

유한요소해석을 이용한 3 차원 전차선로의 동특성 분석

이규호* · 조용현** · 정진태†

(2009년 7월 15일 접수, 2009년 8월 25일 수정, 2009년 10월 14일 심사완료)

Dynamic Analysis of a Three-dimensional Catenary System Using the Finite Element Method

Kyoho Lee, Yonghyun Cho and Jintai Chung

Key Words : Catenary System(가선계), Dynamic Behavior(동적거동), Time Integration(시간적분법)

Abstract

Dynamic and static behaviors of a three-dimensional catenary system for a high-speed railway are analyzed by using the finite element method. Considering tensions in the contact wire and the messenger wire, we derive the equations of motion for the catenary system. These equations are for the longitudinal, transverse, vertical and torsional motions. After establishing the weak form, the weak forms are spatially discretized with newly defined two-node beam elements. With the discretized equations, a finite element computer program is developed for the static and dynamic analyses. The static deflections of the catenary system, which are important for good contact between the pantograph and the contact line, are computed when the gravity is applied. On the other hand, we analyze the natural frequencies and the corresponding natural modes of the catenary system. The dynamic responses of the system are also investigated when applying a load to the contact line. For verification of the developed finite element program, vibrations of the catenary system are measured and they are compared to computed time responses.

1. 서론

수많은 교통수단 가운데 하나인 철도산업은 고유가와 에너지 효율, 그리고 환경문제 해결을 위한 교통체계 구축의 필요성에 힘입어 다시 주목받고 있다. 이는 수도권을 중심으로 한 전철 노선의 증가와 전 국토의 고속철도(KTX) 건설 사업으로 나타나고 있다. 따라서 도시간 광역 철도망의 형성과 고속 전철의 이용은 앞으로 갈수록 증가될 전망이다.

하지만 도시를 연결하는 전철의 속도가 빨라짐에 따라 생기는 문제점들도 있다. 전철의 에너지 공급 설비인 전차선로와 차량 간의 인터페이스에서 문제가 발생하기 쉬워진 것이다. 고속 철도가 고속으로 움직이면 전차선로와 고속철도의 집전장치가 동적 불안정을 발생시키며 이는 전력 차단에 따른 운행중단을 야기하므로 매우 위험한 일이다. 따라서 이러한 전차선로와 팬터그래프는 철도 안전을 위하여 관리해야 하는 핵심 분야 중의 하나이므로 이에 대한 연구가 필요하다.

전차선로와 팬터그래프에 대한 연구는 전차선로와 팬터그래프 개별의 독립적인 연구를 시작으로 점차적으로 실제 현상을 반영하는 상호 동적해석에 대한 연구로 발전되어 왔다. 전차선로에 관련된 국내연구는 1990년대 중반이후 KTX 사업이 본격화됨에 따라 Kim 과 Park,⁽¹⁾ Kim 등,⁽²⁾ 그리고 Park 등⁽³⁾이 설계변수 변화에 따른 가선계의 동적 응답해석을 유한요소법을 이용하여 해석하였으며,

[이 논문은 2009년도 동역학 및 제어부문 춘계학술대회(2009. 5. 21-22., BEXCO) 발표논문임]

† 책임저자, 회원, 한양대학교 기계정보경영공학과
E-mail : jchung@hanyang.ac.kr
TEL : (031)400-5287 FAX : (031)400-6964

* 한양대학교 대학원 기계공학과

** 한국철도기술연구원(KRRI)

인장 보 모델을 사용하여 인장력과 굽힘 강도가 파동전파속도(wave propagation speed) 및 모드 특성에 미치는 영향에 대하여 연구를 수행하였다.⁽⁴⁾ 또한 가선계의 비선형성을 고려한 연구도 진행되었다. Cho⁽⁶⁾와, Cho 등⁽⁷⁾은 가선계의 드로퍼를 인장에 의한 강성만이 존재하고 압축에 의한 강성이 없는 비선형모델로 가정하여 가선계와 팬터그래프간 접촉시 드로퍼의 slack 을 고려한 해석을 수행하였다.

한편 해외에서는 전차선로에 집중된 연구보다는 일반적인 대변위 변형하는 3 차원 구조물에 대한 연구가 주를 이루었는데, Chucheepsakul 과 Sactiew⁽⁸⁾는 직교좌표계에서 정의된 원형, 포물선, 정현, 현수선 모양의 다양한 3 차원 구조물에 대한 유한요소법을 적용하여 각 구조물의 자유진동 응답과 고유진동수 및 고유모드를 2 개의 무차원 변수로 나타내어 분석하였다. 또한 Lacarbonara 등⁽⁹⁾은 Galerkin-Ritz 법을 이용하여 선형 탄성 보에 대한 고유진동수와 고유모드를 가선계의 형상과 물리적 특성에 따라 정리하여 분석하였다. 또한 Al-Qassab 와 Nair⁽¹⁰⁾는 Wavelet-Galerkin 법을 이용하여 수평위치에 구속되어 있는 긴 가선계의 자유진동에 대한 연구를 수행하였다.

