

<학술논문>

DOI:10.3795/KSME-A.2009.33.11.1195

크리깅 메타모델과 유전알고리즘을 이용한 신뢰도 계산 및 신뢰도기반 최적설계

조 태 민[†] · 이 병 채^{*}

(2008년 12월 26일 접수, 2009년 9월 25일 수정, 2009년 9월 25일 심사완료)

Reliability Estimation and RBDO Using Kriging Metamodel and Genetic Algorithm

Tae-Min Cho and Byung-Chai Lee

Key Words : Reliability(신뢰도), RBDO(신뢰도기반 최적설계), Kriging Metamodel(크리깅 메타모델), Genetic Algorithm(유전알고리즘), Most probable Point(최대가능손상점)

Abstract

In this study, effective methods for reliability estimation and reliability-based design optimization(RBDO) are proposed using kriging metamodel and genetic algorithm. In our previous study, we proposed the accurate method for reliability estimation using two-staged kriging metamodel and genetic algorithm. In this study, the possibility of applying the previously proposed method to RBDO is investigated. The efficiency and accuracy of that method were much improved than those of the first order reliability method(FORM). Finally, the effective method for RBDO is proposed and applied to numerical examples. The results are compared to the existing RBDO methods and shown to be very effective and accurate.

1. 서 론

제품의 품질을 높이고 가격 경쟁력을 확보하기 위해서는 높은 신뢰도를 가진 기계구조물과 부품을 설계하는 것이 중요하며, 그 동안 많은 연구자들에 의해서 신뢰도를 효율적이고 정확하게 계산하기 위한 연구가 수행되어졌다. 신뢰도를 계산하는 방법으로 몬테칼로 추출법(Monte-Carlo simulation, MCS)이 있는데, 정확한 계산을 위해서는 충분한 횟수의 추출이 필요하다. 1차 신뢰도법(advanced first order reliability method, FORM)⁽¹⁻²⁾은 한계상태식을 1차 근사하여 해석적으로 신뢰도를 구하는 방

법이다. 비선형성이 강한 한계상태식일 경우, 한계상태식을 2차 근사하여 곡률정보를 이용하여 신뢰도를 구하는 이계 신뢰도법(second order reliability method, SORM)을 사용한다. 또한 반응표면법⁽³⁾과 크리깅⁽⁴⁾과 같은 메타모델을 이용한 방법도 연구되었다. 메타모델은 복잡한 구조물의 거동을 수학적으로 나타낸 것으로서, 계산량이 많은 최적설계분야에 활용되어졌다.⁽⁵⁾ 크리깅 모델은 비선형성이 큰 문제나 설계변수가 많을 경우에도 활용될 수 있는 것으로 알려져 있다.⁽⁶⁾

최적설계 과정에서 불확실성을 고려하는 신뢰도기반 최적설계(reliability-based design optimization, RBDO) 분야에서도 많은 연구가 진행되어왔다. 주로 신뢰도 지수에 바탕을 둔 신뢰도 지수법(reliability index approach, RIA)과 목표성능치법(performance measure approach, PMA)^(6,7)에 대한 연구가 주로 진행되어 왔으나, 이 방법들은 신뢰도 계산과 최적설계가 이중루프를 이루므로 많은 계산량을 필요로 하는 단점이 있다. 이러한 이중루프

[이 논문은 대한기계학회 2008년도 추계학술대회(2008. 11. 5.-7., 용평리조트) 발표논문임]

[†] 책임저자, 회원, KAIST 기계공학과

E-mail : ctm@kaist.ac.kr

TEL : (042)350-3071 FAX : (042)350-3210

^{*} 회원, KAIST 기계공학과

프 구조의 문제점을 개선한 단일루프 단일벡터법(single loop single vector, SLSV),⁽⁸⁾ 점진적 최적화와 신뢰도 평가법(sequential optimization and reliability assessment, SORA),⁽⁹⁾ 단일계층법(unilevel method),⁽¹⁰⁾ 직접비연성접근법(direct decoupling approach, DDA)⁽¹¹⁾ 등이 제안되어 계산효율을 향상시켰다. 이외에도 주병현 등⁽¹²⁾은 크리깅 메타모델을 이용한 모멘트 기반 신뢰도기반 최적설계를 제안하였고, 이태희 등⁽¹³⁾은 크리깅 메타모델과 제한조건 경계 표본을 이용한 신뢰도기반 최적설계를 제안하였다. 그러나 대형 구조문제의 경우에 적용하기 위해서는 계산량을 줄이는 노력이 더욱 필요하다.

