

<학술논문>

DOI:10.3795/KSME-A.2009.33.2.127

CAD/CAE 통합 접근을 위한 T-스플라인 유한요소법

엄태경[†] · 김기승^{*} · 서유덕^{**} · 윤성기^{**}

(2008년 8월 4일 접수, 2009년 1월 5일 수정, 2009년 1월 9일 심사완료)

T-spline Finite Element Method for CAD/CAE Integrated Approach

Tae-Kyoung Uhm, Ki-Seung Kim, Yu-Deok Seo and Sung-Kie Youn

Key Words : T-Spline(T-스플라인), Isogeometric Analysis(등기하 해석), Finite Element Method(유한요소법), CAD(컴퓨터 이용 설계), CAE(컴퓨터 이용 공학)

Abstract

T-splines are recently proposed geometric modeling tools. A T-spline surface is a NURBS surface with T-junctions and is defined by a control grid called T-mesh. Local refinement can be performed very easily for T-splines while it is limited for B-splines or NURBS. Using T-splines, patches with unmatched boundaries can be combined easily without special technique. In this study, the analysis methodology using T-splines is proposed. In this methodology, T-splines are used both for description of geometries and for approximation of solution spaces. Two-dimensional linear elastic and dynamic problems will be solved by employing the proposed T-spline finite element method, and the effectiveness of the current analysis methodology will be verified.

1. 서론

유한요소법은 1950 년대에 도래하여 CAE 분야의 보편적인 도구로서 자리매김하여 왔으며, 현재까지도 많은 연구 및 산업현장에서 광범위하게 사용되고 있다. 이에 반하여 CAD 는 효율적인 기하학적 모델링을 목표로 하여 1970 년대에 도래하였다. 기하학적 모델링이 유한요소법의 기본적 토대가 됨에도 불구하고 유한요소법에 비해 그 역사적 출현이 늦음으로 인한 아이러니는 현재까지도 기하학적 모델링과 이를 이용한 유한요소해석 및 최적화 과정에 지대한 영향을 끼치고 있다. 대부분의 유한요소 모델링에서 형상을 표현하기 위해 다항

식이 사용되는 데에 반해 CAD 모델에서는 B-스플라인 또는 NURBS(non-uniform rational B-spline) 등이 사용됨으로 인해 CAD 와 CAE 에서의 형상 표현이 서로 다른 수학적 표현식을 사용하게 되었다. 이러한 형상표현의 차이는 제품설계 과정을 훨씬 복잡하게 만드는 요인이다. 보편적 제품설계 과정을 살펴보면 미적인 관점과 기능, 생산성 등을 고려하여 먼저 CAD 모델이 구성된 후 해석 및 최적설계를 통한 CAE 과정이 이루어지게 된다. 이 과정에서 구성된 CAD 모델은 CAE 과정에서 바로 이용될 수 없다. 그 이유는 앞서 언급한 바와 같이 CAD 와 CAE 에서의 형상표현을 위한 수학적 도구가 서로 상이하기 때문이다. 따라서, 이 과정에서 CAE 를 위한 해석모델의 추가적 구성이 필요하게 된다. 이러한 해석모델의 구성은 형상의 분할을 통한 격자구성을 필수적으로 수반하며, 이 과정은 잘 알려져 있는 바와 같이 CAE 과정에서 가장 많은 시간을 요하는 지루한 작업이다. 일례로, 자동차, 선박, 비행기 등의 설계에 있어 해석

[†] 책임저자, 회원, KAIST 기계공학과
E-mail : espoir@kaist.ac.kr
TEL : (042)350-5034 FAX : (042)350-3210

^{*} LIG Nex1, 기계공학 R&D 센터

^{**} KAIST 기계공학과

모델의 구성에만 수개월의 시간이 걸리기도 하는 것으로 알려져 있다. 또한, 제품설계 과정에서 CAD 모델의 수정이 빈번하게 일어나며, 이 경우 그때마다 유한요소모델 또한 그에 맞게 재구성되어야 한다. 유한요소모델의 수정 또한 상당히 어려운 작업으로 알려져 있다.

제품설계 과정에서 눈여겨 보아야 할 또 하나의 관점은 CAD 모델의 기하학적 엄밀함이 해석과정에서 유지되지 않는다는 점이다. CAD 모델에서 스플라인 등에 의해 정의된 곡선이나 곡면들은 유한요소모델에서 다항식에 의해 근사적으로 표현된다. 대부분의 유한요소모델에서 격자 세분화를 수행할수록 기하학적 근사오차로 인해 해석오차가 0으로 수렴하지만 형상에 대한 민감도가 큰 일부 문제들의 경우 형상 정확도가 해의 정확도에 상당한 영향을 미치는 것으로 알려져 있다.

