

광학활성 동축 이중 원통을 수직하게 비추는 단색 빛의 산란 : II. 수치 계산 결과

김현우 · 김진승[†]

전북대학교 물리학과 및 광전자정보기술연구소
☎ 561-756 전주시 덕진구 덕진동 1가 664-14

(2009년 9월 21일 받음, 2009년 11월 9일 수정본 받음, 2009년 11월 10일 게재 확정)

광학활성 동축 이중층 원통에 수직 입사하는 전자기 파동의 산란을 수치 계산 법을 써서 살펴 보았다. 앞의 논문에서 얻은 해석적인 해를 바탕으로 수치계산 프로그램을 개발했고, 산란광의 밝기와 편광 상태의 각도에 따른 분포를 몇 가지 예에 대해서 계산하였다. 이러한 수치계산 프로그램은 산란광의 밝기와 편광상태의 각분포를 재어 원통의 크기, 구조, 조성을 비파괴적으로 정확히 결정하는데 쓸 수 있다.

Scattering of a Normally Incident Monochromatic Light by Optically Active Concentric Double Cylinders: II. Numerical Result

Hyun Woo Kim and Jin Seung Kim[†]

Department of Physics, Institute of Photonics and Information Technology, Chonbuk National University, Jeonju 561-756, Korea

[†]E-mail: jin@jbnu.ac.kr

(Received September 21, 2009; Revised manuscript November 9, 2009; Accepted November 10, 2009)

The scattering of a normally incident monochromatic light by optically active concentric double cylinders is studied by using a numerical method. A numerical code is developed on the basis of the analytical solutions, and the angular distributions of the intensity and the polarization of the scattered light are computed for some specific cases. The numerical code can be used to non-invasively determine the size, structure, and composition of a double cylinder with high accuracy by measuring the angular distribution of the scattered light by an experiment.

Keywords: Optically active concentric cylinders, Light scattering

OCIS codes: (240.3695) Linear and nonlinear light scattering from surfaces; (160.1585) Chiral media

I. 서 론

산란된 빛의 산란각에 따른 밝기와 편광 상태의 분포는 입사광의 특성과 산란체의 크기, 모양, 성분 등에 따라서 달라진다. 그러므로, 산란된 빛의 밝기와 편광 상태의 각도 분포를 알면, 원리적으로는 산란체의 특성을 원리적으로는 알 수 있지만, 실제로 산란체의 모양과 구조를 추론해내는 일은 쉽지 않다. 더구나, 산란체의 크기, 모양, 구조, 조성에 대한 정보가 전혀 없는 상태에서 산란되는 빛의 특성만을 바탕으로 그것을 알아내는 것은 아주 어렵다. 그래서 실제로는 산란체의 크기, 모양, 구조에 대한 대략적인 정보를 바탕으로 산란되는 빛의 특성에 대한 대략적인 기댓값을 알고, 그러한 기댓값과 실험을 통해 얻은, 산란되는 빛의 특성을 비교하여 산란체의 특성을 맞추어간다. 그러므로, 산란체에 대한 모형

과 그 모형에 의한 산란에 대한 연구가 필요하다.^[1]

이러한 연구는 여러 가지 모양의 산란체에 대해 진행되었다. 입자의 모양이 구형^[2,3], 원통형^[4], 타원체, 임의의 모양^[5]인 경우에 대해, 구조가 단일, 복층^[6,7], 다층^[8]인 경우에 대해 연구가 수행되었다. 그리고, 구성 매질은 광학적으로 균질하고 등방성인 선형 매질과 왼손 원편광과 오른손 원편광의 전파 속도가 다른 광학활성 매질^[9-12]인 경우가 있었다.

특히, 이 논문에서 다루고 있는 광학활성 동축 이중층 원통은 T-행렬^[8] 같은 수치 해석적인 방법으로 연구되었고, 해석적인 연구가 진행되지는 않았다. 앞선 논문에서 해석적인 해를 구했지만, 여전히 복잡해서 그 해로부터 구조와 매질이 변함에 따라 산란되는 빛의 특성이 변하는 것을 직관적으로 알기는 어렵다. 이러한 필요에 의해 해석적인 해를 바탕으로 컴퓨터 프로그램을 개발하여 각도에 따른 산란 특성의 변화를 보였다.

[†]E-mail: jin@jbnu.ac.kr

이 논문의 결과로 직경에 비해서 길이가 긴 생체 세포의 핵의 유무를 결정할 수 있을 것이다. 이 생체 세포는 광학활성을 가진다. 또한, 신경 세포가 신경 신호를 다음 세포로 전달하는 동안 매질과 구조의 변화를 측정할 수 있을 것으로 예상된다.

