

<학술논문>

DOI:10.3795/KSME-A.2009.33.11.1341

프레임 구조물에 대한 선형 내구 보강 기법의 적용

권 성 훈* · 유 흥 희†

(2009년 7월 16일 접수, 2009년 10월 26일 수정, 2009년 10월 28일 심사완료)

Application of the Durability Reinforcement Technique on the Frame Structure

Sung Hun Kwon and Hong Hee Yoo

Key Words : Fatigue Life(피로수명), Sensitivity(민감도), Stress Based Approach(응력수명법), Quasi-Static Analysis(준정적해석), Transient Analysis(과도해석)

Abstract

In this paper, the technique to reinforce the durability performance of structure using the sensitivity information for the frame structure is applied. The fatigue life calculation for the frame structure is performed from the quasi-static and transient analysis and the characteristics of two methods are compared for the fatigue analysis. Then the reinforcement technique is applied. First, some design variables related to the locations of fatigue failure is selected. Then sensitivities of fatigue life at fracture points with respect to the variation of design variables are calculated and the vector composed of gaps between the target life and initial life cycles is calculated. If the number of fatigue fracture points is same as the number of design variables, the variations of the design variables are calculated from the linear algebraic equation. If not, the variations of the design variables are calculated from the optimization formulation with the constraints.

1. 서 론

내구성능은 구조물의 안전성과 품질에 있어 가장 중요한 지표의 하나로 구조물이 가지는 가장 짧은 피로 수명이 목표수명보다 더 큰 수명을 가지도록 설계가 이루어져야 한다. 따라서 단순히 구조물의 내구성능을 평가하는 과정에서 그치는 것이 아니라 초기 설계에서 발생한 피로 파손 지점을 보강하는 단계가 내구설계 과정에 포함되어야 한다. 일반적으로 구조의 보강은 응력 집중부 혹은 예상 파손 지점의 두께를 증가시키거나 형상을 변경하는 등의 방법이 사용되는데 이 때 과도한 보강은 구조물의

강도에 대한 요구조건은 만족시킬 수 있으나 무게가 많이 증가하거나 고유진동수가 초기와 달라짐으로 인해 동특성이 변할 수 있다. 일반적으로 피로 설계 이전 단계에 구조물의 동특성에 대한 설계가 수행되므로, 가급적 구조물의 보강으로 인해 그 특성이 많이 달라지는 것은 바람직하지 않다. 따라서 구조물이 목표 수명을 만족하면서도 다른 특성은 최대한 변하지 않도록 하는 것을 목표로 하는 구조물의 내구 보강 기법이 필요하다.

피로 해석은 일반적으로 구조물의 형상과 재질을 고려한 모델에 하중을 가하여 산출된 동응력을 레인 플로법과 같은 사이클 집계법을 통해 각각의 사이클로 변환한 뒤 S-N 선도나 E-N 선도에 적용하여 각각의 사이클에 대한 손상을 구하고 이를 모두 합산하여 누적손상을 계산하는 과정으로 구성된다. 이처럼 피로 해석에서는 이전 단계의 정보를 다음 단계에서 사용하므로, 각 단계의 정확도를 개선되어야 계산된 피로 수명의 정확도를 높일 수 있다. 따라서 지금까지 대다수의 연구는 각 단계별로 보다 정확한 데이

[이 논문은 2009년도 동역학 및 제어부문 춘계학술대회(2009. 5. 21-22., BEXCO) 발표논문임]

† 책임저자, 회원, 한양대학교 기계공학부
E-mail : hhyoo@hanyang.ac.kr
TEL : (02)2220-0446 FAX : (02)2293-5070