CAD와 CAE에서의 형상표현 방법에서의 상이함에서 유래하는 제품설계 과정에서의 이러한 비효율성은 그 상이함을 제거함으로써 극복되어질 수 있다. 즉, CAD와 CAE에서의 형상표현 방법을 통일함으로써 앞서 언급된 모든 비효율성을 무효화할 수 있다. 최근 Hughes 등⁽¹⁾에 의해 잘 알려진 등기하 해석(isogeometric analysis)은 형상표현 방법의 통일을 기반으로 한 해석방법으로서 형상을 표현하기 위한 함수와 동일한 함수를 해의 근사화에 이용하는 것을 의미한다. Bazilevs 등⁽²⁾과 Cottrell 등⁽³⁻⁴⁾, 그리고 Zhang 등⁽⁵⁾은 구조 및 진동, 유체 등의 다양한 분야에 등기하 해석을 적용하였다. 이와는 별도로 Roh와 Cho^(6,7)는 NURBS를 이용한 곡면 표현과 셸 해석에 사용되는 일반 곡선 좌표계를 사용한 셸(shell) 유한요소를 개발함으로써 CAD 시스템과 셸의 유한요소해석을 연동하는 연구를 수행하였고, 얇은 셸에서 일반적으로 발생하는 전단 변형 형상과 멤브레인 형상의 잠김을 방지하는 셸 유한요소를 개발하였다. 한편, B-스플라인이나 NURBS가 CAD/CAE 통합 접근의 유일한 도구는 아니다. Cirak 등⁽⁸⁻¹⁰⁾은 서브디비전(subdivision) 방법을 이용하여 모델링, 해석, 설계 과정의 통합을 제안하였고, 이를 셸 해석에 적용하였다. 이와 같은 CAD/CAE 통합 접근의 경우, CAE를 위한 해석모델의 추가적 구성이 필요치 않게 되고, CAD모델이 해석 및 최적설계 과정에 바로 이용될 수 있다. 또한, CAD와 CAE에서 동일한 수학적 표현식을 사용함으로써 인체 서로간의 소통이 매우 쉬어지게 된다. 따라서, CAD모델의 수정이 바로 유한요소모델에 반영되며, 해석 및 최적

설계 과정을 통한 결과를 CAD모델에 반영하는 것도 매우 쉽게 이루어질 수 있다. 이와 더불어 해석과정에서 모델의 기하학적 엄밀성이 유지되므로 형상에 대한 민감도가 큰 문제의 경우 더 정확한 해석결과를 보장할 수 있다.

2. NURBS 와 T-스플라인

2.1 B-스플라인과 NURBS

B-스플라인과 NURBS 는 컴퓨터 그래픽스 분야에서 곡선 및 곡면 등을 생성하고 표현하기 위해 가장 널리 사용하는 수학적 모델이다. 각 함수의 정의 및 특성은 다음과 같다.

2.1.1 B-스플라인(B-spline)

B-스플라인 함수는 매개변수에 의해 나타내어지는데 이때, 매개변수 영역에서의 좌표집합을 매듭 벡터(knot vector)라 하며 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{S} = [s_0, \dots, s_m], \quad s_i \leq s_{i+1}, \quad i = 0, \dots, m-1 \quad (1)$$

여기서, s_i 가 매듭점(knot)을 나타낸다. 주어진 매듭 벡터(knot vector)에 대하여 p 차의 i 번째 B-스플라인 기저함수는 다음 식에 의해 나타내어진다.

$$N_{i,0}(s) = \begin{cases} 1 & \text{if } s_i \leq s < s_{i+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

$$N_{i,p} = \frac{s - s_i}{s_{i+p} - s_i} N_{i,p-1}(s) + \frac{s_{i+p+1} - s}{s_{i+p+1} - s_{i+1}} N_{i+1,p-1}(s)$$

B-스플라인 기저함수는 단위분할(partition of unity)을 만족하고, 국소영역, 즉, $[s_i, s_{i+p+1}]$ 에서만 그 값을 가지며, 항상 음이 아닌 값을 갖는다. 이때, 조정점(control point)의 좌표 \mathbf{P}_i 가 주어지면 B-스플라인 곡선은 다음 식으로 나타내어진다.

$$C(s) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(s) \mathbf{P}_i \quad (3)$$

2 차원 곡면 및 3 차원 입체로의 확장은 매개변수의 확장을 통해 쉽게 이루어질 수 있다. 2 차원 곡면은 다음 식으로 나타내어진다.

$$S(s, t) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(s) M_{j,q}(t) \mathbf{P}_{i,j} \quad (4)$$

2.1.2 NURBS(non-uniform rational B-spline)

일반적인 B-스플라인에서는 조정점의 좌표를 직교좌표계를 통해 $\mathbf{P}_i = (x_i, y_i, z_i)$ 로 나타내지만 NURBS 에서는 이를 동차 좌표계 (homogeneous coordinate)를 사용하여 다음과 같이 나타낸다.

$$\mathbf{P}_i^w = (x_i w_i, y_i w_i, z_i w_i, w_i) \quad (5)$$

이와 같이 가중치 w_i 를 도입하고 유리함수 형태로 나타냄으로써 원, 타원, 포물선, 쌍곡선 등 일반 다항식으로 정확하게 표현할 수 없는 원추곡선 등을 정확하게 표현할 수 있다. p 차의 NURBS 곡선은 다음 식으로 표현된다.

$$C(s) = \frac{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(s) w_i \mathbf{P}_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(s) w_i} \quad (6)$$

