

제로터 펌프의 마멸 최적설계에 관한 연구

권순만[†] · 남형철* · 여 료* · 신중호**

(2008년 10월 23일 접수, 2008년 12월 18일 수정, 2008년 12월 19일 심사완료)

A Study on Optimal Wear Design for a Gerotor Pump

Soon-Man Kwon, Hyoungchul Nam, Lei Lu and Joong-Ho Shin

Key Words: Gerotor Pump(제로터 펌프), Floating Genetic Algorithm(실변수 유전자 알고리즘), Hertzian Contact Stress(접촉응력), Wear Rate Proportional Factor(마멸률 비례계수)

Abstract

A disadvantage in the design of gerotor pump is a lack of parts that can be adjusted to compensate for wear in the rotor set, and as a consequence, it causes a sharp reduction of efficiency. In this paper, an attempt has been made to reduce the wear rate between the rotors of a gerotor pump. To do this, floating genetic algorithm (FGA) is used as an optimization technique for minimizing the wear rate proportional factor (WRPF). The result shows that the wear rate can be reduced considerably, e.g. approximately 8% in this paper, throughout the optimization using FGA.

1. 서 론

구조가 단순하면서 토출량이 일정한 제로터(gerotor) 펌프는 현재 거의 모든 자동차의 오일펌프로 사용되고 있다. 하지만 다양한 장점을 가지고 있는 제로터 펌프의 경우 마멸로 인한 로터 이의 손상 및 틈새의 증가로 토출량의 감소를 피할 수 없다. 따라서 마멸을 예상하고 이를 감소시킬 수 있는 설계가 수행되어야 한다.

본 논문에서는 제로터 펌프의 내부로터(inner-rotor)와 외부로터(outer-rotor) 사이에 발생하는 접촉력의 결정에 대한 이론적 배경을 바탕으로 현재 상용화되어 사용되고 있는 제로터 펌프의 내마멸 최적화를 실변수 유전자 알고리즘(floating genetic algorithm, FGA)을 이용하여 수행하였다.

이를 위해 접촉응력과 미끄럼 속도가 주요인자로 작용하는 마멸률 비례계수를 고려하여 제로터 펌프

의 마멸특성을 판단하였다. 이를 통해 보다 나은 내마멸 설계방법을 제시함으로써, 윤활 펌프의 내구성 향상은 물론 나아가 자동차 엔진의 성능향상에 크게 기여할 수 있으리라 생각한다.

2. 내부로터의 형상설계

제로터 펌프의 기본적인 설계제원은 외부로터의 중심에서 외부로터 치 중심까지의 거리(R), 외부로터 치반경(R_r), 내부로터 중심과 외부로터 중심 사이의 거리(E) 그리고 외부로터 치의 개수(N)이다 (Fig. 1 참조). 원형 치형을 갖는 외부로터에 대한 공액(conjugate)인 내부로터의 형상은 순간속도 중심법^(1,2)에 의해 구할 수 있다. Fig. 1은 내부로터 형상 결정을 위해 설정한 좌표계들이다. 이들 좌표변환을 통해 $S_{3f}(x_{3f}, y_{3f})$ 고정좌표계에서의 내부로터 형상 좌표 행렬 3C 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$${}^3C = {}^3M_3 {}^3M_{2f} {}^2C \tag{1}$$

여기서 ${}^2C = [R - R_r \cos \psi \quad -R_r \sin \psi \quad 0 \quad 1]^T$ 이고, iM_j 는

