유효숫자의 계산방법 및 수치맺음법

11 kg을 셋으로 나누면 각각 몇 kg씩인가 ?
그렇다면 11.0 kg 나누기 3은 ?

정 수 일
인하대 교수 / KOLAS인정위원장
02)584-4023
sooiljung@inha.ac.kr

유효숫자의 계산방법

측정단위가 $2\times10^{\pm x}$ 및 $5\times10^{\mp x}$인 경우에 대한 유효숫자의 계산을 올바로 수행하는 방법은 매우 복잡하므로 이들 경우에 대한 설명은 생략하고, 여기에서는 측정단위가 $1\times10^{\mp x}$인 경우에 대한 유효숫자의 계산방법만을 다루고자 한다. $2\times10^{\mp x}$ 및 $5\times10^{\pm x}$인 경우에도 $1\times10^{\mp x}$인 경우에 준해서 처리하면 큰 무리는 없다고 할 수 있다.

지난 호에 게재되었던 '유효숫자의 개념'에서의 내용을 염두에 두면, 예를 들어, 1.23 m라는 길이에서의 1.23이라는 수치의 의미는 그 값이 1.225~1.235이며, 확정적인(믿을 수 있는) 수인 1 자리의 1 및 소숫점 아래 첫 자리의 2라는 2 개의 숫자 자릿수에 불확정적인(믿을 수 없는) 소숫점 아래 둘째 자리의 3이라는 1 개의 숫자 자릿수를 더하여 유효숫자 3 자리라고 하는 것이다. 바꾸어 말하면, 1.23에서 1 및 2는 확정적인(믿을 수 있는) 수이고 3은 불확정적인(믿을 수 없는) 수라는 것이다.

이후에서의 설명을 위해 1.23을 1.2*3*으로 표기하기로 하자. 즉 확정적인 숫자는 '직립체'로, 불확정적인 숫자는 '경사체 작은 글자'로 표기하자.

1.2*3* m에서의 1.2*3*은 유효숫자 3 자리, 2.*3* m에서의 2.*3*은 유효숫자 2 자리, 3 45*6* m에서의 3 45*6*은 유효숫자 4 자리인데 이들을 더하면 그 결과는 어떻게 되겠는가? 즉 1.2*3* + 2.*3* − 3 45*6* = 3 459.53에서의 3 459.53은 유효숫자 몇 자리로 처리해야 하겠는가?

확정적인 숫자(직립체)에 불확정적인 숫자(경사체)를 더하면 불확정적인 숫자(경사체)가 될 것이라는 점과

```
      1.23
      2.3
 −) 3 456
──────────
   3 459.53
```

과 같은 덧셈방법을 생각하면 3 459.53 이라는 숫자는 3 460 (반올림하여)으로 처리 즉, 유효숫자 4 자리로 표현해야 할 것이다.

이상을 염두에 두면, 가감산(− 또는 −)의 경우에는 통상적으로 가감산을 한 후에, 가감산하는 숫자들 중 유효숫자의 마지막 숫자가 가장 왼쪽에 있는(유효숫자의 꼬리가 가장 짧은) 위치까지로 유효숫자를 구한다 라고 정리할 수 있을 것이다.

그렇다면 5.74 m와 3.8 m를 곱하면 몇 ㎡인가?

승산(곱하기 계산)의 경우에는 다양한 논리 내지는 설명방법이 있겠으나, 여기에서는 비교적 이해하기가 쉬운 4 가지 처리방법에 대해 기술한다.

① 상대오차의 사용방법

5.74 × 3.8 = 21.812의 계산에서 5.74는 5.735 ~ 5.745이므로 오차는 0.005(±0.005)이며, 이는 5.74의 0.000 87(0.005 ÷ 5.74)이고, 3.8은 3.75 ~ 3.85이므로 오차는 0.05이며, 이는 3.8의 0.013(0.05 ÷ 3.8)이다. 분산의 가성성(오차의 전파법칙)에 의해 5.74 × 3.8의 (최대)오차는 0.013 $((0.000\,87^2 + 0.013^2)^{0.5})$ 이다. 따라서 곱셈한 결과의 오차는 21.812 × 0.013 = 0.284가 된다. 그러므로 21.812 ± 0.284 → 21.528 ~ 22.096 → 22 의 결과를 얻을 수 있다.