여기서 \mathbf{P}_i 는 조정점을, w_i 는 조정점의 가중치를, $N_{i,p}(u)$ 는 p 차의 B-스플라인 기저함수를 나타낸다. 이때, 모든 w_i 의 값이 1 이면 NURBS 곡선은 B-스플라인 곡선과 일치하게 된다. 즉, NURBS 의 특정한 형태가 B-스플라인인 것을 알 수 있다. NURBS 곡면은 B-스플라인에서와 마찬가지로 매개변수의 확장을 통해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$S(s, t) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(s) N_{j,q}(t) w_{i,j} \mathbf{P}_{i,j}}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(s) N_{j,q}(t) w_{i,j}} \quad (7)$$

현재 NURBS 가 CAD 분야에서 가장 널리 이용되고 있고, 이를 유한요소해석과 연계하여 사용하려는 많은 시도가 있어 왔다. 그러나 NURBS 를 이용하는 경우 국부세분화가 제한적이고, 비효율적이므로 이를 산업현장의 실제 제품설계에 이용하는 데에는 한계가 있다. 본 연구에서는 자유롭고 효율적인 국부세분화가 가능한 T-스플라인을 도입하여 이를 해석에 이용하고자 한다.

2.2 T-스플라인(T-spline)

T-스플라인은 Sederberg(8-9) 등에 의해 제안된 점기반 스플라인(PB-splines)의 일종이다. T-스플라인 곡면은 T-접합점(T-junction)을 갖는 NURBS 곡면이고, T-격자(T-mesh)에 의해 정의된다. T-격자는 조정점들의 행 또는 열이 격자 내부에서 단절될

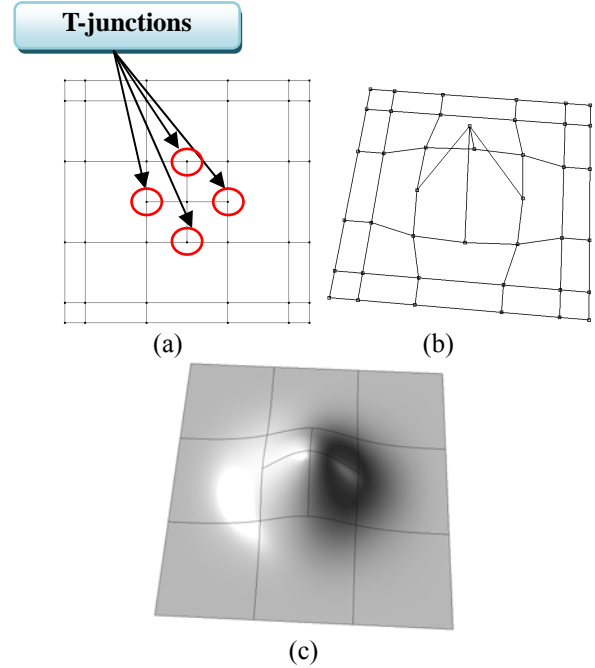


Fig. 1 A T-spline surface example; (a) The T-mesh with four T-junctions, (b) Control net, (c) The T-spline surface

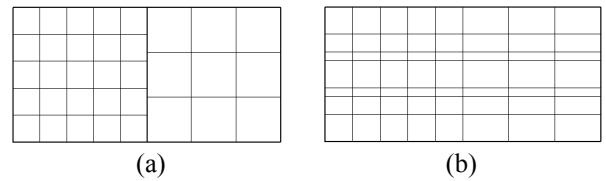


Fig. 2 An example of patch merging; (a) using T-splines and (b) NURBS

수 있다는 점을 제외하고는 NURBS 의 조정 격자 (control mesh)와 유사하다. 이러한 단절된 행 또는 열의 최종 조정점이 바로 T-접합점이다. T-접합점이 바로 T-스플라인 곡면이 국부적으로 세분화될 수 있도록 해주는 역할을 한다. 즉, T-스플라인을 이용하면 조정점의 행 또는 열들을 전 영역에 걸쳐 통과시키지 않으면서 T-스플라인 조정 격자에 국부적으로 조정점을 추가하는 것이 가능하다. 이때, 곡면의 형상은 그대로 유지된다. 또한, T-격자는 T-스플라인의 매듭값과 관련이 있는데 T-격자의 각 모서리에는 매듭간격이 주어져 이로부터 각 조정점에 해당하는 매듭벡터를 구할 수 있다. T-스플라인 곡면 방정식은 다음과 같다.

$$P(s, t) = \frac{\sum_{i=1}^k \mathbf{P}_i w_i B_i(s, t)}{\sum_{i=1}^n w_i B_i(s, t)} \quad (8)$$

여기서, \mathbf{P}_i 는 조정점을, w_i 는 조정점의 가중치를 나타낸다. 조정점 \mathbf{P}_i 에 해당하는 T-스플라인 기저

함수는 $B_i(s, t) = N_{i0}^3(s)N_{i0}^3(t)$ 이다. 여기서 $N_{i0}^3(s)$ 는 매듭 벡터 $\mathbf{s}_i = [s_{i0}, s_{i1}, s_{i2}, s_{i3}, s_{i4}]$ 와 관련된 3 차의 B-스플라인 기저함수이고, $N_{i0}^3(t)$ 는 $\mathbf{t}_i = [t_{i0}, t_{i1}, t_{i2}, t_{i3}, t_{i4}]$ 와 관련된 3 차 B-스플라인 기저함수이다. \mathbf{P}_i 와 관련된 매듭 벡터 \mathbf{s}_i 와 \mathbf{t}_i 는 \mathbf{P}_i 주위의 T-격자로부터 구해진다. Fig. 1 에 T-스플라인 곡면의 한 예를 나타내었다.

