

# 광학활성 동축 이중 원통을 수직하게 비추는 단색 빛의 산란 : I. 해석적 이론

김현우 · 김진승<sup>†</sup>

전북대학교 물리학과 및 광전자정보기술연구소  
☎ 561-756 전주시 덕진구 덕진동 1가 664-14

(2009년 9월 21일 받음, 2009년 11월 12일 수정본 받음, 2009년 11월 12일 게재 확정)

광학활성 동축 이중 원통의 산란 문제에 대한 해석적인 해를 구하였다. 얻은 해의 타당성을 점검하고자 해를 이미 알고 있는 특수한 경우와 비교하였다. 이 해는 둥근 막대모양의 생물 세포를 광학적으로 분석하는데 쓸 수 있는데, 세포핵에는 나선형으로 꼬인 염색체가 들어 있으므로 광학활성이 있을 수 있다.

## Scattering of a Normally Incident Monochromatic Light by Optically Active Concentric Double Cylinders: I. Analytic Theory

Hyun Woo Kim and Jin Seung Kim

Department of Physics, Institute of Photonics and Information Technology, Chonbuk National University, Jeonju 561-756, Korea

<sup>†</sup>E-mail: jin@chonbuk.ac.kr

(Received September 21, 2009; Revised manuscript November 12, 2009; Accepted November 12, 2009)

An analytic solution is obtained for the problem of monochromatic light scattering by optically active, concentric double cylinders. The validity of the obtained solution is indirectly checked by comparing it with solutions already reported for some special cases. The solution can be used in the optical analysis of rod-shaped biological cells which possibly have optically active nuclei containing helically wound chromosomes.

Keywords: Optically active concentric cylinders, Light scattering

OCIS codes: (240.3695) Linear and nonlinear light scattering from surfaces; (160.1585) Chiral media

### I. 서 론

빛은 진행하다가 굴절률 분포가 주위 매질과 다른 물체를 만나면 일부는 산란되어 진행방향이 바뀌고 일부는 물체에 흡수되어 사라진다. 산란광의 밝기, 편광상태, 위상 등의 분포는 산란체의 크기, 모양, 구조, 조성 등 물리적 특성에 따라서 달라진다. 따라서, 원리적으로 산란광의 여러 특성을 분석하면 산란체의 물리적 특성에 관한 정보를 알 수 있는데, 이것이 광산란 기법의 근거이다. 광산란 기법은 여러 분야에서 쓰이지만, 특히 의학과 생물학 연구 및 임상에서 핵심 장치인 ‘형광활성 유세포 분류법(fluorescence activated flow cytometry: FACS)’의 기본 작동원리이기도 하다. 이 방법에서는 생물세포를 날날이 떼어 놓은 다음 세포의 종류에 따라 다른 형광색소를 붙여주고, 이들을 적절한 액체에 현탁시켜 가느다란 관을 통해 흘러가게 한다. 이 때 현탁액의 흐름을

따라 지나가는 세포에 집속된 레이저를 비추어, 그 세포에서 나오는 형광의 파장과 밝기를 기준으로 삼아 세포들을 종류에 따라 따로 가려낸다<sup>1,2)</sup>. 이 방법은 사람이 직접 현미경을 들여다보면서 하는 것 보다 훨씬 더 효율적이고 정확하다. 형광활성 유세포 분류법은 이렇게 좋은 점이 많지만, 장치값이 한 대에 억원 단위로 매우 비싸고, 세포의 종류에 따라 적절한 과정을 정확하게 따라서 형광색소를 붙여주어야 하는 번거로움이 있다. 특히 이 염색과정은 까다롭고, 오래 걸리며, 중간에 세포가 죽는 일이 많다. 그러므로 형광염색을 하지 않고서도 세포를 종류에 따라 효율적이고 정확하게 가려낼 수 있는 광산란 기법을 개발하는 것이 매우 바람직하다. 특히 형광활성 유세포 분류장치에서는 앞쪽(산란각이 거의 0°)으로 산란된 빛과 옆쪽(산란각 90°)으로 산란된 형광의 밝기를 재어, 이 두 값의 조합을 바탕으로 세포를 분류한다. 그런데, 빛의 밝기와 함께 편광과 위상 등의 정보까지 쓰면, 세포를 형광 염색을 하지 않고서도 산란광의 특성에서 세포의 특성을 정확히 가려낼 수 있는 가능성이 높아진다.

<sup>†</sup>E-mail: jin@chonbuk.ac.kr

이러한 가능성을 정량적으로 따져 보려면 생물세포의 광산란 특성을 정밀하게 분석할 수 있는 적절한 광산란 이론이 필요하다<sup>[3-4]</sup>.

생물 세포의 핵에는 염색체가 들어있고, 염색체는 DNA 사슬이 나선형으로 꼬여 있는 것이므로, 분자의 배치의 모양에 따른 광학활성이 나타날 것으로 기대된다. 생물 세포의 광산란 특성을 이론적으로 분석하기 위해 산란체의 모양을 정할 때, 가장 단순한 것은 동그란 공 모양 또는 기다란 막대모양이며, 세포질 속에 핵이 들어있으면 산란체 속에 다시 작은 산란체가 들어 있는 이중구조, 핵이 없으면 산란체 하나로 된 단순구조가 된다.

실제 생물 세포의 모양은 단순하지 않으므로, 광산란 특성에 관한 엄밀한 이론적 분석이 어렵고, 또 실제 실험에서도 세밀한 내용은 낱알의 세포마다 다르다. 그렇지만, 세포의 모양을 공<sup>[5-6]</sup>이나 원통<sup>[7]</sup> 등 단순한 모양으로 어렵하여 이론적으로 분석하면 전반적인 특성을 이해할 수 있다. 생물 세포의 광산란 특성에 관한 이론적 연구에서 세포 전반적 핵의 모양을 중심이 같은 이중 구조<sup>[8-10]</sup>의 공으로 어렵하여 분석한 바가 있는데, 이 때 세포핵에 들어있는 염색체는 구조가 나선형으로 꼬인 것을 생각하여 광학활성이 있는 물질<sup>[10-13]</sup>로 된 것으로 보아 이론적 모형을 세웠다. 이러한 이론적 모형은 공모양의 세균이나 생물세포를 분석할 때 쓸 수 있을 것이다. 막대모양의 세균이나 생물 세포에 대한 이론적 모형은 두 겹으로 된 원통모양의 산란체에 관한 것이 되겠는데, 이에 관해서는 수치계산 결과만 제시한 초보적인 연구는 보고되었지만, 엄밀한 해석적인 해는 아직 보고된 바 없다<sup>[14]</sup>.

이 논문은 광학활성 동축 이중층 원통의 광산란 문제에 대한 일반해에 관한 것이다. 2절에서는 광학활성 매질에서의 전자기 파동 방정식의 일반적인 형식을 간단히 살펴본다. 3절에서는 광학활성 동축 이중층 원통의 광산란 문제에 대한 일반해를 구하는데, 안쪽 원통, 바깥 원통, 원통 바깥의 매질 등 세 영역에서의 파동 방정식을 정의하고, 경계값 문제를 풀어 2 개의 산란 계수와 6 개의 투과 계수의 해를 구했다. 4절에서는 3절에서 얻은 해를 보다 단순한 경우에 적용하여 모양을 간단히 바꾼 뒤, 그 결과를 이미 보고된 해와 비교하여 같음을 확인함으로써 3절에서 얻은 해가 타당함을 간접적으로 확인했다.

