에서 다른 물체의 표면으로 전달되는 힘, 즉 표면력(surface traction)은 수직력(normal force) N과 접선력(tangential force) F로 구성되어 있다. 수직력 N은 보통 접촉점의 공통법선 방향으로 작용하는 압축력이고, 접선력 F는 마찰에 의해 지탱되며 크기는 항상 μN 이하이다. 즉, $F \leq \mu N$ 이고, 여기서 μ 는 두 물체 사이의 마찰계수(coefficient of friction)이고, N과 F는 벡터 N과 F의 크기를 의미한다.

순전한 미끄럼 접촉에서는 $F = \mu N$ 이고, 성분으로는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$F_x = -\frac{\Delta v_x}{|\Delta v|} \mu N, \quad F_y = -\frac{\Delta v_y}{|\Delta v|} \mu N \tag{9}$$

두 물체가 탄성체일 경우, 접촉점은 그림 3과 같이 유한한 접촉면적을 갖는 접촉패치(contact patch)를 형성하게 되고, 따라서 접촉패치의 한 물체에서 다른 물체로 모멘트(moment)를 전달할 수 있게 된다. 그림 3의 M_x 와 M_y 를 보통 구름모멘트(rolling moment)라고 하고 구름마찰저항을 의미한다. 이 구름모멘트는 접촉패치에서 일반적으로 매우 작으므로 무시할 수 있다. M_z 는 접촉패치의 공통법선인 z축에 대한 모멘트 성

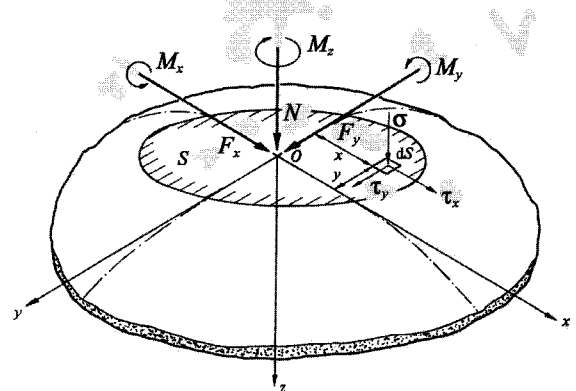


그림 3. 접촉패치에 작용하고 있는 힘과 모멘트.
Fig. 3. Forces and moments acting on the contact patch.

분으로서, 스핀모멘트(spin moment)라고 한다. 스핀모멘트는 철도차량의 곡선궤도 주행시에 발생한다.

그리고 스핀이 없고 접선력 F 가 0인 구름운동을 자유구름(free rolling)으로 정의한다. 이 자유구름은 철도차량의 주행에서 견인력(traction force)이나 제동력(brake force)이 작용하지 않을 때 발생한다.

탄성을 가진 두 물체가 접촉할 때 생기는 접촉면의 응력 및 변형률은 매우 복잡하고, 유한요소해석 도구에 의해서 해석할 수 있다. 그러나 철도차량의 레일과 바퀴의 접촉에서 접촉패치의 형상과 수직응력은 헤르쯔접촉(Hertzian contact)으로 근사화할 수 있다.

헤르쯔접촉은 마찰력이 없는 동일한 재질의 두 탄성체를 각각 반무한공간(semi-infinite space)로 보고, 접촉패치 크기에 비해 접촉부위의 곡률반지름(curvature radius)이 크고, 또한 접촉패치 내에서는 동일한 곡률반지름을 갖는다고 가정함으로써, 접촉패치는 평면이고, 장축과 단축이 a, b 인 타원형상이며, 접촉부위의 응력은 반 타원체 형상으로 주어진다[3]. 철도차량의 바퀴와 레일의 접촉에서는 4개의 곡률반지름이 존재하고, 장축과 단축의 비 ab 는 단지 레일과 바퀴의 곡률반지름에만 의존한다는 것이 알려져 있다. 또한 헤르쯔접촉에서 접촉패치의 크기인 a 는 주어진 ab 에서 접평면에 수직인 힘 P 의 1/3 제곱에 비례하며, 접선력 F 에는 무관하다는 것이 알려져 있다[4].

접촉패치에서 표면력 N 은 접촉패치에 작용하는 수직응력(normal stress) σ 를 적분한 값이고, 표면력 F 는 전단응력(shear stress) τ 를 적분한 값이다. 즉,

$$N = \int_S \sigma dS \quad (10)$$

$$F_x = \int_S \tau_x dS, \quad F_y = \int_S \tau_y dS$$

여기서 S 는 접촉패치를 의미한다. 접촉력 F 는 철도차량의 견인 및 제동을 수행하는 근본 힘이 된다. 그리고 스핀모멘트 M_z 는 다음과 같이 주어진다.

$$M_z = \int_S (\tau_y x - \tau_x y) dS \quad (11)$$

수직응력 σ 와 전단응력 τ 의 구체적인 표현식은 Carter 이후 많은 연구자들에 의해 연구되어 왔다[2]. Carter는 바퀴를 실린더로, 레일을 반무한공간으로 보고 그림 4와 같은 2차원 해를 구하였다[1]. 그림 4에서 A'OA는 접촉패치이고 A는 접촉이 시작되는 점, A'은 접촉이 끝나는 점이다. A'BA는 막 미끄러지려는 순간($F = \mu N$)의 전단응력분포이고, A'CDA는 더 작은 F 가 작용할 때의 전단응력분포이다.