따라서, 효율적이고 정확한 신뢰도 평가 방법을 개발하고 이를 신뢰도기반 최적설계에 적용하여 결과를 검증하는 것이 필요하다. 기존의 대부분의 신뢰도기반 최적설계가 신뢰도 지수법을 바탕으로 하고 있으므로, 신뢰도 지수법과 비교하여 효율적이고 정확한 신뢰도 계산 방법이 있으면 이것을 신뢰도기반 최적설계에 적용할 수 있다. 저자는 기존의 연구에서 2 단 크리깅 메타모델과 유전알고리즘을 이용하여 신뢰도를 계산하는 방법을 제안하고, 정규분포를 가지는 문제에 대해 그 정확성을 확인하였다.⁽¹⁴⁾ 본 연구에서는 저자의 기존연구에서 제안된 신뢰도 계산방법의 효율성과 정확성을 다양한 분포를 가진 문제에 적용시켜 신뢰도 지수를 구하는 대표적인 방법인 FORM 과 비교하여 신뢰도기반 최적설계로의 적용가능성을 검토하였다. 최종적으로 크리깅 메타모델을 이용한 정확하고 효율적인 신뢰도기반 최적설계 방법론을 제안하고 기존의 방법과 효율성과 정확성 측면에서 비교하였다.

2. 크리깅 메타모델

크리깅 모델은 1950 년대 남아공의 채광공학자인 Krige 에 의해 새로운 광맥을 찾기 위해 기존 광맥의 분포특성을 이용하는 경험적인 방법으로 개발된 모델이다. 크리깅 모델은 1989 년 Sacks 등⁽⁴⁾에 의해 전산실험계획법에 적합하도록 다시 제안되었으며, 그 후로 크리깅 메타모델은 최적설계분야 등에서 널리 활용되었으며, Kaymaz⁽¹⁵⁾는 크리깅 메타모델을 신뢰도 계산에 이용하여 적용가능성을 검토하였다. 크리깅 메타모델에서 전산실험결과 $\mathbf{Y}(\mathbf{x})$ 는 식 (1)과 같이 표현된다.

$$\mathbf{Y}(\mathbf{x}) = \mathbf{f}^T(\mathbf{x})\boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z}(\mathbf{x}) \quad (1)$$

여기서, \mathbf{x} 는 설계변수 벡터로써 $\mathbf{x} = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_m\}$, $\mathbf{x}_i = \{x_i^1, x_i^2, \dots, x_i^n\}$ 이다. 따라서 설계변수는 n 개이며, 모두 m 번의 전산실험이 이루어지게 된다. $\mathbf{f}^T(\mathbf{x})\boldsymbol{\beta}$ 는 반응표면법과 유사한 것으로써, 전역근사를 하는 부분이다. $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_q(\mathbf{x})]^T$ 는 설계변수 \mathbf{x} 의 함수이며, q 는 회귀모델에 사용된 기저함수의 수를 나타낸다. $\boldsymbol{\beta}$ 는 회귀계수(regression coefficient) 벡터로써, $\boldsymbol{\beta} = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_q]^T$ 로 표현된다. 크리깅 메타모델에 의한 추정 값을 $\hat{y}(\mathbf{x})$ 로 두면 통계적으로 식 (2)와 같이 정의된다.

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = E[y(\mathbf{x}) | y_1(\mathbf{x}_1), y_2(\mathbf{x}_2), \dots, y_m(\mathbf{x}_m)] \quad (2)$$

실제응답 $y(\mathbf{x})$ 와 크리깅 메타모델에 의한 추정 값 $\hat{y}(\mathbf{x})$ 의 오차인 평균제곱오차(mean square error, MSE)를 최소화하도록 하는 $\hat{y}(\mathbf{x})$ 와 $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ 은 각각 식 (3), (4)와 같이 구해진다.⁽⁴⁾

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \mathbf{f}^T(\mathbf{x})\hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{r}^T(\mathbf{x})\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{Y} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\beta}}) \quad (3)$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{F}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{F})^{-1}\mathbf{F}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{Y} \quad (4)$$

여기서, $\mathbf{r}^T(\mathbf{x}) = \{R(\mathbf{x}, \mathbf{x}_1), \dots, R(\mathbf{x}, \mathbf{x}_m)\}$ 로써, 이미 알려진 표본점과 새로운 표본점 \mathbf{x} 와의 상관관계를 나타내며, \mathbf{F} 는 각각의 표본점에서 계산된 $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ 값을 가지는 행렬로써, $\mathbf{F}_{ij} = f_j(\mathbf{x}_i)$ 이다.

