

<학술논문>

DOI:10.3795/KSME-A.2009.33.12.1433

6x6 자율주행 차량의 실시간 해석을 위한 연구

조두호* · 이정환* · 이기창** · 유완석†

(2009년 7월 8일 접수, 2009년 9월 23일 수정, 2009년 9월 28일 심사완료)

A Study on the Real-Time Analysis of a 6x6 Autonomous Vehicle

Duho Cho, Junghan Lee, Kichang Yi and Wansuk Yoo

Key Words : Chassis local coordinates(차체 지역좌표계), Implicit integratoin(암시적 적분), Symbolic computation(기호 연산), System Jacobian matrix(시스템 자코비안 행렬), Real-time dynamic analysis(실시간 동역학 해석)

Abstract

In multibody dynamic analysis, one of the most important problems is to reduce computation times for real-time simulation. This paper presents the derivation procedure of equations of motion of a 6x6 autonomous vehicle in terms of chassis local coordinates which do not require coordinates transformation matrix to enhance efficiency for real-time dynamic analysis. Also, equations of motion are derived using the VT(velocity transformation) technique and symbolic computation method coded by MATLAB. The Jacobian matrix of the equations of motion of a system is derived from symbolic operations to apply the implicit integration method. The analysis results were compared with ADAMS results to verify the accuracy and approve the feasibility of real time analysis.

1. 서론

일반적으로 기계시스템은 여러 강체와 이를 연결하는 조인트 그리고 각 강체들에 작용하는 일반힘으로 구성되어 있다. 여기서 조인트가 가지는 수학적 의미를 나타내는 대수방정식과 물리 법칙에 의해 미분방정식으로 표현되는 운동방정식을 혼합하여 미분대수방정식(DAE, Differential Algebraic Equation)을 형성한다.

운동방정식(EOM, Equation of Motion)의 유도에는 절대좌표를 사용하는 경우와 상대좌표를 사용하는 경우, 절대좌표의 일반성과 상대좌표의 효율성이라는 두 좌표계의 장점을 함께 취한 속도 변환기법⁽¹⁾이 있고, 병렬계산에 효율적인 순환공식⁽²⁾이 있으며, 기호연산기법⁽³⁾도 있다. 절대좌표

계를 사용하면 운동방정식과 구속조건의 공식화와 일반화가 쉬운 반면 유도 및 해석에 많은 시간이 걸리는 단점이 있다. 따라서 효율이 요구되는 실시간 해석 및 설계를 위해 설계변경에 따라 많은 동적거동 해석이 반복적으로 요구될 때에는 상대좌표계를 사용하는 것이 보다 더 효율적이다. 운동방정식과 구속조건을 나타내는 방정식은 DAE를 형성하며 그 해법⁽⁴⁾에는 명시적(explicit)인 방법과 암시적(implicit)인 방법이 있다. 다물체 동역학 해석에서는 효율적인 적분 알고리즘을 사용하는 것이 중요한데, 이 중 암시적 적분법을 사용하면 뛰어난 수치적 안정성 때문에 큰 적분간격을 취할 수 있어서 계산이 빠르고 강성계(stiff system)에서도 적절히 사용 가능하다. 그러나, 암시적 적분 알고리즘을 사용하기 위해서는 각 상태 변수의 미분을 나타내는 시스템 자코비안⁽⁵⁾을 구해야 하는 것이 전제 조건이다.

본 논문에서는 6x6 자율주행 차량의 실시간 동역학 해석을 수행하기 위해 차량의 운동방정식을 차체 지역좌표계에서 유도하였다. 또한, 기호 형태로 정의

† 회원, 부산대학교 기계공학부
E-mail : wsyoo@pusan.ac.kr
TEL : (051)510-1457 FAX : (051)581-8514
* 회원, 부산대학교 기계설계공학과
** 회원, 현대기아자동차 남양연구소

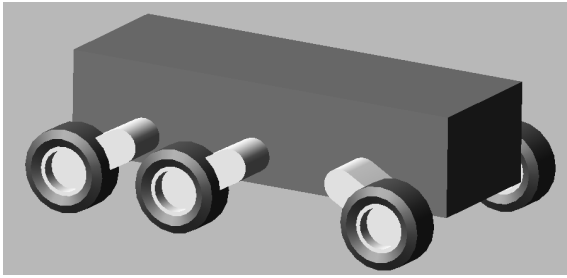


Fig. 1 A 6x6 autonomous vehicle with 18 dof

된 행렬과 벡터의 곱을 전개하여 대수방정식으로 바꿔 반복적이고 불필요한 계산을 줄였다. 대표적 암시적 적분 알고리즘인 Newmark⁽⁶⁾을 사용하기 위해 필요한 시스템 자코비안은 생성된 기호형태의 운동방정식을 MATLAB⁽⁷⁾ 내장함수인 자코비안(Jacobian)을 이용하여 상대좌표계에 대한 편미분항을 직접 만들어내고, 사용자에게 의해 정의되는 힘(타이어 반력 등)에 대한 항은 유한차분법을 도입하여 수치적으로 구하였다. 또한 동역학 시뮬레이션 시간을 줄이기 위해 질량행렬과 힘 벡터는 체계적으로 선별되어 솔버(solver)에 입력하였다.

