

# 복합공구대 비틀림계 진동에 대한 기어 맞물림 강성의 영향에 관한 연구

김재실<sup>#</sup>, 김수태<sup>\*</sup>, 조수용<sup>\*\*</sup>, 정훈형<sup>\*\*\*</sup>

## The Effect of Gear Contact Stiffnesses on the Vibration of Torsional Geared Systems for a Mill Turret

Chae-sil Kim<sup>#</sup>, Soo-Tae Kim<sup>\*</sup>, Soo-Yong Cho<sup>\*\*</sup>, Hoon-Hyung Jung<sup>\*\*\*</sup>

(Received 17 March 2009; received in revised form 25 May 2009; accepted 25 May 2009)

### ABSTRACT

This paper describes mathematical models of the torsional geared driving system for the indexing path and the mill driving path in a mill turret. The eigenvalue analysis for the models is conducted both with and without the gear contact stiffnesses. The natural frequency leads to the effect of gear contact stiffnesses on the vibration of torsional geared systems in a mill turret. It is necessary to analyze eigenvalues of the complex geared torsional system in order to prevent the unexpected vibrations.

**Key Words :** Mill turret(복합공구대), Contact stiffness(맞물림 강성), Indexing gear(디스크 분할 기어), Mill driving gear(공구 구동 기어)

## 1. 서 론

최근 들어 다기능 가공이 가능한 복합공구대를 장착한 NC선반의 수요가 증가하고 있다. 공작기계에서 고속화와 고능률화 가공은 시대를 초월해서 언제나 요구되어온 과제이며 현실적으로 머시닝센터를 위시한 공작기계 기술수준을 뛰어넘을 때 국제경쟁력 강화를 위해서는 기술개발에 박차를 가하지 않을 수 없는 상황이 되어가고 있다.

복합공구대와 같은 회전기계는 정상운전속도에 이르기까지 여러 개의 공진대역을 통과해야 한다. 이때 발생하는 높은 진동으로부터 기계를 보호하고 가공정밀도를 향상시키기 위해서는 필수적으로 설계단계에서 진동해석을 수행하여야 한다.

일반적으로 기어에 의해 동력이 전달되는 비틀림계의 경우 기어가 강체라고 가정하여 기어의 맞물림 강성을 고려하지 않고 해석을 하지만 기어 이의 접촉이 변하는 경우와 백래쉬에 의한 이의 분리 현상<sup>[1]</sup> 등이 심할 경우에는 기어의 맞물림 강성<sup>[2]</sup>을 무시하면 상당한 오차가 수반될 수도 있다.

따라서 본 연구에서는 복합공구대의 디스크 분할 기어 동력전달계와 공구 구동 기어 동력전달계에 대한 해석 모델을 제시하고, 이 모델들에 대하여 기어 맞물림 강성을 고려하지 않은 경우<sup>[3]</sup>와 고려한 경우

# 교신저자 : 창원대학교 기계공학과

E-mail : kimcs@changwon.ac.kr

\* 창원대학교 기계공학과

\*\* 경상대학교 기계항공공학부

\*\*\* 창원대학교 대학원 기계공학과

에 대하여 고유진동수를 계산한 후 이를 분석함으로써 기어 비틀림 진동계에서는 비틀림강성을 고려하지 않을 경우에는 도출되지 않는 고유진동수가 존재할 수도 있음을 밝힌다. 그리고 이 고유진동수로 인해 발생할 수도 있는 예기치 않은 진동을 방지하기 위하여 반드시 설계단계에서 기어 맞물림강성을 포함한 해석모형을 구성해야 한다는 것을 제안한다.

