

<학술논문>

DOI:10.3795/KSME-A.2009.33.12.1357

향상된 구형압입 고무 물성평가법

황규민* · 오중수** · 이형일†

(2008년 8월 7일 접수, 2009년 11월 23일 수정, 2009년 11월 23일 심사완료)

Enhanced Spherical Indentation Techniques for Rubber Property Evaluation

Kyumin Hwang, Joongsoo Oh and Hyungyil Lee

Key Words : Spherical Indenter(구형 압입자), Rubber Material Properties(고무 재료상수), Load-depth Curves(하중-변위 곡선), Strain Energy Density(변형에너지 밀도), First Invariant(첫번째 주신장률), Engineering Stress-strain(공칭응력-공칭변형률), True Stress-strain(진응력-진변형률)

Abstract

In this study, we enhance the numerical approach of Lee *et al.*⁽¹⁾ to spherical indentation technique for property evaluation of hyper-elastic rubber. We first determine the friction coefficient between rubber and indenter in a practical viewpoint. We perform finite element numerical simulations for deeper indentation depth. An optimal data acquisition spot is selected, which features sufficiently large strain energy density and negligible frictional effect. We then improve two normalized functions mapping an indentation load vs. deflection curve into a strain energy density vs. first invariant curve, the latter of which in turn gives the Yeoh-model constants. The enhanced spherical indentation approach produces the rubber material properties with an average error of less than 3%.

1. 서론

기호설명

- C_i : Yeoh-model 계수
- D : 압입자 직경
- h : 압입깊이
- W : 단위부피당 변형에너지밀도
- I : Green 변형텐서 불변량
- λ : 주신장률
- P : 압입하중
- f : 마찰계수
- ψ : 변형에너지밀도와 압입하중의 비
- ϕ : 첫번째 주신장률과 압입깊이의 비

고무의 일반적인 특징은 금속재료와 달리 하중 과 변형이 비선형 관계를 보이며 대변형 후에도 탄성을 유지한다. 또한 화학첨가물 등에 의해 그 특징이 다양하게 나타나며 열이나 약품 등 환경에 민감한 거동을 보인다. 이러한 특징으로 인해 표준화된 시험법과 규격화된 물성들이 아직까지 자리잡지 못하였다. Kim^(2,3) 등은 마찰계수에 민감한 단순 압축시험보다는 등이축 인장시험을 추천하기도 하지만 이 시험법은 실제 사용되는 복합체로서의 고무시편을 제작하는 것이 상당히 어렵고 시험과정이 상당히 까다롭기 때문에 비 실용적인 측면이 있다. 이에 Lee⁽¹⁾ 등은 실제 사용되는 고무에 시험이 가능하고 별도의 시편들이 요구되지 않으며 비파괴적인 구형압입을 통한 고무를 물성 평가 방법을 제시하였다. 하지만 오일윤활 상태의 마찰계수만을 고려하여 실제 환경에서는 신뢰도 문제가 있다. 또한 얇은 압입깊이로 인해, 변형률 값 1이상에서 주요 역할을 하는 Yeoh-

† 책임저자, 회원, 서강대학교 기계공학과
E-mail : hylee@sogang.ac.kr
TEL : (02)705-8636 FAX : (02)712-0799

* 서강대학교 대학원 기계공학과
** 서강대학교 대학원 기계공학과

모델 3차 계수 C_3 에 대한 연구가 부족해 Yeoh-모델^(4,5)의 장점을 살리지 못하였다. 이에 본 연구에서는 보다 깊은 압입깊이에 대한 압입특성을 검토하고, 이를 바탕으로 개선된 압입이론을 제시한다. 이를 위해 압입 깊이와 마찰의 영향을 분석해 최적 압입정보 관측 지점을 선정 한 후, 압입 하중-변위곡선을 변형에너지 밀도-주신장률곡선으로 사상하는 무차원 함수들을 C_1, C_2, C_3 에 대한 3중 고차식으로 개선한다. 초기 압입 깊이에 상응하는 압입하중값으로 C_1 을 구하고, 이어 두 무차원함수들을 활용한 반복사상을 통해 C_2, C_3 를 구하는 초탄성 고무 물성 평가법을 제시하고 그 유효성을 검증한다.

2. 기존 고무 물성평가법

2.1 기존 고무 물성평가법

Lee⁽¹⁾ 등이 제시했던 고무에 대한 기존의 물성 평가법은 하중-변위 곡선이 마찰계수의 영향을 받지 않는 범위인 압입자 직경의 40%를 압입하고 최대변형 에너지를 얻을 수 있는 $l/D = 25\%$ (압입 표면에서 하부 방향으로의 거리 l 과 압입자 직경 D 의 비) 지점에서 압입데이터를 획득했다. Yeoh-모델^(4,5)의 고무 구성방정식은 금속재료와는 달리 단위 부피당 변형에너지밀도 W , 주신장률 I_1 , 물성 계수들 C_1, C_2, C_3 로 표현되므로 식 (1)-(2)와 같은 무차원함수들을 도입할 수 있다. 여기서 P 와 h 는 압입하중과 압입깊이를 나타낸다.

$$\psi \equiv WhD/P \tag{1}$$

$$\phi \equiv I_1 \tag{2}$$

공칭변형률 1이상에서만 하중-변위곡선에 큰 영향을 주는 C_3 는 대표값 0.005로 설정한 후 상용 천연 가황고무의 일반적 C_1, C_2 의 범위에 대한 유한요소 해석으로부터 압입하중-변위에 대한 ψ - ϕ 관계곡선을 회귀해 식 (3)-(4)와 같은 함수들을 얻었다.