하지만 기존의 전차선로 모델에 대한 연구는 대부분의 연구가 2 차원에 머물고 있기 때문에, 횡풍, 횡력 등에 의한 전차선과 팬터그래프 간의 이동을 표현할 수 없을 뿐만 아니라, 곡선구간, 평행구간 등의 3 차원 가선시스템 모델을 표현하기 어렵다. 또한 얇은 전차선 모델은 대변위 진동 특성과 함께 인장 및 비틀림 변위가 존재하므로 이러한 현상을 고려한 모델수립이 필요하다.

따라서 본 연구에서는 전차선의 대변위 진동을 표현하기 위하여 Von-karman strain 이론을 적용한 Euler 보 요소로 전차선을 모델링을 하고, 변형에너지와 역학에너지, 운동에너지를 계산하여 3 차원해석을 위한 지배방정식을 유도 하였다. 유도된 지배방정식을 통해 유한요소모델을 수립하였으며, 직선구간, 평행구간, 곡선구간의 다양한 형태의 가선계에 대한 해석결과를 도출하였다. 특히 직선구간에 대한 고유치 해석을 통하여 고유모드와 고유진동수를 추출하고 전차선이 횡풍, 횡력 등의 영향에 무관하지 않음을 보였다. 마지막으로 수립된 모델의 동적 응답의 검증을 위하여 수치적분법을 이용한 해석결과와 실험결과를 비교하였다.

2. 운동방정식의 유도

본 연구에서는 보에 대한 지배방정식을 Euler 보 이론에 바탕을 둔 변위를 사용하였다. Euler 보

이론에 따르면 변형 전에 중립 축에 수직인 선은 변형 후에도 중립 축에 수직을 유지한다. 다시 말하면 전단변형이 배제되고 굽힘 변형만을 고려한다. Fig. 1 에서 보의 내부에 있는 임의의 점의 변위를 \vec{u} 라 하면, 3 차원 변형을 고려한 변위를 $\vec{u} = u_x \mathbf{i} + u_y \mathbf{j} + u_z \mathbf{k}$ 와 같이 표현할 수 있으며, x, y, z 방향의 각각의 변위는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} u_x(x, y, z, t) &= u - y \frac{dv}{dx} - z \frac{dw}{dx} \\ u_y(x, y, z, t) &= v(x, t) \\ u_z(x, y, z, t) &= w(x, t) \\ u_\theta(x, y, z, t) &= \theta(x, t) \end{aligned} \quad (1)$$

또한 본 연구에서는 전차선의 변형을 축 방향 회전성분(Torsion)까지 고려하기 때문에 x 방향에 대한 회전성분의 변위를 포함시켰다. 식 (1)의 각 방향의 변위성분을 대 변위 변형에 적합한 von-Karman 변형률 식 (2)에 적용시켜 변형률을 얻을 수 있다.

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} \right)^2 \quad (2)$$

Euler 보 이론과 von-Karman 변형률 이론을 바탕으로 식 (1)과 식 (2)를 적용하면 변위 u 에 대한 변형률을 얻을 수 있다.

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} - y \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \quad (3)$$

식 (3)을 이용하여 보의 변형에너지와 운동에너지를 구하여 해밀톤의 원리(Hamilton's principle)에 적용

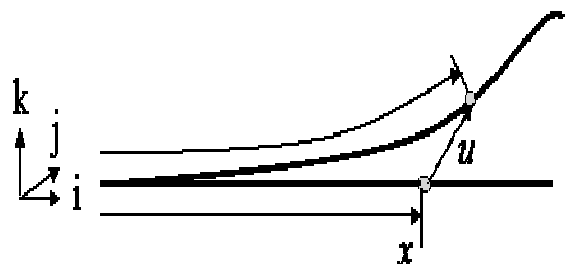


Fig. 1 Displacement of the three-dimensional beam element

적용하여 3 차 이상의 비선형 항을 소거하면 다음과 같이 x, y, z 와 길이방향의 비틀림을 고려한 선형 운동방정식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho A \frac{\partial u}{\partial t} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(EA \frac{\partial u}{\partial x} \right) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho A \frac{\partial v}{\partial t} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI_z \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial v}{\partial x} \right) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho A \frac{\partial w}{\partial t} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI_y \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial w}{\partial x} \right) - f &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(I \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(GJ \frac{d\theta}{dx} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} u=v=w=\theta &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \quad \text{at } x=0 \\ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{\partial^3 v}{\partial x^3} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} &= 0 \quad \text{at } x=L \end{aligned} \quad (5)$$

식 (4)에서 각 방향의 변위는 서로 연성되지 않고 독립적임을 알 수 있으며, z 축에 대한 방정식의 f 는 중력을 표현하고 있다. 보의 한쪽 끝단은 완전 고정단이며 다른 끝단은 자유단임 가정하여 식을 유도하였다.