[†] 책임저자, 회원, 창원대학교 기계설계공학과

E-mail : smkwon@changwon.ac.kr

TEL : (055)213-3629 FAX : (055)263-5221

* 창원대학교 대학원 기계설계공학과

** 창원대학교 기계설계공학과

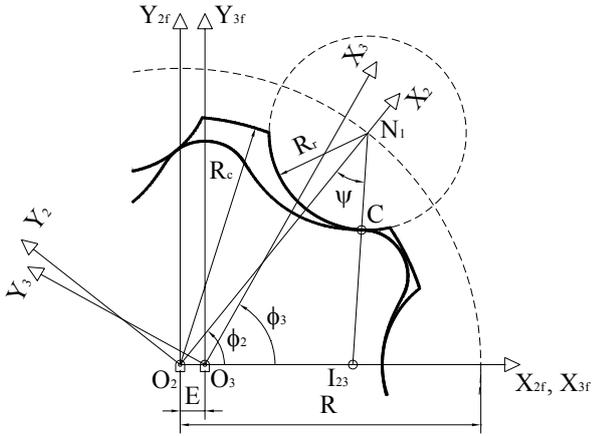


Fig. 1 Four reference systems for the profile derivation of inner-rotor

j -좌표계에서 i -좌표계로의 동차 좌표변환 행렬을 나타낸다.

형상의 좌표가 매개 변수형으로 표현될 때 곡률반경 결정 식은 다음과 같다.

$$\rho = \frac{[(x')^2 + (y')^2]^{3/2}}{x'y'' - x''y'} \quad (2)$$

식 (1)의 결과를 식 (2)에 대입하여 정리하면 다음과 같이 내부로터 치형의 곡률반경을 구할 수 있다.

$$\frac{\rho}{R} = \frac{(\mu^2 + 1 - 2\mu\cos\phi_2)^{3/2}}{\mu[\mu^2 + N - \mu(N+1)\cos\phi_2]} - \lambda \quad (3)$$

여기서 $\mu = R/r_2$ ($r_2 = EN$)이고, $\lambda = R_r/R$ 이며 외부로터 치형 크기 비(tooth size ratio)를 의미한다.

3. Hertz 접촉응력^(3,4)

Fig. 2는 외부로터 치형의 개수 N 이 9인 Table 1의 설계제원을 갖는 제로터 펌프의 형상에서의 모든 접촉점에서의 힘을 나타낸 것이고, 이들 힘들은 피치점⁽⁵⁾으로 향한다. Fig 2에서 보는 것과 같이 입력토크 T_{in} 이 O_3 를 중심으로 CCW 방향으로 주어진다면 각 접촉점에서의 내부로터에 작용하는 힘은 CW방향으로 가해져야만 모멘트 평형식이 성립한다. 그러나 Fig. 2를 보면 N_6 부터 N_1 까지의 접촉점 즉, 180° 에서 360° 사이의 접촉점에서는 힘이 입력토크 T_{in} 과 같은 방향이 된다. 따라서 이 조건에서의 접촉점의 힘들은 모멘트 평형식에 기여하지 않는 force-free 구간의

Table 1 Commercially available design parameters

Design parameters	Value of parameters
N	9
R	40.72 (mm)
R_r	10.85 (mm)
E	2.85 (mm)
H	9.25 (mm)
R_c	35.8 (mm)

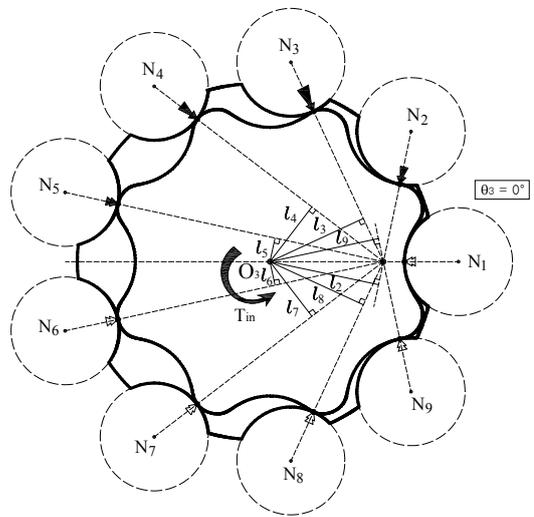


Fig. 2 Distribution of contact forces

힘들이음을 알 수 있다.