## II. 광학활성 매질에서의 전자기파

이 절에서는 광학활성 매질에서의 전자기 파동 방정식의 일반 형식과 해의 모양을 간단히 설명한다. 맥스웰 방정식은 잘 알려져 있지만, 광학활성 매질에서는 전기장과 자기장이 결합되어 파동 방정식에서도 분리되지 않는다. 따라서 전자기장에 대한 편미분방정식을 분리하려면 유사변환을 하여 전기장과 자기장이 결합된 새로운 장을 도입하고, 그에 대한 편미분방정식과 파동방정식을 풀어내야 한다. 이 절의 내용은 다음 절에서 다루는 산란문제의 수학적 형식을 준비하기

위한 것으로서 광학활성 공의 광산란 특성을 처음 다룬 논문의 내용을 요약해서 정리한 것일 뿐 이 논문의 고유한 내용은 아니다<sup>[12]</sup>.

### 1. 벡터 헬름홀츠 방정식

단색광의 전기장과 자기장 성분에는 똑같이 시간 조화 인자  $e^{-i\omega t}$ 가 들어있으므로 수식이 간단해지게 이것을 생략하면 선형, 등방성, 균일 매질에서 단색광에 대한 맥스웰 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{D} &= 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} &= i\omega \mathbf{B} \\ \nabla \times \mathbf{H} &= -i\omega \mathbf{D} \end{aligned} \quad (1)$$

여기에서  $\mathbf{D}, \mathbf{E}, \mathbf{B}, \mathbf{H}$ 는 각각 변위 벡터(displacement vector), 전기장(electric field), 자기유도(magnetic induction), 자기장(magnetic field)을 나타낸다.

매질의 유전율을  $\epsilon$ , 투자율을  $\mu$ , 광학 활성도를  $\gamma$ 로 나타내면 물성 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \epsilon(\mathbf{E} + \gamma \nabla \times \mathbf{E}) \\ \mathbf{B} &= \mu(\mathbf{H} + \gamma \nabla \times \mathbf{H}). \end{aligned} \quad (2)$$

위의 두 식을 묶으면, 선형, 등방성, 균일 광학활성 매질에서의 맥스웰 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\nabla \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix} = 0, \nabla \times \begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix} = [\mathbf{K}] \begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

여기에서  $[\mathbf{K}]$ 는  $2 \times 2$  행렬로서 그 요소는 다음과 같다.

$$[\mathbf{K}] = \frac{1}{1 - \omega^2 \mu \epsilon \gamma^2} \begin{pmatrix} \omega^2 \mu \epsilon \gamma & i\omega \mu \\ -i\omega \epsilon & \omega^2 \mu \epsilon \gamma \end{pmatrix}. \quad (4)$$

$[\mathbf{K}]$ 가 대각화되어 있지 않으므로 위의 식 (3)은 광학활성 매질에서는 전기장과 자기장이 서로 얽혀 있음을 보여준다. 전기장과 자기장이 이렇게 얽혀있는 것을 풀어내려면  $[\mathbf{K}]$ 를 유사 변환하여 다음과 같이 대각화한다.

$$[\mathbf{A}]^{-1} [\mathbf{K}] [\mathbf{A}] = \begin{pmatrix} k^+ & 0 \\ 0 & -k^- \end{pmatrix} \equiv [\mathbf{A}], \quad (5)$$

여기에서  $k^+, -k^-$ 는 행렬  $[\mathbf{K}]$ 의 고유 값으로 다음과 같다.

$$k^\pm = \frac{\omega \sqrt{\epsilon \mu}}{1 \mp \gamma \omega \sqrt{\epsilon \mu}}. \quad (6)$$

그리고, 고유 벡터는 다음과 같다.

$$\mathbf{x}^+ = \begin{pmatrix} 1 \\ -1/b \end{pmatrix}, \mathbf{x}^- = \begin{pmatrix} b \\ 1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

여기에서  $b$  는  $-i\sqrt{\mu/\epsilon}$  이고, 유사 변환 행렬  $[\mathbf{A}]$  과, 그 역 행렬  $[\mathbf{A}]^{-1}$  은 각각 다음과 같다.

$$[\mathbf{A}] = \begin{pmatrix} 1 & b \\ -1/b & 1 \end{pmatrix}, [\mathbf{A}]^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -b \\ 1 & 1/b \end{pmatrix}. \quad (8)$$

유사변환을 통해 분리되는 벡터  $\mathbf{Q}^\pm$  를 다음과 같이 정의 한다.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix} = [\mathbf{A}] \begin{pmatrix} \mathbf{Q}^+ \\ \mathbf{Q}^- \end{pmatrix} \quad (9)$$

맥스웰 방정식 (3)은 앞의 관계와 유사 변환으로부터 다음과 같이 바뀐다.

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{Q}^+ \\ \mathbf{Q}^- \end{pmatrix} &= 0, \\ \nabla \times \begin{pmatrix} \mathbf{Q}^+ \\ \mathbf{Q}^- \end{pmatrix} &= [\mathbf{A}] \begin{pmatrix} \mathbf{Q}^+ \\ \mathbf{Q}^- \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (10)$$

벡터  $\mathbf{Q}^\pm$  은 각각 다음 헬름홀츠 방정식을 만족한다.

$$\nabla^2 \mathbf{Q}^\pm + k_\pm^2 \mathbf{Q}^\pm = 0, \quad (11)$$

여기에서  $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^+$  이면  $k = k^+$ ,  $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^-$  이면  $k = k^-$  이다. 식(10, 11)은  $\mathbf{Q}^\pm$  가 헬름홀츠 방정식을 만족하는 비발산성 벡터장임을 말해준다.

### 2. 벡터 헬름홀츠 방정식의 일반해

원통 좌표계에서 벡터 헬름홀츠 방정식의 일반해를 구하기 위해  $\mathbf{Q}$  는  $\nabla \cdot \mathbf{Q} = 0$  조건으로 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{Q} = \nabla \times (\mathbf{c}\psi), \quad (12)$$

여기에서  $\mathbf{c}$  는 임의의 상수 벡터이고,  $\psi$  는 스칼라 파동 함수로서 원통 좌표계에서 다음과 같다.

$$\psi_n^{(\sigma)}(r, \varphi, z) = c_n z_n^{(\sigma)}(\rho) e^{\pm i n \varphi} e^{\pm i h z}, \quad (13)$$

여기에서  $\rho = r\sqrt{k^2 - h^2}$ ,  $h = -k \cos \zeta$ ,  $\zeta$  은 입사광의 진행 방향과 원통 축 사이의 각도이다. 이 논문에서는 입사광이 원통축에 수직입사하므로  $h = -k \cos(\pi/2) = 0$  이다. 함수  $z_n^{(\sigma)}(\rho)$  는 베셀 함수로써  $n$  은 차수이고,  $\sigma (= 1, 2, 3)$  는 베셀함수의 종류를 나타내는 정수로서 다음과 같이 정한다.  $z_n^{(1)}(\rho) = J_n(\rho)$  은 베셀함수,  $z_n^{(2)}(\rho) = Y_n(\rho)$  는 노이만함수,  $z_n^{(3)}(\rho) = H_n^{(1)}(\rho)$  은 제1종 한켈함수로  $H_n^{(1)} \equiv J_n + i Y_n$  이다.