3. 유한요소법 적용

유도한 운동방정식으로부터 굽힘과 인장, 비틀림을 가지는 보에 대한 분석을 위하여 유한요소법을 사용하였다. 먼저, 지배방정식과 경계조건으로부터 약형(weak form)을 유도하고 이에 유한요소법을 적용하여 3 차원 공간에 대하여 이산화한다. 그리고 이산화된 방정식으로부터 행렬-벡터 방정식으로 유도하는 순서로 이루어진다.

먼저, 약형을 유도하기 전에 시도함수(trial function)와 가중치 함수(weighting function)을 정의할 필요가 있다.

$$\begin{aligned} u \in V_u &= \{u | u \in H^1, \partial u / \partial x \in H^1, u(0) = \partial u / \partial x |_{x=0} = 0\} \\ \theta \in V_\theta &= \{\theta | \theta \in H^1, \theta(0) = \partial \theta / \partial x |_{x=0} = 0\} \\ v, w \in V_{vw} &= \{v | v \in H^1, \partial v / \partial x \in H, v(0) = \partial v / \partial x |_{x=0} = 0, \\ &\quad \partial^2 v / \partial x^2 |_{x=L} = \partial^3 v / \partial x^3 |_{x=L} = 0\} \end{aligned} \quad (6)$$

시도함수(trial function)는 Hilbert space H^1 에서 정의되며 모든 경계조건을 만족해야 한다. 식 (6)의 V_u, V_θ 는 길이방향과 비틀림에 대한 trial

function space 를 나타내며 V_{vw} 는 y, z 방향의 굽힘 변위에 대한 trial function space 를 나타내고 있다. 식 (6)에서 알 수 있듯이 Hilbert space 에서의 시도함수는 모든 경계조건을 만족하므로 비교함수(comparison function)라는 것을 알 수 있다. 반면에 가중함수(weighting function)는 기하학적 경계조건이 주어진 곳에서 0 을 만족한다.

$$\begin{aligned} \bar{u} \in \bar{V}_u &= \{\bar{u} | \bar{u} \in H^1, \bar{u}(0) = 0\} \\ \bar{\theta} \in \bar{V}_\theta &= \{\bar{\theta} | \bar{\theta} \in H^1, \bar{\theta}(0) = 0\} \\ \bar{v}, \bar{w} \in \bar{V}_{vw} &= \{\bar{v} | \bar{v} \in H^1, \bar{v}(0) = \partial \bar{v} / \partial x |_{x=0} = 0\} \end{aligned} \quad (7)$$

식 (7)은 Hilbert space H^1 에서 표현 되는 기하학적 경계조건을 만족하는 가중함수를 표현하고 있다. 방정식 (4)을 약형으로 표현하여 나타낼 수 있는데 이는 각 방정식에 가중함수를 곱하여 전체 domain 에 대한 적분을 통하여 얻을 수 있다. 이때 경계조건을 반영하기 위하여 부분적분을 수행한다. 이러한 과정을 통해 얻어진 약형은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \int_0^L \left(\bar{u} \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \bar{v} \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \bar{w} \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \bar{\theta} I_x \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \right) dx \\ + \int_0^L \left[\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} EA \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x} GJ \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \right] dx \\ + \int_0^L \left[\left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} EI_z \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} EI_y \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \right] dx \\ + \int_0^L \left[\left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} T \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} T \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] dx = \int_0^L \bar{w} f dx \end{aligned} \quad (8)$$

다음으로 유한요소법을 적용하기 위하여 요소의 변형에 대한 국부 묘사(local description)를 살펴야 한다. 본 연구에서는 전차선과 조가선을 보 요소로 가정하고 드로퍼는 인장변위만을 갖는 막대(bar)요소로 가정하였기 때문에 보 요소를 Fig. 2에서 보이는 바와 같이 N 개의 요소와 두개의 절점을 갖는 요소로 이산화 시킬 수 있다. Fig. 2에서 원각 숫자는 요소의 숫자를 의미하며 아래의

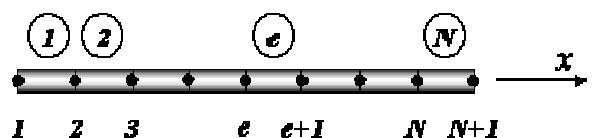


Fig. 2 Elements and nodes of the finite element model

숫자는 절점 번호를 의미한다. 특히 e 번째 요소의 e 와 $e+1$ 절점에서의 인장변위와 비틀림 변위는 1 차 다항식으로 기술 가능하며 y, z 방향의 굽힘에 대한 변위는 3 차 다항식으로 표현 가능하다.