6x6 자율주행 차량은 군용 목적으로 개발이 진행 중에 있고 주로 야지를 주행하며 감시, 정찰, 공격, 지뢰 제거 등의 특수 임무를 맡게 된다. 사용되는 실차량은 차체에 6개의 암과 6개의 바퀴를 갖는 개방계 구조로 단순화시켜 Fig. 1과 같이 모델링 하였다. 모델링 차량의 해석 결과는 상용 동역학해석 프로그램인 ADAMS⁽⁸⁾와 동일한 조건에서 비교하였고, 이를 통하여 6x6 차량의 실시간 해석의 가능성을 평가하였다.

2. 시스템의 운동방정식

2.1 속도변환법

물체에 고정된 좌표계(body-fixed coordinate system)에서의 위치벡터를 $r^i = [x^i, y^i, z^i]^T$ 라고 정의하고, 자세(orientation)는 3개의 브라이언트 각(Brian angles)⁽⁹⁾ $\pi^i = [\phi_1^i, \phi_2^i, \phi_3^i]^T$ 로 나타내어질 때 절대좌표계에서의 i 번째 물체의 좌표와 절대속도는 식 (1)과 같이 표현된다.

$$\dot{y}^i = [r^{iT}, \pi^{iT}]_{(6 \times 1)}^T, \quad \dot{y}^j = [v^{iT}, w^{iT}]_{(6 \times 1)}^T \quad (1)$$

상대변위는 기구학적 조인트의 형태에 따라 다르지만 일반적으로 회전변위 π_{ij} 와 병진변위 d_{ij} 로 구분되어지고, 절대속도와 상대속도의 관계식

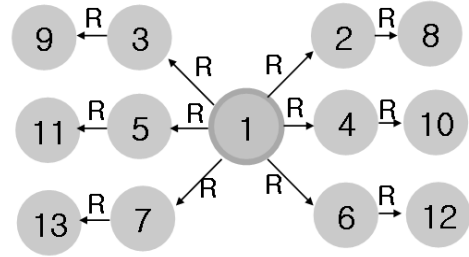


Fig. 2 Topology of the 6x6 vehicle

은 구성된 속도변환행렬을 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{y} &= B(q)\dot{q} \\ \ddot{y} &= B(q)\ddot{q} + \dot{B}(q, \dot{q})\dot{q} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 B 는 속도변환행렬을 의미하고 상대좌표의 변위 q 로만 표현되어지며, \dot{y} 과 \dot{q} 는 각각 절대공간과 상대공간에서의 속도를 의미한다. 식 (2)를 사용하면 시스템의 운동방정식은 상대좌표계에서 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} B^T M B \ddot{q} + B^T \Phi_y^T \lambda &= B^T (f - M \dot{B} \dot{q} - h) \\ \overline{M} \ddot{q} + \Phi_q^T \lambda &= B^T (f - M \dot{B} \dot{q} - h) \end{aligned} \quad (3)$$

최종적으로 구속조건이 있는 시스템의 운동방정식을 DAE 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \overline{M} & \Phi_q^T \\ \Phi_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \lambda_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f \\ \gamma_q \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서 \overline{M} 는 일반 질량행렬, f 는 수정된 일반력, γ_q 는 상대좌표공간에서 구속조건식의 가속도 형태의 우변항, Φ_q 는 구속조건식의 자코비안, λ_q 는 라그랑지 곱수(Lagrange multiplier)이다.

2.2 속도변환법을 이용한 운동방정식 유도

모델링 하고자 하는 차량 시스템의 토폴로지는 Fig. 2와 같이 그려질 수 있는데, 바디 1은 차체, 바디 2~7은 암, 바디 8~13은 휠을 각각 나타내며, 'R'은 회전 조인트를 의미한다.

이 차량의 경우 회전조인트만 사용되므로, 경로행렬⁽¹⁾에서 '1'로 표현되는 요소에 회전조인트의 속도변환행렬을 입력해 줌으로써 쉽게 유도

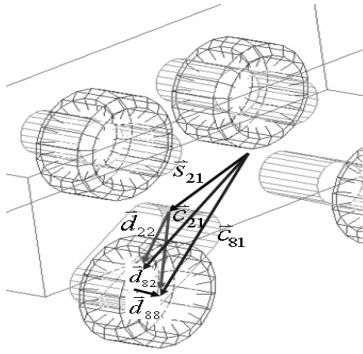


Fig. 3 Definition of vectors

가능하다. 따라서 Fig. 2의 시스템 경로행렬은 식 (5)과 같이 나타낼 수 있다.