Fig. 1(a)는 매개변수 영역에서의 T-격자를 나타낸다. 여기서 4 개의 T-접합점을 볼 수 있다. Fig. 1(b)가 조정점망을 나타내고, Fig. 1(c)가 T-스플라인 곡면을 나타낸다.

T-스플라인의 국부 세분화와 관련한 특성은 패치간의 결합에도 큰 효율성을 부여한다. Fig. 2 에 두 패치 결합 시의 T-스플라인과 NURBS 의 차이점에 대해 나타내었다. 서로 다른 매듭간격을 갖는 두 패치의 결합 시 T-스플라인을 이용하면 조정점의 추가 없이 효율적인 결합이 가능한 반면 NURBS 를 이용하는 경우 인터페이스에서 양 방향으로 매듭이 전파되어 결과적으로 불필요한 조정점들이 생성된다. 형상 모델링의 관점에서 여러 개의 패치가 사용되는 경우 최종모델을 만들기 위해서는 각 패치의 세분화 후 패치결합을 하거나, 또는 먼저 패치결합을 수행하고, 이후 결합된 패치에 대한 국부세분화를 수행할 수 있다. 이러한 과정은 형상이 변하지 않는 조건 하에 수행된다. 본 연구에서는 T-스플라인의 이러한 특성을 유한요소해석에 이용하여 CAD 와의 연동을 통한 효율적인 수치해석 수단을 제안하고자 한다.

3. 스플라인 기반 유한요소해석

3.1 해석 절차

스플라인 기반 유한요소법에서는 형상을 표현하는 식이 해의 근사에도 동일하게 이용된다. 따라서, NURBS 또는 T-스플라인의 기저함수가 해의 근사를 위한 형상함수로도 사용된다. 이때, 스플라인의 조정점이 기존 유한요소법에서의 절점에 해당하며 주어진 매듭 간격에 의해 요소가 결정된다. Table 1 에 기존 유한요소방법과 스플라인 기반 유한요소방법을 비교하였다. 스플라인 기반 유한요소법은 많은 점에서 기존 유한요소방법과 비슷하지만 일반적으로 Kronecker delta 성질을 만족하지

Table 1 Comparison of conventional and T-spline FEM

Conventional FEM	T-spline FEM
Nodal points	Control points
Elements	Knot spans
Polynomials	T-splines
Approximate geometry	Exact geometry
Partition of unity (O)	Partition of unity (O)
Compact support (O)	Compact support (O)
Kronecker delta prop. (O)	Kronecker delta prop. (X)
C^0 continuity at the element interfaces	C^{p-k} continuity at the element interfaces (p : the order of basis fn. k : the knot multiplicity)

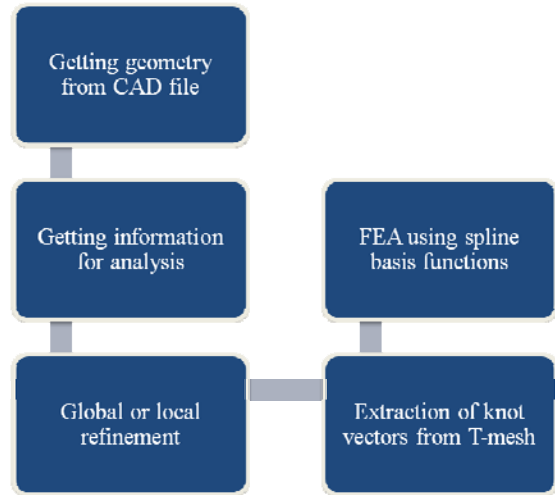


Fig. 3 General procedure of T-spline finite element method

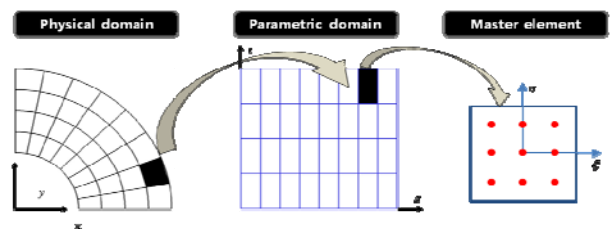


Fig. 4 Mapping relation between domains

않는다. 그러나 대부분의 경우에 있어 필수경계조건이 부여되는 경계 영역에서는 이 성질을 만족하고, 또한 내부 영역에서도 패치분할 또는 매듭 삽입을 통해 이 성질을 만족시키도록 만드는 것이 가능하여 필수경계조건의 부여 시에 무요소법과 같은 특별한 노력을 필요로 하지 않는다. 형상함수의 경우 기존 유한요소법에서는 요소경계에서 C^0 연속성을 만족하지만 스플라인 기반 유한요소법에서는 일반적으로 C^{p-k} 연속성을 만족한다. 여기서,

p 는 스플라인 기저함수의 차수, k 는 매듭 중복도를 나타내는 것으로서 2 차의 스플라인 기저함수를 사용할 경우 일반적으로 C^1 연속성을 만족하여 기존 유한요소법에서 볼 수 있는 요소경계에서의 응력의 불연속성이 발생하지 않는 장점이 있다.