챔버내의 유체압력을 무시하였을 경우, 즉 건접촉(dry contact)시 i -번째 외부로터 치형과 내부로터와의 접촉력 F_i (Fig. 3참조)는 모멘트 평형식과 Palmgren 관계식⁽⁶⁾을 이용하여 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$F_i = \frac{T_{in} l_i^n}{\sum_{j=1}^N l_j^{n+1}} \quad (4)$$

여기서 $n=10/9$ 이며 l_i 는 다음의 식으로 구해진다.

$$l_i = \eta_i \frac{r_3 \bar{R}_i}{m_i} \sin \bar{\alpha}_i^* \quad (5)$$

식 (5)의 η_i 는 힘이 작용하는 영역(active zone)과 작용하지 않는 영역(inactive zone)을 판별하기 위해 도입된 계수로서 $0 < \bar{\alpha}_i^* < \pi$ 범위에서는 1의 값을, $\pi \leq \bar{\alpha}_i^* \leq 2\pi$ 의 범위에서는 0의 값을 가진다. 그리고 $r_3 = E(N-1)$,

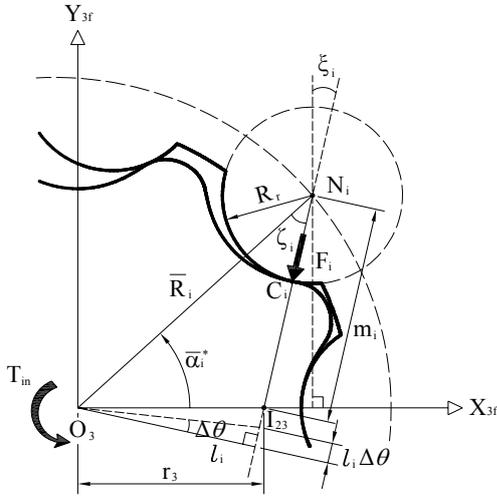


Fig. 3 Derivation of contact forces

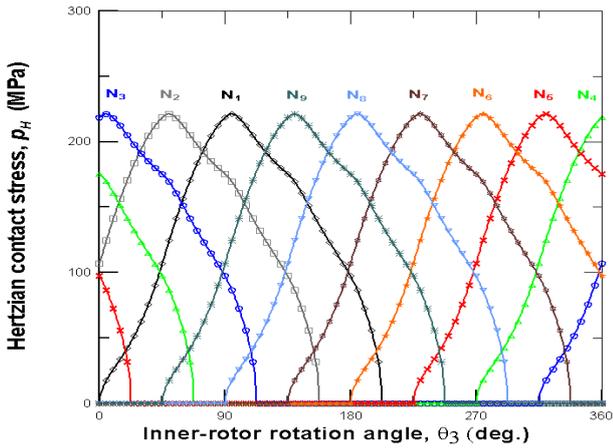


Fig. 4 Hertzian contact stress at contact point

$m_i = r_2 \sqrt{\mu^2 + 1 - 2\mu \cos \alpha_i^*}$ 이다.

접촉력 F_i 가 식 (4)에 의해 결정되면 실린더 접촉을 하는 두 로터 사이의 Hertz 접촉응력 p_H 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$p_H = \sqrt{\frac{F_i E_{eff}}{2\pi H R_{eff}}} \quad (6)$$

여기서 E_{eff} 는 등가 탄성계수, R_{eff} 는 등가 곡률반경, H 는 로터의 두께이다.

Fig 4는 Table 1의 설계제원을 갖는 제로터 펌프에 대해 입력 토크 $T_{in} = 2 Nm$ 일 때의 외부로터 접촉점에서 Hertz 접촉응력을 내부로터의 회전에 따라 도시한 것이다.