## 2. 기어 맞물림 강성 및 모델

### 2.1 기어 맞물림 강성

기어의 맞물림 강성을 계산하기 위해서는 먼저 기어가 서로 맞물린 상태에서 기어 이의 변형량을 계산하여야한다. 김정득 외는 Fig. 2의 모델에 기초하여 기어가 맞물릴 때 그 변형량을 계산하고 이를 이용하여 기어 맞물림강성을 도출하였다.<sup>[2]</sup>

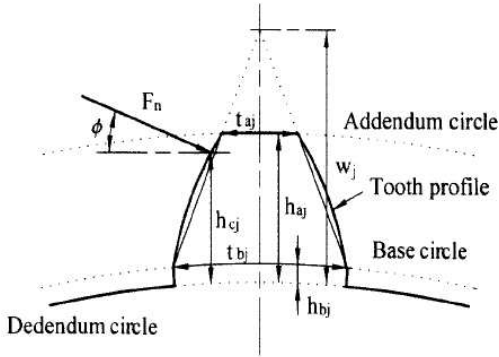


Fig. 1 Dimensions of gear tooth

기어  $j$ 의 이 맞물림 강성계수는 다음과 같이 표현된다.

$$k_j = \frac{F_n}{\delta_{total}} \quad (1)$$

$$\delta_{total} = \delta_{bn} + \delta_{bp} + \delta_s + \delta_f + \delta_h$$

여기서  $F_n$ 은 기어의 법선 접촉력이고,  $\delta_{total}$ 은 전체 변형량이며 각각의 변형량은 다음과 같다

$$\delta_{bpj} = \frac{12F_n \cos \phi^2 h_{bj} (h_{cj}^2 + h_{bj}^2/3 - h_{cj} h_{bj})}{Eft_{bj}^3} + \frac{6F_n \cos \phi^2 (w_j - h_{bj})^3}{Eft_{bj}^3} \times \left[ \frac{w_j - h_{cj}}{w_j - h_{bj}} \times \left( 4 - \frac{w_j - h_{cj}}{w_j - h_{bj}} \right) - 2 \ln \frac{w_j - h_{cj}}{w_j - h_{bj}} - 3 \right] \quad (2)$$

$$\delta_{bnj} = \frac{3F_n \cos \phi \sin \phi}{Eft_{bj}^2} \times \left[ \frac{h_{bj} (h_{bj} - 2h_{cj}) (w_j - h_{cj})}{w_j - h_{bj}} - (h_{cj} - h_{bj})^2 \right] \quad (3)$$

$$\delta_{sj} = \frac{1.2F_n \cos \phi^2}{Gft_{bj}} \times \left[ h_{bj} + (w_i - h_{bj}) \ln \frac{w_j - h_{bj}}{w_j - h_{cj}} \right] \quad (4)$$

$$\delta_{fj} = \frac{24F_n \cos \phi^2 h_{cj}^2}{\pi Eft_{bj}^2}, \quad \delta_{hj} = \frac{4F_n (1 - \nu^2)}{\pi Ef} \quad (5)$$

$\delta_{bp}$  :  $F_n \cos \phi$ 에 의해 발생하는 굽힘 변형량

$\delta_{bn}$  :  $F_n \sin \phi$ 에 의해 발생하는 굽힘 변형량

$\delta_s$  : 전단에 의한 변형량

$\delta_f$  : 기어이 기초의 휨에 의한 변형량

$\delta_h$  : 기어이 사이의 압축에 의한 Hertzian 변형량

그리고  $E$ 와  $G$ 는 각각 기어 재료의 탄성계수 및 전단계수이고,  $f$ 와  $\phi$ 는 각각 이의 폭과 압력각을 나타내며,  $w_j$ 는 Fig. 1에 나타난 것과 같이 기하학적으로 정의되는 삼각형의 높이이다.