$$\psi = \sum_{i=0}^3 f_i^w(C_1, C_2) \left(\frac{h}{D}\right)^i \tag{3}$$

$$\phi = \sum_{i=0}^3 f_i^\phi(C_1, C_2) \left(\frac{h}{D}\right)^i \tag{4}$$

압입깊이 $h/D = 0.4$ 에서 우선적으로 C_1, C_2 를 구하고 $h/D = 0.8$ 까지 추가압입해 C_3 를 예측했다. 식 (5)는 P - C_3 상관관계식을 나타내고 η_{ijk} 는 다항 함수의 계수이다.

$$C_3 = f^C(P) = \sum_{i=0}^2 \left[\sum_{j=0}^2 \left(\sum_{k=0}^2 \eta_{ijk} C_1^k \right) C_2^j \right] \left(\frac{P}{D^2}\right)^i \tag{5}$$

2.2 압입변형특성

Lee⁽¹⁾ 등은 마찰계수가 하중-변위 곡선에 거의 영향을 주지 않음을 확인해 데이터 확보에 신뢰성을 줄 수 있는 압입깊이로 $h/D = 0.4$ 를 선정했다. 압입깊이가 비교적 작아 적은 하중으로 압입할 수 있는 장점이 있다. 그러나 이 경우 공칭변형률 1 이상의 대변형에서 하중-변위 곡선에 영향을 주는 C_3 의 영향을 무시하게 된다.

Fig. 1은 Yeoh-모델^(4,5)의 세 개의 계수들 중 둘은 중간값들로 고정시키고 하나의 계수만 변화시켜 응력-변형률 곡선들을 얻은 것이다. 굵은 실선은 같은 물성치에 대한 응력-변형률 곡선이다. C_1, C_2 계수값들을 정확히 구하려면 적어도 변형률 0.5까지, C_3 값도 정확히 구하려면 적어도 변형률 1 이상까지 변형시켜야 한다.

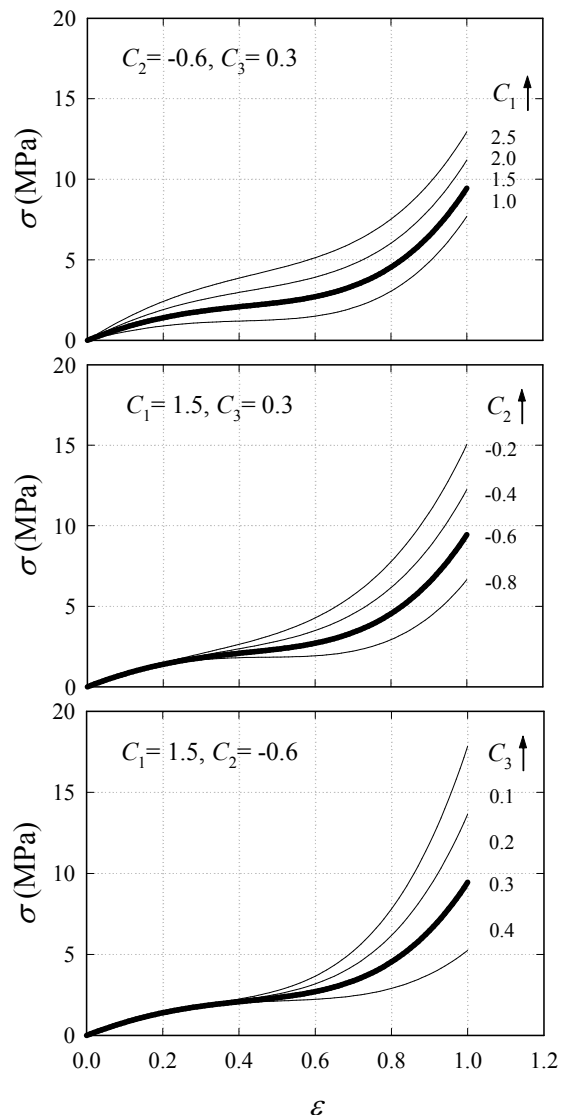


Fig. 1 Nominal stress-strain curves for various values of Yeoh-coefficients

Fig. 2(a)는 동일한 고무의 마찰계수에 따른 하중-변위 곡선이다. $h/D = 0.4$ 이상에서 하중-변위 곡선이 마찰계수의 영향을 받음을 알 수 있다. Lee⁽¹⁾ 등의 압입해석은 압입자와 고무재료 사이의 마찰계수를 오일윤활 상태인 0.09-0.13로 평가하였다. 그러나 고무재료의 마찰계수는 무윤활 시 1.0-3.9, 그리스 윤활의 경우 0.1-0.2로 윤활조건에 따라 큰 차이를 나타낸다.⁽⁶⁾ 따라서 마찰계수 값을 0.09-0.13로 평가하는 것은 실제 고무재료의 마찰 현상을 나타내기에 부적절하다. Fig. 2(b)는 서로 다른 두 재료의 하중-변위곡선들을 나타낸다. 다른 재료임에도 마찰계수의 영향으로 거의 같은 하중-변위 곡선을 나타내므로 마찰계수를 오일윤활 상태로 고려한 기존의 물성평가 프로그램으로는 재료 물성이 원래와 다르게 계산될 소지가 있다. 이에 압입 깊이 h/D 와 마찰계수의 재설정으로 향상된 고무 물성평가법을 제시한다.