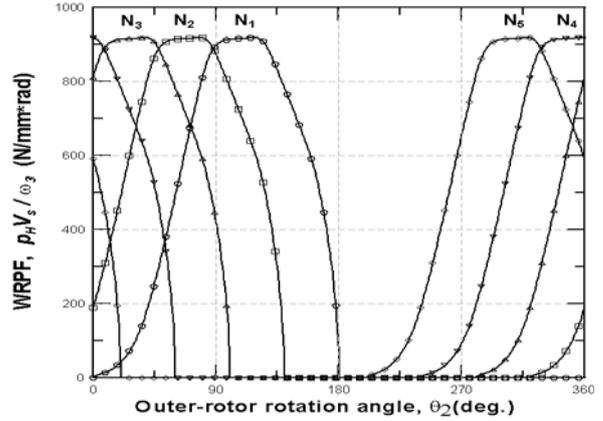


Fig. 5 WRPF with the rotation of the outer-rotor

4. 마멸률 비례계수

마멸은 두 물체가 상대운동을 할 때 접촉면에서 미세한 입자들이 이탈되는 현상으로 정의되며, 특히 제로터 펌프의 로터들 사이의 마멸은 펌프의 용적 효율과 직결되며 또한 로터 수명에 영향을 미치는 주된 요인이다. 따라서 설계자는 로터 마멸에 직접적인 영향을 미치는 인자와 운동특성에 대해 면밀한 분석을 할 필요가 있다. 일반적으로 건접촉(dry contact)시 마멸률(wear rate)은 접촉응력과 미끄럼 속도의 곱인 $p_H V_s$ 계수에 비례한다.

본 논문에서는 내부로터 회전에 따른 $p_H V_s / \omega_3$ 를 마멸률 비례계수(wear rate proportional factor : WRPF)로 정의한다. 이때 미끄럼 속도(V_s)는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$V_s = \overline{l_{23} C_i} (\omega_3 - \omega_2) = \left(\frac{m_i - R_r}{N} \right) \omega_3 \quad (7)$$

여기서 ω_3 와 ω_2 는 내부로터와 외부로터의 각속도이며, C_i 는 i -번째 외부로터와 내부로터의 접촉점이다.

식 (6)과 (7)의 접촉응력 및 미끄럼 속도 결과를 이용하여 Fig. 5에 외부로터 치형 9개를 가지는 Table 1의 형상에 대해서 5개 치형의 외부로터 회전각에 대한 WRPF를 도시하였다. 그림에서 볼 수 있듯이 외부로터의 첫 번째 치형(N_1)은 회전각 θ_2 가 90° 와 120° 사이에서 큰 값을 가진다는 것을 알 수 있다. 이 위치에서 WRPF 값이 약 920 정도로 평가 되었고, 설계변수 변경을 통하여 이 값 미만의 $p_H V_s / \omega_3$ 값을 찾을 수 있는 설계를 수행한다면 보다 나은 내구성을 갖는 제로터 펌프를 설계할 수 있으리라 예측된다.

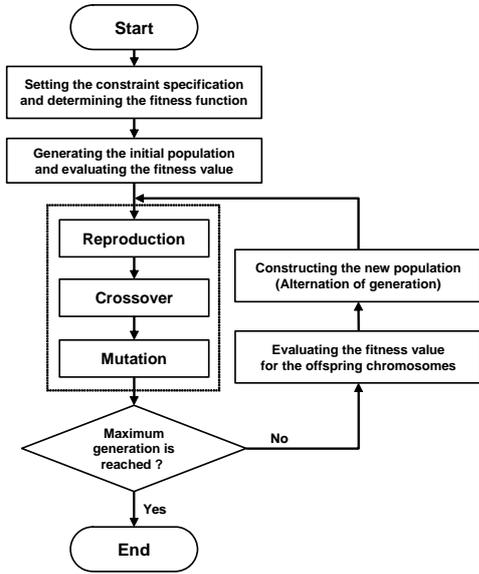


Fig. 6 Flow chart of genetic algorithm

5. 마멸률 비례계수의 최적화

5.1 설계 변수

본 연구에서는 상용의 제로터 펌프의 설계제원을 바탕으로 토출량은 동일하고 기존 사용 펌프의 설계 범위와 유사하면서 보다 향상된 내마멸 특성을 갖는 펌프를 찾는 최적화를 수행하였다. 최적화 과정에서는 로브의 개수(N)를 고정한 상태에서 R , R_r , E , H 를 변수로 하여 마멸률 최적화를 수행하였으며, 비교 검토 하기위해 고려한 제로터 펌프의 설계제원과 해석제원은 Table 1과 Table 2와 같다.

주어진 설계제원을 바탕으로 해석한 결과를 Table 3에 나타내었다. 이 결과를 최적화 과정을 통해 도출된 결과와 비교 검토할 것이다.