3. 크리깅 모델을 이용한 신뢰도 계산

3.1 제안된 신뢰도 계산방법

기존의 연구에서, 저자는 2 단 크리깅 메타모델과 유전알고리즘을 이용한 신뢰도 계산 방법을 제안하였다. Fig. 1 은 제안된 방법의 순서도를 나타낸 것이다.⁽¹⁴⁾ 신뢰도 계산에 활용된 매개변수(parameter) 값이나 수렴조건 등은 참고문헌⁽¹⁴⁾에 자세히 설명되어 있다. 본 연구에서는 저자의 기존연구에서 제안된 신뢰도 계산 방법을 확장시켜 신뢰도기반 최적설계에 적용하고자 한다. 제안된 크리깅 메타모델을 이용한 신뢰도 계산방법의 신뢰도기반 최적설계로의 적용 가능성을 검토하기 위하여, 다양한 분포를 가지는 수확함수와 구조문제를 선정하여 테스트하였다. 그리고, 신뢰도 지수를 구하는 대표적인 방법인 FORM 과 비교하여

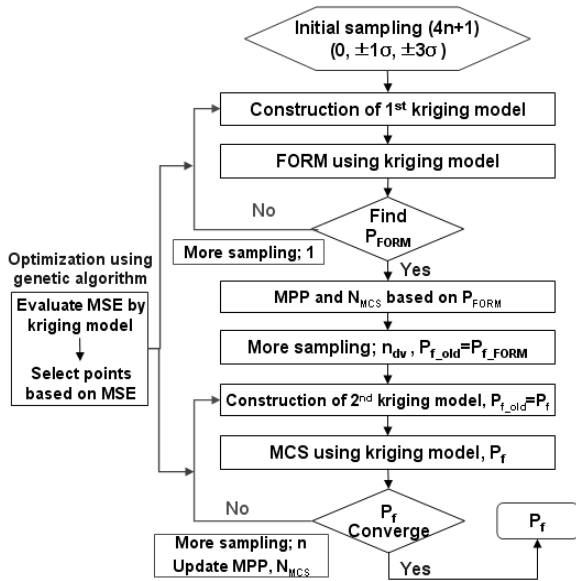


Fig. 1 Flow chart of the proposed method for reliability estimation

제안된 방법의 효율성과 정확성을 검토하였다.

3.2 수학적 검증 예제

선정된 예제들은 각기 다른 분포와 비선형성을 가진 문제들로써 식 (5)~(10)에 나타내었다.

$$\text{Ex1}^{(16)} \quad g(\mathbf{x}) = x_1 - x_2 \sqrt{\pi x_3} \quad (5)$$

$$\text{Ex2}^{(17)} \quad g(\mathbf{x}) = x_1^3 + x_1^2 x_2 + x_2^3 - 18 \quad (6)$$

$$\text{Ex3}^{(18)} \quad g(\mathbf{x}) = \frac{6x_1 x_3 x_5 (x_2 - x_3)}{x_2 x_6 x_5^3 - x_2 (x_6 - x_7)(x_5 - 2x_8)^3} - x_4 \quad (7)$$

$$\text{Ex4}^{(19)} \quad g(\mathbf{x}) = x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 - 5x_5 - 5x_6 \quad (8)$$

$$\text{Ex5}^{(17)} \quad g(\mathbf{x}) = x_1 x_2 - 78.125 x_3 \quad (9)$$

$$\text{Ex6}^{(19)} \quad g(\mathbf{x}) = \cos^{-1} \left(\frac{x_1 + 0.5(x_2 + x_3)}{x_4 - 0.5(x_2 + x_3)} \right) - \frac{6}{180} \pi \quad (10)$$

Table 1 은 확률변수의 분포특성을 나타낸 것이다. Table 2 는 제안된 신뢰도 계산방법을 이용하여 주어진 예제에 대해 신뢰도 계산을 수행한 결과를 나타낸 것이다. 손상확률의 참고값은 원래의 한계상태식에 MCS 를 적용하여 구한 결과이며, FORM 의 결과는 참고문헌의 내용을 인용한 것이다. 계산결과, 제안된 방법을 이용하여 구한 손상확률이 FORM 보다 참고값을 잘 근사하는 것을 알 수 있다. 함수호출횟수를 살펴보면, FORM 의 계산량이

Table 1 Statistical parameters of mathematical examples

Problem	Variables and statistical parameters
Ex1	$x_1 \sim N(170, 11.9), x_2 \sim N(100, 52)$ $x_2 \sim N(0.6, 0.15)$
Ex2	$x_1 \sim N(10, 5), x_2 \sim N(9.9, 5)$
Ex3	$x_1 \sim N(6070, 200), x_2 \sim N(120, 6)$ $x_3 \sim N(72, 6), x_4 \sim N(170000, 4760)$ $x_5 \sim N(2.3, 1/24), x_6 \sim N(2.3, 1/24)$ $x_7 \sim N(0.16, 1/48), x_8 \sim N(0.26, 1/48)$
Ex4	$x_1 \sim LN(120, 12), x_2 \sim LN(120, 12)$ $x_3 \sim LN(120, 12), x_4 \sim LN(120, 12)$ $x_5 \sim LN(50, 15), x_6 \sim LN(40, 12)$
Ex5	$x_1 \sim N(2 \times 10^7, 5 \times 10^6), x_2 \sim N(1 \times 10^{-4}, 2 \times 10^{-3})$ $x_3 \sim \text{Gumbel}(4, 1)$
Ex6	$x_1 \sim \text{Beta}(5, 5), 55.0269 \leq x_1 \leq 55.5531$ $x_2 \sim N(22.86, 0.0043), x_3 \sim N(22.86, 0.0043)$ $x_4 \sim \text{Rayleigh}(0.1211), x_4 \geq 101.45$