II 장에서는 문제를 정의하고, 프로그램된 함수와 알고리즘을 설명하고, III 장에서는 수치 결과를 설명하고, 핵의 존재 여부에 따라서 달라지는 해를 관찰했다. IV 장에서는 결론으로 마무리 했다.

II. 산란 모형과 수치 프로그램 코드에 대한 설명

광학활성 동축 이중 원통의 구조는 그림 1과 같고, 영역은 세 영역이 된다. 앞선 논문의 과정에서와 같이, 원통의 바깥쪽은 0 영역이고, 바깥 원통과 원통 바깥 사이인 바깥 원통은 1 영역, 그리고, 안쪽 원통은 II 영역이다. 각 영역에서 전기 유전률, 자기 투자율, 광학활성에 대한 현상 계수는 각각 ϵ , μ , γ 이고, 영역을 나타내는 지수는 아랫글자로 표시했다. 원통의 축은 \hat{e}_z 에 나란하고, 원통의 반지름은 각각 r_I , r_{II} 이다.

입사광은 평면파동이고, 원통의 축에 수직으로 입사하는 것으로 가정했다. 입력 변수는 원통의 축에 수평과 수직인 진폭 성분이고, 두 성분 사이의 위상 차이이다. 이 변수는 밝기와 편광을 정의한다. 산란체에 대한 다른 입력 변수들은 반지름, 유전률, 투자율, 광학활성도이다. 그리고, 출력 변수는 각도에 따른 밝기 분포와 편광분포이고, 각도에 따른 규격화된 스토크스 변수이다.

이 프로그램은 마이크로소프트사의 Visual C++의 라이브

러리로 개발되었다. 계산될 산란 계수는 베셀 함수의 선형 조합으로 나타낼 수 있다. 이 베셀 함수들은 <math.h> 라이브러리에 선언되어 있는 것을 썼지만, 제 1 종, 2 종 베셀 함수만 있고, 한켈 함수는 라이브러리에 포함되어 있지 않다. 또한 베셀 함수의 도함수도 라이브러리에 선언되어 있지 않기 때문에 다음과 같은 귀환 관계를 써서 도함수를 유도했다.^[13]

$$Z'_n(x) = \frac{Z_{n-1}(x) - Z_{n+1}(x)}{2.0}. \tag{1}$$

산란 장은 다음과 같다.

$$E_s = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{A_n}{k} M_n^{(3)}(kr) + \frac{B_n}{k} N_n^{(3)}(kr) \right\}, \tag{2}$$

$$H_s = -i \frac{k}{\omega\mu} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{A_n}{k} N_n^{(3)}(kr) + \frac{B_n}{k} M_n^{(3)}(kr) \right\}, \tag{3}$$

여기에서 각 장은 양의 무한대에서 음의 무한대까지의 차수를 가지는 베셀 함수의 중첩이다. 계산의 효율성을 위해서 한계가 필요하고, Bohren의 프로그램에서 쓴 한계와 같이 n_{stop} 을 정의했다. 이 수는 산란체의 크기 매개 변수에 따라 달라지는 데, 반복되는 합을 종료시키기 위해서 가장 큰 크기 매개 변수를 썼다. 가장 큰 크기 매개 변수는 바깥 원통의 크기 매개 변수로 $x = k_I^+ r_I$ 이다. n_{stop} 은 앞의 값에 가장 가까운 정수이다.^[1]