$$\begin{aligned} u &= a_1 + a_2x, \\ \theta &= a_3 + a_4x, \\ v &= a_5 + a_6x + a_7x^2 + a_8x^3, \\ w &= a_9 + a_{10}x + a_{11}x^2 + a_{12}x^3 \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)에서 a_i 는 절점에서의 변위와 기울기에 의하여 결정되는 상수를 의미한다. 또한 절점 e 에서의 길이방향 변위를 u_e 로 표현하고 비틀림을 θ_e 로 표현할 수 있으며 y, z 방향에 대한 굽힘을 v_e, w_e 로 나타낼 수 있다. 마찬가지로 y, z 방향의 굽힘의 기울기를 ψ_e, ϕ_e 로 나타낼 수 있다. 이러한 표현을 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u(x_e) &= u_e, \quad \theta(x_e) = \theta_e, \\ v(x_e) &= v_e, \quad w(x_e) = w_e, \\ \partial v / \partial x |_{x=x_e} &= \psi_e, \quad \partial w / \partial x |_{x=x_e} = \phi_e \end{aligned} \quad (10)$$

식 (9)과 (10)로부터 요소 e 의 임의의 점에서의 인장변위와 비틀림 변위, 굽힘 변위를 절점 e 와 $e+1$ 에서의 변위로 나타내면 식 (11)과 같이 표현할 수 있다.

$$u = \mathbf{N}_u^T \mathbf{d}_e, \quad \theta = \mathbf{N}_\theta^T \mathbf{d}_e, \quad v = \mathbf{N}_v^T \mathbf{d}_e, \quad w = \mathbf{N}_w^T \mathbf{d}_e \quad (11)$$

여기서 \mathbf{d}_e 는 요소 변위 벡터이고, $\mathbf{N}_u, \mathbf{N}_v, \mathbf{N}_w, \mathbf{N}_\theta$ 는 각각 종 방향 변위, y 방향 변위, z 방향 변위와 비틀림 방향에 회전 변위에 대한 형상함수 벡터(Shape function)을 의미한다. 이들 벡터는 다음과 같이 구체적으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_e &= \{u_e, v_e, w_e, \theta_e, \psi_e, \phi_e, u_{e+1}, v_{e+1}, w_{e+1}, \theta_{e+1}, \psi_{e+1}, \phi_{e+1}\} \\ \mathbf{N}_u &= \{(x_{e+1}-x)/h_e, 0, 0, 0, 0, 0, (x-x_e)/h_e, 0, 0, 0, 0, 0\}^T \\ \mathbf{N}_\theta &= \{0, 0, 0, (x_{e+1}-x)/h_e, 0, 0, 0, 0, 0, (x-x_e)/h_e, 0, 0\}^T \\ \mathbf{N}_v &= \{0, (x-x_{e+1})^2(2x-3x_e+x_{e+1})/h_e^3, 0, 0, 0, (x-x_e)(x-x_{e+1})^2/h_e^3, \\ &\quad 0, -(x-x_e)^2(2x+x_e-3x_{e+1})/h_e^3, 0, 0, 0, (x-x_e)(x-x_{e+1})^2/h_e^3\}^T \\ \mathbf{N}_w &= \{0, 0, (x-x_{e+1})^2(2x-3x_e+x_{e+1})/h_e^3, 0, -(x-x_e)(x-x_{e+1})^2/h_e^3, 0, \\ &\quad 0, -(x-x_{e+1})^2(2x+x_e-3x_{e+1})/h_e^3, 0, 0, 0, (x-x_e)(x-x_{e+1})^2/h_e^3\}^T \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 h_e 는 e 번째 요소의 크기를 의미하며 $h_e = x_{e+1} - x_e$ 를 나타낸다. 반면에 인장과 뒤틀림, 굽힘에 대한 가중함수는 식 (13)와 같이 나타낼 수 있다. 여기서 $\boldsymbol{\eta}_e$ 는 12×1 의 임의의 벡터를 나타낸다.

$$\bar{u} = (\boldsymbol{\eta}_e)^T \mathbf{N}_u, \quad \bar{\theta} = (\boldsymbol{\eta}_e)^T \mathbf{N}_\theta, \quad \bar{v} = (\boldsymbol{\eta}_e)^T \mathbf{N}_v, \quad \bar{w} = (\boldsymbol{\eta}_e)^T \mathbf{N}_w \quad (13)$$

유한요소법의 해는 유한한 function space에서 얻게 되는 근사해이다. 앞서 구한 운동방정식으로부터 근사해를 도출하기 위해서 방정식을 약형으로 표현하고 두 절점을 갖는 보 요소로 이산화시켰다. 또한 식 (11)과 식 (13)를 약형으로 표현된 방정식 (8)에 대입하여 얻은 이산화 방정식은 식 (14)과 같다.

