<학술논문> DOI:10.3795/KSME-A.2009.33.12.1464

순차적 샘플링과 크리깅 메타모델을 이용한 신뢰도 기반 최적설계

최규선* · 이갑성** · 최동훈†

(2009 년 8 월 14 일 접수, 2009 년 10 월 30 일 수정, 2009 년 11 월 9 일 심사완료)

Reliability-Based Design Optimization Using Kriging Metamodel with Sequential Sampling Technique

Kyuseon Choi, Gabseong Lee and Dong-Hoon Choi

Key Words : RBDO(신뢰도 기반 최적설계), Kriging Metamodel(크리깅 메타모델), Constraint Boundary Sampling(제한조건 경계샘플링), Inactive Design(비 활성화 설계)

Abstract

RBDO approach based on a sampling method with the Kriging metamodel and Constraint Boundary Sampling (CBS), which is sequential sampling method to generate metamodels is proposed. The major advantage of the proposed RBDO approach is that it does not require Most Probable failure Point (MPP) which is essential for First-Order Reliability Method (FORM)-based RBDO approach. The Monte Carlo Sampling (MCS), most well-known method of the sampling methods for the reliability analysis is used to assess the reliability of constraints. In addition, a Cumulative Distribution Function (CDF) of the constraints is approximated using Moving Least Square (MLS) method from empirical distribution function. It is possible to acquire a probability of failure and its analytic sensitivities by using an approximate function of the CDF for the constraints. Moreover, a concept of inactive design is adapted to improve a numerical efficiency of the proposed approach. Computational accuracy and efficiency of the proposed RBDO approach are demonstrated by numerical and engineering problems.

1. 서 론

신뢰도 기반 최적설계(Reliability-Based Design Optimization; RBDO) 기법은 모델링 및 가공, 운전 과정에서 발생하는 불확정성의 영향을 고려하는 최적설계 기법이다. RBDO 는 알고리즘의 진행에 따라 입력변수 및 파라미터의 불확정성에 의한 시스템의 불확정성을 정량적으로 평가하는 신뢰도 해석(Reliability Anlaysis; RA) 과정을 포함한다.

† 책임저자, 회원, 한양대학교 기계공학부
E-mail : dhchoi@hanyang.ac.kr
TEL : (02)2220-0443 FAX : (02)2291-4070
* ㈜ LG 전자 에어컨 사업본부
** 한양대학교 대학원 기계공학과

최근 제품의 품질 성능이 주목 받기 시작하면서 다양한 RA 기법과 이를 기반으로 한 다양한 RBDO 기법이 제안되어 왔다.

RA 는 기본적으로 다음과 같은 다중적분 형태의 식을 계산하는 문제로 생각해 볼 수 있다.

$$P_f = \int_{\Omega_f} \cdots \int f_{\mathbf{X}}(\mathbf{X})\, d\mathbf{X} \tag{1}$$

이때, 제한조건이 위배될 확률, 즉 파괴확률 P_f 는 파괴영역에서 시스템의 결합 확률밀도함수를 적분함으로써 계산할 수 있다. $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{X})$와 Ω_f 는 각각 시스템의 결합 확률밀도함수와 파괴영역을 의미한다.

1 차 신뢰도 방법(First Order Reliability Method; FORM)은 가장 대표적인 RA 기법으로 알려져 있다.

FORM 은 최대 가능 손상점(Most Probable failure Point; MPP)에서 한계상태식(Limit state function)을 1 차로 근사화하여 파괴확률을 계산하는 방법이다. 하지만 FORM 은 MPP 근처에서 한계상태식의 비선형성이 강하거나, 여러 개의 MPP 가 존재하는 경우에는 사용이 어려우며, 또한 MPP 를 찾기 위한 별도의 최적화 과정을 필요로 하므로 수치적인 비용이 크다.[1]

RA 를 위한 다른 방법으로 몬테카를로 추출법(Monte Carlo Sampling; MCS)이나 라틴방격 추출법(Latin Hypercube Sampling; LHS) 등의 추출법이 있다. 이러한 추출법은 정식화가 간단하고 복잡한 한계상태식을 다루기가 용이하며, 특히 여러 개의 파괴영역이 존재하는 문제를 다루는데 별도의 변환과정이 필요하지 않기 때문에 유용하게 사용될 수 있다. 하지만 추출법은 수치적 부담이 매우 크므로 해석에 적지 않은 시간이 소요되는 실제 문제의 경우 적용이 불가능하다.[2]