5.2 최적설계

Table 1과 2에 주어진 제로터 펌프를 바탕으로 R , R_r , E , H 를 설계변수로 적용하여 WRPF를 최소화하는 최적설계를 Fig. 6에서 도시된 바와 같이 FGA를 이용하여 수행하였다. 즉

$$\text{Find } x_i = (R, R_r, E, H, N=9)$$

$$\text{Minimize } f(x_i) = p_H V_s / \omega_3$$

$$\text{Subject to } \begin{cases} R_r < (R_r)_{\max} \\ V_{th} = 9.76 \end{cases}$$

Table 2 Analysis parameters

Analysis parameters	Value of parameters
E_3	210000 (MPa)
E_2	210000 (MPa)
ν_3	0.29
ν_2	0.29
Input torque, T_{in}	2000 Nmm
Coefficient of friction	0.0

Table 3 Commercial design results

Analysis parameters	Results
Theoretical displacement, V_{th}	9.76 (cm ³ /rev)
Max. contact force, F_{\max}	40.51 (N)
Hertzian contact stress, $(p_H)_{\max}$	221.08 (MPa)
$(WRPF)_{\max}$	920.0 (N/mm/rad)

먼저 제로터 펌프의 내부로터에서 생성되는 언더컷이 발생되지 않도록 설계되어야 하며 이를 피하기 위해서는 다음 조건을 만족 하여야 한다.

$$R_r < (R_r)_{\max} \quad (8)$$

여기서

$$(R_r)_{\max} = r_2 \left(\frac{3}{N+1} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{(\mu^2 - 1)(N-1)} \quad (9)$$

이를 고려하여 다음과 같은 구속조건을 설정하였다.

$$g_1 = \begin{cases} 0, & R_r < (R_r)_{\max} \\ 1, & R_r \geq (R_r)_{\max} \end{cases} \quad (10)$$

다음은 펌프설계 시 주요 고려 사항인 이론 토출량을 고려하여 두 번째 구속조건을 구성하였다. 기준이 되는 상용 제로터 펌프의 이론 토출량을 수치 해석적 접근방법에 의해 구하여 이 값 9.76 (cc/rev)을 기준 값으로 설정하였다. 최적화 과정에서 해석 결과 값 V_{th} 와 9.76 (cc/rev)값을 비교하여 두 값의 차이만큼 벌칙을 부여하였다.

$$g_2 = \begin{cases} 0, & g_2 = 9.76 \\ |V_{th} - 9.76|, & g_2 \neq 9.76 \end{cases} \quad (11)$$

Table 4 Optimization parameters range

Parameters	Ranges
R	37 ~ 45
R_r	5 ~ 10
E	1 ~ 4
H	5 ~ 10

Table 5 Genetic algorithm options

Options	Setting values
Population size	300
Max. generation	500
Crossover probability	0.80
Mutation probability	0.02

이를 통해 다음과 같은 벌칙함수를 제시하였다.

$$P = \sum_{i=1} B_i g_i = 1.5(g_1 + g_2) \tag{12}$$

최적화 결과를 판단하는 적합도(fitness)는 목적함수(f')인 WRPF와 벌칙함수(P)로 구성되며, 이의 평가 식은 다음과 같이 설정하였다.

$$Fit = \frac{K}{f' + \gamma P} = \frac{K}{(WRPF/100) + \gamma P} \tag{13}$$

여기서 K 는 적합도 계수로서, 본 연구에서는 기준 설계제원의 $(WRPF)_{max}$ 값인 920.0을 K 로 설정하였다. 또 벌칙계수(γ)는 +1로 설정하여 벌칙함수 P 가 부여 되면 적합도가 감소 되도록 하였다.

상용 설계제원과 유사한 범위에서 결과 값을 검색하고 이를 바탕으로 최적화된 결과 값을 도출하기 위해 Table 4와 같이 변수의 범위를 설정하였다. 그리고 FGA를 적용하기 위해 Table 5에서와 같이 개체군의 크기 300, 최대 세대수 500, 교차확률 80%, 돌연변이 확률을 2%로 설정하여 최적화를 수행하였다. 또, 우수한 전 세대의 유전정보를 복제하기 위해 엘리트 생존 전략(elitist strategy)을 적용하여 각 세대별 엘리트 유전자를 선별하여 저장함으로써 최적화의 수렴정도를 확인하였다.

