

## Optimization of FCM-based Radial Basis Function Neural Network Using Particle Swarm Optimization

崔正乃\* · 金賢起\*\* · 吳聖權†

(Jeoung-Nae Choi · Hyun-Ki Kim · Sung-Kwun Oh)

**Abstract** - The paper concerns Fuzzy C-Means clustering based Radial Basis Function neural networks (FCM-RBFNN) and the optimization of the network is carried out by means of Particle Swarm Optimization(PSO). FCM-RBFNN is the extended architecture of Radial Basis Function Neural Network(RBFNN). In the proposed network, the membership functions of the premise part of fuzzy rules do not assume any explicit functional forms such as Gaussian, ellipsoidal, triangular, etc., so its resulting fitness values directly rely on the computation of the relevant distance between data points by means of FCM. Also, as the consequent part of fuzzy rules extracted by the FCM-RBFNN model, the order of four types of polynomials can be considered such as constant, linear, quadratic and modified quadratic. Weighted Least Square Estimator(WLSE) are used to estimates the coefficients of polynomial. Since the performance of FCM-RBFNN is affected by some parameters of FCM-RBFNN such as a specific subset of input variables, fuzzification coefficient of FCM, the number of rules and the order of polynomials of consequent part of fuzzy rule, we need the structural as well as parametric optimization of the network. In this study, the PSO is exploited to carry out the structural as well as parametric optimization of FCM-RBFNN. Moreover The proposed model is demonstrated with the use of numerical example and gas furnace data set.

**Key Words** : Radial Basis Function Neural Networks, Fuzzy C-Means clustering, Particle Swarm Optimization, Weighted Least Square Estimator

### 1. 서 론

비선형 특성을 가진 복잡한 시스템의 모델링에 대한 많은 연구가 수행되고 있으며, 시스템제어, 예측, 패턴인식, 패턴 분류등 광범위한 영역에서 적용되고 있다. 비선형적이고 다변수인 시스템을 대상으로 한 퍼지 모델링 기법의 유용성은 이미 잘 알려져 있으며 이들은 퍼지추론에 기초하여 퍼지추론시스템[1-4], 퍼지뉴럴네트워크[6-8], RBF 뉴럴네트워크[9-11] 그리고 퍼지 다항식 뉴럴 네트워크 [14]등 다양한 구조가 연구되고 있다..

퍼지모델의 성능은 퍼지규칙의 구성 방법에 의존하며 보다 좋은 성능을 위해서는 퍼지규칙의 동정이 필수적이다. 1980년대 초에 언어적 접근 방식과 퍼지 관계식에 기초한 접근 방식이 제안되었고 후반부에 선형식을 사용하는 Sugeno-Takagi 모델은 정교한 규칙 기반 모델의 초석이 되었으며[1], Pedrycz와 Oh는 로컬 모델이 다항식을 갖는 진보된 퍼지모델들을 제안하고, Genetic Algorithms(GA)를 이용하여 구조(Topology)와 전반부 파라미터를 최적화 하는

방법을 제시하였다[4].

Clustering 알고리즘은 데이터를 분석하기 위해 사용되는 기법으로 기계학습, 데이터마이닝, 패턴분류, 영상분석을 비롯한 많은 분야에서 사용되고 있다. C-Means clustering 알고리즘을 이용하여 정보입자를 추출하여 퍼지모델에 적용한 정보입자 기반 퍼지모델이 제시되었다. 특히 Fuzzy C-Means clustering 알고리즘 (FCM)은 각각의 데이터와 각각의 클러스터 중심과의 거리에 대한 유사도 측정을 기반으로 목적함수를 최적화시키기 위한 알고리즘이며 많은 분야에서 적용되고 있다[9-12].

퍼지기반 모델에 관련된 많은 연구에도 불구하고, 퍼지모델의 구조 및 파라미터 동정과 더불어, 퍼지모델의 많은 입력변수를 사용할 경우 발생하는 다차원성 문제와 퍼지모델의 해석력 (interpretability)향상 등에 관한 문제는 여전히 큰 관심 대상으로 남아있다[13,14].

