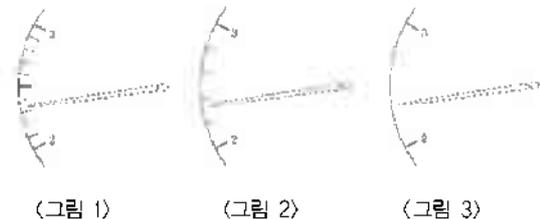


유효숫자의 개념

11 kg을 셋으로 나누면 각각 몇 kg씩인가?
그렇다면 11.0 kg 나누기 3은 ?

서언

다음 <그림 2>에서의 압력계이지값은 얼마라고 읽어야 하겠는가? 그리고 <그림 3>에서의 게이지값은?



위의 두 가지 물음에 대해 자신있게 2.4 및 2.5라고 답할 수 있는 분은 이 줄고를 읽는 시간낭비를 피하는 것이 현명할 것이다.

<그림 2>에서의 게이지값은 얼마라고 읽어야 하겠는가?

흔히 2.35(바늘끝이 2.2 눈금(눈금표지)으로부터 2.4 눈금까지의 폭의, 대략 3/4쯤에, 2.4 눈금쪽에 가

까운 위치에 있다고 생각하여)라고 읽든가, 2.34 또는 2.33(바늘끝이 2.2 눈금으로부터 2.4 눈금까지의 폭의 3/4보다는 2.2 눈금쪽에 조금 가까운 위치에 있다고 생각하고, 또한 더욱 상세하게 읽는다고



정수일

인하대 교수 / KOLAS인정위원장
02)584-4023
sooiljung@inha.ac.kr

자부심도 가지면서)이라고 읽고 있다. 그러나 꼭 같은 상태의 측정에 있어 사람에 따라 여러 가지 서로 다른 측정(결과)치를 취하고 이를 사용한다면 이에서 파급되는 부작용은 결코 무시할 수 없을 것이며, 이것은 시급히 그리고 반드시 시정되어야 할 매우 심각한 현상이다.

유효숫자의 개념

그렇다면 이와 같은 문제점을 해결할 수 있는 방법은 무엇이겠는가?

모든 사람이 같은 측정결과치를 제시하게 할 수 있는 가장 쉽고 또한 명확한 방법은 눈금의 값 까지만 읽도록 하는 것이다. 눈금 사이를 나누어 읽으려고 하면 사람에 따라 차이 및/또는 오류가 생긴다. 그리고 측정장비는 (사용시간이 경과함에 따라 마모, 분진 끼임, 기름균음 등에 따라) 정확정밀도가 변한다는 것 즉, 일정기간 마다 교정을 받아야 한다는 것을 염두에 둔다면 눈금 사이를 나누어 읽으려고 하는 시도 자체가 잘못이라고 할 수 있을 것이다. 눈금 사이를 나누어 읽지 않고 눈금의 값 까지만 읽도록 한 것이 디지털 측정장비라고 할 수 있으며, 디지털 체중계가 그 대표적인 예라고 하겠다.

이상의 내용을 요약하면 각종 아날로그 측정장비는 눈금 사이를 나누어 읽지 말고 눈금 까지만 읽어야 하며, 이마저도 점정(법정계량기의 경우) 또는 교정(측정장비의 경우)을 제대로 이행하고, 불확도의 크기를 염두에 두면서, 보정(보정값이 '0'이 아닌 경우)을 철저히 수행한다는 조건을 만족하는 경우에 한해서 가능할 것이다. 그리고 수평 또는 수직 상태에서 측정을 실시하고, 측정하는 사람의 눈이 눈금판에 수직인 위치에서 읽는 등의 모든 조건을 철저히 지켜야 한다는 것도 잊지 말아야 할 것이다.

모든 측정에서는 반드시 정해진 방법과 절차를 준수하여야 하며, 또한

- 측정장비의 사용, 보수 시 제조자의 지시서에 따름
- 전문 지식, 경험 등을 갖춘 인력을 활용한 교육훈련을 실시함
- 하드웨어 및 소프트웨어의 작동, 유효성을 확인함
- 측정장소에서, 그리고 올바르게, 측정치를 기록함

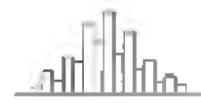
- 측정치의 계산에서 수치맞춤에 유의함

등등 외에도 각각의 측정과 관련되는 정보는 가능한 한 상세하게 기록해 두는 것이 필요하다. 이는 측정데이터에 대해 의문이 생기는 경우 매우 유용하게 활용될 수 있기 때문이다.