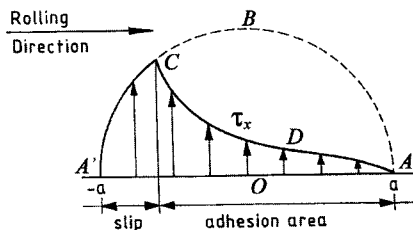


그림 4. 접촉패치의 전단응력분포에 대한 Carter의 결과.
Fig. 4. Carter's result for shear stress distribution on contact patch.

두 탄성체의 접촉부위에서, 두 물체 사이에 수직력 N 이 작용한 상태에서 접선력 F 를 증가시키면 그림 5와 같이 동일한 점이었던 A_1 과 A_2 가 미끄러지며 분리되는 현상이 일어난다. 즉, μN 보다 작은 힘 F 가 작용하면, 접촉패치의 일부는 두 물체의 접촉점 간에 상대운동이 일어나지 않는 스틱(stick)영역이 되고, 나머지 부분은 두 물체의 접촉점 간에 작은 상대운동이 일어나는 슬립(slip)영역 또는 마이크로슬립(micro-slip)영역이 된다[2].

그림 5에서 δ_{x1} 과 δ_{x2} 는 접촉부위에서 멀리 떨어진 곳 B_1 과 B_2 에서 발생한 x 방향의 절대변위이다. 점 A_1 과 A_2 의 절대변위를 s_{x1} 과 s_{x2} 라 하고, 점 A_1 과 A_2 의 점 B_1 과 B_2 에 대한 탄성변위를 u_{x1} 과 u_{x2} 라고 하면, $u_{x1} = \delta_{x1} - s_{x1}$ 이고, $u_{x2} = \delta_{x2} - s_{x2}$ 이다. 그리고 A_1 과 A_2 사이에 x 방향의 슬립성분을 s_x 라 하면, s_x 는 다음과 같이 표현된다.

$$s_x = s_{x1} - s_{x2} \quad (12)$$

y 방향에 대해서도 위와 같은 수식이 성립한다.

스틱영역에서 전단응력은 μN 보다 작아야 하므로, 스틱영역의 경계조건은 다음과 같이 주어진다.

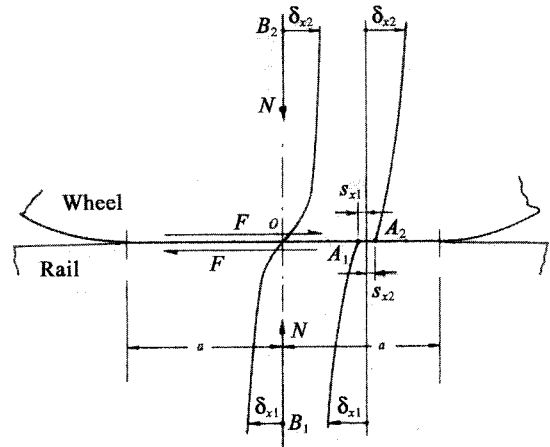


그림 5. $F < \mu N$ 일 때 접촉패치의 스틱영역과 슬립영역.
Fig. 5. Stick and slip region of the contact patch when $F < \mu N$.

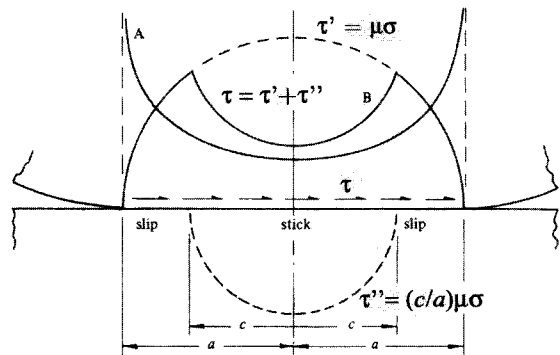


그림 6. 평행한 두 실린더의 접촉시 전단응력 분포.
Fig. 6. Shear stress (top) distribution at the contact of two parallel cylinders.

$$s_x = s_y = 0$$

$$|\tau(x, y)| \leq \mu |\sigma(x, y)| \tag{13}$$

한편 슬립영역의 경계조건은 마찰력이 슬립방향과 반대방향으로 주어지므로 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$|\tau(x, y)| = \mu |\sigma(x, y)|$$

$$\frac{\tau(x, y)}{|\tau(x, y)|} = -\frac{s(x, y)}{|s(x, y)|} \tag{14}$$

두 실린더가 접촉한 경우에 대해 이 경계조건을 사용하여 접촉패치의 전단응력을 구하면 그림 6과 같이 주어진다[2].

곡선 A는 접촉패치 전체에서 슬립이 없다고 가정했을 때 전단응력 분포이고, 곡선 B는 실제 경우의 전단응력분포이다.

III. 크리피지와 크립력

레일과 바퀴 사이에 전달되는 힘에 대해, 가장 단순하게는 바퀴와 레일이 강체이고, Coulomb 마찰법칙에 의해 힘이 전달된다고 볼 수 있다. 즉, 바퀴와 레일은 점접촉을 하며, 그 한 점에서 힘이 전달되고, 그 힘은 그림 7의 왼쪽 그림과 같이 최대마찰력 μN 이하이면 바퀴의 원주속도와 바퀴의 진행속도가 같아 미끄럼이 없으나, 최대마찰력 이상의 힘을 시도하면 바퀴가 미끄러지면서 최대마찰력으로 힘이 전달된다고 보는 것이다.