18개의 자유도가 모델링을 위해 사용되는데, $q_1 \sim q_6$ 은 차체에 대한 6 자유도 병진 및 회전운동,

$$\pi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$q_7 \sim q_{12}$ 는 각 암의 회전각, $q_{13} \sim q_{18}$ 은 각 휠의 회전각을 나타낸다. 식 (5)에 나타낸 경로행렬 π 에서 볼 수 있듯이 6x6 차량은 차체와 암 하나, 휠 하나가 연결되어 있는 구조가 확장되어 있는 형태이기 때문에 한 모듈에 대한 속도변환행렬만 구하게 되면 나머지 부분은 이미 구한 것을 그대로 적용시킬 수 있다. Fig. 3과 같이 차체 앞쪽의 왼쪽 2번 암과 8번 휠이 모듈 운동방정식 유도에 사용되는 벡터를 정의하기 위해 예시되었다. \vec{c}_{ji} 는 바디 i의 중심에서 바디 j의 중심까지의 거리벡터, \vec{d}_{ji} 는 조인트 i에서 바디 j의 중심까지의 거리벡터, \vec{s}_{ji} 는 바디 i의 중심에서 조인트 j까지의 거리벡터를 각각 의미한다. 본 논문에서 벡터들은 기본적으로 차체지역좌표계에서 정의되었으므로 절대좌표계의 벡터 성분을 구하려면 모든 벡터들에 좌표변환행렬⁽⁹⁾을 곱해야 할 것이다. 따라서 절대좌표로 구성된 EOM은 더 많은 계산 시간을 필요로 하고 계산 효율성을 떨어뜨린다.

속도변환행렬은 식 (2)에서와 같이 절대속도와 회전속도와의 관계를 나타내는 행렬이다. Fig. 3에 예시되는 하나의 암과 바퀴를 갖는 차체에 대해서 속도변환행렬을 적용하면 식 (6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$B_{18 \times 8} = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 1} \\ 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 1} \\ I_{3 \times 3} & -\vec{c}_{21} & \vec{u}_2 d_{22} & 0_{3 \times 1} \\ 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & u_2 & 0_{3 \times 1} \\ I_{3 \times 3} & -\vec{c}_{81} & \vec{u}_2 d_{82} & \vec{u}_8 d_{88} \\ 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & u_2 & u_8 \end{bmatrix} \quad (6)$$

모든 벡터는 차체지역좌표계에서 정의되었기 때문에 회전축 단위벡터인 \vec{u}_i 는 상수벡터이다. 개방계 EOM은 속도변환행렬을 이용하여 식 (7)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \overline{M}\ddot{q} &= \overline{F} \\ \overline{M} &= B^T M B, \quad \overline{F} = B^T (F - M B \dot{q} - h) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 M 은 질량행렬, F 는 외력벡터, h 는 코리올리 힘 및 원심력 벡터를 각각 의미한다. 외력 벡터는 절대좌표에서 정의된 중력, 타이어 반력, 차체와 암 사이에 설치된 회전 스프링-댐핑력을 모두 포함한다. 본 연구에서 타이어 반력은 DADS 타이어 모델⁽¹⁰⁾을 기본으로 수직력, 횡력, 제동력 등을 고려하여 개발되었고, 수정된 일반력을 계산하기 위해 먼저 전역좌표계에서 상태량을 구한 후 좌표변환행렬을 통해 차체지역좌표계로 변환하여 운동방정식에 입력해 주었다.

2.3 좌표변환행렬

힘 벡터를 정의하거나 전역좌표계에서 차량의 상태량이 필요할 때 차체지역좌표계와의 좌표변환행렬이 구해져야 하고, 차량의 운동 특성 및 자세가 매 스텝마다 달라지기 때문에 좌표변환행렬 또한 매번 계산되어야 한다.

좌표변환법 중에서 브라이언트 각은 차량의 피칭(pitching), 롤링(rolling), 요잉(yawing)을 잘 표현한다고 알려져 있고, Fig. 4와 같이 $x \rightarrow y' \rightarrow z''$ 의 각각 다른 축 주위로 3번의 연속회전을 의미하며, 브라이언트 각의 좌표변환행렬은 식 (8)에 나타나 있다.

$$A = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} \cos\phi & 0 & \sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\phi & 0 & \cos\phi \end{bmatrix}, \quad A_3 = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

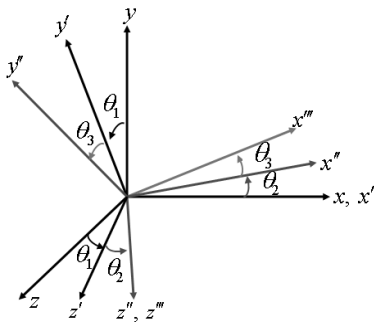


Fig. 4 Bryant angles

식 (9)는 브라이언트 각의 시간 미분($\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3$)과 차체의 각속도($\omega_x, \omega_y, \omega_z$)의 관계를 나타내고 있다.⁽⁹⁾

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{\cos\theta_2} \begin{bmatrix} \cos\theta_3 & -\sin\theta_3 & 0 \\ \sin\theta_3 \cos\theta_2 & \cos\theta_3 \cos\theta_2 & 0 \\ -\cos\theta_3 \sin\theta_2 & \sin\theta_3 \sin\theta_2 & \cos\theta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (9)$$