3. 고무모델의 구성방정식

고무는 대변형의 특징과 비압축성의 특징이 있다. 이런 다양한 고무의 거동을 나타내기 위해 여러 형태의 변형에너지 함수가 보고 되었다. Rivlin⁽⁷⁾은 등방성-등온성 고무의 탄성특성을 변형에너지밀도와 주신장률 함수로써 식 (6)과 같이 표현했다.

$$W = f(I_1, I_2, I_3) \tag{6}$$

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \tag{7}$$

$$I_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 \tag{8}$$

$$I_3 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 \tag{9}$$

여기서 W 는 변형에너지밀도 함수이며 I_1, I_2, I_3 는 각각 주신장률 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 로 표현된 Green 변형텐서의 세 불변량이다. 고무는 비압축성이므로 $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1$ 이고 단일인장 상태에서는 $\lambda_2 = \lambda_3$ 이다. 따라서 식 (8)-(9)에 의해 $I_3 = 1$ 이 되고 $I_1 = \lambda_1^2 + 2/\lambda_1$ 이 된다. 단축인장 시 $\sigma_1 = \sigma, \epsilon_1 = \epsilon, \lambda_1 = \lambda$ 이므로 고무 응력식은 식 (10)과 같다.

$$\sigma = \frac{\partial W}{\partial \epsilon} = \frac{\partial W}{\partial I_1} \frac{\partial I_1}{\partial \lambda_1} \frac{\partial \lambda_1}{\partial \epsilon} \tag{10}$$

본 연구에서는 전 변형구간에서 고무의 거동을 잘 표현하고 인장과 전단시험에서 동일한 물성계수를 얻을 수 있으며 구성방정식이 비교적 간단한 Yeoh에 의해 제안된 구성방정식 식 (11)을 사용했다. 이를 주신장률로 미분하면 식 (12)가 얻어진다. 이를 고무 응력식 (10)에 대입하고 $\lambda = 1 + \epsilon$ 을 대입하면 변형에너지와 첫번째 주신장률 관계로 표현된 Yeoh-모델^(4,5)의 응력-변형률 구성방정식 (13)이 얻어진다.

$$W = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_1 - 3)^2 + C_3(I_1 - 3)^3 \tag{11}$$

$$\frac{\partial W}{\partial I_1} = C_1 + 2C_2(I_1 - 3) + 3C_3(I_1 - 3)^2 \tag{12}$$

$$\sigma = \left[\begin{aligned} &C_1 + 2C_2 \left((1+\epsilon)^2 + \frac{2}{(1+\epsilon)} - 3 \right) \\ &+ 3C_3 \left((1+\epsilon)^2 + \frac{2}{(1+\epsilon)} - 3 \right)^2 \end{aligned} \right] \times \left[2 \left((1+\epsilon) - \frac{1}{(1+\epsilon)^2} \right) \right] \tag{13}$$

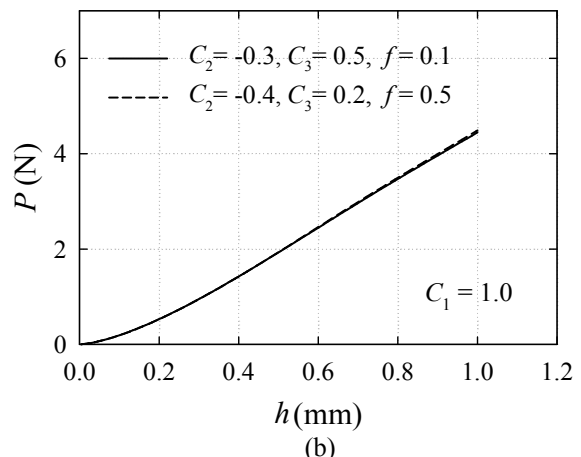
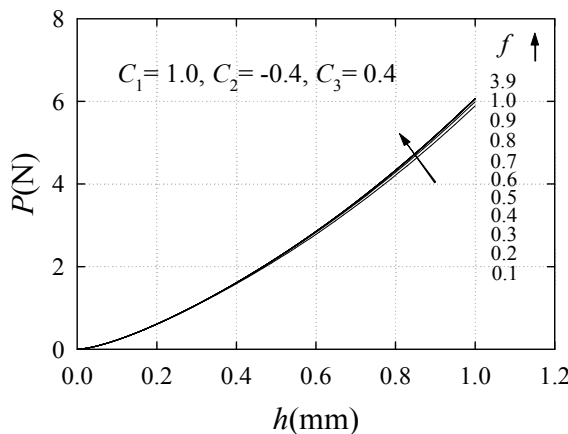


Fig. 2 (a) P - h curves for various friction coefficients and (b) of two different materials for dissimilar friction coefficients

금속과 달리 고무의 거동은 변형에너지 밀도를 주신장률의 다항식으로 표현하는 구성방정식으로 설명되는데, 인장과 압축 거동을 한 개의 구성식으로 동시에 기술함을 주목할 필요가 있다. 변형 에너지밀도는 응력의 함수이고 주신장률은 변형률의 함수이므로 응력-변형률 곡선으로부터 고무 구성 방정식으로의 변환이 가능하다. 회귀를 통해 구성 방정식의 계수들을 얻을 수 있고 이를 고무의 물성 계수들이라 한다.

고무의 압축시험에서 상하 압축판과 시편의 접촉 면에서 마찰로 인해 시편의 좌우 표면에 배럴링(barreling) 현상이 나타난다. 이러한 현상으로 인해 순수한 단축변형을 유지하지 못하게 되어 왜곡된 하중-변위 관계를 얻게 된다. 만일 인장시험과 동일한 양의 softening이 이루어진 시편으로 배럴링 현상이 없는 압축시험이 제대로 수행된다면, 압축 응력-변형률 곡선을 구성방정식으로 회귀해 얻은 압축물성은 인장시험으로부터 회귀해 얻은 인장 물성과 같을 것이다.

구성방정식은 인장과 압축을 동시에 만족하므로 인장 응력-변형률 데이터를 바탕으로 구성방정식에 대입해 회귀한 인장물성 또는 인장 구성방정식의 계수는 압축 물성에서도 유효하며, 압축 응력-변형률 데이터로 얻은 압축물성은 인장물성에서도 유효하다. 따라서 고무의 인장물성을 바탕으로 압입 물성평가법을 전개하는 것과 인장물성과 압입물성을 비교하는 것은 타당하다.