* 한양대학교 대학원 기계공학과

터를 효율적으로 얻기 위한 기법을 개발하는 데 초점을 맞춰 왔다. 특히 동역학 해석 분야에서는 구조물의 동응력을 산출하는 것과 기법과 관련한 많은 연구가 이루어져 왔다. 구조물의 정밀한 유한 요소 모델을 직접적분법을 통해 과도응답해석을 수행하여 구한 동응력이 가장 정확하다고 알려져 있으나, 이는 과도하게 높은 해석시간을 요구하므로, 보다 효율적인 계산이 가능한 모드 중첩법을 기본으로 동응력의 정확도를 높이거나^(1,2) 구조물을 분할하여 계산의 효율성을 높이는 부분 구조 합성법^(3,4)과 같은 여러 연구가 진행되어 왔다. 또한 구조물의 내구성능을 보장하는 설계기법에 관한 연구는 구조물의 단면을 설계변수로 하여 경사도 기반 최적화 기법을 적용하거나⁽⁵⁾ 반응표면법을 사용하여 구조물의 최소수명에 대한 근사 모델을 구성한 뒤 이에 대한 최적화를 수행하는 기법에 대한 연구들이 있다.⁽⁶⁾ 그러나 경사도 기반의 최적화 기법은 구조물이 복잡해질 경우 수렴성의 문제로 계산횟수가 늘어나 해석시간이 기하급수적으로 증가할 수 있으며 구조물이 가지는 최소수명에 대한 근사모델은 설계변수의 변화에 따라 불연속성을 가지는 함수가 되므로, 최적설계시 수렴성에 영향을 끼친다.

본 연구에서는 구조물의 피로 해석을 통해 예측된 피로 파손지점이 여러 개일 때 설계변수의 변화에 따른 각 지점의 피로 수명에 대한 근사모델을 구성하여 이를 사용하여 피로 파손지점의 보장하는 기법을 제안하고자 한다.

2. 내구 보강기법의 정식화

2.1 설계 변수의 선정 및 민감도의 계산

본 연구에서 구조물 보강을 위해 사용되는 설계 변수는 초기 해석 단계에서 피로 파손이 발생한 지점에 관련된 기하학적 변수이다. Fig. 1 과 같은 3 개의 요소와 사각형의 속이 빈 단면을 가지는 간단한 보 구조물에 대하여 피로 해석을 수행한 결과 절점 (2)와 (4)에서 피로 파손이 발생하였다고 가정하면 주로 구조물의 보강은 파손이 발생하는 지점에 대하여 이루어 지므로 이 경우 절점 (2)와 (4)의 각 단면에 관련된 $b_2, h_2, t_2, b_4, h_4, t_4$ 를 구조물의 내구 성능 보강에 사용할 수 있다. 이 때 어떤 변수를 몇 개나 사용하는 지는 설계자가 적절히 선택한다.

민감도 정보란 설계변수의 변화에 대한 응답함수 의 변화율로 정의되며 제안된 내구 보강 기법에서 사용되는 민감도 정보는 다음과 같이 표현된다.

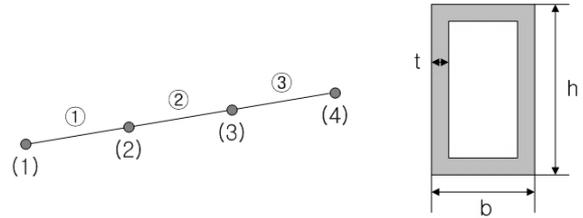


Fig. 1 Examples of the Structure and Choice of the Design Variables

$$S_{ij} = \frac{\partial N_{f(i)}}{\partial b_j} \tag{1}$$

여기서 b_j 는 설계자가 선정한 설계변수이고 $N_{f(i)}$ 는 피로 파손 지점 i 의 피로수명이다. 즉, 식 (1) 에서 정의된 민감도는 설계변수 b_j 의 변화에 대한 $N_{f(i)}$ 의 변화량을 의미하게 된다.

민감도의 계산은 수학적 전개를 통해 직접 편미분을 하는 것이 가장 정확하나, 피로 수명을 계산하는 과정에서 도출한 동응력을 각각의 사이클로 변환하는 데 사용되는 레인플로 사이클 집계법은 수학적으로 정식화할 수 없다. 따라서 본 연구에서는 민감도 계산을 위해 유한 차분법을 사용하였다.

2.2 민감도 행렬의 구성

설계 변수의 변화는 설계 변수가 위치한 단면의 피로 수명뿐 아니라 다른 부분에도 영향을 끼치므로 설계 변수의 변화에 따른 보강 대상 지점 전체의 피로 수명 변화를 고려하기 위해 다음과 같은 민감도 행렬을 구성한다.