2.4 심볼릭 운동방정식 생성

다물체 모델의 운동방정식을 생성하는 데는 두 가지 기법 즉, 수치 및 기호연산 기법이 널리 이용된다. 수치적 기법은 운동방정식을 생성하는데 필요한 변수값을 계속 계산해 나가는 방법으로 소수점 계산 오차를 가지며 충분한 안정성 조건을 제공하지 못한다. 반면 기호연산기법은 기호 형태로 운동방정식을 세울 수 있고, 미분과 적분, 선형대수, 행렬 및 다항식 계산, 단순화와 같은 여러 기능을 제공받아 우수한 수치 시뮬레이션과 향상된 정확도 및 성능을 가질 수 있다. 기호연산기법은 초기에 운동방정식을 생성할 때 시간이 많이 소요되는 단점이 있으나, 생성된 후에는 행렬연산을 대수방정식으로 바꿔 0이 곱해지는 항들이 제거되어 불필요한 반복적 연산을 줄여주므로 더욱 빨리 계산할 수 있다. 또한 대상모델에 관계되는 부분만을 포함한 간편하고 효율적인 모듈 코드를 만들어 낼 수 있는 장점이 있다.

본 논문에서는 기호연산의 이런 이점을 활용하기 위해 MATLAB에서 속도변환법과 기호연산을 동시에 이용하여 효율적인 운동방정식을 생성하였다. Fig. 5는 전체적인 운동방정식 생성 루틴을 보여주고, 좌측 블록은 완전한 기호연산을 이용한 개방계 운동방정식 생성을 보여주며, 우측

Table 1 Mass properties of a 6x6 vehicle

Body	Mass [kg]	Inertia[kg · m ²]		
		I _{xx}	I _{yy}	I _{zz}
Chassis	2575.00	2.42E2	1.27E3	1.17E3
Arm	227.38	12.33	1.16	23.10
Wheel	25.00	0.54	0.54	0.8

Table 2 Vector definition of a 6x6 vehicle

From	To	Location[x,y,z]	Symbol
Chassis center	Joint#2	[0.7,0,0.45]	s ₂₁
	Joint#3	[0.7,0,-0.45]	s ₃₁
	Joint#4	[0,0,0.45]	s ₄₁
	Joint#5	[0,0,-0.45]	s ₅₁
	Joint#6	[-0.7,0,0.45]	s ₆₁
	Joint#7	[-0.7,0,-0.45]	s ₇₁
Joint#n	Arm#n	[0.5,0,0]	d _{nn}
Joint#m	Wheel#m	[0,0,0.15](R)	d _{mm}
		[0,0,-0.15](L)	

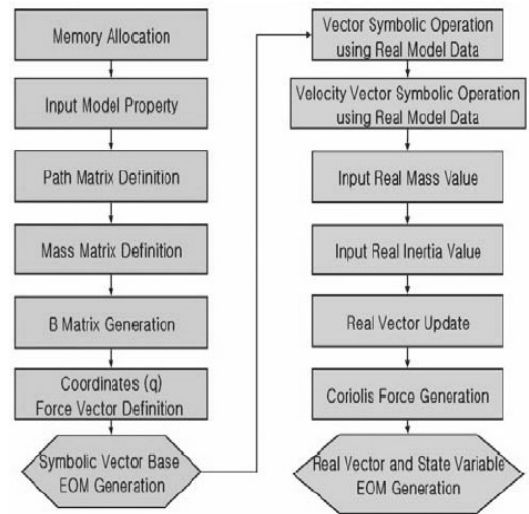


Fig. 5 Flow chart for generating the EOM

블록은 Table 1과 Table 2에 있는 물성치와 거리 벡터를 사용하여 6x6 차량에 회전관성과 힘 데이터를 입력시키기 위한 시스템별 특정 코드를 나타낸다.

Table 2에서 #n은 Fig. 2와 같이 2~7 암의 번호를 의미하고, #m은 8~13 휠의 번호를 나타낸다. 또한 (R)은 오른쪽 바퀴, (L)은 왼쪽 바퀴를 표현하고, 바디 중심사이의 c_{ji} 벡터는 Table 2에 나와 있는 벡터의 결합으로 나타낼 수 있다.

3. 수치적 적분

차량의 실시간 시뮬레이션은 실제 운동에 걸리는 물리적 시간보다 짧은 해석 시간을 필요로 하며, 운동방정식의 적분방법 선택에 있어 많은 영향을 끼친다. 명시적(explicit) 적분법은 갑작스런 힘의 작용으로 인한 시스템의 충격 및 불연속에 취약하므로 아주 작은 시간 스텝을 필요로 한다. 시스템 또는 힘의 불연속 이후 적분을 다시 시작해야 하는 경우도 발생하는데, 이런 재시작 과정은 실시간 조건에 적합하지 않다. 일반적으로 명시적 적분법은 해를 찾는 속도는 상당히 우수하지만 적분 스텝의 크기에 따라 안정성이 확보되지 못하는 조건부 안정성을 보인다.

암시적(implicit) 적분은 예측항과 알고리즘 반복 때문에 적분속도는 다소 떨어지지만 적분 간격에 크게 영향을 받지 않으며 안정 영역이 매우 넓다. 또한 매스텝 자코비안의 업데이트를 통해 근사해를 구하고, 그 값을 레지듀얼 구속식에 대입하여 허용조건의 만족 여부를 결정하는 반복루틴에 의해 무조건 안정한 특성을 갖는다. 암시적 적분법을 사용하면 뛰어난 수치적 안정성 때문에 큰 적분 간격을 취할 수 있어서 계산속도가 빠르고, 강성계(stiff system)에도 효과적으로 사용 가능하며 단, 암시적 적분 알고리즘을 사용하기 위해서는 시스템 자코비안을 구해야 하는 것이 전체 조건이다.