본 연구에서는 추출법의 장점을 살리고 단점을 극복한 새로운 RBDO 방법론을 제안하고자 한다. 제안된 방법은 크게 [1] 제한조건 경계 샘플링(Constraint Boundary Sampling; CBS)[3]을 이용한 한계상태식의 크리깅 메타모델(Kriging metamodel) 생성, [2] 생성된 메타모델을 이용한 MCS 수행, [3] MCS 결과를 이용한 신뢰도 해석 및 파괴확률의 민감도 계산 등으로 이루어진다. 먼저 초기점을 기준으로 메타모델을 생성할 영역을 설정한 뒤 CBS 를 이용하여 크리깅 메타모델을 생성한다. 다음으로 생성된 크리깅 메타모델을 이용하여 MCS 를 수행한다. 메타모델을 이용하여 MCS 를 수행하므로 추가적인 해석은 필요하지 않고 수치적 비용 역시 무시할 수 있다. MCS 를 수행한 후 그 결과를 바탕으로 누적분포함수와 확률밀도함수를 이동최소자승법(Moving Least Square; MLS)[4]을 이용하여 생성하고 파괴확률의 민감도를 계산한다.

본 연구에서는 수학 예제와 공학 예제를 통해 제안된 RBDO 방법의 정확성과 효율성을 확인하였다.

2. 한계상태식의 근사화

메타모델을 기반으로 하는 RBDO 방법론의 경우 메타모델의 정확성이 반드시 확보되어야 하며, 특히 RA 기법으로 추출법을 사용하는 경우에는 무엇보다도 한계상태식에 대한 정확한 근사화가 필수적이다. 따라서 본 연구에서는 비선형성이 큰 함수도 잘 근사화할 수 있는 기법으로 알려진 크리깅 메타모델링과 구속조건 식의 경계를 따라서 추가 실험점을 추출하는 CBS 를 사용하였다.

2.1 크리깅 메타모델

본 연구에서 사용된 크리깅 메타모델은 다음과 같은 식으로 정의된다.

$$G(\mathbf{x}) = \mathbf{f}(\mathbf{x})^T \boldsymbol{\beta} + Z(\mathbf{x}) \tag{2}$$

식 (2)에서 $\mathbf{f}(\mathbf{x})^T\boldsymbol{\beta}$ 는 전역(Global) 모델이라 하고 전체 설계영역에서의 전반적인 경향을 나타내며, $Z(\mathbf{x})$는 지역(local) 모델이라 하고 각 영역에서 전역 모델을 보정하는 역할을 한다. 전역모델과 지역모델의 적절한 조합을 통해 크리깅 메타모델은 비선형성을 잘 표현할 수 있다. $f(\mathbf{x})$는 전역보간모델의 차원에 따라 p 개의 다항식 요소로 이루어진 벡터이며, $\boldsymbol{\beta}$ 는 보간계수의 벡터이다. $Z(\mathbf{x})$는 평균이 0 이고 공분산이 $\sigma_Z^2\mathbf{R}$ 인 Gaussian process 로 가정하며, 이때 상관함수 $\mathbf{R}$ 은 실험점들 중 임의의 두 점간의 관계를 나타낸다.

평균제곱오차(Mean Square Error; MSE)를 최소화하는 조건으로부터 $G(\mathbf{x})$에 대한 근사식 $\hat{G}(\mathbf{x})$는 식 (3)과 같이 구할 수 있다.

$$\hat{G}(\mathbf{x}) = \mathbf{f}(\mathbf{x})^T \hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{r}(\mathbf{x})^T \mathbf{R}^{-1}\left(\mathbf{G} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\beta}}\right) \tag{3}$$

식 (3)에서 $\mathbf{G}$ 는 함수 응답 값으로 이루어진 벡터, $\mathbf{F}$ 는 각각의 실험점에서 계산된 $f(\mathbf{x})$로 이루어진 행렬이며, $\boldsymbol{\beta}$ 에 대한 근사치는 식 (4)를 통해 구할 수 있다. 상관벡터 $\mathbf{r}(\mathbf{x})$는 실험점들과 예측점의 상관계수들로 이루어진다.