여러개의 숫자를 곱하는 경우에도 유사하게 처리하면 될 것이며, 가장 합리적인 방법이나 곱하는 숫자의 갯수가 증가하면 매우 번거로워 실용성이 없는 방법이다.

② 최소최대치의 사용방법

5.74 × 3.8의 계산에서 5.74는 5.735 ~ 5.745이고, 3.8은 3.75 ~ 3.85이므로 가능한 최소치 및 최대치는 각각 5.735 × 3.75 = 21.506 25 및 5.745 × 3.85 = 22.118 25이다. 따라서 5.74 × 3.8 → 21.506 25 ~ 22.118 25 → 22 의 결과를 얻을 수 있다.

여러개의 숫자를 곱하는 경우에도 유사하게 처리하면 되겠으나, 분포의 개념을 무시한 너무 극단적인 방법이며, 곱하는 숫자의 갯수가 증가하면 매우 번거로워 역시 실용성이 없는 방법이다.

③ 확정성(신빙성)의 이용방법

확정적인 숫자(직립체)에 불확정적인 숫자(경사체)를 곱하면 불확정적인 숫자(경사체)가 될 것이라는 점과

```
     5.74
 ×)   3.8
──────────
     4592
    1722
──────────
   21.812
```

와 같은 곱셈방법을 생각하면 21.8 이 되나, 곱하는 숫자의 갯수가 증가하면 역시 매우 번거로워져 실용성이 없는 방법이다.

④ 실용적인 개략법

5.74 × 3.8의 계산에서, 5.74의 유효숫자 자릿수는 3 자리이고, 3.8의 유효숫자 자릿수는 2 자리이다. 이들 중 유효숫자 자릿수가 적은 2 자리로 계산을 마무리하는 방법이며, 여러개의 숫자를 곱하는 경우에도 유사하게 처리하면 된다. 곱하는 숫자의 갯수가 증가하더라도 쉽게 처리할 수 있는 매우 실용적인 방법이

며, 결과는 ① ~ ③ 방법에 비해 손색이 없다.

이를 요약하면, 승제산(× 또는 ÷, 평방근 및 멱승 계산 포함)의 경우에는 통상적으로 승제산을 한 후에, 승제산하는 숫자들 중 유효숫자의 자릿수가 가장 적은 숫자의 자릿수로 유효숫자를 구한다 라고 정리할 수 있다.

위에서의 곱셈에 대한 처리방법은 나눗셈이나 평방근의 계산 및 멱산에서도 적용할 수 있다. 샘플크기(sample size) n 및 금액(크기)의 유효숫자 자릿수는 무한 자리로 처리하면 된다는 점을 첨언하여 둔다.

수치맺음법(반올림방법)

반올림방법은 '어떤 자리로 반올림할 때, 그 자리 아래의 수치가 5, 50, 500, … 일 때' 를 제외하면 통상적인 4사5입(4捨5入 ; 수치의 어떤 자리의 수가 4 이하일 때는 이를 버리고, 5 이상일 때는 이를 올려 앞자리의 수에 1을 더하여, 어떤 자리 이하를 처리하는 일)의 방법과 같다. 위에서 언급한, 제외된 경우에서의 처리방법을 포함하고 있는 'KS A 3251-1 : 2006, 데이터의 통계적 해석방법－제1부 : 데이터의 통계적 기술' 의 해당 부분을 그대로 옮기면 다음과 같다.

(그대로 옮김이므로 번호매김, 들여쓰기 등은 KS의 번호매김을 바꾸지 않았음)

4.2.2 수치의 맺음법 어떤 수치를 유효숫자 n 자리의 수치로 맺음하는 방법은 다음과 같다.

a) 만일, 주어진 수치에 가장 가까운 정수배가 하나밖에 없는 경우에는 그것을 맺음한 수로 한다.