$$w_j = \frac{h_{aj} t_{bj} - h_{bj} t_{aj}}{t_{bj} - t_{aj}} \quad (6)$$

### 2.2 기어 맞물림 모델

Fig. 2는 한 쌍의 기어가 맞물렸을 때의 모델을 나타낸다. 접촉작용선 상으로 작용하는 맞물림력 (mesh force)은 한 쌍의 기어의 상대변위에 의해 결정된다. 기어 1 및 기어 2에 대한 기어 맞물림 토크  $T_{R1}$ ,  $T_{R2}$ 는 식(7)과 같다.<sup>[2]</sup>

$$\begin{Bmatrix} T_{R1} \\ T_{R2} \end{Bmatrix} = k_c \begin{bmatrix} r_1^2 & r_1 r_2 \\ r_1 r_2 & r_2^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \quad (7)$$

여기서  $r_1$  및  $r_2$ 는 각각 기어 1, 2의 기초원 반경을 나타내고  $\theta_1, \theta_2$ 는 기어 1, 2의 비틀림 각변위를 나타낸다.

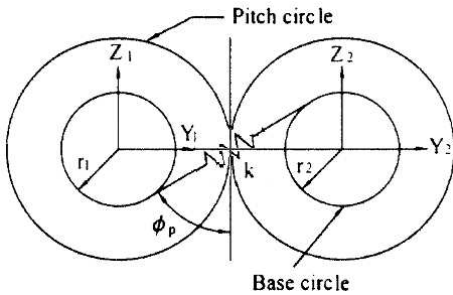


Fig. 2 Gear contact model

### 3. 복합공구대 비틀림 진동 모델링

#### 3.1 디스크 분할 기어 구동경로의 모델링

Fig. 3은 디스크 분할 모터로부터 두 쌍의 평기어 세트에 의해 토크가 전달되어 디스크를 회전시키는 디스크 분할 경로에 대한 개념도를 나타내고 있다.

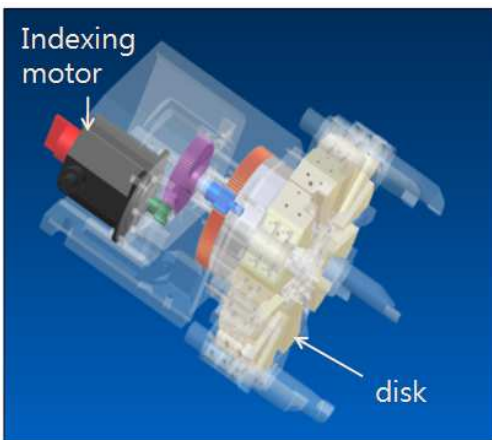


Fig. 3 Indexing path of mill turret

#### 3.1.1 기어 맞물림 강성을 고려하지 않은 경우

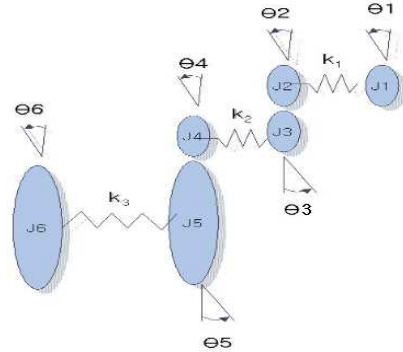


Fig. 4 Model of indexing path without gear contact stiffnesses

Fig. 4는 Fig. 3에 제시된 복합공구대의 디스크 분할 기어 구동 경로의 기어의 접촉강성을 고려하지 않은 상태에 대한 수학적 모델로써 이 때 (가) 기어를 하나의 디스크로 가정, 각 변위를 부과 하고, (나) 기어와 기어는 강체 결합으로 되어 있고 백래쉬의 영향은 없다고 가정하며, (다) 집중질량법을 적용, 기어와 기어 사이의 축은 비틀림 스프링으로, 축 질량 및 관성모멘트는 양쪽 기어에 집중된다고 가정한다.