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_{f(1)}}{\partial b_1} & \frac{\partial N_{f(1)}}{\partial b_2} & \dots & \frac{\partial N_{f(1)}}{\partial b_j} & \dots & \frac{\partial N_{f(1)}}{\partial b_n} \\ \frac{\partial N_{f(2)}}{\partial b_1} & \frac{\partial N_{f(2)}}{\partial b_2} & \dots & \frac{\partial N_{f(2)}}{\partial b_j} & \dots & \frac{\partial N_{f(2)}}{\partial b_n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial N_{f(i)}}{\partial b_1} & \frac{\partial N_{f(i)}}{\partial b_2} & \dots & \frac{\partial N_{f(i)}}{\partial b_j} & \dots & \frac{\partial N_{f(i)}}{\partial b_n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial N_{f(m)}}{\partial b_1} & \frac{\partial N_{f(m)}}{\partial b_2} & \dots & \frac{\partial N_{f(m)}}{\partial b_j} & \dots & \frac{\partial N_{f(m)}}{\partial b_n} \end{bmatrix} \tag{2}$$

여기서 민감도 행렬 $[S]$ 는 $[m \times n]$ 행렬로 m 은 구조물에 피로 파손이 발생한 지점의 전체 수를 의미하며 n 은 전체 설계 변수의 수로 설계변수가

구조물의 여러 지점에 위치할 수 있으므로, $n = \sum_{k=1}^l p_k$ 로 결정된다. 이 식에서 l 은 설계변수가 존재하는 단면의 수를 p_k 는 k 지점에 위치하는 설계변수의 수를 각각 나타낸다.

2.3 내구 보강 기법의 정식화

민감도 행렬을 사용하여 피로 수명의 변화를 선형화된 식으로 나타내면 식 (3)과 같다.

$$\Delta N_{f(i)} = \sum_{j=1}^n \frac{\partial N_{f(i)}}{\partial b_j} \Delta b_j \quad (3)$$

여기서 $\{\Delta N_f\} = \{N_{target}\} - \{N_f\}$, $\{\Delta b\} = \{b_{new}\} - \{b_{ini}\}$ 를 의미한다. 또한 $\{N_{target}\}$ 은 목표수명, $\{N_f\}$ 는 초기 설계에서 구한 피로수명, $\{b_{ini}\}$ 는 설계 변수의 초기값, $\{b_{new}\}$ 는 새로운 설계 변수를 각각 의미한다. 예를 들어 Fig. 1 과 같은 구조물에서 설계변수를 절점 (2)의 b_2 와 h_2 , 절점 (4)의 b_4 로 선정하여 각각 b_1, b_2, b_3 이라 하면 이들 설계 변수의 변화로 인해 변화되는 피로 파손 지점 $N_{f(2)}$ 의 변화량은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta N_{f(2)} = \frac{\partial N_{f(2)}}{\partial b_1} \Delta b_1 + \frac{\partial N_{f(2)}}{\partial b_2} \Delta b_2 + \frac{\partial N_{f(2)}}{\partial b_3} \Delta b_3$$

식 (3)을 행렬 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$[S]_{[m \times n]} \{\Delta b\}_{[n \times 1]} = \{\Delta N_f\}_{[m \times 1]} \quad (4)$$

식 (4)를 풀이하면 구조물의 내구 보강을 위한 새로운 설계 변수를 구할 수 있다. 만일 민감도 행렬의 크기가 정방행렬 ($m = n$)이면 선형 연립 방정식 형태로 풀이가 가능하나 설계 변수의 개수가 피로 파손 지점의 개수보다 더 크다면 ($m < n$) 부정 방정식 형태가 되어 식 (4)만으로는 해를 구할 수 없으므로 식 (4)를 구속조건으로 하는 최적화 기법을 사용하여 새로운 설계 변수를 도출한다.