$$n_{stop} = x + 4.0 \times x^{1/3} + 2. \tag{4}$$

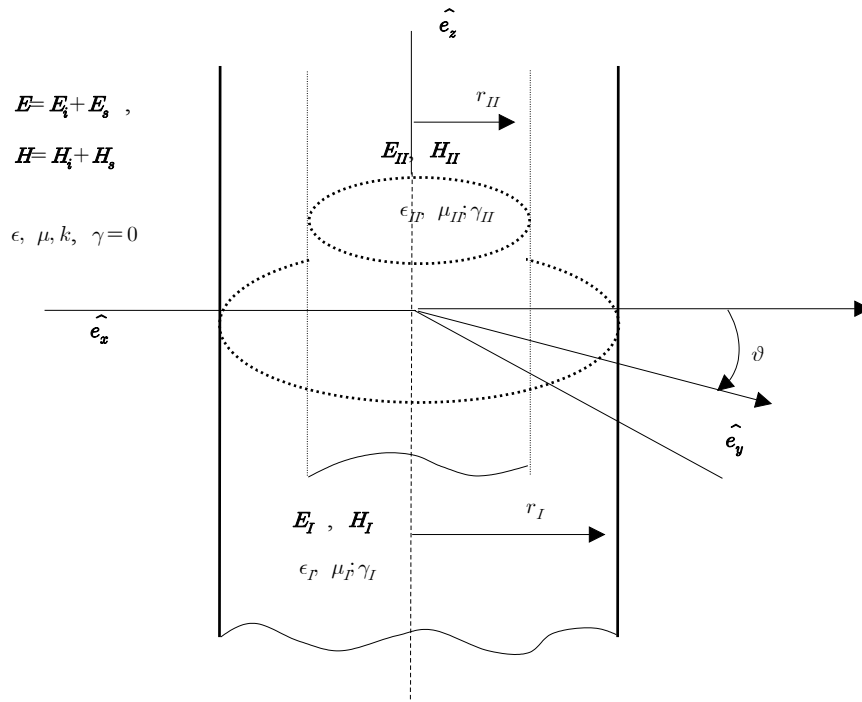


FIG. 1. The coordinate system and the geometry of the concentric double cylinders.

III. 수치 결과와 논의

계산된 결과는 스톡스 매개 변수로 각도에 따른 밝기와 편광상태 분포를 나타낸다. 네 개의 스톡스 매개 변수 $\{S_0, S_1, S_2, S_3\}$ 중 하나인 S_0 는 밝기 분포를 나타내고, 나머지 세 매개 변수는 편광 상태를 나타낸다. $\sqrt{S_1^2 + S_2^2}/S_0$ 은 선편광도를 나타내고, S_3/S_0 은 원편광도를 나타낸다. 완전 편광된 빛만을 고려하기 때문에 네 변수 사이의 관계는 다음과 같다.

$$S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2. \quad (5)$$

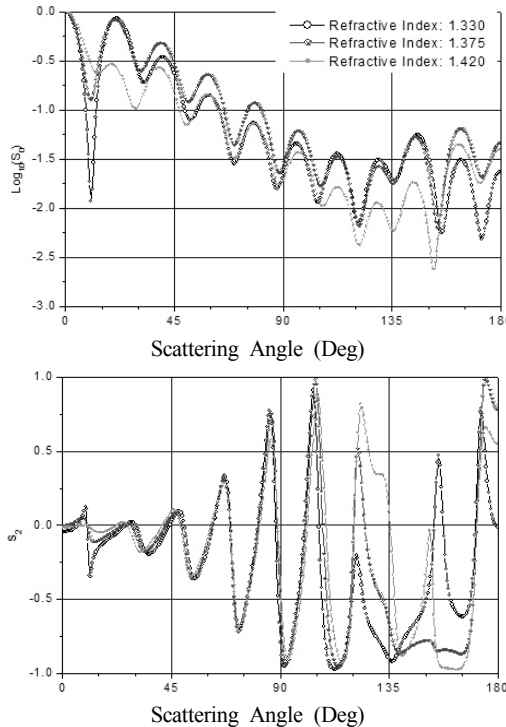
$[-1, 1]$ 의 영역에서 매개 변수를 규격화하기 위해서 새로운 변수를 다음과 같이 정의했다.

$$s_i = S_i/S_0 \quad (i = 1, 2, 3), \quad (6)$$

그리고, $s_0(\vartheta)$ 는 산란 각도가 0 도가 되는 전방 산란의 S_0 값을 1 로 만들기 위해서 다음과 같이 정의했다.

$$s_0(\vartheta) = S_0(\vartheta)/S_0(0). \quad (7)$$

$s_0(\vartheta)$ 는 로그 스케일로 그래프했고, s_1, s_2, s_3 은 보통 대수 스케일로 그래프 했다.



광산란 실험의 상황은 여러 가지이지만, 광산란을 통해서 원통에 광학활성이 있는지 없는지를 확인할 수 있는 다음의 세 가지 경우에 대해서만 분석했다: 1) 광학 비활성 단일 원통과 복층 원통; 2) 광학 비활성 매질의 바깥 원통에 광학활성을 가지는 안쪽 원통과 광학 비활성 안쪽 원통; 3) 광학 비활성 바깥 원통에 광학 활성 안쪽 원통이 있는 경우 오른손 원편광과 왼손 원편광이 입사할 때.

모든 경우에서 입사광의 파장은 헬륨-네온 레이저의 파장인 632.8 nm로 가정했고, 원통 바깥은 진공이라고 가정했다. 바깥 원통과 안쪽 원통의 반지름은 각각 $1 \mu\text{m}$, $0.7 \mu\text{m}$ 이라 놓았다.