4. 압입시험의 전산모사

4.1 Yeoh-모델 구성방정식 물성범위

Yeoh-모델 구성방정식의 물성범위를 획득하기 위해 NBR, CR, SIU, NR 네 가지 고무를의 인장시험

을 실시하였다. KSM6515 합성고무의 시험법으로 Mullins softening effect를 제거하고 변형률속도의 영향을 받지 않는 준정적 변형률속도로 인장했다. Fig. 3은 네 가지 고무의 인장 공칭응력-변형률 곡선이다. 공칭응력-변형률 데이터로부터 네 가지 고무의 Yeoh-모델 물성계수를 획득했고(Table 1), 이를 통해 Yeoh-모델 구성방정식의 물성범위를 $C_1=0.6-2.2$, $C_2=-1.1-0.0$, $C_3=0.1-0.6$ 로 정한다.

Table 1 Comparison of Yeoh-coefficients of various real rubber materials from tensile test

	C_i	NBR	CR	SIU	NR
Tensile test	C_1	2.05	1.08	0.68	0.61
	C_2	-1.01	-0.63	-0.39	-0.28
	C_3	0.43	0.26	0.17	0.11

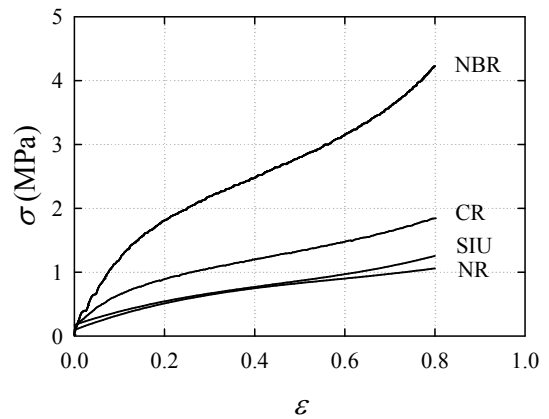


Fig. 3 Tensile σ - ϵ curves for various rubbers

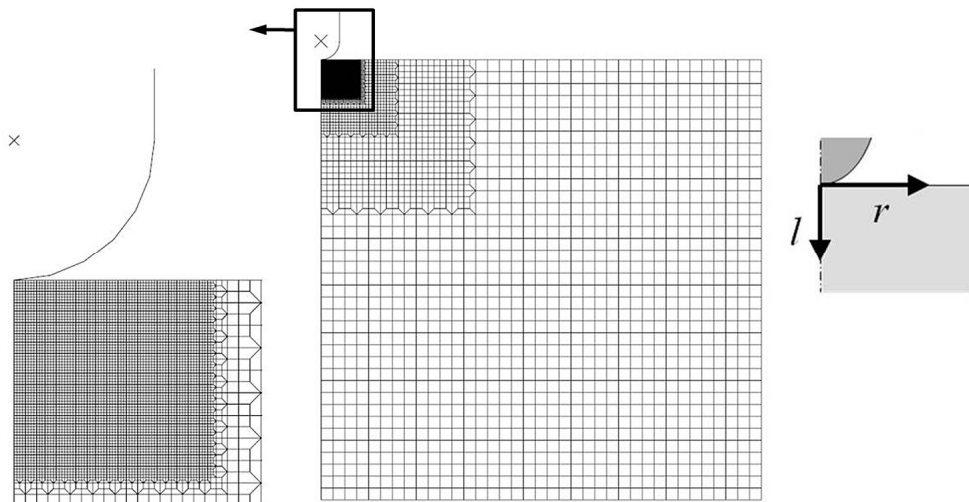


Fig. 4 The FE mesh for indentation analysis

4.2 유한요소해석을 위한 모델링

구형압입자를 이용한 고무 압입시험을 모사하고자 Fig. 4와 같은 유한요소모델을 생성하였다. 하중과 형상이 모두 축대칭임을 고려하여 4절점 축대칭 혼합요소 (CAX4H, ABAQUS)⁽⁸⁾를 해석에 사용하였다. 이 때 보간함수가 한 차수 낮은 것을 보완하며 미세 변형까지 충분히 감지할 수 있도록 압입하부 표면과 최적 관측지점에 압입자 직경의 1% 크기의 미세요소를 배치하였다. 압입자는 모재에 비해 상대적으로 영률이 매우 크므로 변형이 없는 Rigid Surface (Rigid Surface, ABAQUS)⁽⁸⁾를 사용했다. 전체 유한요소모델은 약 25000개의 요소와 12000개의 절점으로 구성된다. 압입자와 모재의 접촉면에는 양쪽 모두 접촉요소면 (Contact surface, ABAQUS)⁽⁸⁾을 배치했다. 압입자와 모재의 대칭 축상 절점들은 대칭축에 수직방향 변위성분을 구속해 축대칭 조건을 만족시키고, 모재 밑면은 하중방향의 변위성분만 구속시킨 후 압입자를 하강시킨다. 압입자의 하부는 직경 1mm의 구형 강체로, 상부를 실린더 형태로 실제 압입자와 똑같이 모델링했다. 압입시 주요 물성변수들이 하중-변위 곡선형상에 주는 영향을 분석하기 위해 마찰계수를 포함한 Yeoh-모델^(4,5)의 재료상수들로 변수를 설정했다. 변형률이 큰 경우에도 하중-변위 곡선이 실험값과 잘 맞는 Yeoh-모델의 장점을 살리기 위해 압입깊이는 $h/D=1$ 로 선택했다.

4.3 마찰계수의 영향

먼저 마찰이 압입해석에 주는 영향을 분석한다. Fig. 2(a)는 Yeoh-모델계수들을 중간값으로 고정한 상태에서 마찰계수를 0.1-3.9까지 변화시켜 마찰 계수가 하중-변위 곡선에 주는 영향을 보여준다. 압입깊이 $h/D = 0.4$ 까지는 마찰계수의 영향을 받지 않지만 압입깊이가 증가할수록 마찰계수의 영향이 증가한다. 마찰계수 f 가 커질수록 최대 하중값이 증가추세를 보이다 0.3이상부터 수렴하며 0.5이상

이면 마찰계수와 무관하게 하중-변위 곡선들이 한 곡선상에 놓임을 확인할 수 있다. 이에 마찰계수를 0.5로 정해 유한요소해석을 수행한 후 압입이론을 전개한다.