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \left(\mathbf{F}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{F}\right)^{-1}\mathbf{F}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{G} \tag{4}$$

2.2 제한조건 경계 샘플링

CBS 에서는 추가 실험점의 선정에 대한 판단 기준으로 정규확률밀도 함수를 포함하는 다음의 식을 이용한다.

$$CBS = \begin{cases} \sum_{j=1}^{NCON} \phi\left(\dfrac{\hat{G}_j(\mathbf{x})}{\sqrt{MSE_j}}\right) & \text{if } \hat{G}_j(\mathbf{x}) \geq 0 \ \forall j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{5}$$

식 (5)에서 $NCON$ 은 제한조건 식의 개수, $\hat{G}(\mathbf{x})$와 MSE_j 는 각각 j 번째 제한조건식에 대한 크리깅 메타모델의 예측값과 MSE 값이다. 따라서 식 (5)의 정규확률밀도 함수의 인자가 0 에 가까울수록, 즉 제한조건의 경계 근처에 샘플점이 위치하는 경우에는 CBS 값이 커진다. 하지만 식 (5)만을 사용할 경우에는 실험점이 연속적으로 경계 근처에 위치하지 못하므로 [0, 1]로 정규화된 공간으로 실험점들을 변환시킨 뒤, 추가 실험점과 기존 실험점들 간에 가장 가까운 거리를 D 로 정의하고 이를 판단조건식에 추가하면 새로운 실험점은 순차적으로 제한조건 경계에 위치하게 된다. 이를 반영한 새로운 판단조건식은 식 (6)과 같다.

$$CBS' = \begin{cases} \sum_{j=1}^{NCON} \phi\left(\dfrac{\hat{G}_j(\mathbf{x})}{\sqrt{MSE_j}}\right) \cdot D \text{ if } \hat{G}_j(\mathbf{x}) \geq 0 \,\forall j \\ 0 \qquad \text{otherwise} \end{cases} \tag{6}$$

추가 실험점은 CBS 값을 최대로 하는 점이고, 이를 만족하는 추가 실험점을 찾기 위해서 전역 최적화 알고리즘을 사용한다.

3. 파괴확률 및 민감도 계산

3.1 파괴확률의 계산

CBS 를 이용하여 제한조건식에 대한 크리깅 메타모델을 완성한 후 파괴확률을 계산하기 위해 MCS 를 수행한다. 앞서 언급한 바와 같이 MCS 와 같은 추출법은 1 회 해석에 소요되는 수치적 비용이 큰 실제 문제에 대해서는 적용이 어려우나, 수치적 비용을 무시할 만한 메타모델을 이용하는 경우에는 이에 구애받지 않고 사용이 가능하다. 통상적인 추출법의 경우 식 (7)과 같이 파괴확률을 계산한다. 식 (7)에서 N_{fail} 과 N_{total} 은 각각 파괴가 일어난 추출법 수행 시 파괴가 일어난 횟수와 전체 추출 횟수를 의미한다.

$$P_f = \frac{N_{fail}}{N_{total}} \times 100(\%) \tag{7}$$

식 (7)의 방법은 직관적이나, 추출법의 특성상 데이터의 불연속성으로 인한 파괴확률의 왜곡이 일어날 수 있고, 또한 RBDO 에 필요한 파괴확률의 민감도를 해석적으로 구하기 힘든 단점이 있다.