스칼라 파동 방정식 <sup>[15]</sup> 를 만족하는 일반해로부터 발산하지 않는 두 원통 벡터 조화함수를 만들 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_n^{(\sigma)}(r, \varphi, z) &\equiv \nabla \times \hat{\mathbf{e}}_\varphi \psi_n^{(\sigma)}(r, \varphi, z) = c_n k \left\{ \hat{\mathbf{e}}_\varphi \frac{z_n^{(\sigma)}(\rho)}{\rho} - \hat{\mathbf{e}}_\rho z_n^{(\sigma)'}(\rho) \right\} e^{-i n \varphi}, \\ \mathbf{N}_n^{(\sigma)}(r, \varphi, z) &\equiv \frac{1}{k} \nabla \times \mathbf{M}_n^{(\sigma)}(r, \varphi, z) = -c_n \hat{\mathbf{e}}_z k z_n^{(\sigma)}(\rho) e^{-i n \varphi}. \end{aligned} \quad (4)$$

전자기 파동 방정식의 일반해는 원통 좌표계에서 앞의 원통 벡터 조화함수의 선형 조합이다.

### III. 산란 문제의 해

반지름  $r_I, r_{II}$  ( $r_I > r_{II}$ ) 인 동축 원통의 매질은 흡수가 없는 광학활성을 가진다. 두 원통의 축은 직각 좌표에서  $\hat{\mathbf{e}}_z$  에 나란하고, 입사하는 파동의 방향은  $\hat{\mathbf{e}}_x$  을 따라서 진행한다. 동축의 두 원통은 공간을 세 부분으로 나누는 데, 원통의 바깥 부분은 0 영역, 안쪽 원통의 내부는 II 영역이고, 원통 바깥과 안쪽 원통 사이인 바깥원통은 I 영역이다. I, II 영역의 매질은 다른 광학 특성 -굴절률, 광학활성도- 을 가질 수 있

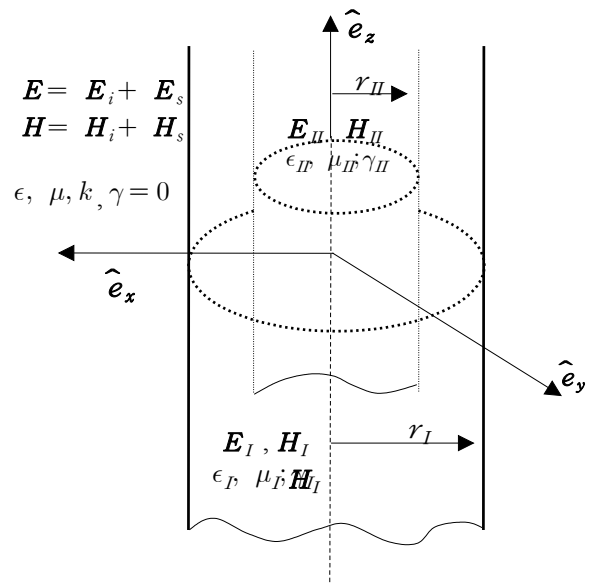


FIG. 1. The coordinate system and the geometry of the concentric double cylinders.

고, 원통 바깥 영역의 매질은 광학활성을 가지지 않는다. 먼저, 각 영역에서 파동 방정식을 구하고, 몇몇 경계 조건을 만족하는 해를 찾는다.

### 1. 각 영역에서 파동 방정식

#### A. 0 영역: 겹 원통의 바깥 영역 ( $r > r_I$ )

입사광은 베셀 함수로 나타낼 수 있다. 입사광은 x 축을 따라서 진행하고 원통의 바깥 영역에서 원통의 축에 수직으로 입사하고, 입사광은 벡터 원통 조화함수로 다음과 같이 전개된다.

$$\begin{aligned} E_i &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{a_n}{k} M_n^{(1)}(kr) + \frac{b_n}{k} N_n^{(1)}(kr) \right\} \\ H_i &= -i \frac{k}{\omega\mu} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{a_n}{k} N_n^{(1)}(kr) + \frac{b_n}{k} M_n^{(1)}(kr) \right\}, \end{aligned} \quad (16)$$

여기에서 원통 바깥 매질은 등방성이고, 광학활성을 가지고 있지 않아서  $\gamma=0$  이고, 전파 상수는  $k=\omega\sqrt{\epsilon\mu}$  이다.  $a_n$  과  $b_n$  은 입사 파동의 전개 계수이고, 진폭 분포와 편광 상태에 따라서 달라진다.

산란 파동은 다음과 같이 전개된다.

$$\begin{aligned} E_s &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{A_n}{k} M_n^{(3)}(kr) + \frac{B_n}{k} N_n^{(3)}(kr) \right\} \\ H_s &= -i \frac{k}{\omega\mu} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{A_n}{k} N_n^{(3)}(kr) + \frac{B_n}{k} M_n^{(3)}(kr) \right\}, \end{aligned} \quad (17)$$

여기에서  $A_n$  과  $B_n$  은 산란된 빛의 미지의 전개 계수이다. 원통의 바깥 부분의 전자기장은 입사 파동과 산란 파동의 중첩으로 다음과 같은 형태를 가진다.

$$\begin{aligned} E_0 &= E_i + E_s = \frac{1}{k} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ a_n M_n^{(1)}(kr) + A_n M_n^{(3)}(kr) \right. \\ &\quad \left. + b_n N_n^{(1)}(kr) + B_n N_n^{(3)}(kr) \right\} \\ H_0 &= H_i + H_s = -\frac{i}{\omega\mu} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ a_n N_n^{(1)}(kr) + A_n N_n^{(3)}(kr) \right. \\ &\quad \left. + b_n M_n^{(1)}(kr) + B_n M_n^{(3)}(kr) \right\}. \end{aligned} \quad (18)$$

#### B. I 영역: 바깥 원통과 안쪽 원통 사이 ( $r_I > r > r_{II}$ )

바깥 원통의 매질은 광학활성을 가지고, 매질의 광학적 특성을 나타내는 매개 변수는  $\epsilon_I, \mu_I, \gamma_I$  이다. 전파 상수는 다음과 같다.

$$k_I^{\pm} = \frac{k_I}{1 \pm \gamma_I k_I}, \quad (19)$$

$$k_I \equiv \omega \sqrt{\epsilon_I \mu_I}, \quad (20)$$

그리고, 유사 변환 행렬의 원소는 다음과 같다.

$$b_I = -i \sqrt{\frac{\mu_I}{\epsilon_I}}. \quad (21)$$

이 영역에서는 원통 바깥에서 안쪽 원통으로 입사하는 빛과 바깥 원통과 안쪽 원통 사이의 경계에서 반사되는 빛이 있는 공간이다. 중첩된 빛은 베셀, 노이만, 한켈 함수로 나타낼 수 있지만, 이 영역에서의 전자기장은 베셀, 노이만 함수로만 나타냈다. 그러므로 바깥 원통 부분에서 파동 함수는 다음과 같이 전개된다.