그러나 이러한 방법으로는 철도차량의 횡방향 동특성이나 바퀴의 피로 및 마모 현상 등을 해석할 수 없다. 따라서 좀 더 정교한 구름접촉에 대한 이론이 필요하다. 일반적으로 탄성체의 접촉에서 크리피지(creepage)[1]라는 상대적 미끄럼에 따라 접촉부의 일부는 고착(adhesion) 영역, 나머지 일부는 미끄럼(slip)영역이 되어, 전체적으로는 그림 7의 오른쪽 그래프와 같은 힘과 미끄럼 사이의 관계를 가지게 된다. 그림 7에서 x축은 바퀴와 레일의 상대속도(m/s)를, y축은 마찰력(N)을 나타낸다. 크리피지 이론은 강체의 Coulomb 마찰에 의해 표현되지 않는 접촉부의 미세한 현상을 해석할 수 있게 한다.

우선 윤축좌표계를 그림 8과 같이 정의한다. 즉, 차량의 진행

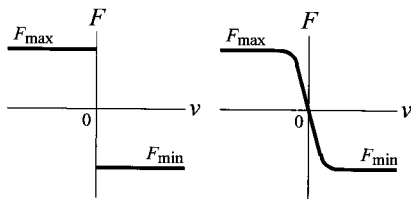


그림 7. 탄성체의 구름마찰에서 슬립의 함수인 접선력.
Fig. 7. Tangential force as a function of the slip in elastic body rolling.

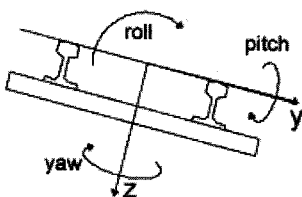


그림 8. 윤축좌표계.
Fig. 8. Wheelset coordinate frame.

방향을 x축, 레일의 중심에서 오른쪽을 y축, 중력방향을 z축으로 둔다. 좌표계 중심은 레일면의 중심선에서 윤축과 함께 움직인다고 본다.

횡방향으로 y만큼 윤축 변위가 발생되면, 그림 9와 같이 좌우측 바퀴의 구름반지름이 달라지게 된다. 답면의 원추도(conicity, i.e., $\Delta z / \Delta y$)를 λ 라 하면 좌우측 바퀴의 구름반지름은 다음과 같이 주어진다.

$$r_L = r_o - \lambda y, \quad r_R = r_o + \lambda y \tag{15}$$

여기서 하첨자 L은 왼쪽바퀴, R은 오른쪽 바퀴를 의미하고, r_o 는 공칭반지름(nominal radius)을 의미한다. 원추형이 아닌 실제 답면 형상에 대해서는 원추도 λ 대신에 다음과 같이 정의되는 등가 원추도(equivalent conicity) λ_e 를 사용할 수 있다.

$$\lambda_e = \frac{1}{2} \int \frac{W(y)(r_R - r_L)}{y} dy \tag{16}$$

여기서 $W(y)$ 는 가중함수(weighting function)이다. 바퀴가 오목할수록 λ_e 가 커지게 되고, 따라서 바퀴가 마모될수록 λ_e 는 커지는 경향이 있다[13].

크리피지(creepage)는 레일과 바퀴의 접촉부에서 발생하는 상대적 미끄럼 속도를 나타낸 것이다. 즉, 크리피지는 다음과 같이 정의될 수 있다[13,14].

$$creepage = \frac{V_{rail} - V_{wheel}}{V} \tag{17}$$

여기서 V_{rail} 은 레일상의 접촉패치의 속도, V_{wheel} 은 바퀴상의 접촉패치의 선속력, V 는 차량속력을 나타낸다. 크리피지는 정상 상태로 기차가 달릴 때는 0이지만, 추진력이나 제동력이 가해질 때, 또는 곡선로를 통과하거나 윤축의 횡변위나 요(yaw)각변위가 있을 때 0이 아닌 값을 가질 수 있다. 크리피지가 0이면 접선력 F 는 0이 되어 자유구름 상태가 되고, 크리피지가 크면 접선력 F 는 최대마찰력인 μN 만큼 발생된다.

크리피지는 종크리피지, 횡크리피지, 스펀크리피지의 3가지 형태로 나누어 생각할 수 있다[5]. 종크리피지(longitudinal creepage)는 접촉패치에서 차량 진행방향의 크리피지로서, 차량 진행방향의 상대적 미끄럼속도이고, 제동이나 전진 시에 발생할 뿐 아니라, 그림 9와 같은 윤축의 횡변위와 그림 10과 같은 요각변위 등에 기인하여 발생한다.

그림 9에서 윤축이 y 만큼 이동하면 오른쪽 바퀴의 구름 반지름은 커지는 반면 왼쪽 구름 반지름은 작아지게 된다. 하지만 윤축은 x 방향으로 진행하여야 하므로 오른쪽 바퀴 쪽에는 V_{wheel}

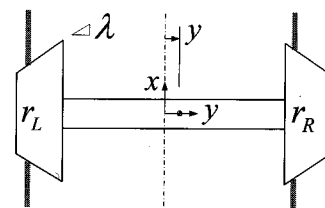


그림 9. 횡변위에 의한 크리피지.
Fig. 9. Creepage due to lateral displacement.

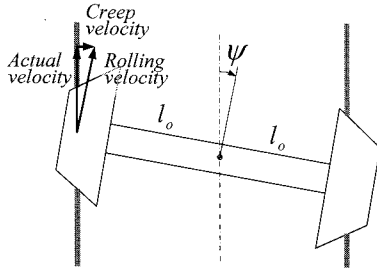


그림 10. 요각변위에 의한 크리피지.
Fig. 10. Creepage due to yaw angular displacement.