본 논문의 선행연구에서는 FCM 기반 퍼지뉴럴네트워크 구조 (FCM-FNN)을 제안했다[15]. 이 구조는 Radial basis function neural network (RBFNN)의 변형 및 확장된 구조로 전반부에 FCM을 사용하고 후반부는 로컬모델을 의미하며 다양한 형태의 다항식으로 구성될 수 있다. 퍼지공간 분할과 멤버쉽함수는 FCM에 의해 결정된다. 특히 기존 퍼지모델과 달리 멤버쉽함수는 가우시안이나 삼각형 등의 특정함수를 사용하지 않고 데이터들의 거리에 기반을 둔다. 각 퍼지공간에 대한 로컬모델은 상수형, 선형 또는 2차식 등의 다항식을 사용할 수 있으며 다항식의 계수는 Least Square

\* 正 會 員 : 大 林 大 學 電 氣 工 學 科 教 授 · 工 博

\*\* 正 會 員 : 水 原 大 學 電 氣 工 學 科 教 授 · 工 博

† 교신저자, 正會員 : 水 原 大 學 電 氣 工 學 科 教 授 · 工 博

E-mail : ohsk@suwon.ac.kr

接受日字 : 2008年 8月 11日

最終完了 : 2008年 9月 11日

Estimator(LSE)를 사용하여 추정하고 계층적 공정경쟁 기반 유전자 알고리즘 (Hierarchical Fair Competition-based Genetic Algorithm:HFCGA)를 이용하여 최적화를 수행한다.

본 논문에서는 FCM기반 RBF Neural Network (FCM-RBFNN)의 학습 및 최적화에 대한 방법을 제안한다. 기존 FCM-FNN의 해석력을 향상시키기 위해, FCM으로부터 얻어진 정점을 후반부 다항식의 원형(prototype)으로 사용하고, Weighted Least Square Estimator(WLSE)를 사용하여 후반부 다항식의 계수를 추정하였다.

PSO 알고리즘은 새, 벌 등의 군집 생활을 하는 생물체들의 이동 모습과 그 원리를 모방한 최적화 알고리즘으로, 알고리즘의 간편성과 빠른 탐색능력의 장점으로 인하여 최적화에 많이 사용되어 지고 있다[5].

FCM-RBFNN의 학습은 FCM과 WLSE를 이용하여 학습하지만 모델 구축 시에 사용할 입력변수의 선택, 공간 분할(또는 퍼지규칙, 클러스터)의 수, 후반부 다항식의 차수 및 퍼지화 계수 등을 최적화함으로써 성능을 극대화 시킬 수 있다. 본 논문에서는 위와 같은 요소들을 PSO를 이용하여 최적화 한다.

2장에서는 FCM-RBFNN의 구조 및 학습에 대하여 설명한다. 3장에서는 PSO와 FCM-RBFNN의 최적화방법을 제시한다. 4장에서는 수학 함수의 모델링과 가스로 공정에 대한 시뮬레이션 결과를 보이고, 5장에서는 결론을 요약한다.

## 2. FCM 기반 RBF 뉴럴 네트워크의 구조 및 학습

### 2.1 FCM-RBFNN의 구조

Radial basis function neural networks (RBFNN)에서 은닉층 활성화함수: 일반적으로 가우시안 함수를 사용한다. 이때 가우시안 함수의 중심점 및 폭의 결정은 매우 중요하며, 학습이나 클러스터링 알고리즘을 이용하여 결정할 수 있다. RBFNN의 출력은 활성화함수의 값과 연결가중치의 선형결합으로 표현될 수 있으며, 이때 연결가중치는 Gradient decent 방법이나 LSE등을 사용하여 학습시킨다[9].

제안된 FCM RBFNN의 구조는 그림 1과 같다. 이 구조는 RBFNN의 변형 및 확장된 구조이며 전반부와 후반부로 구성되어있다. 전반부 멤버쉽함수는 가우시안, 타원형, 삼각형 함수등 특정 RBF 커널을 사용하지 않고 FCM에 의하여 퍼지공간 분할과 멤버쉽이 결정된다. 또한 후반부는 다항식 형태로 확장되었다.