$$\begin{aligned} Q_I^+ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[ C_n^+ \{ M_n^{(1)}(k_I^+ r) + N_n^{(1)}(k_I^+ r) \} + D_n^+ \{ M_n^{(2)}(k_I^+ r) + N_n^{(2)}(k_I^+ r) \} \right] \\ Q_I^- &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[ \frac{C_n^-}{b_I} \{ M_n^{(1)}(k_I^- r) - N_n^{(1)}(k_I^- r) \} + \frac{D_n^-}{b_I} \{ M_n^{(2)}(k_I^- r) - N_n^{(2)}(k_I^- r) \} \right] \end{aligned} \quad (22)$$

식 (9)에서 전기장과 자기장은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E_I &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[ \frac{C_n^+}{k_I^+} \{ M_n^{(1)}(k_I^+ r) + N_n^{(1)}(k_I^+ r) \} + \frac{D_n^+}{k_I^+} \{ M_n^{(2)}(k_I^+ r) + N_n^{(2)}(k_I^+ r) \} \right. \\ &\quad \left. + \frac{C_n^-}{k_I^-} \{ M_n^{(1)}(k_I^- r) - N_n^{(1)}(k_I^- r) \} + \frac{D_n^-}{k_I^-} \{ M_n^{(2)}(k_I^- r) - N_n^{(2)}(k_I^- r) \} \right] \\ H_I &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[ -\frac{C_n^+}{b_I k_I^+} \{ M_n^{(1)}(k_I^+ r) + N_n^{(1)}(k_I^+ r) \} - \frac{D_n^+}{b_I k_I^+} \{ M_n^{(2)}(k_I^+ r) + N_n^{(2)}(k_I^+ r) \} \right. \\ &\quad \left. + \frac{C_n^-}{b_I k_I^-} \{ M_n^{(1)}(k_I^- r) - N_n^{(1)}(k_I^- r) \} + \frac{D_n^-}{b_I k_I^-} \{ M_n^{(2)}(k_I^- r) - N_n^{(2)}(k_I^- r) \} \right] \end{aligned} \quad (23)$$

여기에서  $C_n^{\pm}$  과  $D_n^{\pm}$  은 미지의 전개 계수이다.

#### C. II 영역: 안쪽 원통 속 ( $r < r_{II}$ )

안쪽 원통의 매질은 광학활성이 있고, 매질의 광학적 특성을 나타내는 매개 변수는  $\epsilon_{II}, \mu_{II}, \gamma_{II}$  이다. 전파상수는 다음과 같다.

$$k_{II}^{\pm} = \frac{k_{II}}{1 \pm \gamma_{II} k_{II}}, \quad (24)$$

$$k_{II} \equiv \omega \sqrt{\epsilon_{II} \mu_{II}}, \quad (25)$$

그리고, 유사 변환 행렬의 원소는 다음과 같다.

$$b_{II} = -i \sqrt{\frac{\mu_{II}}{\epsilon_{II}}}. \quad (26)$$

안쪽 원통에는 원점을 포함하고 있고, 원점에서 함수가 유한하기 위해서 다음과 같이 전개된다.

$$Q_{II}^+ = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{G_n^+}{k_{II}^+} \{M_n^{(1)}(k_{II}^+) + N_n^{(1)}(k_{II}^+)\}$$

$$Q_{II}^- = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{G_n^-}{b_{II} k_{II}^-} \{M_n^{(1)}(k_{II}^-) - N_n^{(1)}(k_{II}^-)\}. \quad (27)$$

식 (9)에서 전기장과 자기장은 다음과 같다.

$$E_{II} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[ \frac{G_n^+}{k_{II}^+} \{M_n^{(1)}(k_{II}^+) + N_n^{(1)}(k_{II}^+)\} + \frac{G_n^-}{k_{II}^-} \{M_n^{(1)}(k_{II}^-) - N_n^{(1)}(k_{II}^-)\} \right]$$

$$H_{II} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[ -\frac{G_n^+}{b_{II} k_{II}^+} \{M_n^{(1)}(k_{II}^+) + N_n^{(1)}(k_{II}^+)\} + \frac{G_n^-}{b_{II} k_{II}^-} \{M_n^{(1)}(k_{II}^-) - N_n^{(1)}(k_{II}^-)\} \right], \quad (28)$$

여기에서  $G_n^\pm$  은 미지의 전개 계수이다.

## 2. 경계 조건

전기장과 자기장의 접선 성분은 두 매질 사이에서 연속이다. 그러므로 원통의 바깥 부분과 바깥 원통 사이의 경계에서 연속이고, 안쪽과 바깥 원통의 경계에서 연속이다.

### A. 바깥 원통의 바깥 표면: $r = r_I$

$$a_n J_n'(\alpha) + A_n H_n^{(1)'}(\alpha) = C_n^+ J_n'(\alpha_I^+) + D_n^+ Y_n'(\alpha_I^+) + C_n^- J_n'(\alpha_I^-) + D_n^- Y_n'(\alpha_I^-) \quad (29a)$$

$$b_n J_n(\alpha) + B_n H_n^{(1)}(\alpha) = C_n^+ J_n(\alpha_I^+) + D_n^+ Y_n(\alpha_I^+) - C_n^- J_n(\alpha_I^-) - D_n^- Y_n(\alpha_I^-) \quad (29b)$$

$$a_n J_n(\alpha) + A_n H_n^{(1)}(\alpha) = \eta_I \{C_n^+ J_n(\alpha_I^+) + D_n^+ Y_n(\alpha_I^+) + C_n^- J_n(\alpha_I^-) + D_n^- Y_n(\alpha_I^-)\} \quad (29c)$$

$$b_n J_n'(\alpha) + B_n H_n^{(1)'}(\alpha) = \eta_I \{C_n^+ J_n'(\alpha_I^+) + D_n^+ Y_n'(\alpha_I^+) - C_n^- Y_n'(\alpha_I^-) - D_n^- Y_n'(\alpha_I^-)\} \quad (29d)$$

여기에서 매개 변수는  $\alpha = kr_I$ ,  $\alpha_I^\pm = k_I^\pm r_I$ ,  $\eta_I = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon} \frac{\epsilon_I}{\mu_I}}$  이다.

### B. 바깥 원통과 안쪽 원통의 경계면: $r = r_{II}$

$$C_n^+ J_n'(\beta_I^+) + D_n^+ Y_n'(\beta_I^+) + C_n^- J_n'(\beta_I^-) + D_n^- Y_n'(\beta_I^-) = G_n^+ J_n'(\beta_{II}^+) + G_n^- J_n'(\beta_{II}^-) \quad (30a)$$

$$C_n^+ J_n(\beta_I^+) + D_n^+ Y_n(\beta_I^+) - C_n^- J_n(\beta_I^-) - D_n^- Y_n(\beta_I^-) = G_n^+ J_n(\beta_{II}^+) - G_n^- J_n(\beta_{II}^-) \quad (30b)$$

$$C_n^+ J_n'(\beta_I^+) + D_n^+ Y_n'(\beta_I^+) - C_n^- J_n'(\beta_I^-) - D_n^- Y_n'(\beta_I^-) = \eta_{II} \{G_n^+ J_n'(\beta_{II}^+) + G_n^- J_n'(\beta_{II}^-)\} \quad (30c)$$

$$C_n^+ J_n(\beta_I^+) + D_n^+ Y_n(\beta_I^+) + C_n^- J_n(\beta_I^-) + D_n^- Y_n(\beta_I^-) = \eta_{II} \{G_n^+ J_n(\beta_{II}^+) - G_n^- J_n(\beta_{II}^-)\} \quad (30d)$$

여기에서  $k_I^\pm r_{II} = \beta_I^\pm$ ,  $k_{II}^\pm r_I = \beta_{II}^\pm$ ,  $\eta_{II} = \sqrt{\frac{\mu_I \epsilon_{II}}{\epsilon_I \mu_{II}}}$  이다.