3.1 자코비안 행렬

앞절의 생성된 운동방정식에서 타이어 반력은 노면 상태에 따라 매 스텝마다 복잡한 매개변수식에 의해 계산되므로 심볼릭으로 미리 정의하는 것 보다 서브함수에서 먼저 계산된 수치값을 입력받는 것이 더 효율적이다. 외력에서 타이어 반력과 중력을 제외한 완전한 심볼릭 형태로 정의된 부분은 MATLAB 내장함수인 자코비안을 사용하여 식 (10)과 같이 상대좌표에 대한 편미분 직접 구할 수 있다.

$$B^T M B \ddot{q} = B^T (f + f_{RSDA} - M \dot{B} \dot{q} - h)$$

$$\overline{M} \ddot{q} = \overline{f}_1 + \overline{f}_2$$

$$\overline{M} = B^T M B, \quad \overline{f}_1 = B^T f,$$

$$\overline{f}_2 = B^T (f_{RSDA} - M \dot{B} \dot{q} - h)$$

$$R = \overline{M} \ddot{q} - \overline{f}_1 - \overline{f}_2$$

$$R_{sym} = \overline{M} \ddot{q} - \overline{f}_2, \quad R_{num} = -\overline{f}_1 \tag{10}$$

$$M_g^t = \frac{\partial R}{\partial \ddot{q}} = \overline{M}(q)$$

$$C_g^t = \frac{\partial R}{\partial \dot{q}} = -B^T \frac{\partial f}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial \overline{f}_2}{\partial \dot{q}}$$

$$K_g^t = \frac{\partial R}{\partial q} = -\left(\frac{\partial B^T}{\partial q} f + B^T \frac{\partial f}{\partial q}\right) - \frac{\partial \overline{f}_2}{\partial q}$$

$$J_a = M_g^t + \Delta t \gamma C_g^t + \Delta t^2 \beta K_g^t$$

R_{sym} 은 심볼릭으로만 정의되는 레지듀얼(residual) 벡터이며, 상태변수 벡터로 직접 편미분을 하여 심볼릭 자코비안 행렬을 얻을 수 있다. 그러나 R_{num} 은 매 스텝마다 다르게 입력되는 타이어 반력과 같은 수치 입력값에 따라 정의되므로 따로 유한차분법⁽¹¹⁾으로 수치적 자코비안을 계산해야 할 것이다. M_g^t, C_g^t, K_g^t 는 각각 질량, 감쇠, 강성에 대한 generalized tangent matrix⁽⁶⁾를 의미하며, 구한 심볼릭 자코비안과 수치적 자코비안 행렬의 합으로 전체 가속도 베이스 Newmark 자코비안 행렬 J_a 을 구할 수 있다.

3.2 암시적 적분 알고리즘

해석을 위한 암시적 적분의 전반적 흐름도는 Fig. 6 과 같다.

먼저 초기값이 주어지면 EOM을 이용하여 초기 가속도를 단 한번만 구하고 해석시간 동안 2

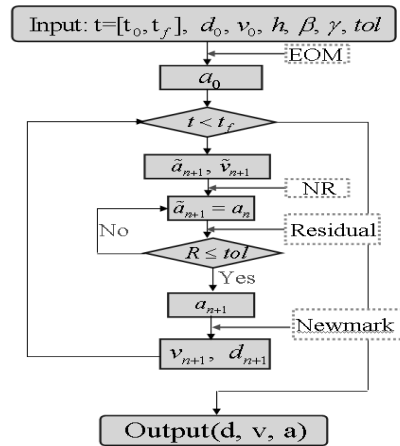


Fig. 6 Implicit Newmark Algorithm

Table 3 Characteristics of suspension and tire

Rotary spring stiffness [N/rad]	Rotary spring damping [N · s/rad]	Tire radius [m]	Tire stiffness [N/m]	Tire damping coefficient [N · s/m]
55295.78	2624.79	0.2	175000	2000

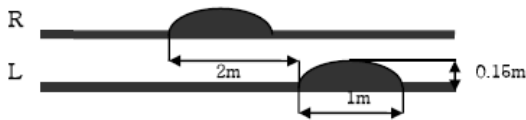


Fig. 7 Detailed shape of the bump

차의 정확도를 갖고 무조건 안정적인 사다리꼴 법칙의 암시적 Newmark 적분을 반복 수행한다. 매 스텝 NR(Newton-Raphson) 알고리즘의 초기값으로 현재 스텝의 가속도를 입력받고 자코비안 행렬을 이용하여 상태 변수의 변화량을 구한 후 업데이트 된 값을 레지듀얼 식에 다시 입력하여 허용오차를 만족할 때까지 반복 연산을 수행한다. 레지듀얼 조건을 만족하는 가속도의 근사해를 이용하여 속도와 변위의 수정자를 매 스텝 구해 주어야 한다.