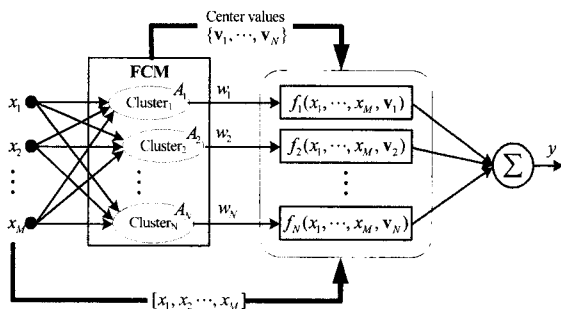


그림 1 FCM 기반 RBF 뉴럴 네트워크의 구조  
Fig. 1 Architecture of FCM based RBF Neural Networks

FCM-RBFNN은 FCM을 이용하여 입력공간을 분할하기 때문에 격자분할(Grid partition)에 기반한 퍼지모델에서 발생하는 다차원문제를 해결하고 빠른 학습을 수행할 수 있다.

또한 로컬모델을 의미하는 퍼지규칙의 후반부에 고차 다항식을 사용하여 적은 규칙을 가지고 정교한 모델을 구축할 수 있고, FCM으로부터 구해진 중심값을 후반부 고차 다항식의 원형(prototype)으로 사용함으로써 모델의 해석력을 향상시킬 수 있다는 장점이 있다.

FCM-RBFNN은 식(1)처럼 퍼지규칙으로 표현될 수 있으며 식(2)~(5)처럼 4가지 형태의 후반부 다항식을 고려한다. 여기서  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_l]$ ,  $l$ 은 입력변수의 수,  $R^j$ 는  $j$ 번째 퍼지규칙,  $j = 1, \dots, n$ ,  $n$ 는 퍼지규칙 수,  $f_j(\mathbf{x}, \mathbf{v}_j)$ 는  $j$ 번째 규칙에 대한 후반부로서  $j$ 번째 입력공간에 대한 로컬 모델이며,  $\mathbf{v}_j$ 는  $j$ 번째 규칙에 대한 중심점이며, FCM으로부터 얻어진다.

$$R^j: \text{IF } x_1, \dots, x_l \text{ is } A_j \text{ THEN } y_j = f_j(x_1, \dots, x_l, \mathbf{v}_j) \quad (1)$$

Type 1 : 간략식(상수항)

$$f_j(x_1, x_2, \dots, x_l, \mathbf{v}_j) = a_{j0} \quad (2)$$

Type 2 : 선형식

$$f_j(x_1, \dots, x_l, \mathbf{v}_j) = a_{j0} + a_{j1}(x_1 - v_{j1}) + \dots + a_{jl}(x_l - v_{jl}) \quad (3)$$

Type 3 : 2차식

$$\begin{aligned} f_j(x_1, \dots, x_l, \mathbf{v}_j) = & a_{j0} + a_{j1}(x_1 - v_{j1}) + \dots + a_{jl}(x_l - v_{jl}) \\ & + a_{j(M+1)}(x_1 - v_{j1})^2 + \dots + a_{j(2l)}(x_l - v_{jl})^2 \\ & + a_{j(2l+1)}(x_1 - v_{j1})(x_2 - v_{j2}) + \dots \\ & + a_{j(l+2)(l+1)/2}(x_{l-1} - v_{j(l-1)})(x_l - v_{jl}) \end{aligned} \quad (4)$$

Type 4 : 변형된 2차식

$$\begin{aligned} f_j(x_1, \dots, x_l, \mathbf{v}_j) = & a_{j0} + a_{j1}(x_1 - v_{j1}) + \dots + a_{jl}(x_l - v_{jl}) \\ & + a_{j(l+1)}(x_1 - v_{j1})(x_2 - v_{j2}) + \dots \\ & + a_{j(l+1)(l)/2}(x_{l-1} - v_{j(l-1)})(x_l - v_{jl}) \end{aligned} \quad (5)$$

FCM-RBFNN 모델은 출력은 식(6)처럼 구해진다.

$$\hat{y} = \sum_{j=1}^n w_j f_j(x_1, \dots, x_l, \mathbf{v}_j) \quad (6)$$

### 2.2 FCM-RBFNN의 학습

FCM-RBFNN은 전반부 학습과 후반부 학습이 순차적으로 수행된다. 전반부 학습은 FCM 알고리즘에 의하여 이루어지며, 후반부 학습은 WLSE에 의하여 이루어진다.