### 3. 산란 계수와 투과 계수

식 (31) 과 (32)는 8개의 미지수를 가지는 연립 선형 방정식이다. 이를 풀어내는 과정은 매우 복잡하지만 내용은 소거법으로 연립방정식을 푸는 것일 뿐이다. 따라서 여기에 그 과정을 옮기지는 않고 결과만을 정리하겠다.

#### (1) 0 영역에서의 산란 계수

$$\begin{aligned}
 A_n \times \Delta_0 &= a_n A_{a_n}' + b_n A_{b_n}' \\
 &= a_n \times \left[ \begin{aligned} &-X_1 \times \left\{ \Delta[J_n(\alpha), Y_n(\alpha_1^+); \eta_I] \Delta[Y_n(\alpha_1^-), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] + \Delta[J_n(\alpha), Y_n(\alpha_1^-); \eta_I] \Delta[Y_n(\alpha_1^+), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] \right\} \\ &+ X_2 \times \left\{ \Delta[J_n(\alpha), Y_n(\alpha_1^+); \eta_I] \Delta[J_n(\alpha_1^-), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] + \Delta[J_n(\alpha), J_n(\alpha_1^-); \eta_I] \Delta[Y_n(\alpha_1^+), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] \right\} \\ &+ X_3 \times \left\{ \Delta[J_n(\alpha), J_n(\alpha_1^+); \eta_I] \Delta[Y_n(\alpha_1^-), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] + \Delta[J_n(\alpha), Y_n(\alpha_1^-); \eta_I] \Delta[J_n(\alpha_1^+), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] \right\} \\ &- X_4 \times \left\{ \Delta[J_n(\alpha), J_n(\alpha_1^+); \eta_I] \Delta[J_n(\alpha_1^-), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] + \Delta[J_n(\alpha), J_n(\alpha_1^-); \eta_I] \Delta[J_n(\alpha_1^+), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] \right\} \\ &+ Y_1 \times \Delta[J_n(\alpha), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I^2] \end{aligned} \right] \\
 &+ b_n \times \eta_I \Delta[J_n(\alpha), H_n^{(1)}(\alpha)] \left[ X_1 \times \Delta[Y_n(\alpha_1^+), Y_n(\alpha_1^-)] - X_2 \times \Delta[Y_n(\alpha_1^+), J_n(\alpha_1^-)] \right. \\
 &\quad \left. - X_3 \times \Delta[J_n(\alpha_1^+), Y_n(\alpha_1^-)] + X_4 \times \Delta[J_n(\alpha_1^+), J_n(\alpha_1^-)] + Y_2 \right]
 \end{aligned} \tag{31a}$$

$$\begin{aligned}
 B_n \times \Delta_0 &= a_n \times \eta_I \times \Delta[J_n(\alpha), H_n^{(1)}(\alpha)] \left[ \begin{aligned} &X_1 \times \Delta[Y_n(\alpha_1^+), Y_n(\alpha_1^-)] - X_2 \Delta[Y_n(\alpha_1^+), J_n(\alpha_1^-)] \\ &\left( -X_3 \Delta[J_n(\alpha_1^+), Y_n(\alpha_1^-)] + X_4 \times \Delta[J_n(\alpha_1^+), J_n(\alpha_1^-)] - Y_2 \right) \end{aligned} \right] \\
 &+ b_n \times \left[ \begin{aligned} &-X_1 \times \left\{ \Delta[Y_n(\alpha_1^+), J_n(\alpha); \eta_I] \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), Y_n(\alpha_1^-); \eta_I] + \Delta[Y_n(\alpha_1^-), J_n(\alpha); \eta_I] \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), Y_n(\alpha_1^+); \eta_I] \right\} \\ &+ X_2 \times \left\{ \Delta[Y_n(\alpha_1^+), J_n(\alpha); \eta_I] \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), J_n(\alpha_1^-); \eta_I] + \Delta[J_n(\alpha_1^-), J_n(\alpha); \eta_I] \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), Y_n(\alpha_1^+); \eta_I] \right\} \\ &+ X_3 \times \left\{ \Delta[J_n(\alpha_1^+), J_n(\alpha); \eta_I] \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), Y_n(\alpha_1^-); \eta_I] + \Delta[Y_n(\alpha_1^-), J_n(\alpha); \eta_I] \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), J_n(\alpha_1^+); \eta_I] \right\} \\ &- X_4 \times \left\{ \Delta[J_n(\alpha_1^+), J_n(\alpha); \eta_I] \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), J_n(\alpha_1^-); \eta_I] + \Delta[J_n(\alpha_1^-), J_n(\alpha); \eta_I] \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), J_n(\alpha_1^+); \eta_I] \right\} \\ &+ Y_1 \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), J_n(\alpha); \eta_I^2] \end{aligned} \right]
 \end{aligned} \tag{31b}$$

#### (2) I 영역에서의 투과 계수

$$C_n^+ \Delta_0 = a_n \Delta[J_n(\alpha), H_n^{(1)}(\alpha)] \times \left\{ -X_3 \Delta[Y_n(\alpha_1^-), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] + X_4 \Delta[J_n(\alpha_1^-), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] - \Phi_R \Delta[Y_n(\alpha_1^+), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] \right\} + b_n \Delta[J_n(\alpha), H_n^{(1)}(\alpha)] \times \left\{ -X_3 \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), Y_n(\alpha_1^-); \eta_I] + X_4 \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), J_n(\alpha_1^-); \eta_I] + \Phi_R \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), Y_n(\alpha_1^+); \eta_I] \right\} \tag{31c}$$

$$D_n^+ \Delta_0 = a_n \Delta[J_n(\alpha), H_n^{(1)}(\alpha)] \times \left\{ X_1 \Delta[Y_n(\alpha_1^-), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] - X_2 \Delta[J_n(\alpha_1^-), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] + \Phi_R \Delta[J_n(\alpha_1^+), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] \right\} + b_n \Delta[J_n(\alpha), H_n^{(1)}(\alpha)] \times \left\{ X_1 \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), Y_n(\alpha_1^-); \eta_I] - X_2 \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), J_n(\alpha_1^-); \eta_I] - \Phi_R \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), J_n(\alpha_1^+); \eta_I] \right\} \tag{31d}$$

$$C_n^- \Delta_0 = -a_n \Delta[J_n(\alpha), H_n^{(1)}(\alpha)] \times \left\{ X_2 \Delta[Y_n(\alpha_1^+), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] - X_4 \Delta[J_n(\alpha_1^+), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] + \Phi_L \Delta[Y_n(\alpha_1^-), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] \right\} + b_n \Delta[J_n(\alpha), H_n^{(1)}(\alpha)] \times \left\{ X_2 \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), Y_n(\alpha_1^+); \eta_I] - X_4 \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), J_n(\alpha_1^+); \eta_I] - \Phi_L \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), Y_n(\alpha_1^-); \eta_I] \right\} \tag{31e}$$

$$D_n^- \Delta_0 = a_n \Delta[J_n(\alpha), H_n^{(1)}(\alpha)] \times \left\{ X_1 \Delta[Y_n(\alpha_1^+), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] - X_3 \Delta[J_n(\alpha_1^+), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] + \Phi_L \Delta[J_n(\alpha_1^-), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] \right\} - b_n \Delta[J_n(\alpha), H_n^{(1)}(\alpha)] \times \left\{ X_1 \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), Y_n(\alpha_1^+); \eta_I] - X_3 \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), J_n(\alpha_1^+); \eta_I] - \Phi_L \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), J_n(\alpha_1^-); \eta_I] \right\} \tag{31f}$$