이 V_{rail} 보다 크고 왼쪽 바퀴 쪽에는 V_{wheel} 이 V_{rail} 보다 작아야 한다. 따라서 오른쪽 바퀴에는 음의 종크리피지가 왼쪽 바퀴에는 양의 종크리피지가 발생하게 된다. 마찰력은 미끄럼 반대방향으로 작용하므로, 오른쪽 바퀴의 접촉패치에는 +x 방향의 접선력 F_x 가, 왼쪽 바퀴의 접촉패치에는 -x 방향의 접선력 F_x 가 작용하게 된다. 이 접선력을 크릴력(creep force)이라고 한다[15].

왼쪽 바퀴와 오른쪽 바퀴의 V_{rail} 과 V_{wheel} 을 구한 다음, 접촉패치에서 종크리피지 γ_{1L}, γ_{1R} 을 구하면 다음과 같이 주어진다.

$$\gamma_{1L} = \frac{(V + \dot{x} + l_o \dot{\psi} + V l_o / R) - r_L \omega}{V} \quad (18)$$

$$\gamma_{1R} = \frac{(V + \dot{x} - l_o \dot{\psi} - V l_o / R) - r_R \omega}{V} \quad (19)$$

여기서 \dot{x} 항은 차량속력에 대한 윤축의 상대속력, $l_o \dot{\psi}$ 항은 요 운동에 의한 레일상의 접촉패치의 속도 증가량, $V l_o / R$ 은 곡선로 반지름에 의한 속도 증가량을 나타낸다. 그리고 ω 는 바퀴의 각속력을 나타낸다. 곡선로는 오른쪽으로 휘어져 있다고 가정한다. 왼쪽으로 휘어진 경우에는 $V l_o / R$ 의 부호가 바뀌어야 한다.

횡크리피지(lateral creepage)는 접촉패치에서 횡방향 상대적 미끄럼속도에 대한 것이다. 일반적으로 접촉패치는 그림 11과 같이 레일면과 접촉각(contact angle) δ_L, δ_R 을 가지므로 횡크리피지에서 $1/\cos(\delta_L), 1/\cos(\delta_R)$ 만큼의 영향을 받는다. 실제 바퀴에서는 횡변위에 따라 이 접촉각이 변하지만, 본 논문에서 가정된 원추형 바퀴에서는 항상 동일한 값(약 원추도)을 가진다.

횡크리피지를 위한 좌우측 바퀴의 V_{rail} 과 V_{wheel} 을 구한 다음 (17)식으로부터 횡크리피지 γ_{2L}, γ_{2R} 을 구하면 다음과 같다.

$$\gamma_{2L} = \frac{0 - (\dot{y} + \omega r_L \psi) \sec(\delta_L)}{V} \quad (20)$$

$$\gamma_{2R} = \frac{0 - (\dot{y} + \omega r_R \psi) \sec(\delta_R)}{V} \quad (21)$$

그리고 스펀크리피지는 스펀에 대한 미끄럼각속도를 나타내는



그림 11. 접촉패치의 접평면과 레일면이 이루는 접촉각.
Fig. 11. Contact angles at the contact patches.

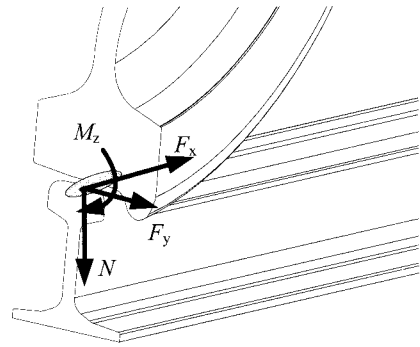


그림 12. 레일에 작용하는 크릴력.
Fig. 12. Creep forces acting on the rail.

값으로서, 요운동에 의한 항과 원추도(conicity)에 의한 항으로 구성되어 있으며 다음과 같이 정의된다.

$$\gamma_{3L} = \left[\frac{V}{R} - \left(\dot{\psi} - \omega \sin \delta_L + \frac{V}{R} \right) \right] / V \quad (22)$$

$$\gamma_{3R} = - \left(\dot{\psi} - \omega \sin \delta_R \right) / V \quad (23)$$

바퀴와 레일의 접촉패치에서 발생한 크리피지는 바퀴와 레일에 미끄럼 반대방향으로 그림 12와 같이 크릴력(creep force)을 발생시킨다. 이 크릴력이 차량의 견인 및 제동을 일으키는 근본 힘이 되고, 또한 횡진동 등을 일으키는 원인이 된다. 크릴력은 크리피지, 접촉패치의 타원도, 수직력 N , 마찰계수 μ 의 함수이다.