스플라인 기반 유한요소법의 해석 절차를 Fig. 3에 나타내었다. 해석을 위해서는 먼저 CAD로부터 형상정보를 받아야 한다. 이는 CAD 시스템 간의 데이터 교환 표준인 IGES, 제품 데이터 교환 표준인 STEP 등의 파일형식을 통해 이루어질 수 있다. 형상정보를 받게 되면 이미 매듭 간격 및 조정점 등이 결정되어 있고, 이러한 정보를 해석에 직접 이용하므로 기존의 유한요소법과 달리 해석 모델을 독립적으로 구성해야 할 필요가 없다. 이는 해석과정에서 가장 많은 노력을 필요로 하는 격자구성 과정 자체를 배제하므로 해석과정에서의 노력을 최대한으로 줄일 수 있는 장점이 있다. 형상정보를 받고 나면 다음으로 해석을 위한 하중조건, 경계조건 등의 정보를 입력받는다. 이는 기존의 유한요소법과 동일하게 이루어진다. 다음으로 격자 세분화 과정이 이루어진다. 이 단계에서 격자 세분화를 수행하는 이유는 형상 모델링을 위해 필요한 최소한의 조정점들만으로는 해석을 위한 충분한 자유도를 확보할 수가 없기 때문이다. 따라서, 해석을 위한 충분한 조정점들의 추가가 필요하며 이는 형상이 변하지 않는 것을 전제로 이루어진다. 그러나 이러한 세분화 과정은 기존 유한요소법과 달리 매우 쉽고 간단하게 이루어질 수 있다. NURBS를 이용할 경우, 매듭점의 삽입을 통한 전역적 세분화가 이루어진다. 또한, 차수의 증가를 통한 세분화도 가능하다. NURBS와 달리 T-스플라인을 이용할 경우 앞서 설명한 바와 같이 조정점의 국부적 삽입이 가능하여 불필요한 조정점들의 추가를 제한할 수 있다. 다음 단계는 T-격자로부터 각 조정점에 해당하는 매듭 벡터를 추출하는 과정으로서 이는 T-스플라인을 이용할 때에만 해당이 된다. NURBS는 격자 기반이므로 조정점에 해당하는 매듭을 바로 알 수 있지만 T-스플라인은 점기반 스플라인이므로 조정점 각각에 대한 매듭 벡터를 T-격자로부터 추출해야 한다. 마지막 단계에서는 앞서 설명한 NURBS 및 T-스플라인의 기저함수를 이용하여 각 조정점에 대한 형상함수를 구성하고 이를 이용하여 해석을 수행한다. 이때, 강성행렬, 하중벡터 등이 스플라인 기저함수를 이용하여 계산되며 구성된 강성행렬과 하중벡터 특성은 밴드폭(bandwidth)을 제외하고는 기존 유한요소법과 동일하다.

Fig. 4는 모델의 각 영역간의 사상관계를 나타낸다. 모델에서 정의되는 하나의 요소는 매개변수 영역에서의 하나의 요소로 사상되며 이는 계산과정에서 적분을 위해 다시 마스터 요소(master element)로 사상된다. 따라서, 두 번의 사상이 일어나지만 매개변수 영역의 요소로부터 마스터 요소로의 사상은 매우 간단하여 계산노력과 관련해서 의미 있는 증가요인이 되지 못한다.

4. 해석 예제 및 결과

4.1 선형 탄성 문제

4.1.1 타원형 구멍을 갖는 평판

Fig. 4와 같이 폭 8m, 길이 8m의 평판에 장축의 길이가 4m, 단축의 길이가 0.6m인 타원형 구멍이 있고, 평판의 양끝에 균일한 분포하중이 작용하고 있는 문제에 대해서 T-스플라인 유한요소 해석 방법을 적용한다. 재료의 탄성계수는 $E = 73.1 \text{ GPa}$, 프와송비는 $\nu = 0.35$ 이다. 이때, 대칭성을 고려하여 1/4 모델을 고려한다. Fig. 6은 T-스플라인을 이용하여 국부 세분화를 수행할 경우에 대한 격자 형상 및 해석결과를 나타낸다. NURBS와 T-스플라인의 비교를 위하여 NURBS를 이용한 전역적 세분화와 T-스플라인을 이용한 국