보기 맺음간격 : 0.1

주어진 수치	맺음한 수치
12.223	12.251
12.275	12.2
12.3	12.3

b) 만일, 주어진 수치와 똑같이 가까운, 2개의 이웃하는 정수배가 있는 경우에는 규칙A와 규칙B 중 어느 한 쪽에 따른다.

규칙A 맺음한 수치로 짝수의 정수배를 고른다.

보기 맺음간격 : 0.1

주어진 수치	맺음한 수치
12.25	12.35
12.2	12.4

규칙B 맺음한 수치로서 큰 쪽의 정수배를 고른다.

보기 맺음간격 : 0.1

주어진 수치	맺음한 수치
12.25	12.35
12.3	12.4

비고 규칙A가 일반적으로 바람직하다. 보기를 들면 일련의 측정을 이 방법으로 처리하면 맺음오차가 최소가 되는 이점이 있다. 규칙B는 계산기에 의한 계산에서 널리 사용되는 규칙이다.

위에서의 "수치의 맺음법" 은 매우 요약된 내용이며, 이를 풀어 설명하면 다음과 같으며, 동일한 내용이 KS A 3251-1의 '부속서 1 (참고) 수치의 맺음법' 에 수록되어 있다.

어떤 수치를 유효숫자 n자리의 수치로 맺을 때 또는

소숫점 이하 n자리의 수치로 맺을 때는 $(n+1)$째자리 이하의 수치를 다음과 같이 정리함

① $(n+1)$째자리 이하의 수치가 n째자리의 1 단위의 1/2 미만일 때는 버림

예 : 1.23 (유효숫자 2 자리로) → 1.2
1.234 4 (유효숫자 3 자리로) → 1.23
1.234 4 (소숫점이하 3 자리로) → 1.234

② $(n+1)$째자리 이하의 수치가 n째자리의 1 단위의 1/2을 초과할 때는 n째자리를 1 단위만 올림

예 : 1.26 (유효숫자 2 자리로) → 1.3
1.250 1 (유효숫자 2 자리로) → 1.3
1.296 7 (유효숫자 3 자리로) → 1.30
1.296 7 (소숫점이하 3 자리로) → 1.297

③ $(n+1)$째자리 이하의 수치가 n째자리의 1 단위의 1/2이든가 또는 n째자리의 1 단위의 1/2이고 $(n+1)$째자리 이하의 수치가 버려진 것인지 올려진 것인지 모를 때는

· n째자리의 수치가 0, 2, 4, 6, 8이면 버림

예 : 0.105 (유효숫자 2 자리로) → 0.10
1.450 (유효숫자 2 자리로) → 1.4
1.25 (유효숫자 2 자리로) → 1.2
0.062 5 (소숫점이하 3 자리로) → 0.062

· n째자리의 수치가 1, 3, 5, 7, 9이면 n째자리를 1 단위만 올림

예 : 0.095 5 (유효숫자 2 자리로) → 0.096
1.350 (유효숫자 2 자리로) → 1.4
1.15 (유효숫자 2 자리로) → 1.2
0.095 (소숫점이하 2 자리로) → 0.10

④ $(n+1)$째자리 이하의 수치가 버려진 것인지 올려진 것인지 알 때는 ① 또는 ②에 따름

예 : 2.35 (←2.347) (유효숫자 2 자리로) → 2.3
2.45 (←2.452) (유효숫자 2 자리로) → 2.5
4.185 (←4.1852) (소숫점이하 2 자리로) → 4.19

● 맺음은 한 번에 하여야 함

예 : 5.346 (유효숫자 2 자리로) → 5.3 (옳음)
5.346 → 5.35 → 5.4 (틀림)

5 아래의 수치가 버려진 것인지
올려진 것인지 모른다고 가정하여

그러나 위에서 기술한 유효숫자계산 및 수치맺음법을 따르지 않는 특수한 경우들이 있으며, 그 대표적인 경우가 통계데이터에 대한 처리방법이다. 통계데이터의 자릿수처리에 대한 구체적인 논리의 설명은 생략하고, KS A 3251-1에 규정되어 있는 평균치 및 표준편차의 계산자릿수에 대한 내용만을 다음에 전재한다.