크리피지가 작으면 크릴력과 크리피지는 대략 선형적인 관계를 가진다. 즉, 종방향 접선력인 종크릴력 F_x 는 다음과 같이 주어진다.

$$F_{xL} = -f_{11} \gamma_{1L}, \quad F_{xR} = -f_{11} \gamma_{1R} \quad (24)$$

그리고 횡방향 접선력인 횡크릴력 F_y 는 다음과 같이 주어진다.

$$F_{yL} = -f_{22} \gamma_{2L} - f_{23} \gamma_{3L}, \quad F_{yR} = -f_{22} \gamma_{2R} - f_{23} \gamma_{3R} \quad (25)$$

또한, 스펀모멘트인 크리프모멘트 M_z 는 다음과 같이 주어진다.

$$M_{zL} = f_{23} \gamma_{2L} - f_{33} \gamma_{3L}, \quad M_{zR} = f_{23} \gamma_{2R} - f_{33} \gamma_{3R} \quad (26)$$

여기서 $f_{11}, f_{22}, f_{23}, f_{33}$ 는 수직력 N 에 의한 접촉패치의 크기와 모양(ab), Young's modulus E 에 의존하는 계수로서, Kalker에 의해 다음과 같이 계산되었다[5].

$$\begin{aligned} f_{11} &= E(ab)C_{11}, & f_{22} &= E(ab)C_{22} \\ f_{23} &= E(ab)^{3/2}C_{23}, & f_{33} &= E(ab)^2C_{33} \end{aligned} \quad (27)$$

여기서 a 와 b 는 접촉패치 타원의 장축과 단축을 의미하고, ab 는 다음과 같이 주어진다[5].

$$ab = [1.5(1 - \nu^2)Nr_o / E]^{2/3} \quad (28)$$

여기서 ν 는 Poisson's ratio이다. 위 식에서 $C_{11}, C_{22}, C_{23}, C_{33}$ 는 ab 의 함수로서, $\nu = 0.3$ 일 때 다음 그림 13과 같이 주어진다.

본 논문에서는 접촉각 δ_L, δ_R 이 작고, \dot{x} 이 작으며, $l_o \ll R$ 이라고 가정한다. 그리고 스펀크리피지는 종크리피지나 횡크리

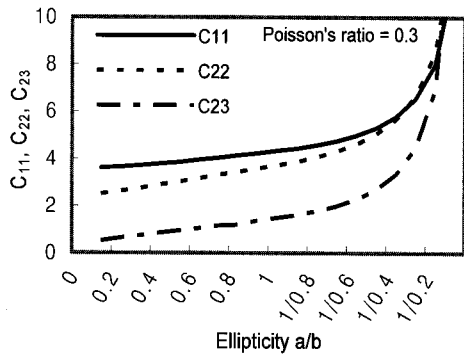


그림 13. Kalker의 계수.

Fig. 13. Kalker's coefficients.

피지에 비해 작아서 무시할 수 있다고 가정한다. 그러면 다음과 같이 단순화된 종크리피지와 횡크리피지를 얻을 수 있다.

$$\gamma_{1L} = \frac{V + l_o \dot{\psi} - r_L \omega}{V}, \quad \gamma_{1R} = \frac{V - l_o \dot{\psi} - r_R \omega}{V} \quad (29)$$

$$\gamma_{2L} = -\frac{\dot{y}}{V} - \psi = \gamma_{2R} \quad (30)$$

그리고 스프링크리피지와 크리프모멘트는 모두 0이라고 가정하고, 가장 큰 영향을 미치는 항들만 고려한다. 크리피지가 증가하면 크릴력도 증가하여 최대동마찰력에 수렴하게 된다. 본 논문에서는 크릴력이 선형적으로 증가하다가 μN 에 도달하면 이 값을 유지하는 것으로 시뮬레이션에서 구현한다.

IV. 틸팅차량 동역학 모델

철도차량의 제동특성을 포함한 동역학 모델에 대해서는 한국형 고속전철 등에 대해 많은 연구가 있었다[16-19].

본 논문에서는 한국형 틸팅차량 한빛-200 (TTX)에 대한 차체의 수평, 수직, 피치 운동과 너비, 롤, 요 방향의 운동을 고려한 3차원모델을 구성하였다. 차량 각 부분의 운동은 차량의 진행방향(x 방향), 진행방향과 수직인 방향(y 방향), 지면에 수직인 방향(z방향)으로의 선운동, 그리고 각각의 방향에 대한 롤(ϕ), 피치(θ), 요(ψ)의 각운동으로 모델링 하였다.

그림 14는 틸팅차량 1량에 대한 모델 개략도의 정면도와 측면도를 보여주고 있다. 그림을 간단하게 하기 위하여 그림 14에서 댐퍼는 생략되었으나 모델에서는 고려되었다. 차량의 모델링은 차체(carbody), 2차 현가장치(에어 스프링, 요 댐퍼, 안티롤바, 트래션 링크, 앞대차(front bogie), 뒤대차(rear bogie), 1차 현가장치, 윤축(wheelset), 바퀴(wheel)로 나누어 고려하였다.

각 구성요소의 파라미터와 제원은 한빛-200 (TTX) 틸팅차량을 기준으로 추출하였으며, 구할 수 없는 데이터는 한국형 고속전철(HSR) 및 기타 자료를 활용하였다. 차량동역학은 제동특성에 큰 영향을 주기 때문에 가능하면 실차에 가깝게 모델링 하도록 하였다.

차량 제동의 가장 원천이 되는 힘은 레일과 바퀴사이의 종크릴력(longitudinal creep force)이고, 이는 전기식 제동장치 및 기계식 제동장치의 제동력으로부터 온다. 이 종크릴력과 제동토크에 의해 바퀴가 감속하게 되고, 따라서 차량을 제동할 수 있게 된다[3].