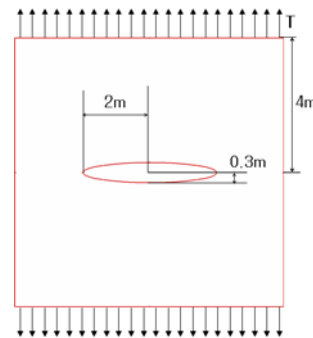


Fig. 5 Problem definition for the plate with an elliptic hole

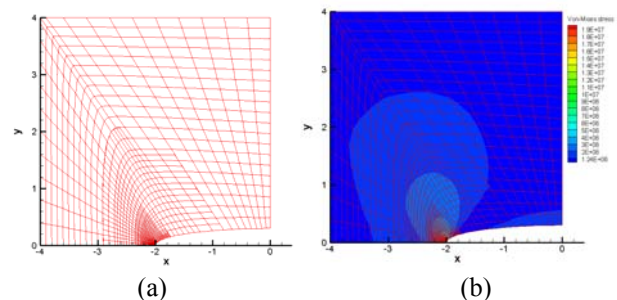


Fig. 6 (a) Mesh configuration and (b) the contour of Von-Mises stress from analysis results

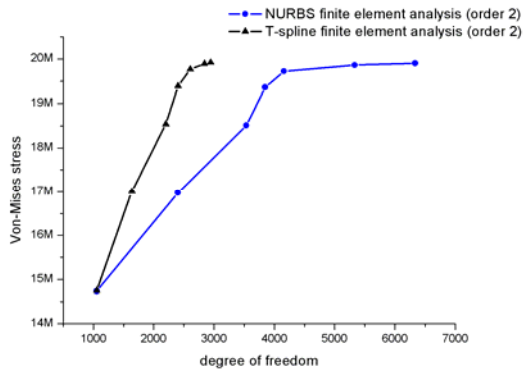


Fig. 7 Convergence of the Von-Mises stress

부적 세분화를 수행하였을 경우에 대한 해석을 통해 수렴성을 비교하였고, 그 결과를 Fig. 7에 나타내었다. 이때, 세로축은 응력집중이 발생하는 타원형 구멍의 장축 끝단에 대한 Von-Mises 응력을 나타낸다. 결과에서 확인할 수 있는 바와 같이 T-스플라인을 이용하여 국부적 세분화를 수행할 경우 더 빠른 수렴을 보인다. 그 이유는 전역적 세분화가 이루어질 경우 해석정확도 향상에 필요한 자유도와 더불어 불필요한 자유도의 추가도 함께 이루어지는 데에 반하여, T-스플라인을 이용할 경우 필요한 곳에만 국부적으로 자유도를 추가하는 것이 가능하기 때문이다. 이로부터 T-스플라인 유한요소법의 유용성을 확인할 수 있다.

4.2 고유치 문제

4.2.1 외팔보의 자유 진동

본 예제에서는 Fig. 8과 같은 단순한 외팔보 문제의 고유치 해석을 수행하였다. 이때, 외팔보의 세장비(slenderness ratio) r/L ($r = \sqrt{I/A}$: 단면적의 회전반경)은 0.029로서, 이 외팔보는 Euler-Bernoulli 타입의 외팔보로 볼 수 있다. 해석을 위해 사용된 재료 물성치는 탄성계수에 대하여 $E = 2.1 \times 10^4 \text{ kgf/mm}^2$, 프와송비는 $\nu = 0.35$, 밀도는 $\rho = 8.0 \times 10^{-10} \text{ kgfs}^2/\text{mm}^4$ 이다. 사용된 격자형상은 Fig. 9와 같다. 이 경우, T-접합점이 존재하지 않으므로 T-스플라인 곡면은 NURBS 곡면과 정확히 일치한다. 해석으로부터 얻은 모드형상 및 고유진동수를 Fig. 10과 Table 2에 나타내었다. 기존의 유한요소해석 결과와 비교하여 거의 유사한 고유진동수를 갖는 것을 알 수 있으며 모드 형상 또한 일치하는 것으로 나타났다.

다음으로 동일한 문제에 대하여 Fig. 11과 같은 격자형상을 이용하여 해를 구하였다. Fig. 11(a)는

Table 2 Natural frequencies of the cantilever beam

Modes	Spline-based FEM	Conventional FEM	Euler- Beam
1	822.2 Hz	822.3 Hz	827.7 Hz
Error(%)	0.66	0.65	-
2	4932.4 Hz	4933.3 Hz	5186.8 Hz
Error(%)	4.90	4.88	-

Table 3 Natural frequencies of the cantilever beam

Modes	T-splines (a)	T-splines (b)	Euler- Beam
1	831.6 Hz	822.8 Hz	827.7 Hz
Error(%)	0.47	0.59	-
2	5135.3 Hz	4932.9 Hz	5186.8 Hz
Error(%)	0.99	4.90	-

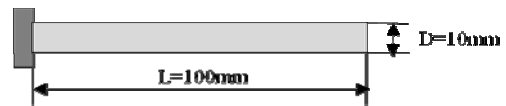


Fig. 8 A cantilever beam



Fig. 9 Mesh configuration of the cantilever beam (306 control points)