(그림 2)에서의 게이지값은 2.4로 읽어야 한다. 즉, 가장 가까운 눈금의 값으로 읽어야 하며, 절대로 눈금의 폭을 눈짐작으로 나누어 읽지 말아야 한다. 따라서 (그림 1)의 경우에는 2.3으로, (그림 3)의 경우에는



<그림 4>



<그림 5>

2.5로 읽어야 할 것이다.

(그림 4)의 경우, 1.1 즉, 눈금까지만 읽어야 하는 데도 불구하고 눈금사이를 나누어 읽으면 어떻게 될까? 필자가 조사한 다양한 경우에서 (그림 4)를 보여 주면, 1.13으로 읽는 사람의 비율이 1/4 내지는 1/3 정도, 1.14로 읽는 사람의 비율이 1/3 내지는 3/4 정도가 되어, 1.14 즉, 짝수로 읽는 사람이 훨씬 더 많았다. 그런데 (그림 4)의 경우 눈금사이를 제대로 나누어 읽는다면 1.13이 정답이다. 이는 눈금 사이를 나누어 읽으면 사람에 따라 상이한 값이 얻어지기도 하나, 더욱 심각한 것은 틀리게 읽는 사람이 더 많다는 것이다. 그리고 눈금의 폭을 나누어 읽으면, 그 결과치들을 히스토그램으로 나타내었을 때 (그림 5)와 같이 짝수는 많고 홀수는 적은 이빠진 형태가 되어 상당히 왜곡된 데이터가 얻어진다.

그러나 이보다도 더욱 기본적이고 중요한 점은 동일한 측정대상물을, 동일한 측정장비로, 동일한 측정자가, 여러번 반복하여 측정하면 측정할 때마다 측정

치는 달라지기 마련이라는 개념을 이해하고 활용하는 것이다. 이는 지표면에서 완전히 동그란 구슬(眞球)을 중력 때문에 만들 수 없다는 점 등을 생각해 보면 쉽게 이해할 수 있을 것이다. 만일 여러번의 측정에서 측정치가 동일하게 얻어진다면 이는 측정장비의 정밀도가 나쁘기 때문일 것이며 아무리 정밀한 측정 장비라 하더라도 그 정밀도가 완전히 '0'이 될 수는 없다. 간단하게 말하면 극히 특수한 경우를 제외한 거의 모든 측정에는 반드시 측정불확도가 수반되기 마련이나, 지면관계로 불확도에 대한 언급은 생략한다.

〈그림 1〉, 〈그림 2〉 및 〈그림 3〉에서의 게이지값을 가장 가까운 눈금의 값으로 읽은 2.3, 2.4 및 2.5에 대해 만족하지 못하고 더 상세한 값을 필요로 한다면, 더욱 촘촘하게 눈금을 갖춘 측정장비 즉, 고급 또는 고가의 측정장비를 제공 또는 사용하여야 할 것이다.

〈그림 1〉에서 2.3으로 읽은 값은 2.25 보다 크고 2.35 보다 작은 값으로, 〈그림 2〉에서 2.4로 읽은 값은 2.3 보다 크고 2.5 보다 작은 값으로, 그리고 〈그림 3〉에서 2.5로 읽은 값은 2.25 보다 크고 2.75 보다 작은 값으로 해석하면 눈금값까지만 읽은 결과값에는 아무런 문제가 없다고 할 수 있으며 이로부터 유효숫자의 개념이 과생되는 것이다.

측정단위가 0.1 kg인 체중계로 쟈 체중이 64.5 kg 주)이라는 것은 체중을 아날로그 체중계로 재었던 디지털 체중계로 재었던 64.4 kg도 아니고 64.6 kg도 아니라는 뜻이기도 하겠으나, 64.500000000... kg이라는 뜻 또한 아닐 것이다. 위에서 설명한 내용을 염두에 두고 해석한다면, 64.5 kg이라는 체중은 구체적으로 64.45 kg 보다는 무겁고 64.55 kg 보다는 가벼운 체중 즉, 64.45 kg ~ 64.55 kg 정도의 체중이라는 뜻이다.

주)이 글에서는 수치를 소숫점 위와 아래에서 3 자리마다

한 칸 정도씩 띄어쓰고, 수치와 단위 사이도 한 칸 정도 띄어 쓴다는 ISO 등의 원칙을 따르고 있다.

이 경우 64.5(단위는 생략)라는 수치에서, 10자리의 6 및 1자리의 4라는 수치는 믿을 수 있으나(확정적이나), 소숫점 아래 첫 자리의 5라는 수치는 5 보다 작을 수도 5 보다 클 수도 있는 즉, 믿을 수 없는(확정적이지 않음) 수치이다. 유효숫자(有效數字, significant digit, significant figure)란 쉽게 말해서, 64.5에서의 6 및 4처럼 '의미가 있는, 믿을 수 있는, 확정적인, 유효한 수'라는 뜻이기도 하나, 보다 상세한 공식적인 뜻은 다음과 같다.