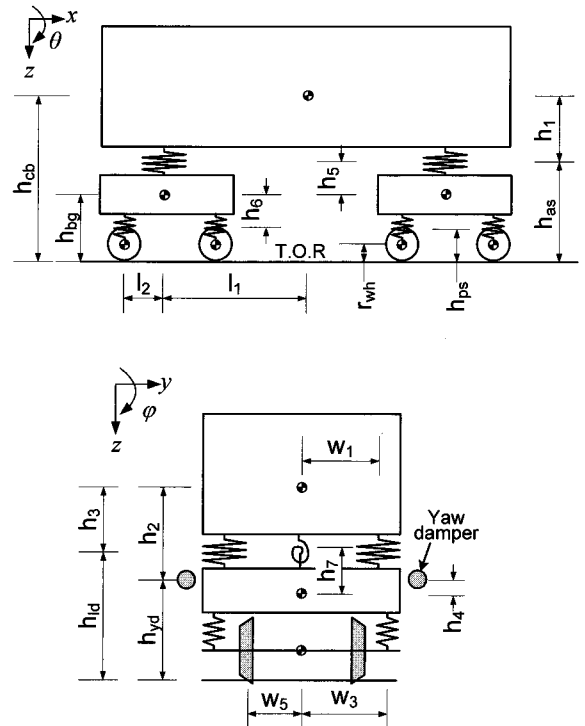


그림 14. 한빛-200 틸팅차량의 동역학 모델링.

Fig. 14. Dynamic modeling of the Hanvit-200 tilting train.

한빛-200 틸팅차량은 6량으로 구성되어 있으나[20], 본 연구에서 한 차량에 대한 모델을 구하고 시뮬레이션을 수행하였다. 자세한 모델 수식은 지면 관계상 참고 논문[21]을 참조하라.

V. 시뮬레이션 결과

제안된 틸팅차량의 크리피지 모델과 동역학 모델을 Simulink를 사용하여 시뮬레이션을 수행함으로써 제안된 모델의 타당성을 검증하였다. 그림 15는 전체 Simulink 모델 중 x 방향 크릴력 모델에 대한 sub-block을 보여주고 있다.

Simulink 모델에서 두번째 윤축과 레일의 마찰계수를 20m에서 40m 구간 동안 0.3에서 0.015로 낮추어 주어 인위적으로 활주(skid) 상황을 발생시켜, 차량 1량에 대해 시뮬레이션 한 결과가 그림 16과 같다. 즉, 제일 앞쪽 윤축은 정상, 두 번째 윤축에서 활주, 세 번째, 네 번째 윤축은 정상으로 구르는 것을 보여주고 있다. 40m가 지나 마찰계수가 회복되면 미끄러짐이 사라지고 다

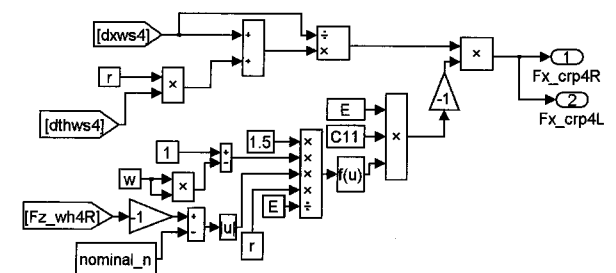


그림 15. 바퀴의 x방향 크릴력에 대한 Simulink 모델.

Fig. 15. Simulink model for longitudinal creep force acting on the wheel.

시 정상으로 돌아오는 것을 볼 수 있다. 속도가 갑자기 심하게 줄어들기 시작하는 지점이 20m 지점이고, 다시 속도가 회복되기 시작하는 지점이 40m 지점이다.

그림 17은 활주가 발생하였을 경우에 윤축의 종크리력의 변화를 보여주고 있다. 이 그림에서 급격히 작아졌다가 최대마찰력 μN 까지 증가했다가 다시 정상적인 값으로 돌아오는 것이 활주가 일어난 두번째 윤축의 바퀴/레일 접촉부에 작용하는 x 방향의 크리력이다.

그림 18은 차량 1대에 대해 초기속도 50km/h에서 제동토크 5.84kN·m를 가했을 경우 종크리력에 관한 그래프이다. 제동 초

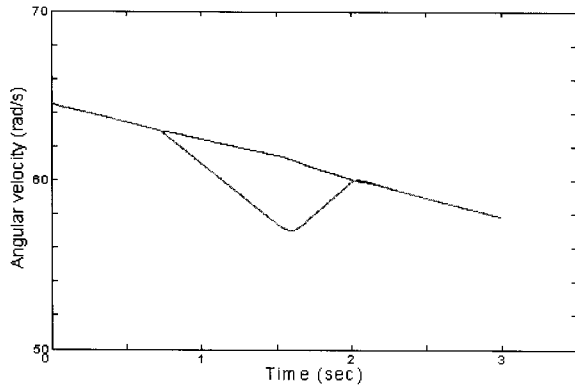


그림 16. 두번째 윤축에서 활주 발생시 속도 변화.
Fig. 16. Velocity variation due to skid of the 2nd wheelset.

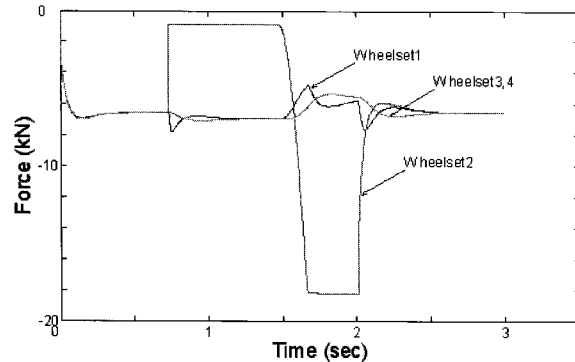


그림 17. 활주 발생시 각 윤축에 작용하는 크리력.
Fig. 17. Creep forces acting on each wheelset during skid generation.