4. 컴퓨터 시뮬레이션

4.1 운동방정식의 정확도 검증

유도된 운동방정식의 정확도 검증을 위해 동일한 조건에서 모의 실험한 ADAMS 결과와 비교하였다. ADAMS는 상용 동역학해석 프로그램으로서 사용자가 모델링하여 시뮬레이션 결과를 보기 수월하고 가변 적분스텝을 사용하여 해석과정에서의 발산을 막아주며 정확한 해를 구해줄 수 있다. 또한 사용된 ADAMS 솔버는 GSTIFF이다. Table 3에 도시된 서스펜션 데이터를 이용하여 Fig. 7 과 같은 위상차를 갖는 반타원형 범프의 통과 시뮬레이션을 수행하였다. 상세한 범프의 형상 및 위치는 Fig. 7과 같고, 초기 차량 주행 속도는 5m/s로 주어졌다.

ADAMS 프로그램과 MATLAB 프로그램에서 각각 시뮬레이션을 수행하였고, 개발된 운동방정식 생성 코드는 Fig. 8과 같은 흐름을 갖는다. MATLAB 코드에서는 암시적 Newmark 알고리즘을 사용하였다.

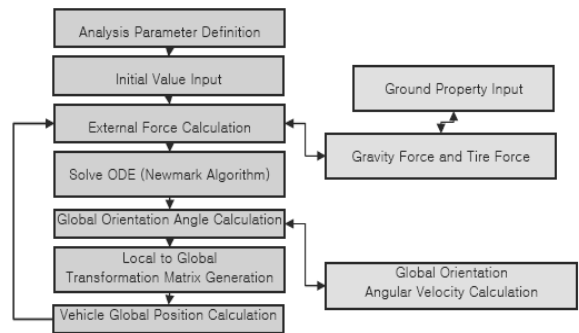


Fig. 8 Flow chart using the MATLAB

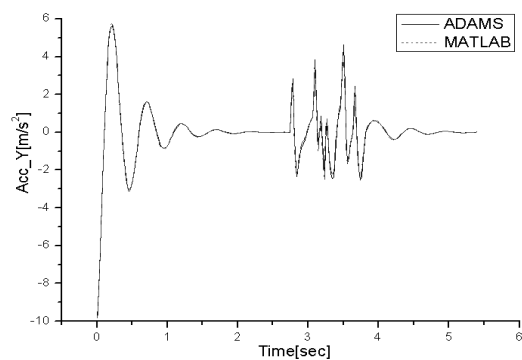


Fig. 9 Vertical acceleration of chassis

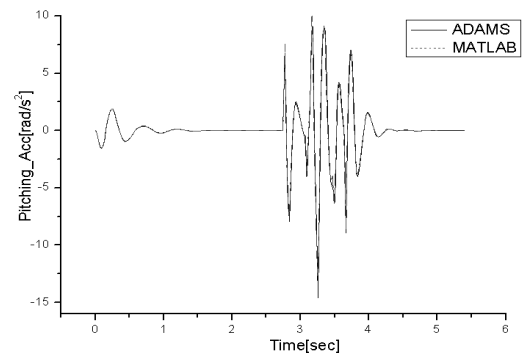


Fig. 10 Pitching acceleration of chassis

Fig. 9~10 는 차체지역좌표계에서 측정된 수직 가속도와 피칭가속도를 나타내고 있다. 그림과 같이 결과들은 피크값에서 비교적 잘 일치하며 모두 적분간격이 10msec로 주어진 것이다.

범프를 통과하는 순간 피크값에서 약간의 차이를 보이는데, MATLAB 코드에서는 적분스텝 사이즈를 고정시켜 사용한 반면 ADAMS의 경우 가변 스텝을 적용하므로 충격력을 받는 순간 스텝 사이즈를 현저히 줄여 더욱 정확하게 결과를 낼 수 있었다고 사료된다. 전체적으로 결과들이 상

Table 4 Comparison of simulation times

EOM in local coord.		EOM in global coord.	Max. reduction ratio
with symbolic operation	without symbolic operation		
2.1276sec	3.4524sec	3.9176sec	45%

당히 일치하므로 유도된 운동방정식의 정확성이 검증되었다 판단할 수 있다.

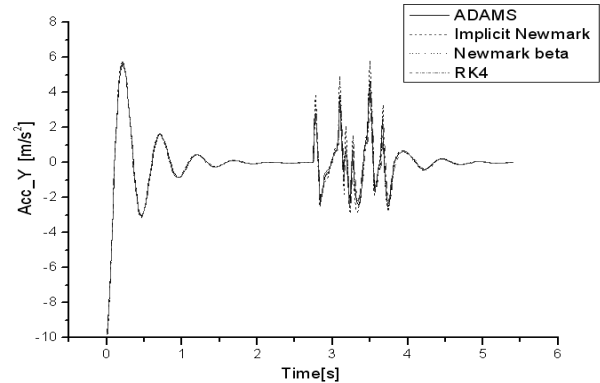
4.2 실시간 비교 및 검토

차체지역좌표계에서 유도된 운동방정식은 각 벡터들이 좌표변환행렬을 포함하고 있지 않기 때문에 계산의 효율성을 높일 수 있다. 또한 매 스텝마다 운동방정식을 속도변환법에 의해 처음부터 끝까지 유도하여 푸는 것보다 미리 기호 연산을 통해 질량행렬과 힘벡터를 구한 후 그것을 운동방정식에 삽입하여 해석하는 것이 계산시간을 상당히 줄일 수 있다. Fig. 7과 같은 위상차 범프 통과에 대하여 전역좌표계에서 유도한 EOM⁽¹²⁾과 비 기호연산을 적용한 차체지역좌표계 EOM, 기호연산을 적용한 차체지역좌표계 EOM을 각각 해석하여 해석속도를 비교한 결과는 Table 4와 같다.