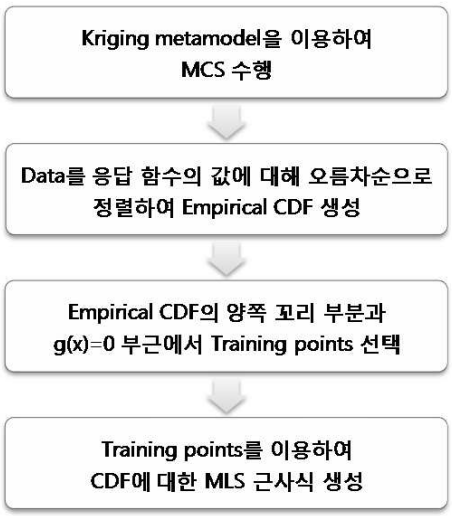

Fig. 1 Procedure for calculating probability of failure

따라서 이와 같은 문제를 해결하기 위해 CDF 에 대한 근사모델을 구성하고, 이를 이용하여 파괴확률과 그의 민감도를 계산하였다. CDF 의 근사화를 위해서는 민감도 해석의 적용을 위해 도함수의 사용이 용이한 MLS 를 사용하였다. CDF 를 근사하기 위해서 먼저 MCS 의 결과를 응답함수의 값에 대해 오름차순으로 정렬한 후, 경험적 (Empirical) CDF 를 구성한다. 경험적 CDF 의 양쪽 꼬리 부분과 응답 값이 0 근처인 실험 점들을 뽑아서, 이를 이용하여 MLS 근사식을 생성한다. CDF 에 대한 근사식을 $\hat{H}_G(g)$라 하면 이를 이용하여 다음과 같이 파괴확률을 계산할 수 있다.

$$P_f = \hat{H}_G(g=0) \tag{8}$$

이상의 과정은 Fig. 1 에서 정리하여 나타내었다.

3.2 파괴확률의 민감도 해석

설계변수에 대한 파괴확률의 민감도는 응답 함수의 CDF 에 대한 MLS 근사식 $\hat{H}_G(g)$와 연쇄법칙 (Chain rule)을 이용하여 얻을 수 있다.

먼저 응답함수 G 의 평균(μ_G)과 표준편차(σ_G)를 이용하여 식 (9)과 같이 정규화 변수 w 를 정의한다.

$$w = \frac{G - \mu_G}{\sigma_G} \tag{9}$$

앞서 구한 CDF 의 근사식 $\hat{H}_G(g)$은 식 (10)와 같

이 정규화 변수 w 에 대한 함수로 정의할 수 있다.

$$\hat{H}_G(g) \equiv \Psi(w) \tag{10}$$

또한, 식 (10)를 정규화 변수 w 에 대해 미분하여 식 (11)을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial \Psi}{\partial w} = \psi(w) \tag{11}$$

파괴확률 P_f 는 $\hat{H}_G(g)$에서 얻을 수 있으므로 식 (10)의 관계를 이용하여 설계변수 x 에 대한 $\hat{H}_G(g)$의 민감도를 다음과 같이 연쇄법칙으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial \hat{H}_G(g)}{\partial x} = \frac{\partial \Psi(w)}{\partial w} \cdot \frac{\partial w}{\partial \mu_G} \cdot \frac{\partial \mu_G}{\partial x} \tag{12}$$

식 (12)의 마지막 항에서, 응답 함수 G 의 평균은 테일러(Taylor) 급수 전개 한 후 선형 항 만을 고려하여 식 (13)와 같이 근사할 수 있다.

$$\mu_G = E\left[G(\mathbf{x})\right] = E\left[G(\mu_\mathbf{x})\right] = G(\mu_\mathbf{x}) \tag{13}$$

식 (12)의 좌변의 세 항을 각각 식 (11), 식 (9), 식 (13)을 이용하여 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \hat{H}_G(g)}{\partial x} = \psi(w) \cdot \frac{-1}{\sigma_G} \cdot \frac{\partial G(\mu_\mathbf{x})}{\partial x} \tag{14}$$

식 (14)에서 $\hat{H}_G(g)$는 CDF 의 근사식이므로 좌변은 설계변수 x 에 대한 파괴확률의 민감도로 볼 수 있다. 식 (15)의 우변에서 정규화 변수 w 에 MCS 를 통해 얻은 응답함수의 평균과 표준편차를 대입하고, $G(\mu_\mathbf{x})$ 대신 크리깅 메타모델 $\hat{G}(\mu_\mathbf{x})$을 이용하면 파괴확률의 민감도는 식 (15)와 같이 구할 수 있다.

$$\frac{\partial P_f}{\partial x} = -\psi\left(\frac{-\hat{\mu}_G}{\hat{\sigma}_G}\right) \cdot \frac{1}{\hat{\sigma}_G} \cdot \frac{\partial \hat{G}(\mu_\mathbf{x})}{\partial x} \tag{15}$$