4.4 최적관측지점

Figs. 5-6는 압입표면 하부방향으로 압입자 직경 l/D 에 대한 반경방향 (r/D)으로의 변형에너지밀도와 주신장률의 분포를 보여준다. 여기서 l 은 압입 표면에서 하부방향으로의 길이, r 은 압입중심부에서 반경방향으로의 길이, h 는 압입깊이, D 는 압입자의 직경이다. $h/D = 1$ 까지 압입하면 변형 에너지밀도와 주신장률이 압입표면에서 $l/D = 35\%$ 에서 최대값이 발생한다. 본 연구에서는 변형에너지 밀도와 주신장률이 최대값을 보이는 압입표면 35% 지점을 최적 관측지점으로 선정했다.

5. 향상된 압입이론의 전개

5.1 C_1 획득

Fig. 1을 통해 변형초기에 Yeoh-모델 계수 C_2, C_3 의 영향은 미비함을 확인할 수 있다. C_1 을 고정하고 C_2 와 C_3 를 변경해 C_1 만이 하중-변위 곡선에 독립적으로 영향을 주는 범위를 확인했다. Fig. 7(a)에서는 C_1 과 C_3 를 고정하고 C_2 를 변경했고, Fig. 7(b)에서는 C_1 과 C_2 를 고정하고 C_3 를 변경했다. 압입깊이 $h < 0.1$ 에서 C_2, C_3 와 관계없이 하중-변위 곡선은 C_1 만에 의해 결정된다. 이에 $h < 0.1$ 에서 C_1 을 획득하고 $h > 0.1$ 에서 C_2, C_3 에 대해 3중 회귀해 정확한 정적 물성을 평가법을 찾는다

C_1 은 $h/D = 0.1$ 에서의 $P-C_1$ 관계식 (14)로 결정된다. Fig. 8은 $h/D=0.1$ 에서의 P 와 C_1 의 관계이고, 이를 1차 다항식으로 표현했다.

$$C_1 = f(P_{h/D=0.1}) = H_0 + H_1 P_{h/D=0.1} \tag{14}$$

$(H_0, H_1) = (0.01663, 4.37583)$

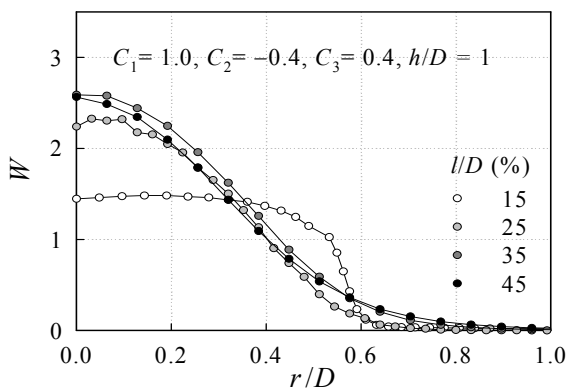


Fig. 5 W vs. r/D for various value of l/D

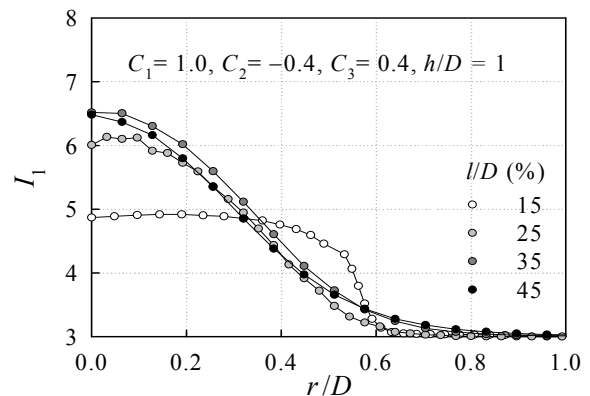


Fig. 6 I_1 vs. r/D for various value of l/D

5.2 물성평가를 위한 사상 무차원함수

Yeoh-모델⁽⁴⁵⁾의 구성방정식은 식 (11)과 같이 고무 재료는 금속재료의 구성방정식과는 달리 응력-변형률 관계로 직접 표현되지 않는다. 따라서 단위 부피당 변형에너지밀도 W , 주신장률 I_1 , 물성 계수 C_1, C_2, C_3 로 나타난다. 이를 위해 P - h 곡선을 W - I_1 평면상에 대응시키는 무차원함수를 식(15)와 같이 도입했다.

$$\psi = \frac{Wh^3}{PD(I_1-3)} ; \phi = \frac{2I_1D}{2D-h} \tag{15}$$

$C_1 = 0.6 - 2.2$ 까지 0.1씩 17개, $C_2 = -1.1 - 0.0$ 까지 0.1씩 12개, $C_3 = 0.1 - 0.6$ 까지 0.05씩 11개로 각각 변화시키며 총 2244개 ($=17 \times 12 \times 11$)의 데이터로 ψ, ϕ 를 회귀했다. 무차원함수의 회귀식은 우선 C_1 와 C_2 를 고정하고 각의 C_3 에 대해 식 (16)과 같이 회귀해 A_i, P_i 를 얻는다. 그리고 A_i, P_i 를 C_3 11개에 대해 회귀해 B_{ij}, Q_{ij} 를 얻는다.