근사값을 구할 때 반올림 등에 의하여 처리되지 않은 부분 ;

오차를 고려해도 신뢰할 수 있는 숫자를 자릿수로 나타낸 것 ;

유효숫자의 가장 끝자리 숫자는 그 다음 자리의 숫자를 반올림하여 생기는 정도의 오차는 포함하는 것으로 생각함 ;

유효숫자는 소숫점의 위치와는 무관함 ;

일반적으로, 유효숫자의 부분을 따로 떼어서 정수 부분이 한 자리인 소수로 쓰고, 소숫점의 위치는 10의 거듭제곱(배수)으로 나타냄

유효숫자의 활용에서 주로 문제가 되는 것은 유효숫자의 값 보다는 그 자릿수이며,

유효숫자의 자릿수는

확정적인 숫자의 자릿수 + (그 아래쪽의 불확정적인 숫자 중의 첫번째) 1(한) 자리

또는

믿을 수 있는 숫자의 자릿수 + (그 아래쪽의 믿을 수 없는 숫자 중의 첫번째) 1(한) 자리

이때 <표 1>을 면밀히 검토해 보면 쉽게 이해할 수 있을 것이다.

<표 1> 유효숫자와 그 개수(자릿수)

근사치	유효숫자	유효숫자의 개수(자리)
460 000	4.6×10^5	2 개
460 000	4.60×10^5	3 가
460 000	4.600×10^5	4 가
0.037	3.7×10^{-2}	2 가
0.037 0	3.70×10^{-2}	3 가

체중 64.5 kg이라는 수치의 의미에서 짐작할 수 있듯이, 유효숫자는 계측기의 측정단위와 직결되는 것이다. <표 2>에 측정단위 및 측정치와 유효숫자 자릿수의 예 및 관계를 나타내었다.

<표 2> 측정단위 및 측정치와 유효숫자 자릿수

측정단위	측정치					유효숫자 자릿수
0.01	1.78	1.85	1.77	1.80	...	3 자리
10	310	380	350	370	...	2 자리
0.2	17.8	18.4	17.8	18.0	...	3 자리
200	31 600	32 000	31 800	31 200	...	3 자리
0.005	1.785	1.795	1.800	1.790	...	4 자리
5000	17 5 000	185 000	190 000	170 000	...	3 자리

측정단위는, 특수한 예외의 경우도 있겠으나, $1 \times 10 \pm x$, $2 \times 10 \pm x$ 또는 $5 \times 10 \pm x$ ($x = \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$) 중의 한 가지이다.

그렇다면 42 300 m라는 길이(거리)의 유효숫자는 몇자리인가?

- 길이가 100 m인 자(또는 측정단위가 100 m인 자)로 재어 100 m의 422.5 ~ 423.5 배의 길이라면 유효 숫자의 자릿수는 3 자리

● 100 m의 423,000,000... 배의 길이가 존재할 확률은 0임
 ※ 422.5 ~ 423.5 배의 길이라는 것은 42 300 m라는 길이의 숫자에서 10 000 자리의 4와 1 000 자리의 2는 확정적인(믿을 수 있는) 숫자이나 100 자리의 3은, 3보다 작을 수도 클 수도 있는(그러서 422.5 ~ 423.5에서 2가 되기도 하고 3이 되기도 함), 불확정적인 숫자라는 뜻임

- 길이가 10 m인 자(또는 측정단위가 10 m인 자)로 재어 100 m의 4 229.5 ~ 4 230.5 배의 길이라면 유효숫자의 자릿수는 4 자리

● 10 m의 4 230,000,000... 배의 길이가 존재할 확률은 0임
 ※ 4 229.5 ~ 4 230.5 배의 길이라는 것은 42 300 m라는 길이의 숫자에서 10 000 자리의 4, 1 000 자리의 2 및 100 자리의 3(2 또는 3이 되는 것은 10진법 체계의 숫자인 때문임)은 확정적인 숫자이나 10 자리의 0은, 0보다 작을 수도 클 수도 있는, 불확정적인 숫자라는 뜻임

- 길이가 1 m인 자(또는 측정단위가 1 m인 자)로 재어 100 m의 42 299.5 ~ 42 300.5 배의 길이라면 유효 숫자의 자릿수는 5 자리