4.2.1 평균치 및 표준편차의 자리수

a) 평균치 표1의 자리수까지 낸다.

표1

측정치의 측정단위	측정치의 개수		
0.1, 1, 10 등의 단위	–	2~ 20	21~ 200
0.2, 2, 20 등의 단위	4 미만	4~ 40	41~ 400
0.5, 5, 50 등의 단위	10 미만	10~100	101~1 000
평균치의 자리수	측정치의 자리수와 같게	측정치보다 1자리 많게	측정치보다 2자리 많게

b) 표준편차 유효수자를 최대 3자리까지 낸다.

[예 제] n = 7의 측정치가 1.89, 1.93, 1.95, 1.87, 1.92, 1.89, 1.90이면 평균치 및 표준편차는 얼마인가?

[풀 이] 공학계산기 등으로 위의 데이터에 대한 평균치 및 표준편차를 계산하면 각각

$\bar{x}$ = 1.907 142 857 …

s = 0. 027 516 229 …

이 되나, KS의 규정에 따르면

$\bar{x}$ = 1.907 (측정치보다 1자리 많게)

s = 0. 027 5 또는 s = 0. 028 (유효숫자 3자리까지) 로 되어야 한다.

비고 원데이터에서 1.90을 빼어 수치변환하면, -0.01, 0.03, 0.05, -0.03, 0.02, -0.01, 0.00 로 되어 유효숫자 1자리의 수치가 된다.(평균치는 $\bar{x}$ = 0.007 142 857 …로 바뀌나, 표준편차는 s = 0. 027 516 229 …로 동일함) 이와 같이 유효숫자의 자릿수가 1 자리인 데이터의 경우에는 표준편차를 유효숫자 2자리(측정치의 개수가 3 미만이면 유효숫자 1자리)로 내는 것이 좋다. 그러나 표준편차를 사용하여 공정능력지수 등을 구할 때 유효숫자가 너무 적어지게 되므로, 표준편차는 유효숫자를 3자리로 내는 것이 권장된다.

결 언

유효숫자의 개념은 주로 측정과 관련하여 대두된다. '측정할 수 없는 것은 만들 수 없다' 라는 말이 대변하듯 측정 특히, 정밀측정은 현대의 공업 및 기술에서 필수불가결한 요소이고 그 수준은 곧 그 나라의 공업 수준과 정비례한다고 해도 과언이 아닐 것이다.

2000년부터 KOLAS인정이 시작되었고, 이에 따라 (측정)불확도가 도입되고 있다. 국내 교정기관들의 불확도 산출능력은 외국기관들에 비해 결코 손색이 없으나 그 산출과정에서의 유효숫자 처리방법이 의외로 미흡한 수준인 것이 옥의 티라고 생각되어 이 졸고를 쓰게 되었다.

2000년 9월 KOLAS 로고를 사용할 수 있는 교정기관이 탄생된 이래 만 7년이 경과하였음에도 불구하고 교정성적서에 기재되어 있는 (측정)불확도의 개념을 올바로 이해하여 제대로 활용하고 있는 기업이나 조직을, 필자가 과문한 탓인지는 몰라도, 아직은 접하지 못하고 있다. 그러나 글로벌화의 추세 및 압력에 의해 근간 국내 기업이나 조직들에서 본격적으로 불확도를 활용하기 시작한다면, 유효숫자의 개념 및 계산방법의 역할 및 영향은 더욱 커질 것으로 예상되는 바, 이에 이 졸고의 내용이 자그마한 이바지를 할 수 있었으면 한다.

정밀측정의 수준, 이와 연관되는 유효숫자처리의 수준이 우리나라 공업 및 기술의 앞날을 좌우할 것이라고 믿어마지 않으며, 매끄럽지 못한 졸고를 읽어 주신 분들의 노고에 감사드리고 아울러 누군가가 더 좋은 내용의 유효숫자 관련 옥고를 작성하여 발표해 주시기를 부탁드린다.

기술표준 2008. 3