$$\sum_{e=1}^N (\boldsymbol{\eta}_e)^T \{ \mathbf{m}_e \ddot{\mathbf{d}}_e + \mathbf{k}_e \mathbf{d}_e \} = \sum_{e=1}^N (\boldsymbol{\eta}_e)^T \mathbf{f}_e \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_e &= \rho A \int_{x_e}^{x_{e+1}} (\mathbf{N}_u \mathbf{N}_u^T + \mathbf{N}_v \mathbf{N}_v^T + \mathbf{N}_w \mathbf{N}_w^T) dx \\ &\quad + I_x \int_{x_e}^{x_{e+1}} (\mathbf{N}_\theta \mathbf{N}_\theta^T) dx \\ \mathbf{k}_e &= \int_{x_e}^{x_{e+1}} \left[\left(EA \frac{d\mathbf{N}_u}{dx} \frac{d\mathbf{N}_u^T}{dx} \right) + \left(GJ \frac{d\mathbf{N}_\theta}{dx} \frac{d\mathbf{N}_\theta^T}{dx} \right) \right. \\ &\quad + \left(EI_z \frac{d^2\mathbf{N}_v}{dx^2} \frac{d^2\mathbf{N}_v^T}{dx^2} + EI_y \frac{d^2\mathbf{N}_w}{dx^2} \frac{d^2\mathbf{N}_w^T}{dx^2} \right) \\ &\quad \left. + \left(T \frac{d\mathbf{N}_v}{dx} \frac{d\mathbf{N}_v^T}{dx} \right) + \left(T \frac{d\mathbf{N}_w}{dx} \frac{d\mathbf{N}_w^T}{dx} \right) \right] dx \\ \mathbf{f}_e &= \int_{x_e}^{x_{e+1}} (\rho Ag \mathbf{N}_w) dx \end{aligned} \quad (15)$$

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{d}} + \mathbf{K} \mathbf{d} = \mathbf{F}$$

$$\mathbf{M} = \sum_{e=1}^N \mathbf{m}_e, \quad \mathbf{K} = \sum_{e=1}^N \mathbf{k}_e, \quad \mathbf{F} = \sum_{e=1}^N \mathbf{f}_e \quad (16)$$

식 (15)의 $\mathbf{m}_e, \mathbf{k}_e, \mathbf{f}_e$ 는 각각 요소 질량행렬, 요소 강성행렬, 요소 하중 벡터를 나타내고 있다. 식 (14)은 요소에 대한 식이므로 이를 전체 시스템에 적용하면 유한요소법을 적용할 수 있다. 전체 시스템에 대한 방정식은 식 (16)와 같다. $\mathbf{M}, \mathbf{K}, \mathbf{F}$ 는 각각 시스템 질량행렬, 시스템 강성행렬, 시스템 하중벡터를 나타내고 있으며 \mathbf{A} 는 요소행렬을 전체행렬로 변환하는 기능을 한다. 식 (15)에서 질량행렬이 있는 경우에는 동적 특성이

고려되어 시스템의 거동을 살필 수 있는 동역학 문제가 되며 질량행렬이 없는 경우에는 정적 해석 문제로 풀이 가능하다.

4. 유한요소모델을 통한 정적해석

앞서 수립한 전차선과 조가선 모델의 유한요소 모델을 기반으로 3 차원 전차선로의 정적해석을 수행하였다. 직선 구간에 대한 해석을 수행하여 한국철도기술연구원에서 제공받은 정적처짐에 대한 결과와 비교하여 수립모델의 정적해석결과를 검증하였다.

일반적으로 고속철도의 가선계의 경간 구조는 직선구간과 평행구간, 곡선구간 등으로 구분되는데 Fig. 3 은 직선구간을 나타내고 있다. 직선구간에서 길이방향을 x, 높이방향을 y, 전차선의 횡방향을 z 축으로 정하였다. 매 경간마다 z 방향으로 지그재그 형태의 편위가 발생하는 것을 관찰 할 수 있는데, 이는 전차선과 팬터그래프의 마찰을 균일하게 하여 팬터그래프의 한 부분이 집중적으로 마모되는 것을 방지하는 역할을 하며, 바로 이 지점에서 편위를 발생시키는 스테디암이 설치된다.