Case 1 [$m = n$]

이 경우는 설계 변수의 개수가 피로 파손 지점

의 수가 동일한 경우로 Fig. 1 과 같은 구조물에서 피로 파손 지점이 2 곳이라면 2 개의 설계 변수를 선정한 뒤 민감도를 구하여 식을 구성하는 경우이다. 이러한 경우 선형 연립방정식의 해법을 통해 새로운 설계 변수를 구할 수 있다. 따라서 새로운 설계변수 $\{b_{new}\}$ 는 다음과 같다.

$$\{b_{new}\} = \{b_{ini}\} + \{\Delta b\} \quad (5)$$

Case 2 [$m < n$]

설계 변수의 개수가 피로 파손지점의 개수보다 더 큰 경우 내구 보강 기법을 최적화 기법의 형태로 정식화할 수 있다. 이 때 목적함수는 구조물의 전체 질량 혹은 구조물의 고유 진동수 변화로 결정할 수 있다. 이 때 민감도 행렬을 이용하여 구성한 선형 연립 방정식은 구속조건이다.

Find b_j

Minimize f (6)

Subject to $g = 0$ or $g \leq 0$

여기서 $g = \{\Delta N_f\} - [S]\{\Delta b\}$ 이다. 구속조건이 $g = 0$ 이면 유용영역이 $g \leq 0$ 에 비해 좁아지는 경우이므로 해의 수렴성을 고려하여 이를 조절할 수 있다.

3. 수치예제

제안한 구조 보강 기법을 적용하기 위해 구조물의 유한 요소 모델을 구성한 후 이에 가해지는 구속력을 구하기 위해 참고문헌 (6)에 제시되어 있는 차량의 9 자유도 다물체 동역학 모델에 대한 과도 해석을 수행하였다. 그 결과로 도출한 하중 정보를 유한 요소 모델에 적용한 뒤 준정적 해석을 수행하여 구조물에 가해지는 동응력을 계산한다. 이러한 동응력에 대하여 피로해석을 수행해 구조물의 피로 파손 지점을 파악하고 그 지점에 관련된 값들을 설계 변수로 선정한 뒤 파손 지점에 대한 민감도 값을 사용하여 구조 보강 기법의 정식화를 통해 구조 보강이 이루어지게 된다.

3.1 차량의 다물체 동역학 모델

본 연구에 사용된 다물체 동역학 모델은 Fig. 2 와 같다.⁽⁷⁾

주행으로 인한 노면 가진은 아래 식과 같은

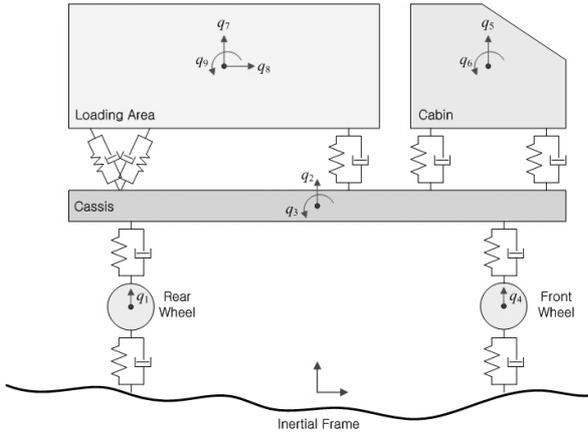


Fig. 2 Multibody Dynamic Model of Truck

Long Wave Pitch Road 모델을 사용하였다.

$$f_f(t) = A \left\{ 1 - \cos\left(\frac{2\pi V}{R} t\right) \right\}, 0 \leq t$$

$$f_r(t) = \begin{cases} 0 & , 0 \leq t < t_s \\ A \left\{ 1 - \cos\left(\frac{2\pi V}{R} (t - t_s)\right) \right\} & , t > t_s \end{cases} \quad (9)$$

여기에서 $f_f(t)$ 와 $f_r(t)$ 는 각각 노면의 기복에 따른 전 후륜의 수직 변위를 나타내는 함수이며 A 는 도로의 진폭, R 은 도로의 공간주기를 나타내며 기복이 심한 도로를 표현할 수 있도록 $A = 2in$, $R = 120in$ 의 값이 사용되었다. 차량이 시속 60km 로 주행한다고 가정하였으므로, 이 때 가진 주파수는 약 5.47Hz 가 된다. 후륜에는 차량의 축간 거리로 인해 발생하는 시간 지연 t_s 를 고려하였으며, 이는 차량의 축간 거리를 속도로 나누어 구할 수 있다.