4. 제안된 신뢰성 기반 최적설계 기법

4.1 비 활성화 설계

일반적으로 RBDO 의 초기점은 수치적 비용을 줄이기 위해 확정적 최적설계(Deterministic optimization)의 최적점으로 설정한다. 확정적 최적설계의 해는 대체로 활성화(Active)된 제한조건 상에 위치하며, 제한조건의 불확정성으로 인해 RBDO 의 최적해는 각 제한조건의 불확정성 정도에 따라 안정영역(Feasible region) 안에 위치하게 된다. 최적화 수행 시 초기점을 최적해 근처에 위치시키면 빠른 수렴을 기대할 수 있으며, 따라서 만약 확정적 최적설계의 해를 목표 신뢰도만큼 안정영역 안쪽으로 옮겨 RBDO 의 해에 가까운 곳에 위치시킬 수 있다면, RBDO 를 더욱 효율적으로 실행 할 수 있다. 이와 같은 방법으로 RBDO 의 초기점을 예측하는 기법을 비 활성화 설계 기법[5]이라 하며, Fig. 2 에서 도식적으로 설명하였다.

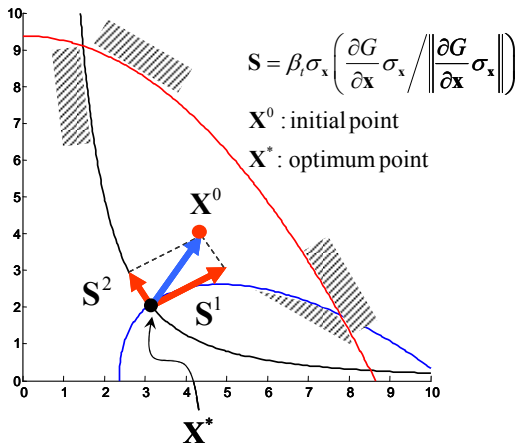

Fig. 2 Geometrical interpretation of inactive design

비 활성화 설계는 표준정규분포 공간의 원점과 MPP 까지의 거리를 나타내는 신뢰도 지수(Reliability index)를 구하는 최적화 문제로부터 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} &\text{minimize} \quad G(\mathbf{u}) \\ &\text{subject to} \quad \|\mathbf{u}\| = \beta_t \end{aligned} \tag{16}$$

식 (16)에서 β_t 는 목표 신뢰도 지수를 의미하고, 식 (16)의 최적점이 MPP 가 된다. 등호제한조건(Equality constraint)이 있는 최적화 문제에 대해 라그랑지 승수 법칙(Lagrange multiplier rule)을 적용하면 식 (17)을 얻을 수 있다.

$$L(\mathbf{u},\lambda)=G(\mathbf{u})+\lambda\left\{\mathbf{u}^T\mathbf{u}-\beta_t^2\right\} \tag{17}$$

식 (17)에 Karush-Kuhn-Tucker 필요조건[6,7]을 적용하면 MPP 를 구할 수 있고, 이를 다시 정규공간으로 재변환하면, 식 (18)과 같이 비 활성화 설계의 초기점을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{x}^0=\mathbf{x}^*+\beta_t\sigma_{\mathbf{x}}{}^T\frac{\sigma_{\mathbf{x}}{}^T\dfrac{\partial G(\mathbf{x}^*)}{\partial\mathbf{x}}}{\left\|\sigma_{\mathbf{x}}{}^T\dfrac{\partial G(\mathbf{x}^*)}{\partial\mathbf{x}}\right\|} \tag{18}$$

4.2 제안된 신뢰성기반최적설계 기법의 절차

제안된 RBDO 알고리즘의 전체 절차는 Fig. 3 과 같다. 먼저 확정적 최적설계를 수행하여 최적해를 구한 후, 비 활성화 설계를 적용하여 RBDO 의 초기 설계점을 얻는다. 그리고 얻어진 초기점을 기준으로 $\pm 6\sigma$ 영역을 설계 영역으로 설정한다. 다음으로 설계 영역 내에서 초기 실험계획법을 실시하여 크리깅 메타모델을 생성하고, CBS 를 이용하여 생성된 크리깅 메타모델의 정확성을 향상시킨다. CBS 를 통한 크리깅 메타모델의 갱신이 종료되고 나면 이를 이용하여 MCS 를 수행한 후, MCS 결과로부터 CDF 에 대한 MLS 근사식을 얻는다. CDF 에 대한 MLS 근사식을 얻은 후 이를 이용하여 파괴확률과 파괴확률의 민감도를 계산하고, 최적화를 통해 새로운 설계점을 구한 뒤 새로운 설계영역을 설정하여 위의 과정을 반복한다.