1. 광학적 비활성 단일 원통과 겹 원통의 산란특성 비교

일반적으로, 광산란은 산란체의 모양, 구조, 성분에 따라서 달라진다. 여기에서는 굴절률이 어떤 영향을 주는지 분석하기 위해서 안쪽 원통의 굴절률을 바깥 원통의 굴절률과 다르게 변화시켰다. 안쪽 원통의 굴절률이 변함에 따라서 밝기 분포와 편광 상태 분포가 변하는 추세를 관찰하기 위해서 3 가지 경우를 비교했다. 바깥 원통의 굴절률은 $n_I = 1.330$ 이고, 각 경우의 안쪽 원통의 굴절률은 각각 1.330, 1.375, 1.420 이라 했고, 모든 원통은 광학적으로 비활성이다.

광학 비활성 동축 이중층 원통의 진폭 산란 행렬은 다음과 같다:

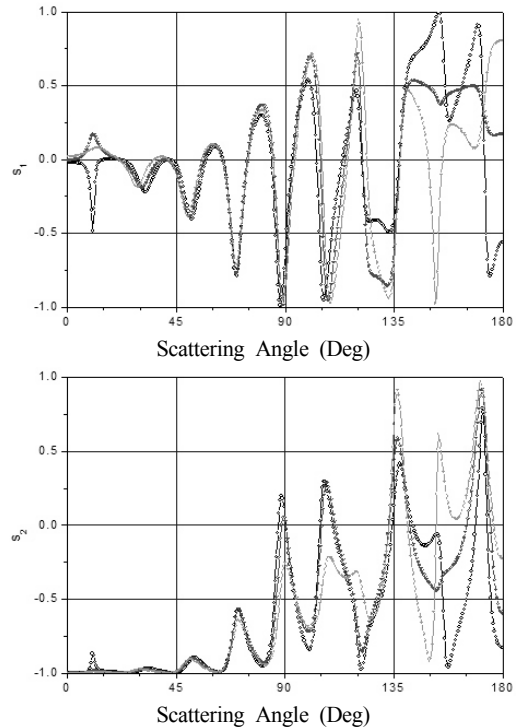


FIG. 2. Stokes parameters of the light scattered by optically inactive single($n_I = n_{II} = 1.330$) cylinder and concentric double ($n_I = 1.330$, $n_{II} = 1.375$, $n_{III} = 1.420$) cylinders, (in all cases $r_I = 1.0 \mu\text{m}$, $r_{II} = 0.7 \mu\text{m}$, $\gamma_I = 0.0$, $\gamma_{II} = 0$).

$$\begin{pmatrix} E_s^{\parallel} \\ E_s^{\perp} \end{pmatrix} \sim \mathcal{C} \begin{pmatrix} T_1 & 0 \\ 0 & T_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_i^{\parallel} \\ E_i^{\perp} \end{pmatrix}, \quad (8)$$

여기에서 \mathcal{C} 는 상수이고, T_1 , T_2 는 산란 계수로부터 얻어지는 계수이다. 기호 \parallel 와 \perp 은 중심 원통의 축에 수평과 수직 성분을 나타낸다. 진폭 산란 행렬에 따라서 입사되는 빛의 편광이 원통 축에 나란하거나, 수직이라면, 산란되는 빛의 편광 상태는 입사광과 같다. 그러므로, 만약 입사광이 원통 축에 나란하거나, 수직으로 편광되었다면, 편광 변화에 대해서는 아무런 정보를 얻을 수 없다. 여기에서는 원편광을 썼다. 입사광의 편광이 원편광이라면, 왼손과 오른손 원편광이 입사할 경우 스토크스 매개 변수 사이의 관계는 다음과 같다:

$$S_0^R = S_0^L; \quad S_1^R = S_1^L; \quad S_2^R = -S_2^L; \quad S_3^R = -S_3^L, \quad (9)$$

여기에서 윗첨자 R 과 L 은 입사광의 오른손과 왼손 원편광을 나타낸다. 따라서 하나의 결과만 얻으면 그로부터 다른 결과를 유추할 수 있다.

그림 2에서 측면 산란의 스토크스 매개 변수는 산란 각도가 변함에 따라서 세가지 경우 모두에서 비슷하게 변하지만, 전방 산란과 후방 산란의 경우는 약간 다르게 변한다. 특히, S_0 가 첫 번째 어두운 곳이 나오는 10 도 부근에서는 각도가 변함에 따라서 밝기가 급격히 변한다. 편광 상태도 밝기 분포와 비슷하게 변해서 전방과 후방 산란의 경우가 더 다르게

변한다.