동역학 모델의 시뮬레이션을 통해 전후방 Suspension, Cabin 과 Loading Area 에 연결된 스프링 하중을 Chassis 부에 가해지는 하중이력으로 볼 수 있다.

3.2 프레임 유한 요소 모델의 구성 및 피로해석

트럭의 프레임 모델은 Fig.3 과 같이 두 종류의 단면을 가지며 이 모델을 프레임의 초기 설계안으로 결정한다. 이는 차량의 다물체 동역학 모델의 전체 무게를 고려하여 대략적인 크기를 결정한 뒤 그 형상을 결정하였으며 보 요소를 사용하여 8.0m 의 길이와 0.9m 의 폭, 616.3kg 정도의 무게를 가진다. Chassis 부 전체의 질량은 3335kg 으로 프레임의 질량과 약 5 배의 차이가 나지만, 이는 엔진 과 변속기 등 다른 부품들을 모두 고려한 질량이

Table 1 Material Properties of SAE950X

Property	Value
Young's Modulus	203 MPa
Yield Strength	345 MPa
Poisson's Ratio	0.27
Fatigue Strength Coefficient	827 MPa
Fatigue Strength Exponent	-0.09

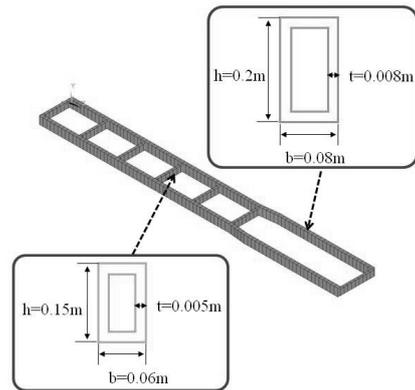


Fig. 3 Finite Element Model of Truck Frame

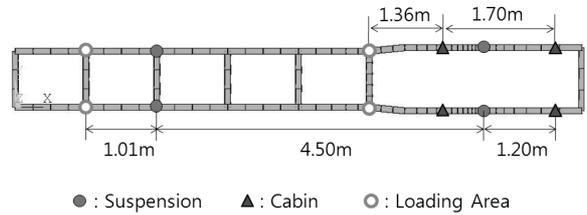


Fig. 4 Location of Applied Force

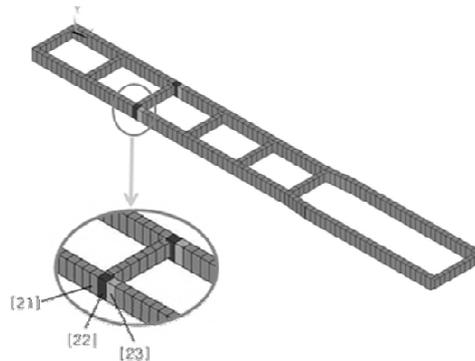


Fig. 5 Location of the Fatigue Failure

므로 프레임은 Chassis 부에 비해 상대적으로 가볍다.

동응력은 준정적 해석 과정을 통해 구하며 이 때 유한 요소 구조물은 구속이 없는 상태이므로 Inertia Relief 경계 조건을 사용한다. Table 1 은 SAE950X 에 대한 물성치로 이 재료는 상대적으로

Table 2 Fatigue Life of Truck Frame

Element No.	Node No.	Fatigue Life
22 (104)	95 (12)	1.3705E06
21 (103)	95 (12)	1.3720E06
23 (105)	107 (24)	2.3870E06
22 (104)	107 (24)	2.3870E06

Table 3 Design Variables for Structure Reinforcement

Variables	Lower Limit	Initial Value	Upper Limit	비고
h_1	0.180	0.200	0.220	Section of Element 22 & 104
b_1	0.072	0.080	0.088	
t_1	0.007	0.008	0.009	
h_2	0.180	0.200	0.220	Section of Element 21 & 103
b_2	0.072	0.080	0.088	
t_2	0.007	0.008	0.009	