위의 가정을 바탕으로 각 디스크의 질량관성모멘트( $J_i$ )와 각 축의 비틀림강성( $K_i$ ) 값은 각각 식(8)과 식(9)에 의해 계산된다.

$$J_i = \frac{\rho h \pi (D_0^4 - D_i^4)}{32} \quad (8)$$

$$K_i = \frac{\pi d^4 G}{32l} \quad (9)$$

여기서  $\rho, h, D_0$  및  $D_i$ 는 각각 디스크의 밀도, 두께, 외경 및 내경을 나타내고,  $d, l, G$ 는 각각 축의 지름, 길이 및 전단계수를 나타낸다.

Table 1은 각 디스크의 형상정보와 이 값을 식(8)에 대입하여 구한 질량관성 모멘트를 나타내고, Table 2는 디스크 1과 2 사이의 축1, 디스크 3과 4 사이의 축2 및 디스크 5와 6 사이의 축3에 대한 지름 및 길이와 식(9)에 대입하여 구한 비틀림강성을 나타낸다.

**Table 1 Mass moment of inertia for indexing path**

Disk No.	$h(m)$	$Do(m)$	$Di(m)$	$J$ ( $\times 10^{-3}kg \cdot m^2$ )
1	0.017	0.027	0.01	0.00684032
2	0.025	0.035	0.01	0.02875616
3	0.025	0.140	0.115	4.03689425
4	0.0265	0.045	0.032	0.06241081
5	0.0265	0.228	0.180	33.79323924
6	0.0265	0.406	0.205	1372.25988504

**Table 2 Twisting stiffnesses for indexing path**

Axis No.	$d(m)$	$l(m)$	$K$ ( $\times 10^6 N \cdot m/rad$ )
1	0.019	0.015	0.06889183
2	0.036	0.014	0.95131987
3	0.1095	0.2	5.69995046

복합공구대의 디스크 분할 기어 구동 경로의 비틀림 진동 모델은 식 (10)의 라그랑지 방정식을 적용하여 구할 수 있다.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = 0 \quad (10)$$

디스크 분할 기어 구동 경로의 전체 운동에너지 T와 위치에너지 V는 각각 식 (11) 및 (12)와 같이 구한다.

$$T = \frac{1}{2}(J_1\dot{\theta}_1^2 + J_2\dot{\theta}_2^2 + J_3\dot{\theta}_3^2 + J_4\dot{\theta}_4^2 + J_5\dot{\theta}_5^2 + J_6\dot{\theta}_6^2) \quad (11)$$

$$V = \frac{1}{2}(K_1(\theta_2 - \theta_1)^2 + K_2(\theta_4 - \theta_3)^2 + K_3(\theta_6 - \theta_5)^2) \quad (12)$$

그리고 기어간의 접촉강성을 고려하지 않을 경우 기어의 잇수에 의한 기구학적 조건은 식 (13) 및 (14)와 같다.

$$\theta_2 = n_1\theta_3 = \frac{N_3}{N_2}\theta_3 \quad (13)$$

$$\theta_4 = n_2\theta_5 = \frac{N_5}{N_4}\theta_5 \quad (14)$$

여기서  $N_i$ 는  $i$ 번째 기어의 잇수이고  $n_1$ 는 기어2와 기어 3의 잇수비를 나타내며,  $n_2$ 는 기어4와 기어5의

잇수비를 나타낸 것이다.

식(11)~(14)를 식 (10)에 대입하면 식 (15)과 같은 복합공구대 디스크 분할 기어 구동 경로의 진동 모델식을 구할 수 있다.

$$[J]\{\ddot{q}\} + [K]\{q\} = 0 \quad (15)$$

여기서

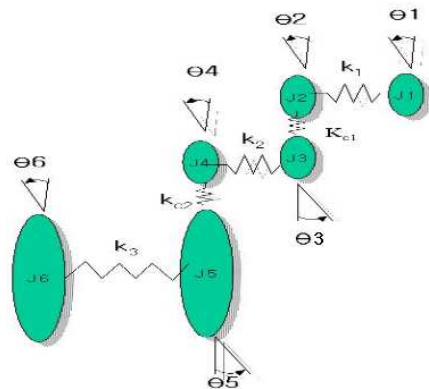
$$I = \begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n_1^2 J_2 + J_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & n_2^2 J_4 + J_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_6 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & -n_1 K_1 & 0 & 0 \\ -n_1 K_1 & n_1^2 K_1 + K_2 & -n_2 K_2 & 0 \\ 0 & -n_2 K_2 & n_2^2 K_2 + K_3 - K_3 & \\ 0 & 0 & -K_3 & K_3 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$q = [\theta_1 \theta_3 \theta_5 \theta_6]^T \quad (18)$$