이 경우, 변화가 그렇게 심하거나, 다르지 않아 바깥 원통의 굴절률과 비슷한 안쪽 원통이 있는 경우를 비교하는 것이 어렵다. 그렇지만, 밝기 분포보다 후방 산란의 밝기분포를 분석하는 것이 더 유리하다.

2. 바깥 원통이 광학 비활성인데, 안쪽 원통이 광학활성일 때와 광학비활성일 때의 산란특성 비교

광학 비활성 원통 속에 든 원통이 광학활성이 있을 때와 없을 때를 비교했다. 안쪽 원통에 광학활성이 미치는 영향을 분석하기 위해서 안쪽 원통의 광학활성을 변화시켰다. 세가지 경우를 비교했는데, 모두 안쪽과 바깥쪽 원통의 굴절률은 $n_I = 1.42$ 로 두었다. 그리고, 안쪽 원통의 광학활성도는 각각 $\gamma = 0.0$, $\gamma = 0.5 \times 10^{-8}$, $\gamma = 1.0 \times 10^{-8}$ 이라 놓았다.

진폭 산란 행렬은 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} E_s^{\parallel} \\ E_s^{\perp} \end{pmatrix} \sim \mathcal{C} \begin{pmatrix} T_1 & T_4 \\ T_3 & T_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_i^{\parallel} \\ E_i^{\perp} \end{pmatrix}, \quad (10)$$

여기에서 \mathcal{C} 는 상수이다. 입사 광의 편광은 원통의 축에 나란하게 선편광되어 있다고 가정했다. 경우 I은 원통의 매질이 광학 비활성이라고 하더라도 원편광은 산란 각도에 따라서 매우 급격히 변하는 것을 보여주었다. 광학활성의 효과를 명확히 보여주기 위해서 선편광 입사광을 골랐다. 만약

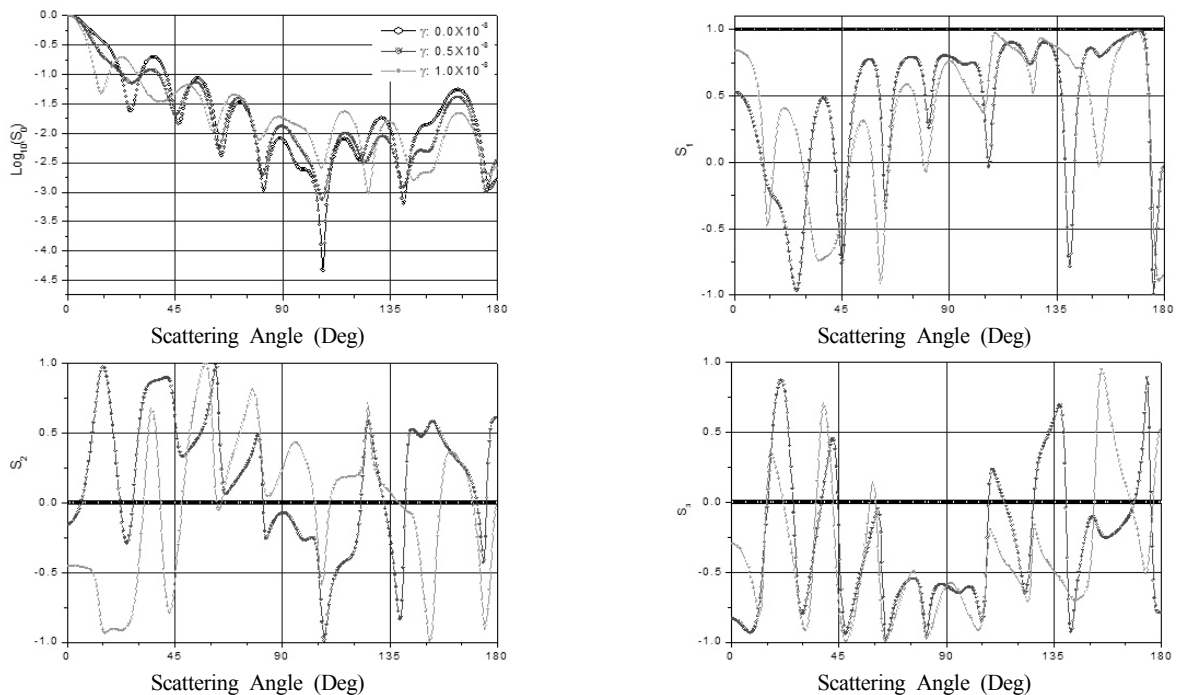


FIG. 3. Stokes parameters of the light scattered by optically inactive single($\gamma_I = \gamma_{II} = 0.0$) cylinder and optically inactive ($\gamma_I = 0.0$) outer cylinder with optically active ($\gamma_{II} = 0.5 \times 10^{-8}$, $\gamma_{II} = 1.0 \times 10^{-8}$) inner cylinder (all cases $r_I = 1.0 \mu\text{m}$, $r_{II} = 0.7 \mu\text{m}$, $n_I = n_{II} = 1.420$).