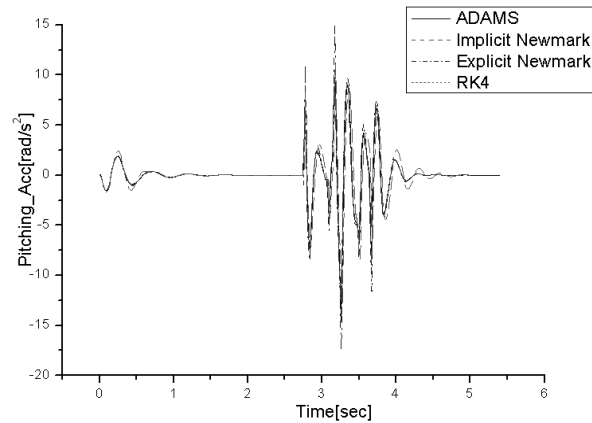
기호연산을 적용하여 차체 지역좌표계에서 유도된 EOM의 해석시간이 전역좌표계에서 유도된 경우에 비해 최대 45%의 시간 감소율을 보였다. 또한 차체지역좌표계의 이용보다 기호 연산의 적용이 해석속도에 미치는 영향이 더 큰 것을 확인할 수 있다.

해석에 사용된 PC 사양은 Athlon™ 64 X2 DUAL Core Processor 3800+ 2.01GHz CPU와 2.00GB RAM이고, 초기 속도 5m/s에 총 5.5sec 시뮬레이션 시간, 적분 스텝은 0.01sec이며, 모든 운동방정식은 Newmark 적분을 사용하여 MATLAB에서 구현되었다.

본 연구에서 암시적 적분기법을 사용한 목적이 실시간 시뮬레이션인 만큼 안정성 못지않게 중요한 것은 해석 시간이다. 일반적으로 명시적 적분은 해를 찾는 속도는 상당히 우수하지만 스텝 사이즈에 따라 안정성이 확보되지 못하고, 암시적 적분은 적분 속도는 떨어지지만 적분 간격에 무관하게 안정한 특성을 갖는다. 따라서 6x6 차량에 가장 적합한 안정적이면서 응답속도가 우수한



(a) Vertical acceleration



(b) Pitching acceleration

Fig. 11 Comparison of chassis acceleration

알고리즘을 찾기 위해 대표적 명시적 적분기법인 RK4와 명시적 Newmark⁽¹²⁾의 적분속도를 함께 비교해 보았다. 스텝 사이즈를 모두 10msec로 설정했을 때 차체의 수직가속도와 피칭가속도는 Fig. 11과 같다.

대체로 ADAMS 결과와 일치하지만 범프 통과시 명시적 Newmark 적분의 경우 해석속도가 가장 빨랐지만 다른 결과에 비해 피크값이 다소 튀는 현상이 나타났다. 또한 적분 간격을 20msec로 크게 하여 적분을 수행한 경우 차체 수직가속도는 모두 대체로 ADAMS 결과와 유사한 경향을 보였으나, RK4와 명시적 Newmark로 적분한 차체 피칭가속도는 Fig. 12와 같이 범프 통과시 상당히 큰 피크값 차이를 보였으며 정적평형을 찾아가는 과정에서도 상당한 노이즈가 발생하였다. 이것은 이전 스텝의 정보만으로 다음 스텝의 상태량을 적분해 나가는 명시적 적분의 단점인 것으로 사료된다.

Table 5 Comparison of analysis times
(simulation time: 5.5sec)

	RK4	explicit Newmark	Implicit Newmark
10msec	3.6525	1.0502	1.9698
20msec	1.8929	0.6207	1.3297

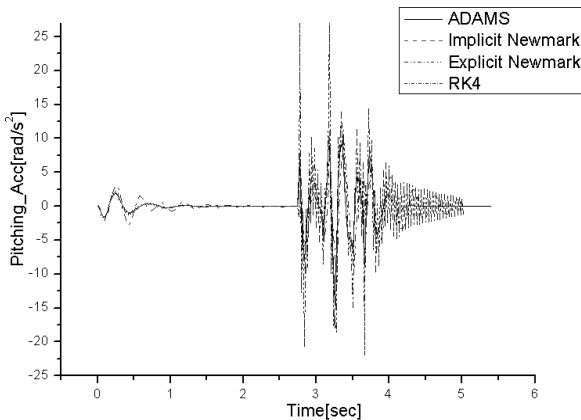


Fig. 12 Comparison of chassis phiching acceleration
(stepsize : 20msec)

암시적 Newmark 적분은 첫 번째 스텝에서 한 번만 자코비안을 구하고 NR 반복횟수를 2회로 했을 때 다른 적분법에 비해 큰 스텝 사이즈로 적분을 수행했음에도 불구하고 안정적으로 실제 해와 근사한 해를 구할 수 있었다.