Table 4 Sensitivities on the variations of Δx

Variations (Δx)	$\frac{\partial N_{f(i)}}{\partial h_1}$	$\frac{\partial(\log_{10} N_{f(i)})}{\partial h_1}$
1%	1.31100E08	37.77614
5%	1.86780E08	37.34380
10%	3.00710E08	36.57269

높은 항복 강도를 가지고 있어 자동차 구조재에 폭넓게 사용된다고 한다. 목표 수명은 차량이 200,000km를 달리는 경우 즉, 200,000 cycle로 정하였다. 이 때 피로 파손이 발생하는 지점의 수명과 위치는 Table 3과 Fig. 5에 제시하였다. Table 4에서 괄호 안의 수는 차량 진행 방향을 기준으로 좌측에 있는 요소들을 나타낸다.

3.3 설계 변수 선정 및 민감도 계산

내구 보강 기법을 위해 선정된 설계 변수와 그 범위는 Table 5와 같다. 민감도를 계산하기 이전에 설계 변수들에 대한 피로 파손 지점의 피로 수명 변화를 살펴보기 위해 Fig. 5에서 가장 비선형성이 심한 h_1 에 대한 피로 수명의 변화를 살펴보았다. 이러한 함수를 선형화하면 그 오차가 너무 크게 발생하므로, 피로 수명값을 상용로그화하여 근사화를 진행한다. Fig. 6은 로그화된 함수의 그래프를 보여주며, 그 형태가 원래 함수에 비해 비선형성이 거의 사라진 것을 알 수 있다. 민감도는 전진 차분법을 통해 계산하였다. Table 6

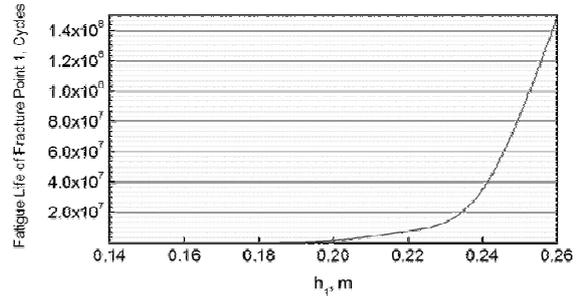


Fig. 6 Variation of the Fatigue Life of Element 22 on the variation of h_1 [Linear Scale]

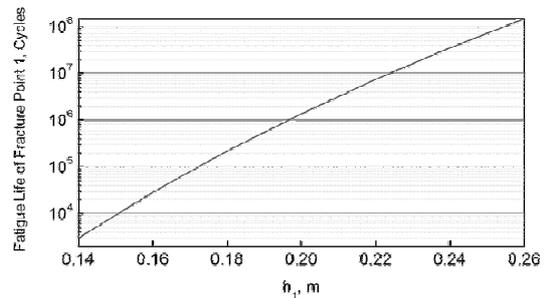


Fig. 7 Variation of the Fatigue Life of Element 22 on the variation of h_1 [Log Scale]

은 유한차분법의 증분 크기에 따른 선형스케일과 상용로그로 표현된 피로수명에 대한 민감도 값의 변화를 나타내고 있다. 피로수명을 상용로그로 표현하였을 경우 설계변수의 변화에 따른 피로수명의 변화가 거의 선형임을 알 수 있다.

3.4 내구 보강 기법의 적용

3.4.1 Case1

이 경우 피로파손 지점의 수와 그 요소를 보강하기 위한 설계 변수의 수가 같아야 하므로, h_1 과 h_2 를 설계 변수로 선택한다. 설계 변수를 각각 10%씩 증가시켜 전진차분법을 통해 민감도를 계산하여 방정식을 구성하였다.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_{f(22)}}{\partial h_1} & \frac{\partial N_{f(22)}}{\partial h_2} \\ \frac{\partial N_{f(21)}}{\partial h_1} & \frac{\partial N_{f(21)}}{\partial h_2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta h_1 \\ \Delta h_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta N_{f(22)} \\ \Delta N_{f(21)} \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 37.344 & 0.265 \\ 0.290 & 37.314 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta h_1 \\ \Delta h_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.16415 \\ 0.16368 \end{Bmatrix} \quad (10)$$

위 식을 통해 얻은 선형 연립 방정식은 아래 식과 같고 새로운 설계 변수는 각각

$h_1 = 0.204365$, $h_2 = 0.204353$ 이다. 새로운 설계 변수를 적용하여 다시 구조물의 피로 해석을 수행하면 파손 지점의 피로 수명은 22(104)번 요소의 95(12)번 절점에서 2.0095E06, 21(103)번 요소의 95(12)번 절점에서 2.0098E06 이 되어 구조물의 내구 보강이 이루어졌음을 확인할 수 있다.