Table 2 Reliability results of mathematical examples

Problem	Probability of failure (number of function all)		
	FORM	Proposed method	MCS
Ex1	3.320×10^{-1} (12)	3.098×10^{-1} (16)	3.148×10^{-1} (1×10^7)
Ex2	6.282×10^{-2} (57)	5.650×10^{-3} (13)	5.811×10^{-3} (1×10^8)
Ex3	8.558×10^{-1} (171)	8.745×10^{-1} (49)	8.709×10^{-1} (1×10^6)
Ex4	9.430×10^{-3} (50)	1.219×10^{-2} (43)	1.216×10^{-2} (1×10^8)
Ex5	4.461×10^{-4} (24)	6.707×10^{-4} (22)	6.690×10^{-4} (1×10^9)
Ex6	8.770×10^{-2} (40)	7.319×10^{-2} (21)	7.120×10^{-2} (1×10^8)

제안된 방법보다 좀더 적은 경우가 있었으나, 손상확률의 오차가 크게 발생하였다.

제안된 신뢰도 계산방법은 크리깅 메타모델을 생성할 때와 표본점 선정을 위한 유전알고리즘 등에 부가적인 CPU 계산시간이 필요하다. 따라서 제안된 신뢰도 계산 방법의 함수호출횟수가 감소하더라도 전체적인 신뢰도 계산시간이 증가될 수 있다. 그러나, 한계상태식 계산에 매우 많은 시간이 소요되는 대형구조 문제의 경우, 비록 부가적인 계산시간이 더 소요되더라도, 한계상태식의 함수호출횟수의 감소로 인해 제안된 방법의 CPU 계산시간이 줄어들 것으로 보인다.

3.3 트러스 문제

Fig. 2는 3개의 부재로 구성된 트러스 구조물이다.⁽²⁰⁾ 한계상태식은 4번 절점에서의 수직변위가 허용치집량 v_{max} 보다 적어야한다. Fig. 3은 23개의 부재로 구성된 트러스 구조물이다.⁽¹⁹⁾ 트러스 중심부의 처짐이 0.11m를 초과하면 손상이 일어난 것으로 판단한다. Table 3은 트러스 문제에 대한 확률변수들의 평균값과 변동계수(coefficient of variance, COV)를 나타낸 것이다. 변동계수는 표준편차를 평균으로 나눈 값으로써, 확률변수의 변동 특성을 나타낸다.

Table 3 Statistical parameters of 3-bar truss

Problem	Variables	Distribution	Mean	COV
3-bar truss	E	Normal	$1 \times 10^7 \text{ lb/in}^2$	0.03
	$A_1 \sim A_2$	Normal	1.0 in^2	0.02
	Y_4	Normal	1.0 in	0.05
	P	Normal	$2 \times 10^4 \text{ lb}$	0.1
	v_{max}	Normal	$1 \times 10^{-3} \text{ in}$	0.05
23-bar truss	$E_1 \sim E_2$	Lognormal	$2.1 \times 10^{11} \text{ Pa}$	0.1
	A_1	Lognormal	$2 \times 10^{-3} \text{ m}^2$	0.1
	A_2	Lognormal	$1 \times 10^{-3} \text{ m}^2$	0.1
	$P_1 \sim P_6$	Gumbel	50 kN	0.15

Table 4 Reliability results of truss problems

Problem	Probability of failure (number of function all)		
	FORM	Proposed method	MCS
3-bar truss	5.249×10^{-2} (28)	5.178×10^{-2} (31)	5.171×10^{-2} (1×10^5)
23-bar truss	5.019×10^{-3} (77)	9.350×10^{-3} (61)	8.680×10^{-3} (1×10^5)