제안된 신뢰성기반최적설계 기법의 수렴 여부는 설계영역 내에서 해가 어느 지점에 위치하는지를 통해 판단한다. Fig. 4-(a)와 같이 해의 위치가 설계영역의 내부에 있는 경우에는 RBDO 해가 수렴했다고 판단한다. 반면 Fig. 4-(b)와 같이 해가 설계영역의 경계에 있는 경우에는 개선의 여지가 있으므로 이를 기준으로 다시 설계영역을 설정한다.

5. 적용 예제

5.1 수학적 예제

제안된 RBDO 알고리즘을 검증하기 위해 2 개의 설계변수와 3 개의 제한조건을 갖는 K. K. Choi 의 수학적 예제[8]를 사용하였다. 예제는 식 (19)과 같다.

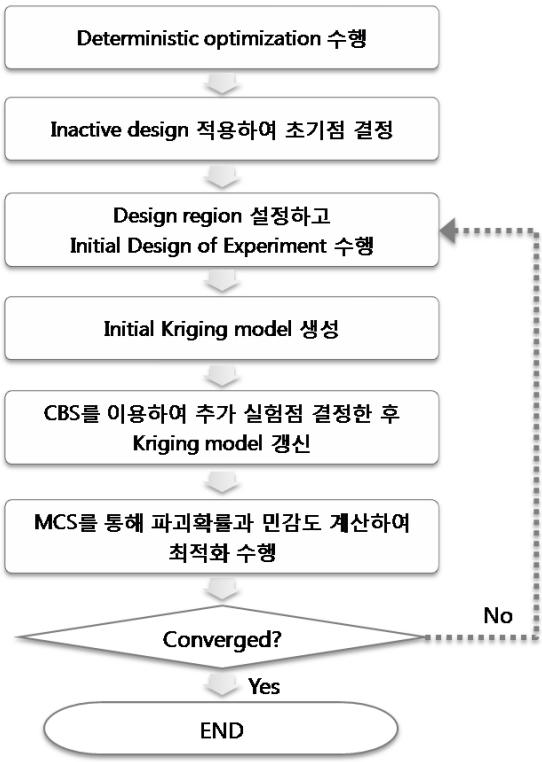

Fig. 3 Overall procedure of the proposed RBDO approach

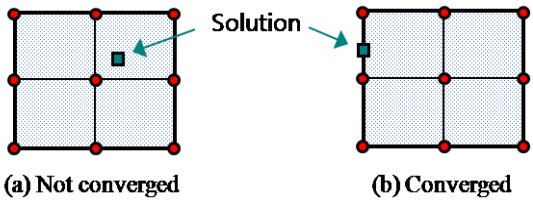

Fig. 4 Convergence criterion

$$\begin{aligned}
&\textit{Minimize}\quad Cost=X_1+X_2\\
&\textit{subject to}\quad P\left(G_i(\mathbf{X})\le 0\right)\le\Phi\left(-\beta_{t_i}\right),\ i=1,2,3\\
&\qquad\qquad 0\le X_1,X_2\le 10\\
&\textit{where}\\
&G_1(\mathbf{X})=X_1^2X_2/20-1\\
&G_2(\mathbf{X})=\left(X_1+X_2-5\right)^2/30+\left(X_1-X_2-12\right)^2/120-1\\
&G_3(\mathbf{X})=80/\left(X_1^2+8X_2+5\right)-1
\end{aligned} \tag{19}$$

초기 설계점은 $[5.0,\ 5.0]^T$ 이고, X_1 과 X_2 의 표준편차는 모두 0.6 으로 설정하였다. 또한 모든 제한조건에 대한 목표 신뢰도 지수를 2.0 으로, 즉 모든 제한조건에 대한 파괴확률이 0.0228 을 초과하지 않도록 설정하였다.