$n_1$  및  $n_2$ 는 각각 4와 6이다

### 3.1.2 기어 맞물림 강성을 고려한 경우



**Fig. 5 Indexing gear model with gear contact stiffnesses**

Fig. 5는 디스크 분할 기어계의 접촉되는 2개의 기어쌍에 대한 기어 맞물림 강성을 각각  $K_{c1}$ ,  $K_{c2}$ 라

한 후 이들이 포함되도록 재구성한 수학적 모델을 나타내고 있다. 식 (7)의 기어 맞물림 모델식과 식 (10)의 라그랑지 방정식을 적용하여 구한 기어 맞물림강성이 고려된 진동방정식은 식(19)와 같다.

$$[J] \{\ddot{q}\} + [K] \{q\} = 0 \quad (19)$$

여기서

$$I = \begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_6 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & -K_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K_1 & K_1 + r_2^2 K_{c1} & r_2 r_3 K_{c1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 r_3 K_{c1} & K_2 + r_3^2 K_{c2} & -K_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -K_2 & K_2 + r_4^2 K_{c2} & r_4 r_5 K_{c2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_4 r_5 K_{c2} & r_5^2 K_{c2} + K_3 - K_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -K_3 & K_3 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$q = [\theta_1 \theta_2 \theta_3 \theta_4 \theta_5 \theta_6]^T \quad (22)$$

여기서  $J_i$  및  $K_j$  값은 Table 1과 2의 값이 적용되며, 기어 맞물림 강성  $K_{c1}$ ,  $K_{c2}$ 의 값은 Table 3의 기어쌍에 대한 치수로 식 (1) ~ (6)을 이용하여 구한 값이 적용된다. 그리고 식 (21)에 적용되는 기어의 기초원 반경은 기어쌍 1의  $r_2$ ,  $r_3$  는 각각 0.0315(m) 및 0.136(m)이고 기어쌍 2의  $r_4$ ,  $r_6$  은 각각 0.034(m) 및 0.224(m)이다.

Table 3 Gear contact stiffnesses for indexing path

	Gear Pair 1	Gear Pair 2
$h_a$ (m)	0.004025	0.0046
$h_b$ (m)	0.000525	0.0006
$h_c$ (m)	0.002275	0.0026
$t_a$ (m)	0.002749	0.003146
$t_b$ (m)	0.003073	0.006144
$K_c$ (N • m/rad)	$2.7082 \times 10^9$	$3.8805 \times 10^9$

### 3.2 공구 구동 경로의 비틀림 진동 모델링

Fig. 6은 드라이빙 모터로부터 펑기어에 의해 토크가 전달되어 공구를 회전시키기 위한 공구 구동 경로의 개념도를 나타내고 있다.

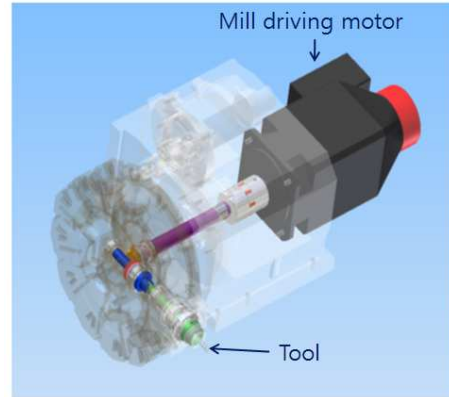


Fig. 6 Mill driving path of mill turret

#### 3.2.1 기어 맞물림 강성을 고려하지 않은 경우

Fig. 7은 Fig. 6에 제시된 복합공구대의 공구 구동 경로에 대해 기어 접촉강성을 고려하지 않은 경우 디스크 분할 기어계와 같은 가정을 적용하여 만들어진 모델을 나타낸다.