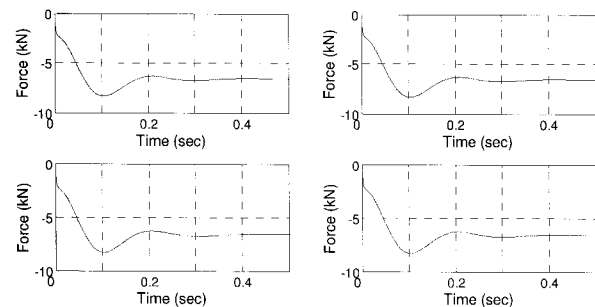


그림 18. 제동 초기 각 윤축에 작용하는 크리력.
Fig. 18. Creep forces acting on each wheelset at the beginning of braking.

기에 약간의 진동이 있긴 하지만 곧 일정한 값으로 수렴 하는 것을 볼 수 있다.

그림 19는 초기속도 100km/h에서 5.84kN·m의 제동토크를 가한

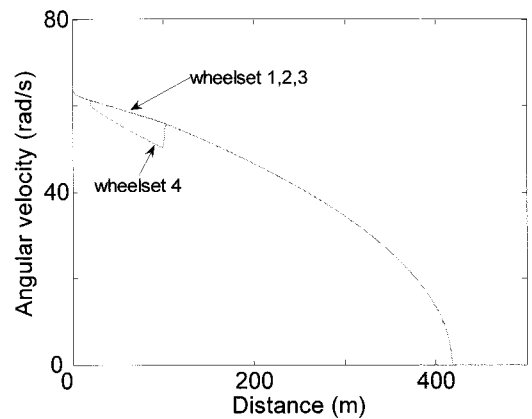


그림 19. 4번째 윤축에서 활주가 일어나고 활주방지회로 작동.
Fig. 19. Skid generation at the 4th wheelset and anti-skid logic operation.

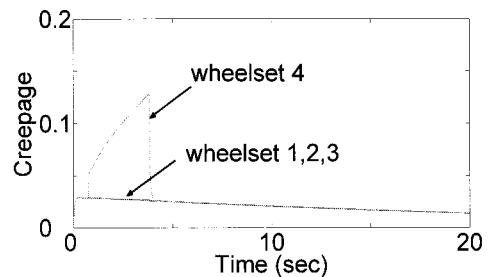


그림 20. 4번째 윤축에서 활주 발생시 종크리피지.
Fig. 20. Longitudinal creepages in case of skid at the 4th wheelset.

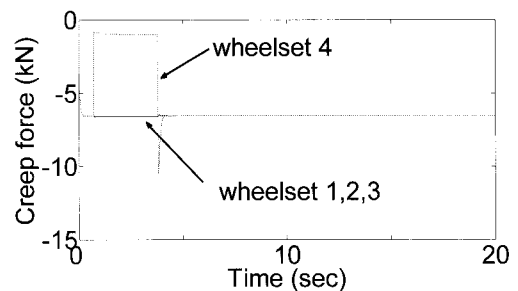


그림 21. 4번째 윤축에서 활주 발생시 종크리피지.
Fig. 21. Longitudinal creep forces in case of skid at the 4th wheelset.

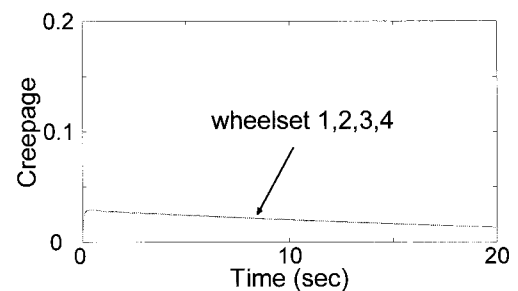


그림 22. 활주 미발생시 종크리피지.
Fig. 22. Longitudinal creepages in case of no skid.

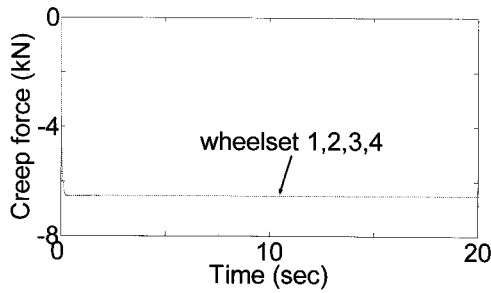


그림 23. 활주 미발생시 종크리플력.
Fig. 23. Longitudinal creepages in case of no skid.

뒤 활주가 발생하면 제동토크를 1.16kN·m로 낮추어 시뮬레이션 한 결과를 보여주고 있다. 차량의 이동거리가 20m~100m 사이 일 때 점착계수를 1/10로 낮추어 활주가 일어나도록 하였다. 이 경우에 발생하는 각 윤축의 종크리피지는 그림 20과 같고, 종크리플력은 그림 21과 같다. 참고로 활주가 일어나지 않은 경우의 종크리피지는 그림 22, 종크리플력은 그림 23과 같다.

VI. 결론

본 논문에서는 기존선로에서 고속화를 꾀하는 한국형 틸팅차량 한빛-200 (TTX)을 대상으로 레일과 바퀴 사이의 접촉 역학을 정의하고, 크리피지와 크리플력 모델을 제시하였다. 그리고 Simulink를 사용한 시뮬레이션 연구를 통하여 그 타당성을 입증하였다.