3.4.2 Case2

이 경우 설계 변수를 Table.5 에 있는 6 개로 선정하였으며 구조물의 피로 수명이 목표 수명보다 크도록 하는 구속조건을 가지고 구조물의 질량을 최소화하는 최적화 문제를 정의하였다.

$$f = \rho A_{22} L_e + \rho A_{21} L_e \quad (11)$$

여기서 A_{22} 과 A_{21} 은 각 요소가 가지는 단면의 면적이며 구속조건은 $g = \{\Delta N_f\} - [S]\{\Delta b\}$ 의 형태를 가진다. 이 때 보강의 대상이 되는 부분이 두 곳이므로 구속조건 수 역시 2 개이다. 최적설계를 수행하여 얻은 결과는 $h_1 = 0.204456$, $h_2 = 0.204443$ 이며 다른 설계변수는 초기값을 그대로 유지하였다. 이 때 목적함수는 초기값 6.589kg 에서 0.111kg 증가하였으며 새로운 설계 변수를 사용하여 피로 해석을 수행하면 파손 지점의 피로 수명이 22(104)번 요소의 95(12)번 절점에서 2.0251E06, 21(103)번 요소의 95(12)번 절점에서 2.0253E06 이 되어 구조물의 내구 보강이 이루어졌음을 확인할 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는 구조물의 내구 성능을 보강하기 위한 기법을 제안하고 트럭의 프레임에 대한 예제를 통해 이를 구현하였다. 구조물의 피로 파손 지점 각각에 대한 선형 근사 모델을 구성하여 근사 내구 보강 기법에 사용하였다. 이후 이를 사용하여 설계변수의 개수에 따라 구조물의 내구 보강을 위한 새로운 설계 변수를 구하는 과정에 대한 정

식화를 수행하였고 예제에 이를 적용하였다.

현재 예제는 보로 구성된 간단한 선형 구조물이므로 보다 복잡한 기하학적 형상과 용접 접합과 같은 다양한 요소에 적용하기 위한 추가적인 연구가 필요할 것으로 생각된다.

후 기

본 연구는 2009 년도 2 단계 두뇌한국 21 사업의 연구비 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

- (1) Yoo, W. S. and Haug, E. J., 1986, "Dynamics of Flexible Mechanical Systems Using Vibration and Static Correction Modes," *Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design*, Vol. 8, pp.315~322.
- (2) Yim, H. J., 1990, "Computational Methods for Stress Analysis of Mechanical Components in Dynamic Systems," Ph.D Dissertation, The University of Iowa.
- (3) Craig, R. R. and Bampton, M. C., 1968, "Coupling of Substructures for Dynamic Analysis," *AIAA Journal*, Vol.6, No.7, pp.1313~1319.
- (4) Kim, C. W., 2003, "Frequency Response Analysis of Structure with Damping and Acoustic Fluid using Automated Multilevel Substructuring," Ph.D Dissertation, The University of Texas at Austin.
- (5) Chang, K. H., Yu, X. and Choi, K. K., 1997, "Shape Design Sensitivity Analysis and Optimization for Structural Durability," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.40, pp.1719~1743.
- (6) Venter, G, Haftka, R. T. and Chirehdast, M., 1997, "Response Surface Approximations for Fatigue Life Prediction," 38th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and AIAA/ASM/AHS Adaptive Structures Forum., AIAA, pp.1383~1396
- (7) Edda Eich-Soellner and Claus Führer, 1998, "Numerical Methods in Multibody Dynamics," Teubner
- (8) *RecurDyn Program Manual*, Ver.7.0, Function Bay Inc., 2008.
- (9) *ANSYS User's Guide*, Ver.11.0, ANSYS Inc., 2007.