FCM은 초기 C-Means 클러스터링을 개선하여 퍼지집합 이론과 최소자승 에러 평가에 기반을 둔 알고리즘이다 [11-12].

FCM과 C-Means 클러스터링 알고리즘의 중요한 차이점은 C-Means 클러스터링 알고리즘에서 임의의 데이터는 소속정도는 0 또는 1값을 가지게 되며 단지 하나의 클러스터에 속하게 되지만 FCM 알고리즘에서 임의의 데이터는 0과 1 사이의 멤버쉽 값으로 특정 지어지는 소속정도를 가지고 여러 개의 클러스터에 속할 수 있다는 점이다. 그렇지만 FCM은 목적함수(비용함수)를 사용하며 데이터를 분할하는 동안에 비용함수가 최소가 되도록 분류한다.

소속 행렬  $U$ 는 0과 1사이의 값을 가질 수 있으며 주어진

데이터가 각 클러스터에 속하는 소속정도의 합은 식(7)처럼 1이 된다.

$$\sum_{i=1}^n u_{ij} = 1, \quad \forall j=1, \dots, m \quad (7)$$

여기서  $n$ 은 클러스터(퍼지규칙) 수,  $m$ 은 데이터의 수이다.

FCM에서의 비용함수는 식(8)처럼 일반화 된다.

$$J(U, v_1, \dots, v_m) = \sum_{i=1}^n J_i = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m u_{ij}^p d_{ij}^2 \quad (8)$$

여기서  $u_{ij}$ 는 0과 1사이의 값이며,  $v_j$ 는  $i$ 번째 클러스터의 중심값이다.  $p \in [1, \infty]$ 은 퍼지화 계수이다.

$d_{ij}$ 는  $i$ 번째 클러스터의 중심과  $j$ 번째 데이터 사이의 거리를 의미하며 식(9)처럼 정의되는 정규화된 유클리디안 거리를 사용한다.

$$d_{ij} = \|v_j - x_i\| = \sqrt{\sum_{l=1}^r \frac{v_{jl} - x_{il}}{\sigma_l^2}} \quad (9)$$

여기서  $r$ 은 입력공간의 차원,  $\sigma_l^2$ 은  $l$ 번째 변수의 분산이다.

정규화된 유클리디안 거리를 사용함으로써 큰 값을 갖는 입력변수가 작은 크기를 갖는 입력변수보다 클러스터의 중심을 결정하는데 많은 영향을 미치는 것을 방지할 수 있다.

식(8)의 비용함수가 최소가 되기 위한 필요조건은 식(9),(10)과 같다

$$v_j = \frac{\sum_{i=1}^n u_{ij}^p x_i}{\sum_{i=1}^n u_{ij}^p} \quad (10)$$

$$u_{ij} = \frac{1}{\sum_{k=1}^m \left( \frac{d_{ij}}{d_{kj}} \right)^{2/(p-1)}} \quad (11)$$

FCM은 식(10)과 식(11)을 더 이상 향상시키지 않을 때까지 반복적으로 처리한다. FCM은 다음의 단계를 사용하여 소속행렬  $U$ 와 클러스터 중심  $v_j$ 을 결정한다. 식(11)은 거리에 기반하여 소속정도를 계산하며 소속정도의 합이 1이 되도록 정규화 한다. 여기서 퍼지화 계수는 정규화 정도를 결정하는 역할을 하며  $p=2$ 인 경우에 선형적으로 정규화가 된다. FCM은 다음 단계로 수행된다.

[단계 1] 식(7)을 만족하며 0과 1사이의 랜덤 값을 갖는 소속행렬  $U$ 를 초기화한다.

[단계 2] 식(10)을 이용하여 클러스터 중심값,  $v_j$ 를 계산한다.