6. 결과검토

500세대 동안 최적화를 수행하여 각 세대에서 최대

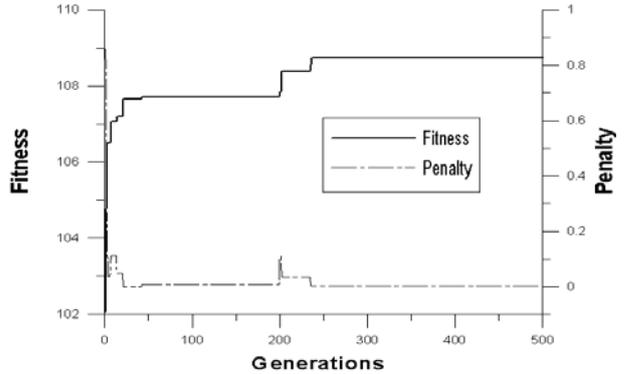


Fig. 7 Fitness and penalty function history

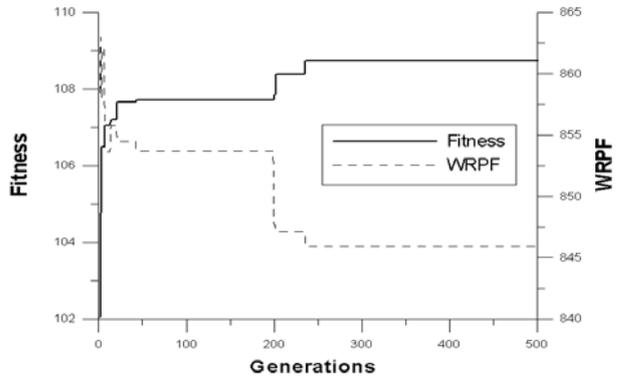


Fig. 8 Fitness and WRPF history

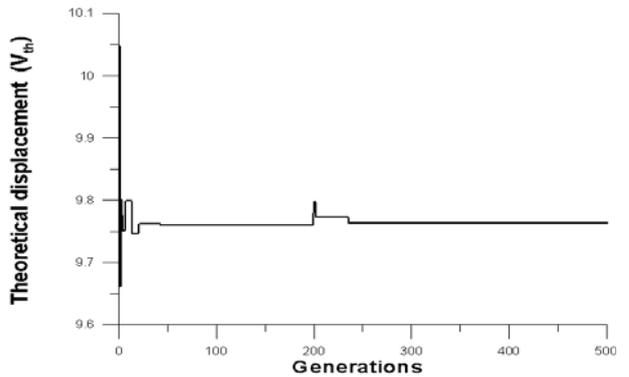


Fig. 9 Theoretical displacement history

의 적합도를 가지는 유전자를 통해 적합도와 벌칙함수의 변화를 Fig. 7에 도시하였다. 500세대의 계산과정에서 약 250세대 근처에서 일정한 값으로 수렴하였다.

Fig. 8에는 목적함수인 WRPF의 최적화 과정 동안의 변화를 나타내었다. 최적화된 WRPF는 기준 값에서 약 8.7% 감소한 것을 알 수 있다.

또한, Fig. 9에는 이론 토출량에 대한 최적화 과정을 도시하였으며, 이론 토출량의 기준 값으로 수렴하는 것을 확인할 수 있다. 이것으로 설계자가 원하는 펌프의 토출량을 정의하고, 정해진 토출량에 대한 내마멸

최적설계가 이루어질 수 있음을 확인하였다.

FGA 최적화 과정을 통해서 얻어진 변수들을 Table 6에 정리 하였으며, 그 변수들을 이용하여 해석과정을 거쳐 해석 결과 값을 기준 해석결과와 비교하여 Table 7에 정리하였다.

제로터 펌프의 회전에 대한 외부로터 1번 치형의 접촉력, 접촉응력, 미끄럼 속도 그리고 WRPF를 외부로터의 회전각에 따라 Figs. 10 ~ 13에 나타내었다.