#### (3) II 영역에서의 투과 계수

$$\begin{aligned}
 G_n^+ \Delta_0 &= 2a_n \Delta[J_n(\alpha), H_n^{(1)}(\alpha)] \\
 &\left[ \begin{aligned} &(\eta_{II} + 1) \Delta[J_n(\beta_I^+), Y_n(\beta_I^+)] \times \left\{ \Delta[Y_n(\alpha_1^-), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] \Delta[J_n(\beta_I^-), J_n(\beta_{II}^-)] - \Delta[J_n(\alpha_1^-), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] \Delta[Y_n(\beta_I^-), J_n(\beta_{II}^-)] \right\} \\ &- (\eta_{II} - 1) \Delta[J_n(\beta_I^-), Y_n(\beta_I^-)] \times \left\{ \Delta[J_n(\alpha_1^+), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] \sum [Y_n(\beta_I^+), J_n(\beta_{II}^-)] - \Delta[Y_n(\alpha_1^+), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] \sum [J_n(\beta_I^+), J_n(\beta_{II}^-)] \right\} \end{aligned} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ 2b_n \Delta[J_n(\alpha), H_n^{(1)}(\alpha)] \\
 &\left[ (\eta_{II}+1) \Delta[J_n(\beta_I^+), Y_n(\beta_I^+)] \times \left\{ \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), Y_n(\alpha_-); \eta_{II}] \Delta[J_n(\beta_I^-), J_n(\beta_{II}^-)] - \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), J_n(\alpha_-); \eta_{II}] \Delta[Y_n(\beta_I^-), J_n(\beta_{II}^-)] \right\} \right. \\
 &\left. + (\eta_{II}-1) \Delta[J_n(\beta_I^-), Y_n(\beta_I^-)] \times \left\{ \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), J_n(\alpha_+); \eta_{II}] \sum [Y_n(\beta_I^+), J_n(\beta_{II}^-)] - \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), Y_n(\alpha_+); \eta_{II}] \sum [J_n(\beta_I^+), J_n(\beta_{II}^-)] \right\} \right]
 \end{aligned} \tag{31g}$$

$$\begin{aligned}
 &G_n^- \Delta_0 \\
 &= 2a_n \Delta[J_n(\alpha), H_n^{(1)}(\alpha)] \\
 &\left[ (\eta_{II}+1) \Delta[J_n(\beta_I^-), Y_n(\beta_I^-)] \times \left\{ \Delta[Y_n(\alpha_+), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_{II}] \Delta[J_n(\beta_I^+), J_n(\beta_{II}^+)] - \Delta[J_n(\alpha_+), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_{II}] \Delta[Y_n(\beta_I^+), J_n(\beta_{II}^+)] \right\} \right. \\
 &\left. - (\eta_{II}-1) \Delta[J_n(\beta_I^+), Y_n(\beta_I^+)] \times \left\{ \Delta[J_n(\alpha_-), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_{II}] \sum [Y_n(\beta_I^-), J_n(\beta_{II}^+)] - \Delta[Y_n(\alpha_-), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_{II}] \sum [J_n(\beta_I^-), J_n(\beta_{II}^+)] \right\} \right] \\
 &+ 2b_n \Delta[J_n(\alpha), H_n^{(1)}(\alpha)] \\
 &\left[ (\eta_{II}+1) \Delta[J_n(\beta_I^-), Y_n(\beta_I^-)] \times \left\{ \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), J_n(\alpha_+); \eta_{II}] \Delta[Y_n(\beta_I^+), J_n(\beta_{II}^+)] - \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), Y_n(\alpha_+); \eta_{II}] \Delta[J_n(\beta_I^+), J_n(\beta_{II}^+)] \right\} \right. \\
 &\left. - (\eta_{II}-1) \Delta[J_n(\beta_I^+), Y_n(\beta_I^+)] \times \left\{ \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), J_n(\alpha_-); \eta_{II}] \sum [Y_n(\beta_I^-), J_n(\beta_{II}^+)] - \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), Y_n(\alpha_-); \eta_{II}] \sum [J_n(\beta_I^-), J_n(\beta_{II}^+)] \right\} \right]
 \end{aligned} \tag{31h}$$

위의 식에서, 식을 간단히 하기 위해서 쓰인 기호는 다음과 같이 정의된다.

$$\Delta[f, g] \equiv f \cdot g' - f' \cdot g \tag{32a}$$

$$\Delta[f, g; \eta] \equiv f \cdot g' - \eta \cdot f' \cdot g \tag{32b}$$

$$\sum[f, g] \equiv f \cdot g' + f' \cdot g \tag{32c}$$

$$\sum[f, g; \eta] \equiv f \cdot g' + \eta \cdot f' \cdot g \tag{32d}$$

여기에서  $f, g, \eta$  는 함수 기호의 인수이고, 붓점(.)은 미분을 뜻한다. 그리고,  $X_1, X_2, X_3, X_4, Y_1, Y_2$  는 다음과 같이 정의된다.

$$X_1 = (\eta_{II}+1)^2 \Delta[J_n(\beta_I^+), J_n(\beta_{II}^+)] \Delta[J_n(\beta_I^-), J_n(\beta_{II}^-)] - (\eta_{II}-1)^2 \sum [J_n(\beta_I^+), J_n(\beta_{II}^-)] \sum [J_n(\beta_I^-), J_n(\beta_{II}^+)] \tag{33a}$$

$$X_2 = (\eta_{II}+1)^2 \Delta[J_n(\beta_I^+), J_n(\beta_{II}^+)] \Delta[Y_n(\beta_I^-), J_n(\beta_{II}^-)] - (\eta_{II}-1)^2 \sum [J_n(\beta_I^+), J_n(\beta_{II}^-)] \sum [Y_n(\beta_I^-), J_n(\beta_{II}^+)] \tag{33b}$$

$$X_3 = (\eta_{II}+1)^2 \Delta[J_n(\beta_I^-), J_n(\beta_{II}^-)] \Delta[Y_n(\beta_I^+), J_n(\beta_{II}^+)] - (\eta_{II}-1)^2 \sum [J_n(\beta_I^-), J_n(\beta_{II}^+)] \sum [Y_n(\beta_I^+), J_n(\beta_{II}^-)] \tag{33c}$$

$$X_4 = (\eta_{II}+1)^2 \Delta[Y_n(\beta_I^+), J_n(\beta_{II}^+)] \Delta[Y_n(\beta_I^-), J_n(\beta_{II}^-)] - (\eta_{II}-1)^2 \sum [Y_n(\beta_I^+), J_n(\beta_{II}^-)] \sum [Y_n(\beta_I^-), J_n(\beta_{II}^+)] \tag{33d}$$