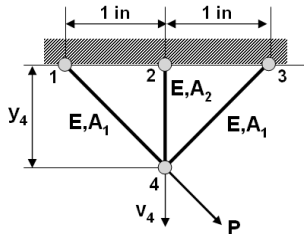


Fig. 2 A 3-bar truss

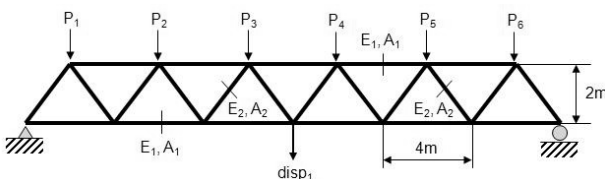


Fig. 3 A 23-bar truss

Table 4는 제안된 신뢰도 계산방법을 이용하여 신뢰도 계산을 수행한 결과를 나타낸 것이다. 손상확률의 참고값은 원래의 한계상태식에 MCS를 적용하여 구한 결과로써, 유한요소해석을 통하여 구해졌다. 계산결과, 3 요소 트러스 문제의 경우, 제안된 방법을 이용하여 구한 손상확률이 참고값을 잘 근사하는 것을 알 수 있다. 23 요소 트러스 문제의 경우, 제안된 방법을 이용하여 구한 손상확률이 참고값과 8% 정도 오차가 발생하였으나, 수렴조건을 엄격히 적용할 경우 참고값에 거의 근접함을 확인하였다.

저자의 기존연구에서 제안된 크리깅 메타모델을 이용한 신뢰도 계산 결과, FORM보다 효율적이고, 정확한 결과를 보여줌을 확인하였다. 따라서 제안된 신뢰도 계산 방법을 신뢰도기반 최적설계에 유용하게 적용할 수 있을 것으로 판단된다.

4. 신뢰도기반 최적설계

확정론적 최적설계는 식 (11)과 같이 일반적으로 표현된다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } f(\mathbf{d}, \mathbf{p}) \\ & \text{subject to } g_i(\mathbf{d}, \mathbf{p}) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m \quad (11) \\ & \mathbf{d}^L \leq \mathbf{d} \leq \mathbf{d}^U \end{aligned}$$

여기서, \mathbf{d} 는 n 차원의 설계변수 벡터이며 \mathbf{d}^L , \mathbf{d}^U , \mathbf{p} 는 각각 설계변수 벡터의 하한, 상한, 그리고 고정된 시스템 매개변수를 나타낸다. 확정론적 최적설계에서는 관련 설계변수나 기하학적 치수, 하중, 재료 물성치 등이 모두 변동이 없는 일정한 값을 갖고 있다고 가정하고 설계를 수행한다. 그런 다음, 경험적으로 적절한 안전계수를 도입하여 이러한 분포특성을 고려한다.

이에 반해, 신뢰도기반 최적설계에서는 최적설계과정에서 이러한 불확실성을 직접 고려할 수 있으며, 식 (12)와 같이 정식화 된다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } f(\mathbf{d}, \mathbf{p}) \\ & \text{subject to } \Pr[g_i(\mathbf{x}, \mathbf{p}) > 0] \leq \Phi(-\beta_i^t), \quad i = 1, \dots, m \quad (12) \\ & \mathbf{d}^L \leq \mathbf{d} \leq \mathbf{d}^U \end{aligned}$$

여기서 \mathbf{d} 는 n 차원의 설계변수 벡터이며, \mathbf{d}^L , \mathbf{d}^U , \mathbf{p} 는 각각 설계변수 벡터의 하한, 상한, 그리고 시스템 매개변수를 나타낸다. \mathbf{x} 는 확률설계변수 벡터이며, $\Phi(\cdot)$ 는 표준정규분포의 분포함수이다.

β_i 는 i 번째 확률제한조건의 목표 신뢰도 지수다. RBDO 방법론에 대한 연구는 신뢰도 지수에 기반한 연구가 주로 수행되어졌다. 신뢰도 지수법(RIA)과 목표성능치법(PMA)은 최적설계를 수행하는 과정에서 신뢰도 계산을 위한 부 최적화를 수반하는 이중루프 구조를 지니고 있어 수치효율이 좋지 못하다. 1990년대 후반부터 이러한 이중루프 구조를 개선할 개선하기 위한 연구가 수행되어 왔으며, 메타모델을 이용한 연구도 수행되고 있다.

5. 제안된 신뢰도기반 최적설계

5.1 제안된 신뢰도기반 최적설계 방법

신뢰도기반 최적설계는 축차가 진행되면서 확률 변수의 평균이 계속 변화한다. 따라서, 제한조건을 근사하기 위해 이전 축차에 사용된 표본점들을 다음 축차의 초기 표본점으로 사용하면 제한조건의 계산량을 줄일 수 있다. 크리깅 메타모델을 이용한 신뢰도기반 최적설계방법은 Fig. 4와 같다. 먼저, 각각의 확률제한조건에 대해 크리깅 근사모델을 구성하기 위하여, 초기 표본점을 선택한다. 초기 표본점은, 설계 중심점과 중심점으로부터, $\pm 1\sigma$, $\pm 3\sigma$ 만큼의 거리에 있는 축점을 사용한다. 그다음, 최대가능손상점이 수렴할 때까지 크리깅 근사모델에 표본점을 1점씩 추가한다. 표본점은 설계 중심점에서 목표 신뢰도 지수보다 $\pm 1\sigma$ 가 더 확장된 영역에서 구하게 된다.