Fig. 10의 최대 접촉력은 최적화 과정을 통해 다소 증가하였으나, Fig. 11의 접촉응력은 감소하였다. 이는 접촉력의 증가에 비해 등가 곡률반경이 크게 증가하였기 때문이다. 즉, 곡률반경이 증가함에 따라 접촉력이 분산되어 접촉응력이 감소하였다.

Table 6 Optimized geometric design parameters

Design parameters	Results
N	9
R	39.29
R_r	8.61
E	2.64
H	9.98

Table 7 Non-optimized & optimized results

Analysis parameters	Non-optimized	Optimized
V_{th}	9.76 (cm ³ /rev)	9.76 (cm ³ /rev)
F_{max}	40.51 (N)	43.44 (N)
$(p_H)_{max}$	221.08 (MPa)	198.91 (MPa)
$(V_s/\omega_3)_{max}$	6.17 (mm/rad)	6.05 (mm/rad)
$(WRPF)_{max}$	920.0 (N/mm/rad)	845.9 (N/mm/rad)

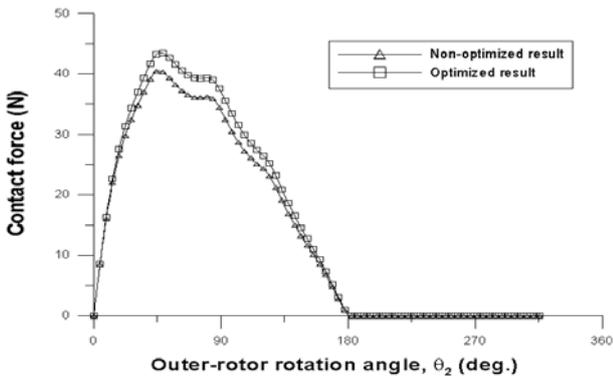


Fig. 10 Contact force

Fig. 12에서 보여 지는 바와 같이 미끄럼 속도는 다소 감소하였으나 비교적 큰 변화를 보이지는 않았다. 하지만 접촉응력의 감소와 더불어 WRPF는 Fig. 13와 같이 약 8% 감소하였다.

Fig. 14에서는 최적화 과정 동안 설계변수들의 변화를 나타내고 있다. 주어진 범위 내에서 R 은 비교적 작은 값으로 수렴하였으며, R_r 과 E 는 특정한 값으로 수렴하였다. 하지만 로터의 두께인 H 는 큰 값으로 수렴하였다. 이는 식 (6)에서 알 수 있듯이 H 가 증가함에 따라 접촉력이 분산되면서 접촉응력이 감소함에