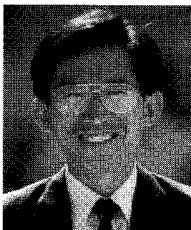
시뮬레이션 연구에서 차량 1량에 대해 해석하였으나, 일반적으로 차량이 많이 연결될수록 안정성이 커진다는 것이 알려져 있다. 크리플력 모델에서 근사화된 선형모델을 사용하더라도 활주와 같은 제동시의 거동 특성을 해석할 수 있음을 보였다.

본 논문에서 제시된 횡크리피지 및 스펜크리피지에 대한 시뮬레이션 해석은 추후 연구과제이다.

참고문헌

[1] F. W. Carter, "On the action of a locomotive dirving wheel," *Proc. Royal Society, London*, vol. A112, pp. 151-157, 1926.
[2] K. L. Johnson, *Contact Mechanics*, Cambridge University Press, 1985.

[3] S. Iwnicki (ed.), *Handbook of Railway Vehicle Dynamics*, CRC Press, 2006.
[4] J. J. Kalker, "Wheel-rail rolling contact theory," *Wear*, vol. 144, pp. 243-261, 1991.
[5] J. J. Kalker, "Survey of wheel-rail rolling contact theory," *Vehicle System Dynamics*, vol. 5, pp. 317-358, 1979.
[6] J. J. Kalker, *Three-Dimensional Elastic Bodies in Rolling Contact*, Kluwer Academic Publishers, 1990.
[7] A. H. Wickens, *Fundamentals of Rail Vehicle Dynamics*, Swets & Zeitlinger Publishers, 2003.
[8] S. Iwnicki (ed.), *The Manchester Benchmarks for Rail Vehicle Simulation*, Swets & Zeitlinger Publishers, 1999.
[9] C. F. Bonnett, *Practical Railway Engineering*, Imperial College Press, 2005.
[10] W. W. Hay, *Railroad Engineering*, John Wiley & Sons, 1982.
[11] 서사범, 철도공학, 북갤러리, 2006.
[12] 박광복 편저, 철도차량공학, 삼성종합출판, 1999.
[13] British Rail Research Dynamics Group, *Railway Vehicle Dynamics Course*, 1995.
[14] 한국철도기술연구원, 고속철도기술개발 통합 및 총괄, 고속철도기술개발사업 단계보고서, 건설교통부, 2005.
[15] 대우중공업, 철도차량 전문기술교육, Mechatropia, 1995.
[16] C.-G Kang, "Analysis of the Braking System of the Korean High-Speed Train using Real-time Simulations," *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 21, no.7, pp.1048-1057, 2007.
[17] 이남진, 강철구, "동적 모델에 의한 고속전철의 제동력 시뮬레이션," 제어 · 자동화 · 시스템공학 논문지, 제8권 제1호, pp. 46-53, 2002.
[18] 정재봉, 강철구, "한국형 고속전철의 제동 특성 해석," 제어 · 자동화 · 시스템공학 논문지, 제10권 제3호, pp. 232-238, 2004.
[19] 박준혁, 구병춘, "제동시의 철도차량을 위한 동적모델" 한국철도학회논문집, 제10권 제4호 pp. 1-7, 2007.
[20] 김정석, 김남포, "틸팅 차량용 시뮬레이터 개발을 위한 철도차량 모델링," 대한기계학회논문집 A, 제 29권, 제9호, pp. 1183-1190, 2005.
[21] 강철구, 김호연, 구병춘, "철도차량 2D 모델링 및 제동시스템 시뮬레이션," 대한기계학회 추계학술대회논문집, 2008.



강 철 구

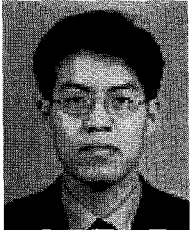
1981년 서울대학교 기계설계학과 학사.
1985년 서울대학교 기계설계학과 석사.
1989년 Univ. of California, Berkeley, Ph.D.
현재 건국대학교 기계공학부 교수. 관심분야는 운동제어, 힘제어, 힘센서, 지능로봇, 철도차량제동시스템, 메카트로

닉스 등.



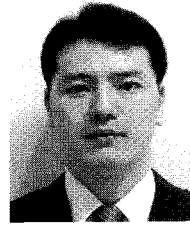
김 호 연

2005년 대전대학교 전자공학과 학사.
2008년 건국대학교 기계공학과 석사.
현재 건국대학교 기계공학과 박사과정.
관심분야는 철도차량, 메카트로닉스, 로보틱스 등.



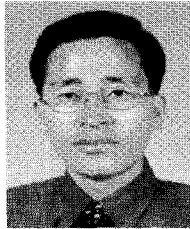
이 남 진

1996년 건국대학교 기계공학과 학사.
1999년 건국대학교 기계공학과 석사.
현재 현대로템㈜ 연구원. 관심분야는
철도차량의 제동시스템, 동역학, 자기부
상 등.



김 민 수

1997년 숭실대학교 전기공학과 석사.
2003년 숭실대학교 전기공학과 박사.
현재 한국철도기술연구원 선임연구원.
관심분야는 QFT 제어, 퍼지제어, 철도
차량 등.



구 병 춘

1989년 KAIST 기계공학과 석사. 1995년
FRANCHE-COMPTE 대학교 기계공학
과 박사. 현재 한국철도기술연구원 책
임연구원. 관심분야는 신뢰성공학, 구조
강도, 철도제동 등.