[단계 3] 식(8)의 비용함수를 계산한다. 만약 허용오차보다 적거나 더 이상 개선되지 않으면 중단한다.

[단계 4] 식(11)를 이용하여 새로운 소속행렬  $U$ 를 구하고 단계 2를 수행한다.

FCM 알고리즘으로부터 각 클러스터의 중심값  $v_j$ 가 결정되며, 식(1)에서 입력벡터  $x$ 에 대한 멤버십 값은 식(11)의 다른 표현인 식(12)로부터 구해진다.

$$\mu_{A_j}(x) = \omega_j = \frac{1}{\sum_{k=1}^m \left( \frac{\|x - v_j\|}{\|x - v_k\|} \right)^{\frac{2}{p-1}}} \quad (12)$$

여기서  $\mu_{A_j}(x)$ 는  $j$ 번째 규칙(클러스터)에 대한 소속값이며,  $p$ 는 퍼지화 계수이다. 멤버십 값은 클러스터의 중심으로부터 거리가 가까울수록 커지며 다른 클러스터의 중심에 영향을 받는다.

### 2.3 WLSE를 이용한 FCM-RBFNN의 후반부 학습

WLSE는 회귀다항식의 계수를 추정하는 알고리즘이며 LSE와 유사하다. LSE는 오차자승의 합이 최소가 되도록 계수를 추정하지만, WLSE는 오차제곱에 가중치가 곱해진다는 차이가 있다. 퍼지모델의 후반부 계수추정에 있어서 LSE는 후반부 다항식들의 계수를 일괄적으로 구하기 때문에 전역 모델의 학습을 수행하게 되며, 각 퍼지규칙에 대한 해석력이 사라지는 경향이 있다. 그렇지만 WLSE는 각 규칙의 후반부 다항식의 계수를 독립적으로 구하며 로컬학습을 수행한다. 즉, 분할된 입력공간에 적합한 로컬모델을 형성함으로써 각 로컬영역에 대한 해석력을 향상시킬 수 있다는 장점이 있다. 또한 이 방법은 컴퓨터의 계산부하를 줄일 수 있고, 각각의 로컬모델이 서로 다른 형태의 다항식으로 표현될 수 있다는 장점이 있다.

식(13)은 WLSE에서의 성능평가함수 이다.

$$J_L = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m w_{jk} (y_k - f_j(x_k))^2 \quad (13)$$

식(13)의 행렬형식에서의 표현은 식(14)와 같다.

$$J_L = \sum_{j=1}^n (Y - X_j a_j)^T W_j (Y - X_j a_j) \quad (14)$$

여기서,  $a_j$ 는 추정하고자 하는  $j$ 번째 다항식의 계수,  $Y$ 는 출력데이터,  $W_j$ 는  $j$ 번째 입력공간에 대한 입력 데이터들의 활성레벨(소속값)을 의미하며, 식(12)로부터 구해진다.  $X_j$ 는  $j$ 번째 로컬모델의 계수를 추정하기 위한 입력데이터 행렬을 의미하며 로컬모델이 선형일 경우 다음처럼 정의된다.

$$W_j = \begin{bmatrix} w_{j1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & w_{j2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & w_{jm} \end{bmatrix},$$

$$X_j = \begin{bmatrix} 1 & (x_{11} - v_{j1}) & \dots & (x_{1n} - v_{jn}) \\ 1 & (x_{12} - v_{j1}) & \dots & (x_{1n} - v_{jn}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & (x_{1m} - v_{j1}) & \dots & (x_{1n} - v_{jn}) \end{bmatrix}$$

여기서,  $m$ 은 데이터의 수이다.

$j$ 번째 규칙에 대한 로컬모델인 다항식의 계수는 식(15)에 의해서 구해진다.

$$a_j = (X_j^T W_j X_j)^{-1} X_j^T W_j Y \quad (15)$$

### 3. FCM-RBFNN의 최적화

FCM-RBFNN은 FCM과 WLSE에 의하여 학습되어 비교적 우수한 성능을 보이지만 구조와 파라미터의 동정에 관련

된 문제가 있다. 구조에 관련하여서는 퍼지규칙의 수 (FCM에서 클러스터의 수), 적절한 입력변수의 선택, 후반부 다항식의 차수의 결정이 있으며 파라미터에 관련하여서는 퍼지화 계수의 설정이 있다.