$$\Phi_R = -(\eta_{II}^2-1) \Delta[J_n(\beta_I^-), Y_n(\beta_I^-)] \sum [J_n(\beta_{II}^+), J_n(\beta_{II}^-)] \tag{33e}$$

$$\Phi_L = -(\eta_{II}^2-1) \Delta[J_n(\beta_I^+), Y_n(\beta_I^+)] \sum [J_n(\beta_{II}^+), J_n(\beta_{II}^-)] \tag{33f}$$

$$Y_1 = (\eta_{II}^2-1) \sum [J_n(\beta_{II}^+), J_n(\beta_{II}^-)] \left\{ \Delta[J_n(\alpha_-), Y_n(\alpha_-)] \Delta[J_n(\beta_I^+), Y_n(\beta_I^+)] + \Delta[J_n(\alpha_+), Y_n(\alpha_+)] \Delta[J_n(\beta_I^-), Y_n(\beta_I^-)] \right\} \tag{33g}$$

$$Y_2 = (\eta_{II}^2-1) \sum [J_n(\beta_{II}^+), J_n(\beta_{II}^-)] \left[ \Delta[J_n(\alpha_-), Y_n(\alpha_-)] \Delta[J_n(\beta_I^+), Y_n(\beta_I^+)] - \Delta[J_n(\alpha_+), Y_n(\alpha_+)] \Delta[J_n(\beta_I^-), Y_n(\beta_I^-)] \right] \tag{33h}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta_0 = &(\eta_{II}^2-1) H_n^{(1)}(\alpha) H_n^{(1)'}(\alpha) Y_1 \\
 &+ X_1 \times \left\{ \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), Y_n(\alpha_+); \eta_{II}] \Delta[Y_n(\alpha_-), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_{II}] + \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), Y_n(\alpha_-); \eta_{II}] \Delta[Y_n(\alpha_+), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_{II}] \right\} \\
 &- X_2 \times \left\{ \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), Y_n(\alpha_+); \eta_{II}] \Delta[J_n(\alpha_-), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_{II}] + \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), J_n(\alpha_-); \eta_{II}] \Delta[Y_n(\alpha_+), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_{II}] \right\} \\
 &- X_3 \times \left\{ \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), J_n(\alpha_+); \eta_{II}] \Delta[Y_n(\alpha_-), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_{II}] + \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), Y_n(\alpha_-); \eta_{II}] \Delta[J_n(\alpha_+), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_{II}] \right\} \\
 &+ X_4 \times \left\{ \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), J_n(\alpha_+); \eta_{II}] \Delta[J_n(\alpha_-), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_{II}] + \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), J_n(\alpha_-); \eta_{II}] \Delta[J_n(\alpha_+), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_{II}] \right\}
 \end{aligned} \tag{33i}$$

#### IV. 논 의

앞 장에서, 구한 해는 수식이 아주 복잡해서 타당성이 직관적으로 명확히 드러나지는 않는다. 그러므로, 타당성을 점검하기 위해서 이미 해를 알고 있는 몇몇 특수한 경우와 비교하여 검토해볼 필요가 있다. 이 논문에서는 두 가지 상황과 비교한다. 안 쪽과 바깥 원통의 매질이 모두 광학적으로 비활성이라면, 이 원통은 광학적으로 선형이고, 등방성인 동축 이중층 원통과 같고, 그 상황에서 이미 보고된 해와 같아야 한다<sup>[16]</sup>. 그리고, 안쪽과 바깥 원통의 매질이 똑같고, 광학활성이 있다면, 이 원통은 광학 활성 단일 원통과 같고, 그 상황에서 이미 보고된 해와 같아야 한다<sup>[13]</sup>.

**1. 안쪽과 바깥 원통 모두 광학활성이 없을 때** ( $\gamma_I=0, \gamma_{II}=0$ )

식 (21)과 (26)으로부터,  $\gamma_I=0, \gamma_{II}=0$  이라면, 전파 상수는  $k_I^\pm = k_I, k_{II}^\pm = k_{II}$  으로 간단해지고, 함수 기호  $X_1, X_2, X_4, Y_1, Y_2, \mathbf{\Delta}_0$  는 다음과 같은 꼴이 된다.

$$X_1 = -4\Delta[J_n(\beta_I), J_n(\beta_{II}); \eta_{II}] \Delta[J_n(\beta_{II}), J_n(\beta_I); \eta_{II}] \tag{34a}$$

$$X_2 = \Delta[J_n(\beta_{II}), J_n(\beta_I); \eta_{II}] \Delta[Y_n(\beta_I), J_n(\beta_{II}); \eta_{II}] + \Delta[J_n(\beta_I), J_n(\beta_{II}); \eta_{II}] \Delta[J_n(\beta_{II}), Y_n(\beta_I); \eta_{II}] \tag{34b}$$

$$X_4 = -4\Delta[J_n(\beta_{II}), Y_n(\beta_I); \eta_{II}] \Delta[Y_n(\beta_I), J_n(\beta_{II}); \eta_{II}] \tag{34c}$$

$$Y_1 = 2(\eta_{II}^2 - 1) \Delta[J_n(\alpha_I), Y_n(\alpha_I)] \Delta[J_n(\beta_I), Y_n(\beta_I)] \sum [J_n(\beta_{II}), J_n(\beta_{II})] \tag{34d}$$

$$Y_2 = 0 \tag{34e}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{\Delta}_0 = & (\eta_I^2 - 1) H_n^{(1)}(\alpha) H_n^{(1)'}(\alpha) Y_I \\ & + 2X_1 \times \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), Y_n(\alpha_I); \eta_I] \Delta[Y_n(\alpha_I), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] + 2X_4 \times \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), J_n(\alpha_I); \eta_I] \Delta[J_n(\alpha_I), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] \\ & - 2X_2 \times \{ \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), J_n(\alpha_I); \eta_I] \Delta[Y_n(\alpha_I), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] + \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), Y_n(\alpha_I); \eta_I] \Delta[J_n(\alpha_I), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] \} \end{aligned} \tag{34f}$$

그러므로, 산란 계수는 다음과 같은 꼴이 된다.

$$A_n \times \mathbf{\Delta}_0 = a_n \times \left[ \begin{aligned} & -2X_1 \times \Delta[Y_n(\alpha_I), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] \Delta[J_n(\alpha), Y_n(\alpha_I); \eta_I] - 2X_4 \times \Delta[J_n(\alpha_I), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] \Delta[J_n(\alpha), J_n(\alpha_I); \eta_I] \\ & + 2X_2 \times \{ \Delta[J_n(\alpha_I), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] \Delta[J_n(\alpha), Y_n(\alpha_I); \eta_I] + \Delta[J_n(\alpha), J_n(\alpha_I); \eta_I] \Delta[Y_n(\alpha_I), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] \} \\ & + Y_1 \times \Delta[J_n(\alpha), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I^2] \end{aligned} \right] \tag{35a}$$

$$B_n \times \mathbf{\Delta}_0 = b_n \times \left[ \begin{aligned} & -2X_1 \times \Delta[Y_n(\alpha_I), J_n(\alpha); \eta_I] \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), Y_n(\alpha_I); \eta_I] - 2X_4 \times \Delta[J_n(\alpha_I), J_n(\alpha); \eta_I] \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), J_n(\alpha_I); \eta_I] \\ & + 2X_2 \times \{ \Delta[J_n(\alpha_I), J_n(\alpha); \eta_I] \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), Y_n(\alpha_I); \eta_I] + \Delta[Y_n(\alpha_I), J_n(\alpha); \eta_I] \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), J_n(\alpha_I); \eta_I] \} \\ & + Y_1 \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), J_n(\alpha); \eta_I^2] \end{aligned} \right] \tag{35b}$$