$$\psi = A_1(C_3)\left(\frac{h}{D}\right) + A_2(C_3)\left(\frac{h}{D}\right)^2 + A_3(C_3)\left(\frac{h}{D}\right)^3$$

$$A_i(C_3) = B_{ij}C_3^j \tag{16}$$

$$\phi = P_1(C_3)\left(\frac{h}{D}\right) + P_2(C_3)\left(\frac{h}{D}\right)^2 + P_3(C_3)\left(\frac{h}{D}\right)^3$$

$$P_i(C_3) = Q_{ij}C_3^j$$

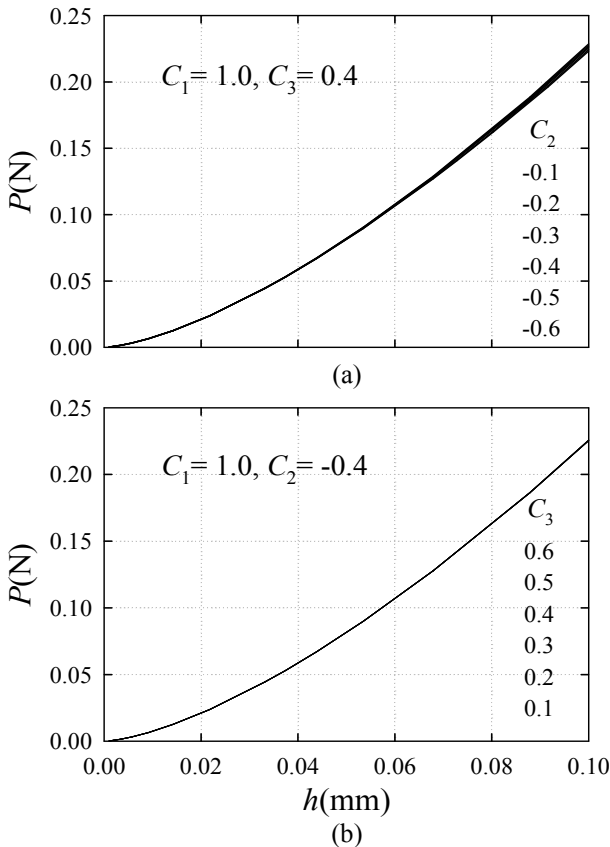


Fig. 7 Indentation P-h curves for various (a) C_2 , (b) C_3

C_3 를 고정하고 식 (16)에서 구한 B_{ij}, Q_{ij} 를 C_2 12개에 대해 식 (17)과 같이 회귀해 D_{ijk}, R_{ijk} 을 얻는다.

$$B_{ij}(C_2) = D_{ijk}C_2^k$$

$$Q_{ij}(C_2) = R_{ijk}C_2^k \tag{17}$$

$$i=1,2,3 \quad j,k=0,1,2,3$$

마지막으로 식 (17)에서 구한 D_{ijk}, R_{ijk} 를 C_1 17개에 대해 식 (18)과 같이 회귀해 E_{ijkl}, S_{ijkl} 를 얻는다.

$$D_{ijk}(C_1) = E_{ijkl}C_1^l$$

$$R_{ijk}(C_1) = S_{ijkl}C_1^l \tag{18}$$

$$i=1,2,3 \quad j,k,l=0,1,2,3$$

C_1, C_2, C_3 를 모두 포함하는 최종 3중 회귀식은 아래 식 (19)-(20)로 나타낼 수 있다.

$$\psi = f_1^\psi(C_1, C_2, C_3)\left(\frac{h}{D}\right) + f_2^\psi(C_1, C_2, C_3)\left(\frac{h}{D}\right)^2$$

$$+ f_3^\psi(C_1, C_2, C_3)\left(\frac{h}{D}\right)^3 \tag{19}$$

$$f_l^\psi(C_1, C_2, C_3) = E_{ijkl}C_1^i C_2^j C_3^k$$

$$\phi = 3 + f_1^\phi(C_1, C_2, C_3)\left(\frac{h}{D}\right) + f_2^\phi(C_1, C_2, C_3)\left(\frac{h}{D}\right)^2$$

$$+ f_3^\phi(C_1, C_2, C_3)\left(\frac{h}{D}\right)^3 \tag{20}$$

$$f_l^\phi(C_1, C_2, C_3) = S_{ijkl}C_1^i C_2^j C_3^k$$

$$i=1,2,3 \quad j,k,l=0,1,2,3$$

Figs. 9-10은 새로 작성된 사상 무차원함수들 ψ 와 ϕ 를 h/D 에 대해 나타냈다. 원은 유한요소해이며, 실선은 함수 (16)에 의한 회귀곡선이다.