입사 파동의 편광이 원통의 축에 나란하다면, 산란 파동은 T_1 와 T_3 에 따라서 달라지고, 축에 수직으로 편광되어 있다면, 산란 파동은 T_2 와 T_4 에 따라서 달라진다. 여기에서는 두 경우가 다르다고 할지라도 하나의 편광에 대해서만 고려했다.

앞의 경우에서처럼, 측방 산란의 경우가 전방 산란이나 후방 산란보다 덜 급격히 변한다. 안쪽 원통에 광학활성이 있고 없는 경우를 비교하면, 광학활성이 없는 경우는 편광 상태가 전혀 변하지 않지만, 광학활성이 있다면, 편광 상태는 급격히 변하는 것을 관찰할 수 있다. 따라서 γ 가 변함에 따라서 밝기와 편광 상태는 많이 변하기 때문에 추세에 대해서 말하기는 어렵지만, 선편광이 입사했을 때는, 편광 상태가 현저히 변하기 때문에, 광학활성이 있는 경우와 없는 경우에 대해서 구분하는 데 이 결과를 쓸 수 있을 것으로 예상된다.

3. 바깥 원통이 광학비활성이고 안쪽 원통이 광학활성 일 때, 왼손과 오른손 원편광의 산란 비교

여기에서는 왼손, 오른손 원편광으로 다르게 편광된 두 입사광을 비교한다. 광학활성을 가지지 않는 $1\mu\text{m}$ 반지름의 바깥 원통에 광학활성을 가지는 $0.70\mu\text{m}$ 반지름의 안쪽 원통에

입사된다. 원통의 매질은 같은 굴절률 1.420을 가지지만, 바깥 원통은 $\gamma=0.0\times 10^{-8}$, 안쪽 원통은 $\gamma=1.0\times 10^{-8}$ 으로 다른 광학활성을 가진다.

두 입사광선의 경우 진폭 산란 행렬은 각각 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} E_s^{\parallel} \\ E_s^{\perp} \end{pmatrix} \sim \mathcal{C} \begin{pmatrix} T_1 & T_4 \\ T_3 & T_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}, \quad (11)$$

$$\begin{pmatrix} E_s^{\parallel} \\ E_s^{\perp} \end{pmatrix} \sim \mathcal{C} \begin{pmatrix} T_1 & T_4 \\ T_3 & T_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}. \quad (12)$$

진폭 산란 행렬은 광학활성도에 따라서 달라지는데, 크기가 같고 부호가 다를 때, 두 행렬 사이의 관계는 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} T_1 & T_4 \\ T_3 & T_2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} T_1 & -T_4 \\ -T_3 & T_2 \end{pmatrix}, \quad (13)$$

여기에서 (+), (-) 은 광학활성도의 부호를 나타내는 데, (+)는 양수 이고, (-)은 음수이다.