Table 1 Results of RBDO (Normal)

	Cost	X_1	X_2	Max. P_f	No. of Analysis
PMA	7.269	3.609	3.660	2.560e-2	48
Proposed Method	7.285	3.656	3.629	2.265e-2	41

Table 2 Results of RBDO (Lognormal)

	Cost	X_1	X_2	Max. P_f	No. of Analysis
PMA	7.058	3.555	3.503	2.271e-2	46
Proposed Method	7.036	3.576	3.460	2.259e-2	41

Table 3 Results of RBDO (Weibull)

	Cost	X_1	X_2	Max. P_f	No. of Analysis
PMA	7.501	3.665	3.835	2.532e-2	46
Proposed Method	7.571	3.751	3.820	2.362e-2	43

Table 4 Results of RBDO (Uniform)

	Cost	X_1	X_2	Max. P_f	No. of Analysis
PMA	7.171	3.627	3.544	1.236e-2	69
Proposed Method	7.074	3.587	3.487	2.165e-2	41

본 연구에서는 설계변수의 분포 형태를 Normal, Lognormal, Weibull, Uniform 으로 설정하여 각각의 결과를 목표성능치기법(Performance Measure Approach; PMA)를 기반으로 한 RBDO 기법의 결과와 비교하였다. 최적화 알고리즘으로는 순차적이차계획법(Sequential Quadratic Programming; SQP)를 사용하였고, 각 방법으로 구한 최적점에서 MCS 를 실시하여 실제 파괴확률을 검증하였다. 각 경우에 대한 RBDO 결과는 Table 1~4 에서 나타내었다.

PMA 를 기반으로 하는 RBDO 기법은 모두 최적해에 수렴하였으나, MCS 로 검증해 본 결과 설계변수가 정규분포와 Weibull 분포를 따르는 경우에는 목표 파괴확률을 만족하지 못하였다. 이는 FORM 에 기반한 PMA 방법이 표준정규공간에서 한계상태식을 선형으로 가정하기 때문이다.

Table 5 Statistical properties of input variables

	Lower	Mean	Upper	Std. dev.	Dist. type
d	1.0	10.0	20.0	0.1	Lognormal
h	1.0	10.0	20.0	0.1	Lognormal
t	0.1	0.5	2.0	0.01	Lognormal

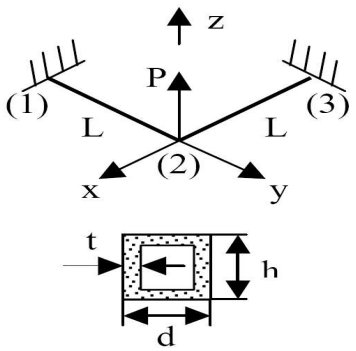

Fig. 3 Two-member frame

이에 반해 제안된 RBDO 알고리즘은 Weibull 분포를 제외한 다른 분포의 경우에 대해 모두 목표 파괴확률 값을 만족하는 결과를 제공하였고, 특히 Lognormal 분포와 균등분포의 경우에는 PMA 기반 방법에 비해 더 나은 목적함수를 갖는 최적해를 제공하였다. 또한 제안된 RBDO 알고리즘은 모든 경우에 대해 PMA 기반 RBDO 방법에 비해 6.5% (Weibull 분포의 경우) ~ 40.6% (Uniform 분포의 경우) 효율적이었다.

5.2 공학적 예제

제안된 RBDO 알고리즘을 검증하기 위한 공학적 예제로 부재 단면의 너비(d), 높이(h), 두께(t) 등의 치수를 결정하는 2-부재 프레임 문제[9]를 사용하였다. 프레임과 부재의 형상은 Fig. 5 와 같고, 식 (20)에서 2-부재 프레임 문제의 정식화 하였다.

$$\begin{aligned} &\textit{Minimize} \quad Cost = 2L\left(2dt + 2ht - 4t^2\right) \\ &\textit{subject to} \quad P\left(G_i\left(\mathbf{X}\right) \le 0\right) \le \Phi\left(-\beta_{t_i}\right),\ i = 1,2 \\ &\textit{where} \quad G_i\left(\mathbf{X}\right) = 1.0 - \frac{1}{\sigma_a^2}\left(\sigma_i^2 + 3\tau^2\right),\ i = 1,2 \end{aligned} \tag{20}$$

식 (20)에서 σ_a, σ_i, τ 는 각각 허용 응력과 굽힘 응력, 인장 응력을 나타낸다. 초기 설계점을 $[10.0, 10.0, 0.5]^T$ 으로 설정하고 목표 신뢰도 지수는 3.0 으로 설정하였다. 설계변수의 통계적 특성치는 Table 5 와 같다.