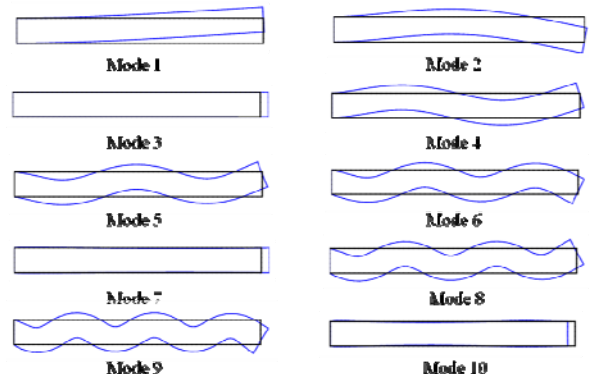


Fig. 10 The lowest 10 vibration modes of the cantilever beam

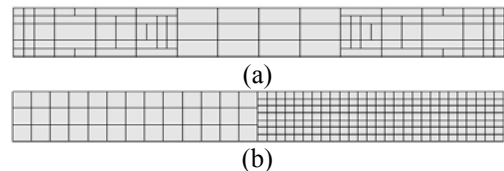


Fig. 11 Mesh configurations; (a) by local refinement (186 control points), (b) by merging of patches (392 control points)

조정점의 추가를 통한 국부 세분화 과정의 결과이고, Fig. 11(b)는 격자 조밀도가 서로 다른 두 개의 패치를 결합하여 얻은 격자형상이다. 패치 결합을 통하여 얻은 격자의 경우 두 패치 경계 상의 조정점은 결합 후 T-접합점이 되며, 이때 형상의 연속

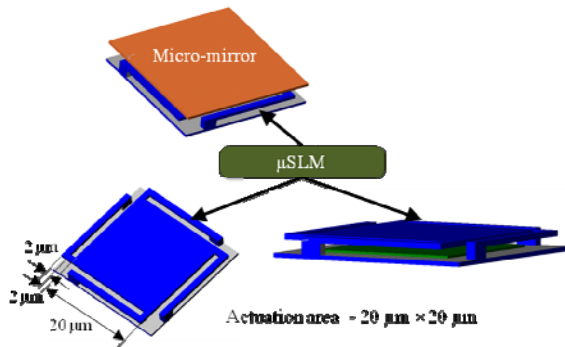


Fig. 12 A micro-mirror and its μ SLM

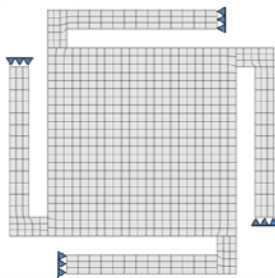


Fig. 13 Mesh configuration of the μ SLM

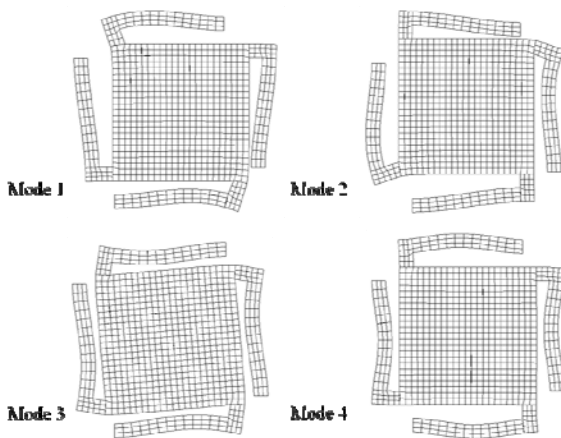


Fig. 14 The lowest 4 vibration modes of the μ SLM

성이 보장되므로 해석 시 연속성 조건 등을 추가적으로 부여할 필요가 없다. 두 격자형상에 대한 고유치 해석결과를 Table 3 에 나타내었다. Fig. 11(a) 의 경우에 Euler-Bernoulli 보 이론과 가장 일치하는 결과를 얻을 수 있었다.

4.2.2 μ SLM 의 고유치 해석

μ SLM(micro spatial light modulator)은 마이크로미러(micro-mirror)에 응용되어지는 MEMS 장치이다. Fig. 12 는 마이크로미러와 μ SLM 의 형상을 보여준다. 가장 위에 보이는 넓은 평판이 거울(mirror)에 해당하는 부분이고, 이 평판 및 평판을 지지하는 기둥 부분을 걷어내면 μ SLM 구조물이 그 아래 부