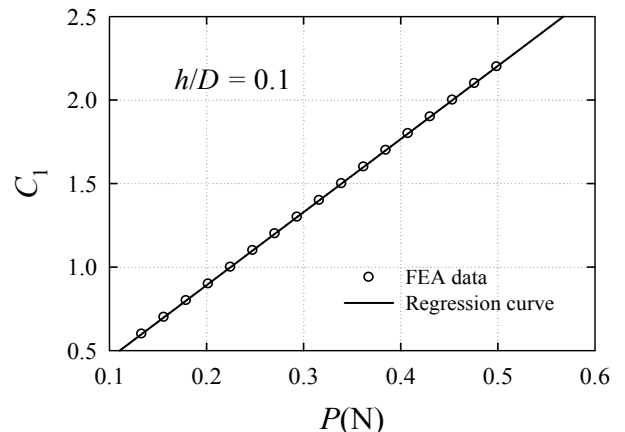


Fig. 8 P- C_1 curve at $h/D = 0.1$

5.3 물성평가 흐름도

일반고무가 가지는 모든 범위를 포함하는 고무 물성계수들에 대해 압입해석을 수행하고 이들 데이터들을 사용해 압입특성과 고무물성을 연결시킬 수 있는 두 무차원 함수들 ψ 와 ϕ 를 구축한다. 설정된 두 함수들을 활용해 고무물성을 예측하는 흐름도를 Fig. 11에 나타냈다. 먼저 주어진 데이터로 $h/D = 1$ 까지의 하중-변위 ($P-h$) 곡선을 얻는다. 이어 임의의 초기 C_2, C_3 를 물성 범위의 중간값으로 가정하고 $h/D = 0.1$ 에서의 하중으로부터 C_1 을 결정한다. 결정된 C_1, C_2, C_3 를 무차원 함수에 대입 한 후, 이를 활용해 하중-변위곡선에 대응하는 $W-I_1$ 곡선을 구한다. 이렇게 얻어진 $W-I_1$ 곡선을 회귀 해 새로워진 C_2, C_3 를 얻는다. 이전의 C_2, C_3 와 새 C_2, C_3 의 오차가 지정값 ($= 10^{-7}$) 보다 크면 새 C_2, C_3 를 다시 무차원 함수에 대입해 위의 과정을 반복한다. 이전과 새로운 계수들의 오차가 지정값보다 작으면 Yeoh-모델 계수로 최종 확정한다.

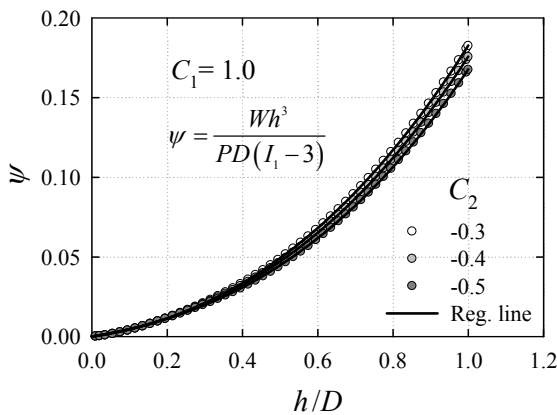


Fig. 9 Comparison of regressed ψ curves with FEA data

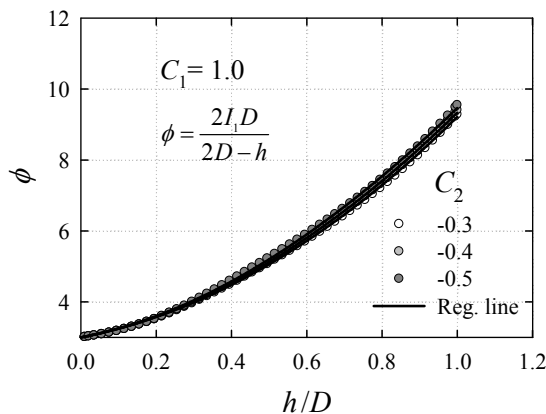


Fig. 10 Comparison of regressed ϕ curves with FEA data

물성평가 프로그램으로 얻은 물성치들을 주어진 값들과 비교했다. 오차가 큰 물성계수를 바탕으로 주어진 데이터와 프로그램으로 얻은 데이터의 $W-I_1$ 곡선과 응력-변형률 곡선, 하중-변위 곡선을 비교했다(Fig. 12). 실선은 주어진 물성곡선이고 점선은 프로그램을 통해 얻은 곡선이다. Yeoh-모델계수는 정량적으로는 오차가 커 보이나, $W-I_1$ 곡선과 응력-변형률 곡선, 하중-변위 곡선을 통해 역학적으로 물성평가 프로그램이 상당히 정확함을 확인할 수 있다. 이를 통해 향상된 고무 물성평가 프로그램의 신뢰성을 확인할 수 있다.

6. 요약

본 연구에서는 Lee⁽¹⁾ 등이 제시하였던 기존의 초탄성고무 물성평가법에 대한 수치적 접근방법을 향상시켰다. 먼저 실제 고무의 Yeoh-모델의 물성 범위를 획득했다. 고무와 압입자 사이의 마찰계수를 실용적인 측면에서 정했고, 대변형에서 주요 역할을 하는 3차 계수 C_3 의 영향을 알아보하고자 $h/D = 1$ 까지 압입하는 새 압입시험 전산모사를 실시