Table 6 Results of RBDO (Engineering problem)

	Cost	d	h	t	Max. P_f	No. of Analysis
PMA	812.0	7.177	13.322	0.1	1.343e-3	120
Proposed Method	811.9	7.372	13.125	0.1	1.352e-3	113

공학적 문제에 대한 RBDO 결과를 Table 6 에서 PMA 를 기반으로 한 방법의 결과와 비교하여 나타내었다. 두 방법 모두 확률 제한조건을 만족하는 RBDO 해를 찾았으며, 목적함수의 값 또한 거의 유사하다. 하지만 PMA 기반 방법이 해를 얻는데 총 120 회의 해석을 필요로 한 반면, 제안된 기법은 113 회 만에 해를 찾아, 5.8% 더 효율적이었다.

6. 결 론

본 연구에서는 크리깅 메타모델을 이용한 MCS 기반 RBDO 알고리즘을 제안하였다. 추출법을 적용하여 RA 를 수행하기 위해서는 메타모델의 정확성이 매우 중요하기 때문에 본 연구에서는 정확한 크리깅 메타모델을 생성하기 위해서 제한조건의 경계를 따라 추가 실험점을 뽑는 CBS 를 이용하였다. 또한 파괴확률을 계산하기 위해 MCS 의 결과를 바탕으로 CDF 를 근사화 하였으며, RBDO 에 필요한 파괴확률의 민감도를 해석적으로 유도하는 알고리즘을 정리하였다. 본 연구에서는 수치적 검증을 위해 제안된 방법을 수학적 예제와 공학적 예제에 각각 적용하여 수렴성을 확인하였으며, 잘 알려진 RBDO 기법인 PMA 기반 RBDO 기법에 비해 효율성이 5.8~40.6% 향상됨을 확인하였다.

후 기

본 연구는 지식경제부 'c-MES 설계지원 플랫폼 기술 개발' 과제(10033162-2009-11)의 지원과 2009 년 2 단계 두뇌한국 21(BK21)의 지원으로 수행되었으며 이에 감사 드립니다.

참고문헌

(1) Xu, H. and Rahman, S., 2005, “Decomposition Methods for Structural Reliability Analysis,” *Prob. Eng. Mech.*, Vol. 20, Issue 3, pp. 239~250.

(2) Melchers, R.E. and Ahammed, M., 2004, “A Fast Approximate Method for Parameter Sensitivity Estimation in Monte Carlo Structural Reliability,” *Computers and Structures*, Vol. 82, No. 1, pp. 55~61.

(3) Lee, T. H. and Jung, J. J., 2008, “A Sampling Technique Enhancing Accuracy and Efficiency of Metamodel-Based RBDO: Constraint Boundary Sampling,” *Computer and Structures*, Vol. 86, No. 13-14, pp. 1463~1476.

(4) Youn, B. D. and Choi, K. K., 2004, “A New Response Surface Methodology for Reliability-Based Design Optimization,” *Computers and Structures*, Vol. 82, No. 2, pp. 241~256.

(5) Choi, B. L., Choi, J. H. and Choi, D. H., 2004, “Reliability-Based Design Optimization Using Enhanced Initial Design and Two-Point Approximation Technique,” *proceedings of 10th AIAA/ISSMO MAO conference* 2004-4518.

(6) Karush, W., 1939, *Minima of Functions of Several Variables with Inequalities as Side Constraint*, M. Sc Thesis, Dept. of Mathematics, Univ. of Chicago, Chicago, Illinois.

(7) Kuhn, H. W. and Tucker, A. W., 1951, "Nonlinear Programming", *Proceedings of 2nd Berkeley Symposium*, Berkeley, University of California Press, pp. 481~492.

(8) Youn, B. D., Choi, K. K., 2004, “An Investigation of Nonlinearity of Reliability-Based Design Optimization Approaches,” *Journal of Mechanical Design*, Vol. 126, Issue 3, pp. 403~411.

(9) Arora, J. S., 2004, *Introduction to Optimum Design*, McGraw-Hill, New York.