Table 5에서 볼 수 있듯이 스텝 사이즈에 따른 해석 시간을 비교해 보았을 때 10msec의 경우 명시적 Newmark 적분이 가장 빠르고, 20msec의 경우 암시적 Newmark 적분이 다른 적분에 비해 보다 정확하고 뒤쳐지지 않는 속도로 신속하게 근사해를 구할 수 있음을 확인할 수 있다.

5. 결론

6x6 자율주행 차량의 동역학 해석을 위해 속도변환법을 이용하여 차체지역좌표계에서 운동방정식을 유도하였다. 또한 질량 행렬과 힘 벡터 성분을 먼저 기호 형태로 표현하여 대수방정식으로 전개시켰고, 상수값은 적분을 하기 전에 입력하여 상태 변수만을 갖는 심볼릭 운동방정식을 구성하였다.

MATLAB 해석 결과와 ADAMS 결과를 비교했을 때 거의 일치함을 확인하였으므로, 본 논문에서

유도한 운동방정식의 정확도를 검증할 수 있었다. 또한, 지역좌표계를 사용하면서 최소의 자유도를 가지도록 운동방정식이 유도되었으므로 해석속도 면에서 절대좌표계보다 훨씬 더 빨랐다. 심볼릭 형태로 정의된 질량행렬과 힘 벡터 내에 포함된 벡터를 직접 연산하여 반복적인 계산 횟수를 획기적으로 줄였으므로 비 기호연산에 비해 해석속도의 향상을 확인할 수 있었다.

본 논문의 6x6 자율주행 차량에 가장 적합한 적분 알고리즘의 선정에 있어 해석속도와 안정성을 모두 검토해 본 결과 암시적 Newmark 적분법이 타당하다. 이것은 다른 명시적 적분기법에 비하여 큰 스텝 사이즈를 가질 수 있으므로 속도가 크게 뒤쳐지지 않고, 무엇보다 적분간격에 크게 영향을 받지 않는 안정성을 갖추고 있기 때문이다. 또한 6x6 차량의 경우 군용 목적으로 주로 야지를 주행하게 되는데, 명시적 적분의 경우 외부로의 불연속적 힘의 입력으로 발산하여 적분을 다시 시작해야 하는 문제도 발생하므로 실시간성에 있어 암시적 적분이 더 적합하다고 사료된다.

모델링 차량의 서스펜션과 타이어의 동역학 모델링에 있어 실험적인 결과가 look-up 테이블로 제공된다면 현실적으로 상당한 정확도를 보일 것이다. 또한 현재 모델은 구속식을 갖지 않는 개방계이므로 기호연산의 적용이 상당한 효율성을 보이지만 더욱 복잡한 구속된 다물체계의 경우에 대해서는 앞으로 연구되어야 할 것이다.

참고문헌

- (1) Kim, S. S., Vanderploeg, M. J., 1984, "A State Space Formulation for Multibody Dynamic Systems Subject to Control," *Technical Report*, No. 84-20.
- (2) Bae, D. S., Haug, E. J., 1987, "A Recursive Formulation for Constrained Mechanical System Dynamics: Part II, Closed Loop Systems," *Mechanics of Structures and Machines*, Vol. 15, pp. 1878~1884.
- (3) Choi, D. H., Yoo, W. S., 2000, "Efficiency of a Symbolic Computation Method for the Real Time Simulation," *Trans. of the KSME A*, Vol. 24, No. 7, pp. 1878~1884.
- (4) Yang, S. H., 1999, "An Efficient Integration Algorithm Method for Multibody Vehicle Dynamic Analysis," Kookmin University, Master Degree

- Thesis.
- (5) Lee, J. W., Sohn, J. H., Kim, K. S., Yoo, W. S., 2001, "Construction of System Jacobian in the Equation of Motion Using Velocity Transformation Technology," *Trans. of the KSME A*, Vol. 25, No. 12, pp. 1966~1973.
- (6) Olof, F., 1987, "Jacobian Matrices Using the Newmark Direct Integration Scheme," *Computers & Structures*, Vol. 25, No. 2, pp. 307~310.
- (7) MATLAB User's Guide, 2003, The Math Works Inc.
- (8) ADAMS User's guide, 2003, MSC Software Corporation, 2, MacArthur Place, Santa Ana.
- (9) Nikraves, P. E., 1998, "Computer Aided Analysis of Mechanical Systems," Prentice-Hall International, Inc.
- (10) Han, D. H., 2001, "Comparative Study on Tire Models to Suggest Default Models for Vehicle Simulation," Pusan National University, Master Degree Thesis.
- (11) Sewell, G., 2005, "The Numerical Solution of Ordinary and Partial Differential Equations," John Wiley & Sons, Inc.
- (12) Son, A. R., 2008, "Derivation of 6x6 Vehicle and Efficient Simulation," Pusan National University, Master Degree Thesis.