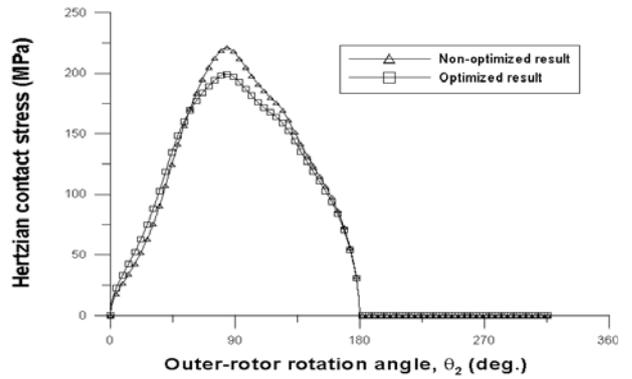


Fig. 11 Hertzian Contact stress

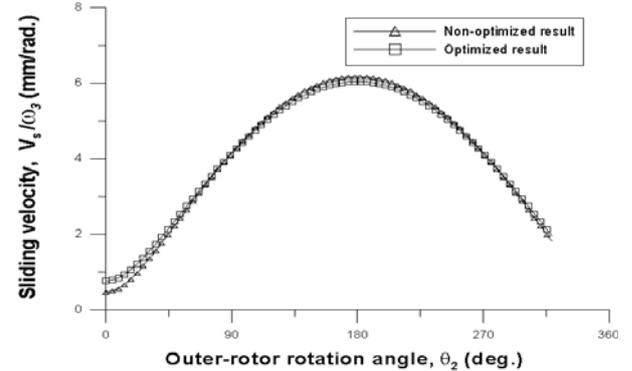


Fig. 12 Sliding velocity

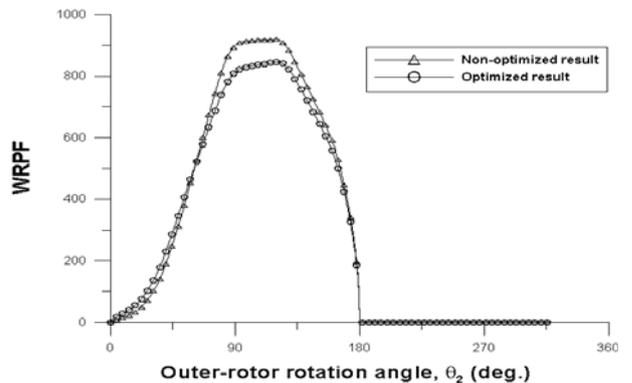


Fig. 13 WRPF

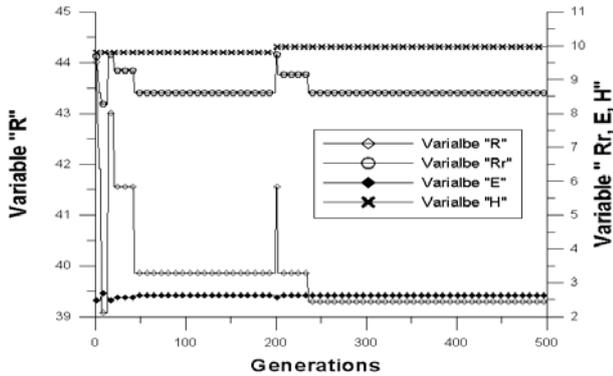


Fig. 14 Variable data history

기인한다. 이로 인해 WRPF 또한 감소하였고, 최종적으로 제로터 펌프의 내구성이 증가하였음을 알 수 있다.

7. 결론

본 논문에서는 기존 제로터 펌프의 설계제원을 설계변수 유전자 알고리즘을 사용하여 기본 설계변수인 R , R_r , E , H 에 대해 최적화 과정을 수행하였다.

기존의 설계변수에서 크게 벗어나지 않는 범위에서 최적화를 수행하여, 목적함수로 정한 마멸률 비례 계수가 기존 제로터 펌프의 설계제원에 비해서 펌프의 내구성이 약 8% 향상된 설계제원을 얻을 수 있었다. 그리고 본 연구와 같은 설계관점에서의 제로터 펌프

설계 시에 마멸의 주요인자 중에서 접촉응력이 마멸에 영향을 미치는 주요원인으로 판단되며, 다양한 설계관점에서의 마멸 연구가 필요함을 확인하였다.

참고문헌

- (1) Shin, J.-H., Kwon, S.-M., 2006, "On the Lobe Profile Design in a Cycloid Reducer Using Instant Velocity Center," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 41, No. 5, pp. 596-616.
- (2) Kim, J.C., 2007, "A Study on Tooth-Profile Design in a Trochoid-Gear Pump." Master thesis, Changwon National University, Republic of Korea.
- (3) Kwon, S.-M., Kim M.S., Shin, J.-H., 2008. "Analytical Wear Model of a Gerotor Pump Without Hydrodynamic Effect" *JSME, Journal of Advanced Mechanical Design, System, and Manufacturing*, Vol. 2, No. 2, pp. 230-237.
- (4) Kim, M.S., 2008, "A Study on Contact Stress and Wear Characteristics for a Gerotor Pump," Master Thesis, Changwon National University, Republic of Korea.
- (5) Shigley, J.E. and Uicker, Jr. J.J. 1980, *Theory and Machines and Mechanisms*. McGraw-Hill
- (6) Palmgren, A., 1967, *Les Roulements. Description, Theorie, Applications* (SKF Compagnie d'Applications Mecaniques).