직선 구간의 해석을 위한 각종 물성치와 기하학적 정보를 Table 1 부터 Table 3 에 나타내었다. 수립 모델의 정적 해석결과를 철도기술연구원 (KRRRI)으로부터 제공받은 데이터와 비교한 결과 오차가 2mm 이내로 나타났으며 그 결과는 Table 4 에 나타내었다. 각 드로퍼 위치에서의 결과는 2mm 정도의 차이를 보이고 있으나 통상적으로 첫 번째 드로퍼에서 중앙의 드로퍼 까지의 차이를 전차선의 최대 처짐량으로 계산하기 때문에 두 결과간의 차이는 거의 존재하지 않음을 알 수 있다. 따라서 수립된 유한요소 해석결과가 기존의 이론적 해와 일치함을 확인하였으며 이를 바탕으로 직선구간의 동적해석을 수행하였다.

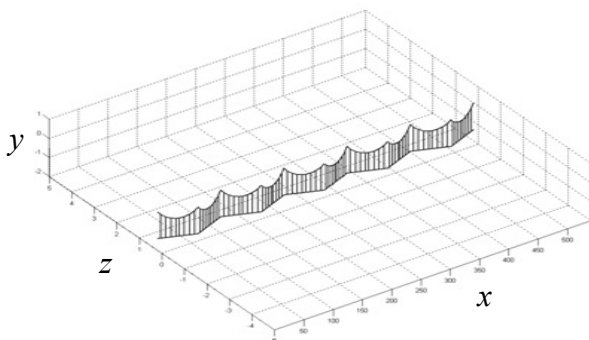


Fig. 3 Three dimensional straight catenaries model for static analysis

Table 1 Parameters of the straight catenaries model

parameter	Unit	value
Messenger tension	N	14000
Contact wire tension	N	20000
Messenger weight per unit length	N/m	6.05
Contact wire weight per unit length	N/m	13.34
Dropper weight per unit length	N/m	3.60
Registration arm weight per unit length	N/m	8.60
Contact wire rigidity	Nm ²	130
Messenger rigidity	Nm ²	30
Registration arm rigidity	Nm ²	2989

Table 2 Lengths of droppers in one straight section

Location	Value (unit : m)
1 st dropper	1.231
2 nd dropper	1.081
3 rd dropper	0.983
4 th dropper	0.939
5 th dropper	0.939
6 th dropper	0.983
7 th dropper	1.081
8 th dropper	1.231

Table 3 Length of the span about each dropper

Location	Value (unit :m)
1 st span	4.50
2 nd span	6.75
3 rd span	6.75
4 th span	6.75
5 th span	4.50
6 th span	6.75
7 th span	6.75
8 th span	6.75
9 th span	4.50

Table 4 Length of the span about each dropper

Dropper location	KRRI result (m)	FEM result (m)
1 st dropper	0	0.002
2 nd dropper	-0.014	-0.013
3 rd dropper	-0.023	-0.022
4 th dropper	-0.027	-0.025
5 th dropper	-0.027	-0.025
6 th dropper	-0.023	-0.022
7 th dropper	-0.014	-0.013
8 th dropper	0	0.002

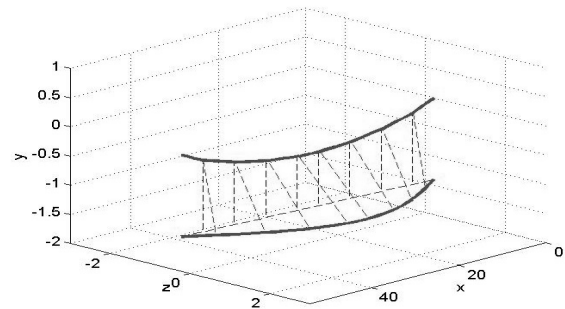
Table 5 Convergence test for natural frequencies

Number of elements	Natural frequency (Hz)					
	1st	2nd	3rd	4th	5th	6th
1	1.127	1.220	1.396	2.25	2.422	2.784
2	1.125	1.218	1.393	2.247	2.418	2.780
3	1.124	1.217	1.392	2.245	2.416	2.777
4	1.124	1.217	1.391	2.244	2.415	2.775
5	1.123	1.216	1.390	2.243	2.414	2.774
6	1.123	1.216	1.390	2.242	2.413	2.773
7	1.123	1.216	1.390	2.242	2.412	2.772
8	1.123	1.215	1.389	2.242	2.412	2.772
9	1.123	1.215	1.389	2.241	2.412	2.772
10	1.123	1.215	1.389	2.241	2.411	2.771

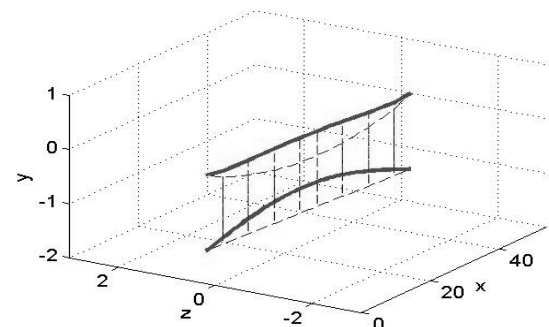
5. 동적 시간응답 해석

수립된 전차선 모델의 정적 해석 결과를 기반으로 3 차원 전차선로의 동적 해석을 수행한 결과를 기술하였다. 첫 번째로 한 경간에 대한 고유치 해석을 통하여 전차선 모델의 고유진동수 및 고유모드를 추출하였으며, 요소의 개수에 따른 수렴성을 조사하여 시간응답을 구하기 위하여 사용할 적절한 요소의 개수를 정의하였다. 또한 전차선 모델에 대하여 시간적분법을 이용한 시간응답곡선과 실험결과를 비교하여 수립된 모델의 타당성을 입증하였다.