최대가능손상점은 역 신뢰도 지수법(inverse reliability analysis, IRA)을 적용하여 구하며, 추가적인 표본점을 구할 때는 평균제곱오차(mean squared error, MSE)를 최대화 시키는 점을 유전알고리즘을 통하여 구한다. 축차가 진행됨에 따라, 새로운 설계점이 구해지면, 기존에 누적된 표본점을 초기 표본점으로 선택하고, 최대가능손상점이 수렴할 때까지 표본점을 1점씩 추가한다. 이와 같은 과정을 수렴조건을 만족할 때까지 반복하게 된다. 제안된 신뢰도기반 최적설계는 순차이차계획법(sequential quadratic programming, SQP)을 이용하여 최적해를 구하게 된다.

5.2 수치예제 적용 및 결과 검토

제안된 신뢰도기반 최적설계 방법을 수치예제에 적용시켜 정확성과 효율성을 기존의 방법들과 비교하였다. 신뢰도 지수법(RIA), 목표성능치법(PMA), 단일루프 단일벡터법(SLSV), 점진적 최적화와 신뢰도 평가법(SORA), 직접 비연성 접근법(DDA) 등 5가지 방법과 비교하였다.

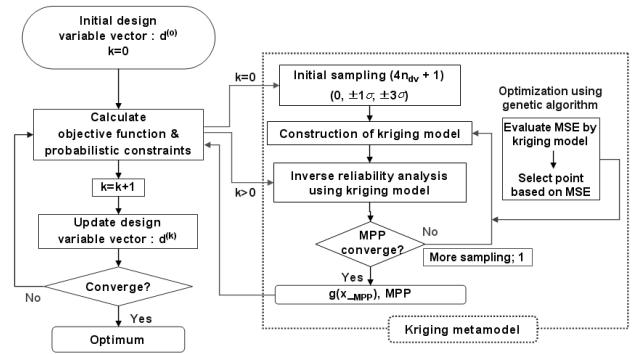


Fig. 4 Flow chart of the proposed method for RBDO

수치예제 1⁽²¹⁾은 2 개의 확률설계변수와 확률제한 조건을 가지는 문제로서 식 (13)에 나타내었다. 초기설계점은 (1.5, 35)이며 설계변수는 모두 정규분포를 따른다. 목표 신뢰도 지수는 3.1이다.

$$\begin{aligned}
 &\text{Find } \mathbf{d} = [d_1, d_2]^T \\
 &\text{minimize } f(\mathbf{d}) = (\pi d_1^2 + d_2) \\
 &\text{subject to } \Pr \left[g_1 = 1 - \frac{x_1^3 x_2}{95.5} > 0 \right] \leq \Phi(-\beta_1^{\text{target}}), \\
 &\Pr \left[g_2 = 1 - \frac{x_1^2 x_2}{70.7} > 0 \right] \leq \Phi(-\beta_2^{\text{target}}), \\
 &1.0 \leq d_1 \leq 2.0, 20.0 \leq d_2 \leq 50.0, \\
 &x_1 \sim N(d_1, 0.1^2), x_2 \sim N(d_2, 0.3^2), \\
 &\beta_1^{\text{target}} = \beta_2^{\text{target}} = 3.1, \mathbf{d}^{(0)} = [1.5, 35]^T
 \end{aligned} \tag{13}$$

Table 5는 각각의 방법을 이용한 신뢰도기반 최적설계 결과와 목적함수와 확률제한조건의 함수호출횟수를 나타낸 것이다. Table 5에서 β_{MCS}^i 는 최적점에서 확률제한조건이 목표 신뢰도를 만족하는지를 평가하기 위하여 i 번째 확률제한조건에 대해 10^7 번의 MCS를 수행하여 구한 신뢰도이다.

최적설계 결과 거의 같은 값으로 수렴하였으며, 목표 신뢰도를 만족하는 것으로 나타났다. 이중루프 구조를 가지고 있는 신뢰도 지수법과 목표 성능치법은 계산량이 많았으며, 이를 개선한 점진적 최적화와 신뢰도 평가법, 단일루프 단일벡터법, 그리고 직접비연성 접근법은 비교적 계산량이 적었다. Table 5에서 제안된 방법이 가장 적은 계산량으로 목표 신뢰도를 만족시켜 가장 효율적이었다. 특히 확률제한조건의 계산량이 크게 감소하였는데, 이것은 실험점을 누적시키는 크리깅 메타모델을 이용한 신뢰도 계산의 특징에 기인한다.