Table 4 Natural frequencies of the μ SLM

Modes	Natural Freq. (MHz)
1	9.06
2	9.07
3	17.30
4	30.28
5	30.97
6	30.97

분에 위치하고 있다. μ SLM 은 4 개의 “ Γ ”자 모양의 다리와 하나의 넓은 평판으로 구성되어 있고, μ SLM 과 기저(substrate) 사이에는 얇은 전극이 위치하고 있다. 이 전극에 전압을 발생시키면, μ SLM 의 평판 부분과 전극사이에 정전기력이 발생하게 되어 마이크로미러의 평판부분이 상·하의 피스톤 운동을 일으킨다. 본 예제에서는 μ SLM 의 고유치 문제를 2 차원으로 단순화하여 고유진동수와 각 모드형상을 구하였다. 이때 사용된 물성치는 탄성계수에 대하여 $E = 2.1 \times 10^4 \text{ kgf/mm}^2$, 프와송비 $\nu = 0.35$, 밀도 $\rho = 8.0 \times 10^{-10} \text{ kgfs}^2/\text{mm}^4$ 를 사용하였다. 해석에 사용된 격자형상은 Fig. 13 과 같으며, 이때 μ SLM 의 4 개의 다리와 가운데 평판은 각각의 패치로 구성된 후 T-스플라인을 이용하여 최종적으로 결합되었다. Fig. 14 에 해석으로부터 얻은 모드형상을 나타내었고, Table 4 에 각 고유진동수 결과를 나타내었다. 본 예제로부터 T-스플라인을 이용할 경우에 대한 패치결합 측면에서의 효율성을 증명할 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 CAD 와 CAE 의 통합 접근을 통하여 제품설계 과정에서의 효율성을 극대화 하기 위해 형상표현뿐만 아니라 해의 근사를 위해서도 CAD 의 형상표현 함수를 사용하는 T-스플라인 유한요소법을 제안하였다. 이를 통하여 해석을 위한 추가적 격자구성 과정과 같은 시간지연 요소를 대폭 줄일 수 있고, 형상을 정확하게 표현함으로 인해 해석결과의 정확성을 높일 수 있을 뿐만 아니라, CAD 에서 CAE 로, 또한 CAE 에서 CAD 로의 데이터 교환이 자유로워져 제품개발단계에서의 효율성 제고에 획기적인 기여를 할 수 있으리라 예상된다. T-스플라인은 NURBS 와 비교하여 국부 세

분화가 가능하고, 효율적인 패치결합이 가능하여 큰 장점을 가지고 있다. 본 연구에서는 T-스플라인 유한요소법을 선형 탄성 문제 및 동적 문제에 적용하여 제안된 방법의 수치적 효율성을 입증하였다.

후 기

이 논문은 2007 년도 정부재원(교육인적자원부 학술연구조성사업비)으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 연구되었음(KRF-2007-313-D00024).

참고문헌

- (1) Hughes, T. J. R., Cottrell, J. A. and Bazilevs, Y., 2005, "Isogeometric Analysis: CAD, Finite Elements, NURBS, Exact Geometry and Mesh Refinement," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 194, pp. 4135~4195.
- (2) Bazilevs, Y., Calo, V. M., Zhang, Y. and Hughes, T. J. R., 2006, "Isogeometric Fluid-Structure Interaction Analysis with Applications to Arterial Blood Flow," *Comput. Mech.*, Vol. 38, pp. 310~322.
- (3) Cottrell, J. A., Reali, A., Bazilevs, Y. and Hughes, T. J. R., 2006, "Isogeometric Analysis of Structural Vibrations," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 195, pp. 5257~5296.
- (4) Cottrell, J. A., Hughes, T. J. R. and Reali, A., 2007, "Studies of Refinement and Continuity in Isogeometric Structural Analysis," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 196, pp. 4160~4183.
- (5) Zhang, Y., Bazilevs, Y., Goswami, S., Bajaj, C. L. and Hughes, T. J. R., 2007, "Patient-Specific Vascular NURBS Modeling for Isogeometric Analysis of Blood Flow," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 196, pp. 2943~2959.
- (6) Roh, H. Y. and Cho, M., 2004, "The Application of Geometrically Exact Shell Elements to B-Spline Surfaces," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 193, pp. 2261~2299.
- (7) Roh, H. Y. and Cho, M., 2005, "Integration of Geometric Design and Mechanical Analysis Using B-Spline Functions on Surface," *Int. J. Numer. Meth. Engrg.*, Vol. 62, pp. 1927~1949.
- (8) Cirak, F., Ortiz, M. and Schröder, P., 2000, "Subdivision Surfaces: a New Paradigm for Thin-Shell Finite-Element Analysis," *Int. J. Numer. Meth. Engrg.*, Vol. 47, pp. 2039~2072.
- (9) Cirak, F. and Ortiz, M., 2001, "Fully C^1 -Conforming Subdivision Elements for Finite Deformation Thin-Shell Analysis," *Int. J. Numer. Meth. Engrg.*, Vol. 51, pp. 813~833.
- (10) Cirak, F., Scott, M. J., Antonsson, E. K., Ortiz, M. and Schröder P., 2002, "Integrated Modeling, Finite-Element Analysis, and Engineering Design for Thin-Shell Structures Using Subdivision," *Comput. Aided Design*, Vol. 34, pp. 137~148.
- (11) Sederberg, T. W., Zheng, J., Bakenov, A. and Nasri, A., 2003, "T-splines and T-NURCCs," *ACM T. Graphic.*, Vol. 22, pp. 477~484.
- (12) Sederberg, T. W., Cardon, D. L., Finnigan, G. T., North, N. S., Zheng, J. and Lyche, T., 2004, "T-spline Simplification and Local Refinement," *ACM T. Graphic.*, Vol. 23, pp. 276~283.