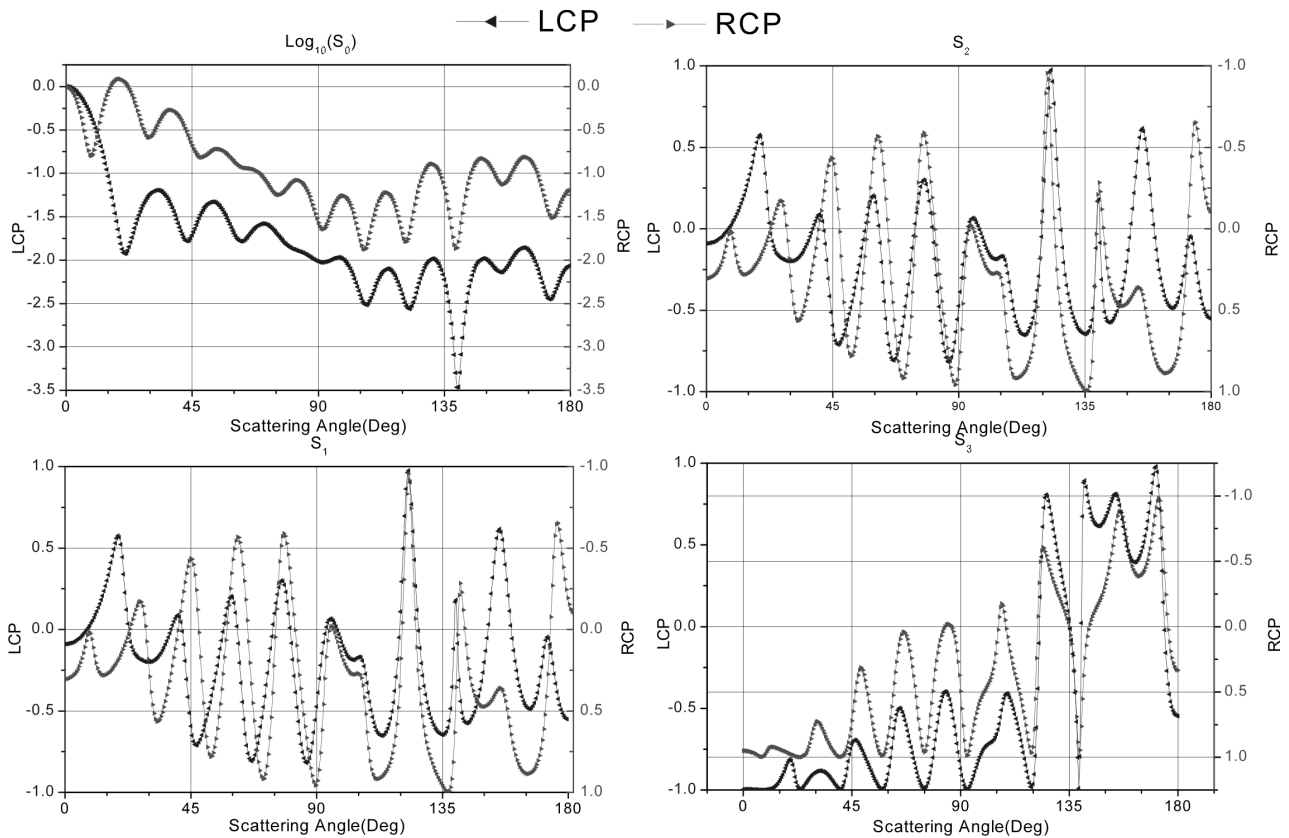


FIG. 4. Stokes parameters of the light scattered by optically inactive ($r_I=1.0\mu\text{m}$, $\gamma_I=0.0$, $n_I=1.420$) outer cylinder with optically active ($r_{II}=0.7\mu\text{m}$, $\gamma_{II}=1.0\times 10^{-8}$, $n_{II}=1.420$) inner cylinder for incidence of left handed circular polarized (LCP) and right handed circular polarized (RCP) light.

스토크스 매개 변수 사이의 관계는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$S_0^{R\pm} = S_0^{L\mp}; S_1^{R\pm} = S_1^{L\mp}; S_2^{R\pm} = -S_2^{L\mp}; S_3^{R\pm} = -S_3^{L\mp} \quad (14)$$

윗글자 R, L 은 입사광의 원편광을 나타내고, $+, -$ 는 광학활성도의 부호를 나타낸다.

두 가지 광학활성도와 두 가지 원편광 상태로 만들어 낼 수 있는 4 가지 조합에서 2 가지 경우만 알면 나머지 2 가지는 위의 관계로부터 알아낼 수 있다. 따라서 두 가지 경우를 비교하였다. 여기에서는 광학활성도가 양수이고, 입사광선의 편광이 왼손, 오른손 편광이라고 가정했다. 두 경우 스토크스 매개 변수의 변화 추세는 비슷했지만, 변화폭은 달랐다. 그래프에서 y 축을 두 개 썼는데, 왼쪽과 오른쪽 $+y$ 축은 각각 왼손, 오른손 원편광된 입사광을 나타냈다. $\log_{10}(S_0)$ 의 경우는 앞 선 경우들과 같지만, S_1, S_2, S_3 의 경우는 y 축의 방향을 반대로 표현하였다.

광학활성을 나타내는 계수가 양의 값을 가지는 경우($\gamma = 1.0 \times 10^{-8}$)에 대해서 계산을 하였는데, 이 때는 왼손 원편광에 대한 굴절률이 오른손 원편광에 대한 굴절률 보다 크다. 산란광의 변화는 오른손 원편광이 입사했을 경우가 왼손 원편광이 입사했을 때에 비해서 크게 변하는 것으로 계산되었다. 또 위 관계식에서 보는 것처럼 음의 광학활성 계수를 가지는 경우는 왼손 원편광이 입사하는 경우가 더 큰 변화를 가져온다는 것을 알 수 있다. 그러므로, 어떤 입사가 광학활성을 가지고 있다면, 입사 파동은 적절한 원편광이 선택되는 것이 유리하다.