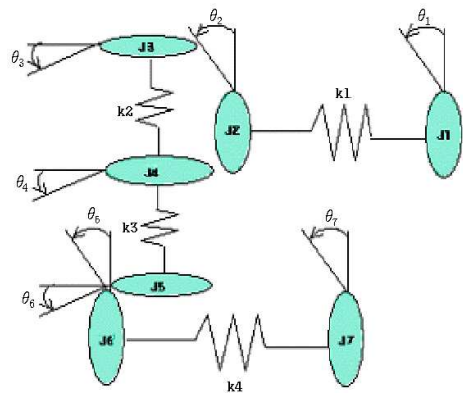


Fig. 7 Model of mill driving gear system without gear contact stiffnesses

Table 5는 각 디스크의 형상정보와 이 값을 식(8)에 대입하여 구한 질량관성 모멘트를 나타내고, Table 6은 디스크 1과 2 사이의 축1, 디스크 3과 4 사이의 축2, 디스크 4과 5 사이의 축3 및 디스크 6와 7 사이의 축4에 대한 지름 및 길이와 식(9)에 대입하여 구한 비틀림강성을 나타낸다.

**Table 5 Mass moment of inertia for mill driving path**

Disk No.	$h(m)$	$Do(m)$	$Di(m)$	$J$ ( $\times 10^{-3}kg \cdot m^2$ )
1	0.05	0.065	0.02	0.68255181
2	0.0143	0.0445	0.006	0.04325686
3	0.025	0.035	0.022	0.02442996
4	0.0175	0.0445	0.006	0.05293671
5	0.0143	0.0445	0.006	0.04325686
6	0.0163	0.0445	0.006	0.04930677
7	0.03	0.031	0.014	0.02048984

**Table 6 Twisting stiffnesses for indexing path**

Axis No.	$d(m)$	$l(m)$	$K$ ( $\times 10^6 N \cdot m/rad$ )
1	0.03	0.24	0.02676199
2	0.028	0.185	0.02634541
3	0.01	0.014	0.00566391
4	0.025	0.03	0.10324841

공구 구동 기어계의 기어쌍들은 잇수가 모두 19T이고 동일한 크기이므로 기구학적 고려사항은 없다. 디스크 분할 기어계와 마찬가지로 라그랑지 방정식인 식 (10)에 대입하여 구해진 진동방정식은 다음과 같다.

$$[J]\{\ddot{q}\} + [K]\{q\} = 0 \quad (23)$$

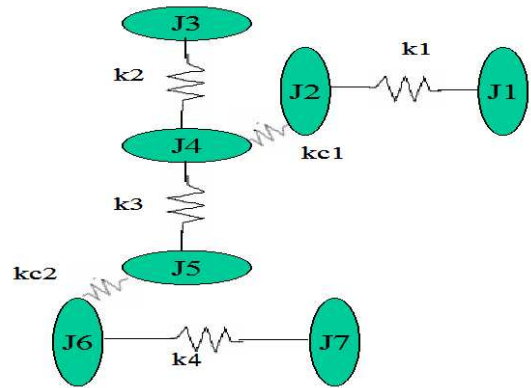
여기서 질량관성행렬  $I$ , 강성행렬  $K$  및 자유도  $q$ 는 다음과 같다.