● 1 m의 42 300,000,000... 배의 길이가 존재할 확률은 0임
 ※ 42 299.5 ~ 42 300.5 배의 길이라는 것은 42 300 m라는 길이의 숫자에서 10 000 자리의 4, 1 000 자리의 2, 100 자리의 3(2 또는 3이 되는 것은 역시 10진법 체계인 때문임), 10 자리의 0(0 또는 0이 되는 것 또한 10진법인 때문임)은 확정적인 숫자이나 1 자리의 0은, 0보다 작을 수도 클 수도 있는, 불확정적인 숫자라는 뜻임

이 되어 42 300 m라는 길이(거리)에서의 유효숫자 자릿수는 3 자리, 4 자리 또는 5 자리가 될 수 있으나,

42300.0이라는 길이(거리)에서의 유효숫자 자릿수는 6 자리이다. 그리고 유효숫자의 자릿수는 경우에 따라서는 측정단위에 영향을 받는다.

(표 1)에서의 첫번째 460 000이라는 수치의 측정단위는 10 000 또는 20 000이며, 두번째 460 000이라는 수치의 측정단위는 1 000, 2 000 또는 5 000이며, 세번째 460000이라는 수치의 측정단위는 100, 200 또는 500이다. 그리고 네번째 0.037이라는 수치의 측정단위는 0.001이며, 다섯번째 0.037 0이라는 수치의 측정단위는 0.000 1, 0.000 2 또는 0.000 5이다.

제목에 대한 해답

유효숫자의 계산방법에 대한 설명이 제시되지 않은 채, '11 kg을 셋으로 나누면 각각 몇 kg씩인가? 그렇다면 11.0 kg 나누기 3은? 이라는 이 글의 제목에 대한 해답이 주어지는 것은 이 글의 서술 순서상 문제가 있으나, 독자들의 궁금증을 풀어 드리기 위해 미리 해답을 제시하면 다음과 같다.

11 및 11.0을 3으로 나누면 둘 다 3.666 666...이 된다. 그러나 그 반올림한 답은 관점에 따라 다음과 같이 두 가지로 제시될 수 있다.

측정(단위)만을 염두에 둔다면, 11 kg 및 11.0 kg의 경우 각각 1 kg 측정단위 및 0.1 kg 측정단위까지 측정된 결과이며, 나누는 경우에도 동일한 측정단위를 사용할 것이므로 11 kg을 셋으로 나누면 각각 4 kg, 4 kg 및 3 kg이 되고 11.0 kg을 셋으로 나누면 각각 3.7 kg, 3.7 kg 및 3.6 kg이 된다고 할 수 있을 것이다. 그리고 유효숫자의 계산방법(차회 게재내용 참고)에 따르면, 11 kg 및 11.0 kg의 경우 유효숫자 자릿수가 각각 2 자리 및 3 자리이고, 셋으로 나누는 3은 유효숫자의 자릿수가 ∞(유효숫자의 자릿수를 고려할 필요가 없음)이므로 11 kg을 셋으로 나누면 각각 3.7 kg, 3.7

kg 및 3.6 kg이 되고 11.0 kg을 셋으로 나누면 각각 3.67 kg, 3.67 kg 및 3.66 kg이 된다고 할 수 있다. 11 kg과 11.0 kg은 매우 차이가 큰 측정값들이고, 11 kg과 11.00 kg의 차이는 엄청남에도 불구하고 11 kg, 11.0 kg 및 11.00 kg을 같은 수치로 취급하고 있는 계산관행은 하루빨리 그리고 반드시 시정되어야 할 것이다.

10.7 g 및 10 700 g을 셋으로 나누면 어떻게 되겠는가?

$$10.7 \div 3 = 3.566\ 666\ \dots$$

$$10\ 700 \div 3 = 3\ 566.666\ 666\ \dots$$

이다. 이 경우 측정단위가 0.1 g 및 100 g이라는 점을 감안하여 계산하면 3.6 g, 3.6 g 및 3.5 g과 3 570 g, 3 570 g 및 3 560 g 이 되겠으나, 유효숫자 자릿수의 개념에 따라 계산하면 10.7 g 및 10 700 g의 유효숫자 자릿수가 3 자리씩이므로 3.57 g, 3.57 g 및 3.56 g과 3 570 g, 3 570 g 및 3 560 g 이다.

10 700.0 g을 셋으로 나눈다면 어떻게 되겠는가? 유효숫자 6 자리의 측정이 가능할 것인지에 대해서는 논란의 여지가 있겠으나?

위에서의 상이한 두 가지 답들에 대한 논쟁 및 마지막 질문에 대한 답은 독자분들의 판단에 맡기고자 한다.

| 기술표준 2008. 2