IV. 결 론

광학활성이 있는 이중층 원통에 의한 빛의 산란에 대한 해석적 이론을 바탕으로 산란 특성을 계산할 수 있는 컴퓨터 프로그램을 만들었다. 이 프로그램은 산란각도에 따른 산란된 빛의 밝기 분포와 편광상태를 살펴볼 수 있다.

두 원통 모두 광학활성이 없으면 해석적인 해에서도 알 수 있듯이, 직교하는 두 편광 성분이 산란과정에서 섞이지 않으므로 하나의 원편광에 대한 계산 결과를 알고 있다면 다른 원편광에 대한 결과도 쉽게 알 수 있다. 선편광의 경우 원통의 축에 나란하거나 수직으로 편광된 빛은 산란되었다면 그 편광은 유지된다. 그러나, 두 원통 가운데 어느 하나라도 광학활성이 있으면 들어오는 빛의 편광 방향이 원통축에 나란하거나, 수직방향이어도, 산란과정에서 편광성분이 섞인다. 따라서, 원통 매질에 광학활성이 있는가를 확인하려면 원통축과 나란하거나 수직인 선편광을 비추고, 산란되는 빛의 편광 상태를 살펴보는 것이 유리한 방법이 될 것이다. 그러나, 광학활성이 있음이 확인되면, 적절한 원편광을 비추어 좌/우

광학활성에 대한 정보를 얻는 것이 좋다.

또한 산란 각도에 따라서 변하는 밝기 분포와 편광 분포는 산란체와 입사광의 파장의 비율에 따라서 달라진다. 산란체가 파장에 비해서 아주 크다면, 각도가 약간만 변해도 많이 변하고, 산란체가 파장과 비슷하다면, 각도에 따라서 변하는 주기도 느려지기 때문에 구별하려는 산란체와 파장을 비슷하게 쓰는 것이 커다란 변화를 가져오지 않아서 구별하는 자료로 쓰기에 유리할 것으로 예상된다.

References

1. C. F. Bohren and D. R. Huffman, *Absorption and Scattering of Light by Small Particles* (John Wiley & Sons, New York, USA, 1998).
2. G. Mie, "Beitrage zur optik truber medien, spezell kolloidalev metallosunger," *Ann. Phys.* **25**, 377-445 (1908).
3. P. von Debye, "Der lichtdruck auf kugeln von beliebigem material," *Ann. Phys.* **30**, 57-136 (1909).
4. J. R. Wait, "Scattering of a plane wave from a circular dielectric cylinder at oblique incidence," *Can. J. Phys.* **33**, 189-195 (1955).
5. M. I. Mishchenko, J. W. Hovenier, and L. D. Travis, *Light Scattering by Nonspherical Particles* (Academic Press, New York, USA, 2000).
6. A. L. Aden and M. Kerker, "Scattering of electromagnetic waves from two concentric spheres," *J. Appl. Phys.* **22**, 1242-1246 (1951).
7. A. Z. Elsherbeni and M. Tew, "Electromagnetic scattering from a circular cylinder of homogeneous dielectric coated by a dielectirc shell with a permittivity profile in the radial and azimuthal directions-even TM case," *Southeastcon '90 Proceedings* (Institute of Electrical and Electronics Engineers, New York, USA, 1990), pp. 996-1001.
8. M. S. Kluskens and E. H. Newman, "Scattering by a multilayer chiral cylinder," *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **39**, 91-96 (1991).
9. C. F. Bohren, "Light scattering by an optically active sphere," *Chem. Phys. Lett.* **29**, 458-462 (1974).
10. J. S. Kim and J. K. Chang, "Light scattering by two concentric optically active spheres: I. General theory," *J. Korean Phys. Soc.* **45**, 352-365 (2004).
11. C. F. Bohren, "Scattering of electromagnetic waves by an optically active cylinder," *J. Colloid Interface Sci.* **66**, 105-109 (1978).
12. R. Sharma and N. Balakrishnan, "Scattering of electromagnetic waves from chirally coated cylinders," *Smart Mater. Struct.* **7**, 512-521 (1998).
13. G. Arfken, *Mathematical Methods for Physicists*, 2nd ed. (Academic Press, New York, USA, 1970).