$$I = \begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 + J_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_5 + J_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_7 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & -K_1 & 0 & 0 & 0 \\ -K_1 & K_1 + K_2 + K_3 - K_2 & -K_3 & 0 & 0 \\ 0 & -K_2 & K_2 & 0 & 0 \\ 0 & -K_3 & 0 & K_3 + K_4 - K_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_4 & K_4 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$q = [\theta_1 \theta_3 \theta_4 \theta_6 \theta_7]^T \quad (26)$$

### 3.2.2 기어 맞물림 강성을 고려한 경우



**Fig. 8 Mill driving model with gear contact stiffnesses**

Fig. 8은 복합공구대의 공구 구동 경로에 대해 기어 맞물림 강성  $K_{c1}$  및  $K_{c2}$ 가 고려된 경우의 수학적 모델을 보여 주고 있으며, 식 (7)의 기어 맞물림 모델식과 식(10)의 라그랑지 방정식을 적용하여 구한 기어 맞물림강성이 고려된 진동방정식은 식(27)과 같다.

$$[J]\{\ddot{q}\} + [K]\{q\} = 0 \quad (27)$$

여기서 질량관성행렬  $I$ , 강성행렬  $K$  및 자유도  $q$ 는 다음과 같다.

$$I = \begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_7 \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & -K_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K_1 & K_1 + r_2^2 K_{c1} & 0 & r_2 r_4 K_{c1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_2 & -K_2 & -K_3 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 r_4 K_{c1} & -K_2 & r_4^2 K_{c1} + K_2 + K_3 & K_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_3 & K_3 + r_5^2 K_{c2} & r_5 r_6 K_{c2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_5 r_6 K_{c2} & r_6^2 K_{c2} + K_4 - K_1 & -K_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_4 & K_4 \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$q = [\theta_1 \theta_2 \theta_3 \theta_4 \theta_5 \theta_6 \theta_7]^T \quad (30)$$

여기서  $J_i$  및  $K_j$  값은 Table 5와 6의 값이 적용된다. 기어 맞물림 강성  $K_{c1}$ ,  $K_{c2}$ 의 값은 Table 7의 기어쌍에 대한 치수로 식 (1) ~ (6)을 이용하여 구할 수 있는 데 공구구동경로에 사용된 두 기어쌍의 재원이 동일하므로 같은 강성값을 나타내며 식 (29)에 적용되는 기어의 기초원 반경  $r_2, r_4, r_5, r_6$ 은 모두 0.0385 (m)이다.

**Table 7 Gear contact stiffnesses for mill driving path**

Gear Pair 1 & 2	
$h_a$ (m)	0.004025
$h_b$ (m)	0.000525
$h_c$ (m)	0.002275
$t_a$ (m)	0.002749
$t_b$ (m)	0.003073
$K_c$ ( $N \cdot m/rad$ )	$1.1839 \times 10^9$

#### 4. 결과 및 고찰

상용 프로그램 MATLAB을 이용하여 각 기어 비틀림계의 질량관성행렬과 강성행렬에 대하여 고유진동수를 계산하였다. Table 8은 기어 맞물림 강성이 고려하지 않은 경우와 고려한 경우의 디스크 분할 경로의 고유진동수이고, Table 9는 공구 구동 기어 계에 대하여 기어 맞물림 강성이 고려하지 않은 경우와 고려한 경우의 고유진동수를 나타낸다.

맞물림 강성을 고려하지 않은 경우와 고려한 경우를 비교했을 때 디스크 분할 경로의 경우에는 2차 및 4차 고유진동수는 대부분 적은 오차로 나타나지

만, 많은 오차가 발생하는 저주파영역인 1차 모드와 기어맞물림강성을 고려하지 않은 경우에는 도출되지 않는 3차 모드에는 기어 맞물림강성의 영향이 현저하게 발생하고 있다. 그리고 공구 구동 경로의 고유진동수는 2차 이상의 고차모드에서는 대부분 1% 이하의 오차를 나타내었으므로 맞물림강성의 영향이 작지만 저주파영역인 1차 모드에서는 기어 맞물림강성의 영향이 많이 나타난다. 이와 같이 기어 비틀림 진동계에서는 비틀림강성을 고려하지 않을 경우에는 계산되지 않는 고유진동수가 도출될 수도 있다