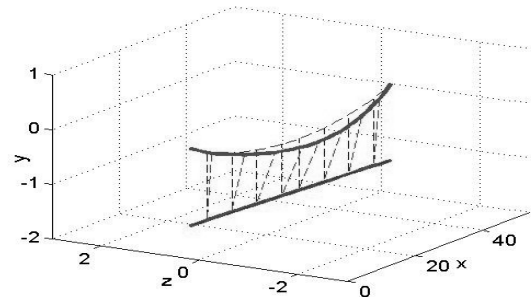
한 경간에 대한 고유치해석을 수행한 결과 드로퍼와 드로퍼 사이의 개수를 5 개정도로 분할하여 사용해도 무방하다는 사실을 확인하였다. 요소



(a)



(b)



(c)

Fig. 4 Natural modes for straight catenary system : (a)1st mode; (b)2nd mode; and (c)3rd mode

의 개수가 많아질 경우 전체 국부 행렬의 증가로 인한 계산시간의 증가는 비효율적이기 때문이다. Table 5에서 알 수 있듯이 1 차부터 6 차까지의 고유진동수가 모두 저주파에 존재하기 때문에 이를 실험으로 분리하는 것은 매우 어렵다. 또한 기존의 2 차원 해석에서는 횡 방향에 대한 변위는 고려대상이 아니었기 때문에 횡풍과 횡력등에 대한 영향이 고려되지 않았다. 횡풍에 의한 공진이나 팬터그래프의 과도한 충격 접촉에 의하여 발생하는 횡력이 전차선과 팬터그래프간의 이션을 유발할 수 있기 때문에 횡방향 모드가 어떻게 존재하는지에 대한 해석이 필요하다. 모드해석 결과 1 차

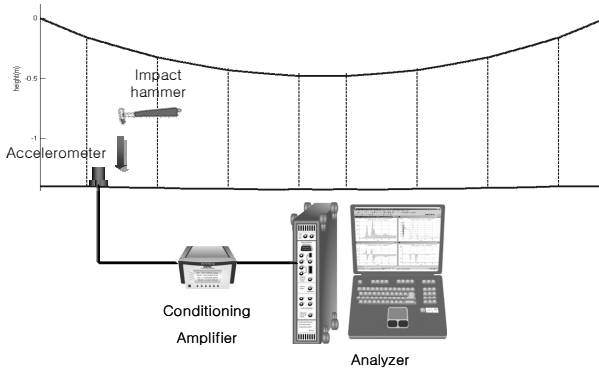


Fig. 5 Experimental set-up for verification about the developed analysis program

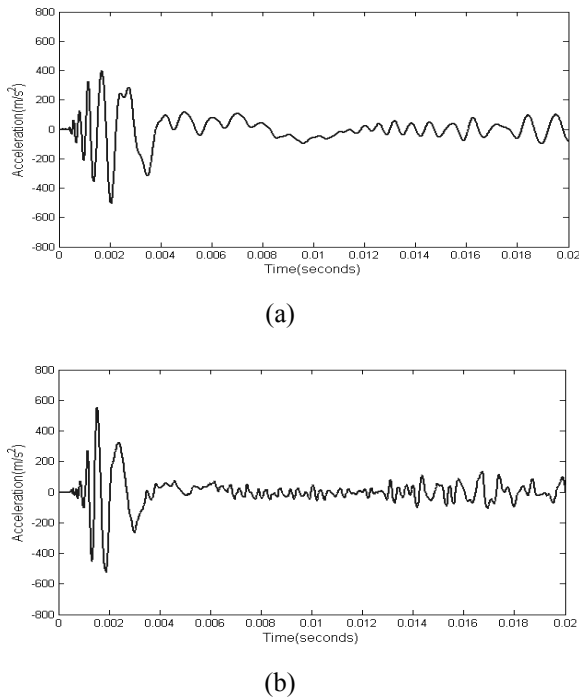


Fig. 6 Simulation and Experiment result; (a) simulation result; and (b) experiment result

고유 모드가 횡방향 모드로 추정되는 결과를 도출하였다. 이는 전차선의 탄성과 단위중량 비율이 조가선보다 크기 때문이다. Fig. 4는 1 차부터 3 차까지의 한 경간에 해당하는 직선구간의 모드형상을 나타내고 있으며 드로퍼 사이 간 분할 요소의 개수는 5 개로 동일하다.