**2. 안쪽과 바깥 원통의 매질이 같을 때** ( $\epsilon_I = \epsilon_{II}, \mu_I = \mu_{II}, \gamma_I = \gamma_{II}$ )

식 (21)과 (25)에서,  $\gamma_I=0, \gamma_{II}=0$  이라면, 전파 상수는  $k_I^\pm = k_I, k_{II}^\pm = k_{II}$  으로 간단해 진다. 따라서 함수 기호  $X_1, X_2, X_3, X_4, Y_1, Y_2, \mathbf{\Delta}_0$  는 다음과 같이 간단해 진다.

$$X_1 = X_2 = X_3 = Y_1 = Y_2 = 0, \tag{36a}$$

$$X_4 = 4\Delta[Y_n(\beta^+), J_n(\beta^+)] \Delta[Y_n(\beta^-), J_n(\beta^-)] \tag{36b}$$

$$\mathbf{\Delta}_0 = X_4 \{ \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), J_n(\alpha_I^+); \eta_I] \Delta[J_n(\alpha_I^-), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] + \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), J_n(\alpha_I^-); \eta_I] \Delta[J_n(\alpha_I^+), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] \} \tag{36c}$$

그러므로, 산란 계수는 다음과 같이 간단해 진다.

$$A_n \times \mathbf{\Delta}_0 = -a_n \times X_4 \times \{ \Delta[J_n(\alpha), J_n(\alpha_I^+); \eta_I] \Delta[J_n(\alpha_I^-), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] + \Delta[J_n(\alpha), J_n(\alpha_I^-); \eta_I] \Delta[J_n(\alpha_I^+), H_n^{(1)}(\alpha); \eta_I] \} + b_n \times X_4 \times \eta_I \Delta[J_n(\alpha), H_n^{(1)}(\alpha)] \Delta[J_n(\alpha_I^+), J_n(\alpha_I^-)] \tag{37a}$$

$$B_n \times \mathbf{\Delta}_0 = a_n \times X_4 \times \eta_I \times \Delta[J_n(\alpha), H_n^{(1)}(\alpha)] \Delta[J_n(\alpha_I^+), J_n(\alpha_I^-)] - b_n \times X_4 \times \{ \Delta[J_n(\alpha_I^+), J_n(\alpha); \eta_I] \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), J_n(\alpha_I^-); \eta_I] + \Delta[J_n(\alpha_I^-), J_n(\alpha); \eta_I] \Delta[H_n^{(1)}(\alpha), J_n(\alpha_I^+); \eta_I] \} \tag{37b}$$

이 결과는 광학활성 단일 원통의 결과와 같다<sup>[13]</sup>.



## V. 결 론

이 논문에서는, 광학활성 물질로 된 동축 이중 원통에 수직 입사된 전자기파의 산란 문제에 대한 해석적인 해를 구했다. 해를 구하는 방법은 입사광, 산란광, 투과광을 각 영역의 조건에 맞는 원통 벡터조화함수로 전개하고, 전개계수를 원통면에서의 경계조건을 써서 풀어냈다. 입사광이 선편광으로서 편광방향이 원통축과 나란하거나 수직일 때는 원통 매질이 광학적으로 비활성이면 산란광의 편광방향도 입사광과 같다. 하지만, 이중 원통에서 바깥쪽 원통 또는 안쪽 원통 어느 하나의 매질이 광학활성이면 산란광 및 투과광의 편광상태가 변한다. 그러므로, 입사광과 산란광의 편광상태를 비교하면 원통 매질에 광학활성이 있는가 없는가를 알 수 있다. 해는 아주 복잡한 수식으로 되어 있어서 정확성을 곧바로 확인하기도 어렵고, 산란광의 일반적 특성도 끌어내기가 쉽지 않다. 따라서 산란각에 따른 산란광의 밝기와 편광 분포를 정량적으로 분석하려면 수치계산을 해야 한다. 이 수치계산을 바탕으로 한 산란 특성의 분석은 후속 논문에서 수행한다.

## References

1. H. M. Shapiro, *Practical Flow Cytometry*, 3rd ed. (Wiley-Liss, New York, USA, 1995).
2. A. Radbruch, *Flow Cytometry and Cell Sorting*, 2nd ed. (Springer, Berlin, Germany, 2000).
3. C. F. Bohren and D. R. Huffman, *Absorption and Scattering of Light by Small Particles* (John Wiley & Sons, New York, USA, 1998).
4. M. I. Mishchenko, L. D. Travis, and A. A. Lacis, *Scattering, Absorption and Emission of Light by Small Particles* (Cambridge University Press, London, UK, 2002).
5. G. Mie, "Beitrage zur optik truber medien, spezell kolloidalev metallosunger," *Ann. Phys.* **25**, 377-445 (1908).
6. P. von Debye, "Der Lichtdruck auf Kugeln von beliebigem Material," *Ann. Phys.* **30**, 57-136 (1909).
7. J. R. Wait, "Scattering of a plane wave from a circular dielectric cylinder at oblique incidence," *Can. J. Phys.* **33**, 189-195 (1955).
8. A. L. Aden and M. Kerker, "Scattering of electromagnetic waves from two concentric spheres," *J. Appl. Phys.* **22**, 1242-1246 (1951).
9. A. Z. Elsherbeni and M. Tew, "Electromagnetic scattering from a circular cylinder of homogeneous dielectric coated by a dielectirc shell with a permittivity profile in the radial and azimuthal directions-even TM case," *Southeastcon '90 Proceedings* (Institute of Electrical and Electronics Engineers, New York, USA, 1990), pp. 996-1001.
10. M. S. Kluskens and E. H. Newman, "Scattering by a multilayer chiral cylinder," *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **39**, 91-96 (1991).
11. C. F. Bohren, "Light scattering by an optically active sphere," *Chem. Phys. Lett.* **29**, 458-462 (1974).
12. J. S. Kim and J. K. Chang, "Light scattering by two concentric optically active spheres: I. General theory," *J. Korean Phys. Soc.* **45**, 352-365 (2004).
13. C. F. Bohren, "Scattering of electromagnetic waves by an optically active cylinder," *J. Colloid Interface Sci.* **66**, 105-109 (1978).
14. R. Sharma and N. Balakrishnan, "Scattering of electromagnetic waves from chirally coated cylinders," *Smart Mater. Struct.* **7**, 512-521 (1998).
15. J. A. Stratton, *Electromagnetic Theory* (McGraw-Hill, New York, USA, 1941).
16. C. C. H. Tang, "Backscattering from Dielectric-Coated Infinite Cylindrical Obstacles," *J. Appl. Phys.* **28**, 628-633 (1957).