Table 5 Comparison of optimization results for example 1

Method	$f(d^*)$	d_1^*, d_2^*	No. of fun. call		β_{MCS}^1	β_{MCS}^2
			f	g		
RIA	37.368	2.000, 24.802	15	330	4.31	3.10
PMA	37.370	2.000, 24.804	11	198	4.28	3.10
SLSV	37.368	2.000, 24.802	11	94	4.31	3.10
SORA	37.370	2.000, 24.803	19	92	4.29	3.10
DDA	37.368	2.000, 24.802	34	111	4.31	3.10
Proposed method	37.373	2.000, 24.806	24	43	4.31	3.10

수치예제 2⁽²²⁾는 2 개의 확률설계변수와 3 개의 확률제한조건을 가지는 문제로서, 식 (14)에 나타내었다. 초기설계점은 (5.0, 5.0)이며 설계변수는 모두 정규분포를 따른다. 목표 신뢰도 지수는 3.0 이다. Table 6 은 각각의 방법을 이용한 신뢰도기반 최적설계 결과를 나타낸 것이다.

$$\text{Find } \mathbf{d}=[d_1, d_2]^T$$

$$\text{minimize } f(\mathbf{d})=(d_1+d_2)$$

subject to

$$\Pr \left[g_1 = 1 - \frac{x_1^2 x_2}{20} > 0 \right] \leq \Phi(-\beta_1^t),$$

$$\Pr \left[g_2 = 1 - \frac{(x_1 + x_2 - 5)^2}{30} - \frac{(x_1 - x_2 - 12)^2}{120} > 0 \right] \leq \Phi(-\beta_2^t),$$

$$\Pr \left[g_3 = 1 - \frac{80}{(x_1^2 + 8x_2 + 5)} > 0 \right] \leq \Phi(-\beta_3^t),$$

$$0.0 \leq d_i \leq 10.0 \text{ for } i=1,2, \quad x_i \sim N(d_i, 0.3^2) \text{ for } i=1,2,$$

$$\beta_1^t = \beta_2^t = \beta_3^t = 3.0, \quad \mathbf{d}^{(0)} = [5.0, 5.0]^T$$

(14)

최적설계 결과 거의 같은 값으로 수렴하였으며, 목표 신뢰도를 거의 만족하는 것으로 나타났다. 그리고 제안된 신뢰도기반 최적설계 방법이 가장 적은 계산량으로 목표 신뢰도를 만족시킴을 알 수 있다.

Table 6 Comparison of optimization results for example 2

Method	$f(d^*)$	d_1^*, d_2^*	No. of fun. call		β_{MCS}^1	β_{MCS}^2	β_{MCS}^3
			f	g			
RIA	6.726	3.439, 3.287	15	615	2.97	3.05	Infinite
PMA	6.731	3.441, 3.290	15	525	2.98	3.06	Infinite
SLSV	6.729	3.441, 3.287	20	249	2.98	3.06	Infinite
SORA	6.726	3.439, 3.287	48	300	2.97	3.05	Infinite
DDA	6.726	3.439, 3.287	24	216	2.97	3.05	Infinite
Proposed method	6.726	3.439, 3.287	46	93	2.97	3.05	Infinite

위와 같은 수치예제를 통하여 제안된 신뢰도기반 최적설계 방법이 정확성을 유지하면서, 기존의 방법보다 수치효율이 개선된 것을 알 수 있다.

6. 결론

본 연구에서는 크리깅 메타모델과 유전알고리즘을 이용하여 효율적이고 정확한 신뢰도 계산 방법 및 신뢰도기반 최적설계 방법을 제안하였다. 제안된 신뢰도 계산방법을 다양한 분포를 가진 수치예제와 구조문제에 적용한 결과, 제안된 신뢰도 계산방법이 FORM 보다 효율적이고 정확한 결과를 보여줌을 확인하였다. 이러한 결과를 바탕으로 크리깅 메타모델을 이용한 효율적인 신뢰도기반 최적설계 방법론을 제안하고 수치예제에 적용하였다. 그 결과 제안된 신뢰도기반 최적설계 방법론이 기존의 방법에 비해 정확성을 유지하면서 효율이 개선된 것으로 나타났다. 특히 확률제한조건의 계산에서 수치효율이 많이 개선된 것으로 나타났다. 제안된 신뢰도 계산 방법 및 신뢰도기반 최적설계 방법을 복잡한 구조문제에 적용하는 것에 대해 향후 추가적인 연구가 필요할 것으로 보인다.