기어맞물림강성의 영향이 현저하게 발생하는 이유는 식(7)에서 나타나는 것과 같이 비록 기어맞물림강성 값은 매우 크지만 비틀림 식으로 적용 될 때는 강성값에 사용된 작은 기어의 기초원의 반경의 제곱을 곱하기 때문에 비틀림강성 값은 현저하게 작아짐으로써 저주파영역의 고유진동수에 많은 영향을 미치는 것으로 판단되며, 또. 기어맞물림강성을 고려할 경우에는 자유도의 축소가 생기지 않기 때문에 고려하지 않을 경우에는 계산되지 않은 고유진동수도 발생된다고 판단된다.

**Table 8 Natural frequency of indexing path**

Order	Natural frequency(Hz)		
	with contact	without contact	Error (%)
	stiffness	stiffness	
1st	299	858	-
2nd	5210	5715	8.8
3rd	10864	-	-
4th	16252	16170	0.5

**Table 9 Natural frequency of mill driving path**

Order	Natural frequency(Hz)		
	with contact	without contact	Error (%)
	stiffness	stiffness	
1st	391	0	-
2nd	1123	1103	1.8
3rd	2688	2716	1
4th	6027	6038	1
5th	12413	12497	1

## 5. 결 론

본 연구에서는 복합공구대 비틀림계의 기어 맞물림 강성을 고려한 경우와 그렇지 않은 경우를 비교하여 기어 맞물림 강성이 비틀림계 진동 발생에 미치는 영향을 알아보기 위하여 먼저 기어 강성 계산 이론 및 기어 맞물림 모델을 정리하였고, 이를 토대로 기어간 강성이 적용된 디스크 분할 및 공구 구동 기어 모델을 구축하여 고유진동수를 계산하였다. 그 결과 일반적인 경우에는 고유진동수에 비틀림 강성의 영향이 작지만, 반경이 작은 기어들이 사용되는 기어시스템은 저주파 영역에서 비틀림 강성의 영향이 현저하게 나타나고 또 자유도의 축소가 생기지 않기 때문에 비틀림강성을 고려하지 않을 경우에는 계산되지 않는 고유진동수가 도출될 수도 있다는 것이 확인되었다. 그리고 이를 간과할 시 만약에 대부분의 기어계의 복잡한 가진원 중 하나라도 이 고유진동수 영역과 관련된다면 예기치 못한 진동이 발생할 수도 있으므로 설계단계에서 반드시 기어 맞물림 강성을 고려한 진동 해석이 수반되어야 한다.

## 후기

이 논문은 지식경제부에서 지원하는 지방기술혁신 사업[RT1104-0103] 및 2007년도 창원대학교 연구비에 의하여 연구되었음.

## 참고문헌

1. Shing, T. K., Tsai, L. W. and Krishnaprasad, P. S., "An Improved Model for the Dynamics of Spur Gear Systems with Backlash Consideration," ASME Advances in Design Automation, DE-Vol. 65-1, 1993.
2. 김경득, 김용한, 양보석, 이수중, "기어전동 회전축계의 진동해석," 한국동력기계공학회지, 제 4권 제1호, pp.60~67. 2000/2.
3. 김재실, 최현오, "자동선반 기어박스의 진동방지," 한국공작기계학회지, 제 8권 제6호, pp.119~124. 1999/12.

4. Andrew Dimarogonas, "Vibration for Engineers," 2nd Edition, pp. 314~361, Prentice Hall, 1996.
5. Rao, S. S., "Mechanical Vibrations," 2nd Edition, pp. 290~311, Prentice Hall, 1991.
6. William T. Thomson, "Theory of Vibration with Applications," Prentice Hall, 1998.