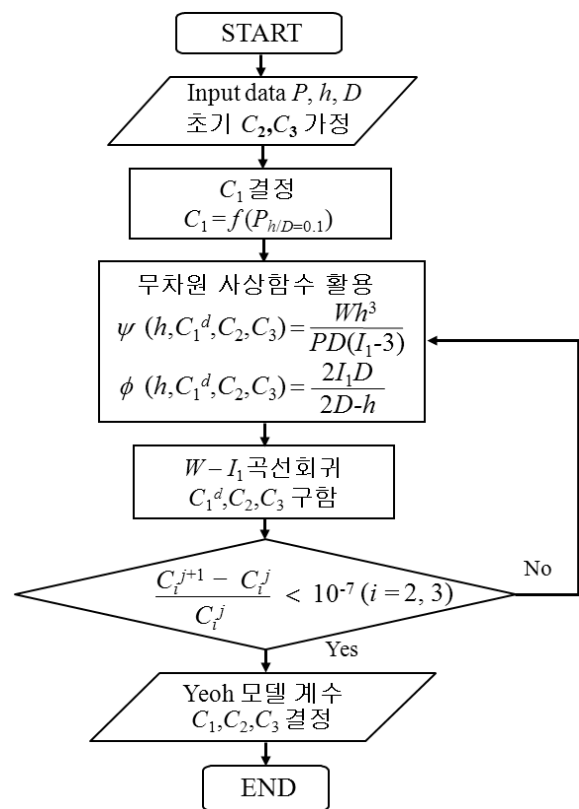


Fig. 11 Flow chart for determination of Yeoh's coefficients

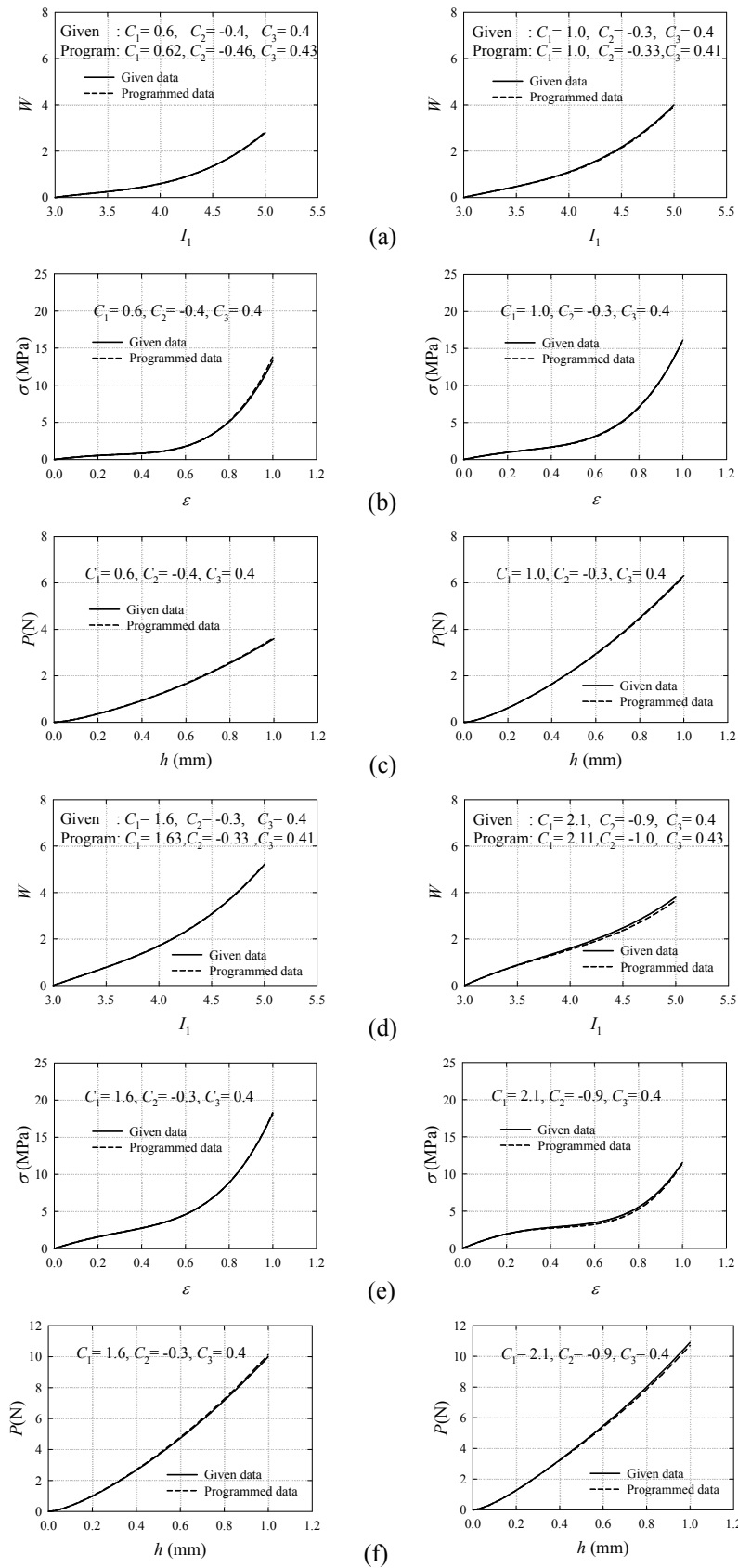


Fig. 12 Comparison of programmed data to those given for (a) $W-I_1$, (b) $\sigma-\epsilon$, (c) $P-h$ curves (d) $W-I_1$, (e) $\sigma-\epsilon$, (f) $P-h$ curves

했다. 압입시 측정되는 하중-변위 데이터를 변형 에너지밀도-주신장률 관계로 사상하기에 적합한 압입변수들을 선정했다. 이렇게 선정된 압입변수들을 압입깊이와 Yeoh-모델계수들에 대한 함수들로 표현하여, 재료물성평가 프로그램의 신뢰성을 향상시켰다.

후 기

본 연구는 2007년도 서울시 산학협력사업 (NT 070142)에 의해 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Lee, H., Kim, D. W., Lee, J. H. and Nahm, S. H. 2004, "Software and Hardware Development of Micro-Indenter for Material Property Evaluation of Hyper-elastic Rubber," *Transactions of KSME (A)*, Vol. 28, No. 6, pp. 816~825.
- (2) Kim, W. D. and Kim, W. S., 2003, "Mechanical Characteristics Prediction and Evaluation of the Vibration Isolation Rubber Material," *Society for Noise and Vibration Engineers*, Vol. 13, No.5, pp. 319~325.
- (3) Kim, W. D., Kim, D. J., Kim, W. S and Lee, Y. S., 2003, "A Study on the Equi-biaxial Tension Test of Rubber Material," *Transactions of KSAE*, Vol. 11, No.5, pp. 95~104.
- (4) Yeoh, O. H., 1990, "Characterization of Elastic Properties of Carbon-black-filled Rubber Vulcanizates," *Rubber Chemistry and Technology*, 63, pp. 792~805.
- (5) Yeoh, O. H., 1993, "Some Forms of the Strain Energy Function for Rubber," *Rubber Chemistry and Technology*, Vol. 66, pp. 754~771.
- (6) Kim, W. D., Kim, D. J., Na, C. W. and Lee, Y. S., 2001, "A Study on the Frictional Characteristics of Vulcanized Rubber Plates," *Journal of Korean Rubber Society*, Vol. 36, No. 2, pp. 121~129
- (7) Rivlin, R. S., 1956, *Large Elastic Deformations in Rheology: Theory and Application*, Academic press, New York. Vol. 1.
- (8) ABAQUS *User's Manual*, 2008, Version 6.8, Hibbitt, Karlsson and Sorensen, Inc., Pawtucket, RI.