참고문헌

- (1) Hasofer, A. M. and Lind, N. C., 1974, "Exact and Invariant Second Moment Code Format," *J. of Eng. Mech., ASCE*, Vol. 100, pp. 111~121.
- (2) Rackwitz, R. and Fiessler, B., 1978, "Structural Reliability Under Combined Random Load Sequence," *Comput Struct*, Vol. 9, pp. 489~494.

- (3) Schueller, G. I., Bucher, C. G., Bourgund, U. and Ouyornpasert, W., 1987, "On Efficient Computational Schemes to Calculate Structural Failure Probabilities," *Stochastic Structural Mechanics, U.S.-Austria Joint Seminar*, pp. 338~410.
- (4) Sacks, J., Welch, W. J. and Mitchel, T. J., 1989, "Design and Analysis of Computer Experiments," *Statistical Science*, Vol. 4, No. 4, pp. 409~435.
- (5) Lee, T. H., Lee, C. J. and Lee, K. K., 2003, "Shape Optimization of a CRT based on Response Surface and Kriging Metamodels," *Trans. of the KSME(A)*, Vol. 27, No. 3, pp. 381~386.
- (6) Lee, T. W. and Kwak, B. M., 1987-88, "A Reliability-Based Optimal Design Using Advanced First Order Second Method," *Mechanics of structures and machines*, Vol. 15, No. 4, pp. 523~542.
- (7) Tu, J., Choi, K. K. and Park, Y. H., 1999, "A New Study on Reliability Based Design Optimization," *Journal Mechanical Design, ASME*, Vol. 121, pp. 557~564.
- (8) Chen, X. and Neil, D. J., 1997, "Reliability Based Structural Design Optimization for Practical Applications," *AIAA-97-1403*, pp. 2724~2732.
- (9) Du, X. and Chen, W., 2004, "Sequential Optimization and Reliability Assessment Method for Efficient Probabilistic Design," *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 126, pp. 225~233.
- (10) Agarwal, H., Mozumder, C. K., Renaud, J. E. and Watson, L. T., 2007, "An Inverse-Measure-Based Unilevel Architecture for Reliability-Based Design Optimization," *Struct Multidisc Optim*, Vol. 33, pp. 217~227.
- (11) Zou, T. and Mahadevan, S., 2006, "A Direct Decoupling Approach for Efficient Reliability-Based Design Optimization," *Struct Multidisc Optim*, Vol. 31, pp. 190~200.
- (12) Ju, B. H. and Lee, B. C., 2008, "Reliability-Based Design Optimization Using a Moment Method and Kriging Metamodel," *Engineering Optimization*, Vol. 40 No. 5, pp. 421~438.
- (13) Lee, T. H. and Jung, J. J., 2008, "A Sampling Technique Enhancing Accuracy and Efficiency of Metamodel-Based RBDO: Constraint Boundary Sampling," *Computers and Structures*, Vol. 86, pp. 1163~1476.
- (14) Cho, T. M., Ju, B. H., Jung, D. H. and Lee, B. C., 2006, "Reliability Estimation Using Two-Stage Kriging Metamodel and Genetic Algorithm," *Trans. of the KSME(A)*, Vol. 30, No. 9, pp. 1116~1123.
- (15) Kaymaz, I., 2005, "Application of Kriging Method to Structural Reliability Problems," *Structural Safety*, Vol. 27, pp. 133~151.
- (16) Ju, B. H., 2008, *Reliability Based Design Optimization Using a Kriging Metamodel and a Moment Method*, Doctoral Thesis of KAIST.
- (17) Wang, L. and Grandhi, R. V., 1996, "Safety Index Calculation Using Intervening Variables for Structural Reliability Analysis," *Computers & Structures*, Vol. 59, No. 6, pp. 1139~1148.
- (18) Huang, B. and Du, X., 2006, "Uncertainty Analysis by Dimension Reduction Integration and Saddle point Approximations," *Transactions of ASME*, Vol. 128, pp. 26~33.
- (19) Lee, S. H. and Kwak, B. M., 2006, "Response Surface Augmented Moment Method for Efficient Reliability Analysis," *Structural Safety*, Vol. 28, pp. 261~272.
- (20) Liu, Y. W. and Moses, F., 1994, "A Sequential Response Surface Method and Its Application in the Reliability Analysis of Aircraft Structural Systems," *Structural Safety*, Vol. 16, pp. 39~46.
- (21) Cho, T. M. and Lee, B. C., 2008, "Reliability Estimation and RBDO Using Kriging Metamodel and Genetic Algorithm," *Proceedings of the KSME 2008 fall annual meeting*, pp. 1016~1021.
- (22) Yang, R. J. and Gu, L., 2004, "Experience with Approximate Reliability-Based Optimization Methods," *Struct Multidisc Optim*, Vol. 26, pp. 152~159.