Fig. 5는 한 경간의 가선계 모델에 대한 실험도를 나타내고 있으며 Fig. 6은 시뮬레이션과 실험 결과를 나타내고 있다. 가선의 크기는 모르는 상태이므로 알맞은 임펄스 파형을 입력으로 하여 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션 결과와 실험 결과를 살펴보면 매우 유사한 시간응답 파형을 나

타내고 있다는 사실을 알 수 있다. 시뮬레이션결과와 나타나는 0.01s 이후의 파형은 파동 반사의 특성을 보이고 있으나 실험에서와 같이 고주파 성분이 완전하게 나타나지는 않고 있다. 이는 시간적분 알고리즘 및 시간변화율의 변화에 영향을 받을 수 있는 결과라 추측된다. 이러한 문제에 대한 확인 및 검증은 추후연구에 반영할 계획이다.

6. 결론

본 연구에서는 3 차원 보 요소의 변형을 이용하여 수립한 가선계 모델을 기반으로 3 차원 전차선로의 정적 해석을 수행하여 철도기술연구원에서 제공한 자료와 비교하여 프로그램을 검증하였다. 수립된 모델의 초기 변형량이 철도기술연구원에서 제공한 데이터와 오차 범위 내에서 일치하여 오차가 거의 없음을 확인하였다. 또한 정적 해석 결과를 기반으로 3 차원 전차선로의 동적 해석을 수행한 결과를 기술하였다. 첫 번째로 고유치 해석을 통하여 전차선 모델의 고유진동수 및 고유모드를 추출하고 2 차원 해석에서 얻을 수 없었던 모드 및 고유진동수를 추출하였다. 또한 동역학 해석을 위한 최적의 요소 개수를 정의하기 위하여 요소의 개수에 따른 고유진동수의 수렴성에 대하여 조사하였다. 이를 통하여 동역학 해석을 위하여 적합한 요소의 개수를 정의 하였다. 또한 실제 한 경간의 전차선에서 얻은 실험 데이터와의 비교를 통하여 개발한 프로그램의 적합성을 확인 하였다.

후 기

이 논문은 2009 년도 정부재원(한국철도기술연구원 위탁사업)의 “평행구간 3 차원 팬더그래프/전차선로 동역학 모듈개발” 사업에 의해 지원을 받아 연구되었으며 이에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Kim, J. S. and Park, S. H., 2001, "Dynamic Simulation of KTX Catenary System for Changing Design Parameters," *KSNVE*, Vol. 11, No. 2, pp. 346~353
- (2) Kim, W. M., Kim, J. T., Kim, J. S. and Lee, J. W., 2003, "A Numerical Study on Dynamic Characteristics of a Catenary," *KSME International Journal*, Vol. 17, pp. 860~869
- (3) Park, S. H., Kim, J. S., Cho, Y. H. and Choi, K. Y.,

- 2000, "Vibrational Characteristics of KTX Catenary System for Changing Design Parameters," *Spring Conference of The Korean Society for Railway*, Vol. 1, No. 1, pp. 265~272.
- (4) Kim, J. S. and Choi, B. D., 1999, "A study on Dynamic Characteristics of a Catenary System," *KSNVE*, Vol. 9, No. 2, pp. 317~323.
- (6) Cho, Y. H., 2008, "Numerical Simulation of the Dynamic Responses of Railway Overhead Contact Lines to a Moving Pantograph, Considering a Nonlinear Dropper," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 315, pp. 433~454.
- (7) Cho, Y. H., Kyung, J. H., Hur, S., Choe, K. Y. and Kim, K. H., 2000, "A Study on the Interface between a G7 Pantograph and a KTX Catenary System in Preparation for G7 On-line Tests in the Korea High Speed Test Track," *Fall Conference of The Korean Society for Railway*, pp. 557~570.
- (8) Chucheeepsakul, S. and Saetiew, W., 2002, "Free Vibrations of Inclined Arches Using Finite Elements," *STRUCTURAL ENGINEERING AND MECHANICS*, Vol. 13, pp. 713~730.
- (9) Lacarbonara, W., Paolone, A. and Vestroni, F., 2007, "Elastodynamics of Nonshallow Suspended Cables: Linear Modal Properties," *Journal of Vibration and Acoustics-Transactions of The ASME*, Vol. 129, pp. 425~433.
- (10) Al-Qassab, M. and Nair, S., 2003, "Wavelet-Galerkin Method for Free Vibrations of Elastic Cable," *Journal of Engineering Mechanics-ASCE*, Vol. 129, pp. 350~357