퍼지규칙의 수는 전반부 입력공간의 분할 수와 관련되며, 퍼지화 계수는 분할된 공간들의 overlapping되는 영역을 조절하는 역할을 한다. 후반부 다항식의 형태는 각 분할된 영역에 대한 로컬모델을 의미한다. 또한 적절한 입력변수를 선택함으로써 주어진 모든 입력변수를 사용하지 않고 시스템 모델링에 영향력 있는 변수만을 선정함으로써 다변수 시스템에서 모델을 더욱 간단하게 하고 성능을 향상시킬 수 있다. 본 논문에서는 FCM-RBFNN의 구조와 파라미터를 PSO알고리즘을 이용하여 최적화 하였다.

### 3.1 Particle Swarm Optimization

PSO 알고리즘은 새, 벌 등의 군집 생활을 하는 생물체들의 이동 모습과 그 원리를 모방한 최적화 알고리즘이다. 집단은 여러 개의 particle로 이루어져 있으며, 각각의 particle의 위치는 풀고자 하는 문제에 대한 가능한 각각의 해가 된다. 각각의 particle들은 매번 반복하여 자신의 위치, 즉 해를 변화시키게 되는데, 이 과정에서 모든 particle 위치 중에 가장 좋았던, 즉 적합도가 높았던 위치와 각 particle들의 위치변화 중 가장 적합도가 높았던 위치를 고려하여 위치를 변화시키면서 최적의 해를 찾아간다. PSO 알고리즘은 다음과 같다

[단계 1] 초기화

[단계 1-1]  $n$ 개의 particle을 탐색공간 내에서 랜덤하게 생성하여 초기 swarm을 형성한다.

[단계 1-2] 초기 particle의 속도를  $[-v_{jmax}, v_{jmax}]$  내에서 랜덤하게 생성한다.  $v_{jmax}$ 는 particle의  $j$ 번째 요소의 최대 이동속도를 의미한다.

[단계 1-3] 초기 swarm의 각 particle에 대하여 평가를 수행한다.

[단계 1-4] 초기 particle의 평가지수로부터 gbest와 pbest를 찾아 선정한다. pbest는 각 particle의 자취중 가장 우수한 값이면, gbest는 swarm내에서 가장 우수한 값이다.

[단계 2] 관성하중과 속도보정

[단계 2-1] 관성하중은 반복에 따른 이동속도를 조절하기 위한 값으로, 반복이 진행될수록 관성하중의 값이 작아지도록 식(16)을 이용하여 계산한다.

$$w(t) = w_{max} - \frac{(w_{max} - w_{min})}{\max \geq n} t \quad (16)$$

여기서  $t$ 는 반복수를 의미하며,  $w_{max}$ ,  $w_{min}$ 는 각각 관성하중의 최대값과 최소값이다. maxgen은 최대 반복횟수를 의미한다.

[단계 2-2] 식(17)을 이용하여 각 particle의 새로운 이동속도를 계산한다. 식(17)은 particle이 이동할 방향과 속도의 변화량을 결정하는 식이며 각 particle의 이동경로에서 가장 우수했던 위치인 pbest와 가장 우수한 particle의 위치인 gbest의 값 그리고 전 반복에서의 속도의 새 항목으로 계산된다.

$$v_{jk}(t+1) = w(t) \cdot v_{jk}(t) + c_1 \cdot r_1 \cdot (pbest_{jk}(t) - x_{jk}(t)) + c_2 \cdot r_2 \cdot (gbest_k(t) - x_{jk}(t)) \quad (17)$$

여기서  $v_{jk}(t)$ 는  $t$ 번째 반복에서  $k$ 번째 particle의  $j$ 번째 요소에 대한 속도를 의미하며,  $c_1, c_2$ 는 임의의 상수,  $r_1, r_2$ 은 0~1사이의 랜덤한 값이다.  $x_{jk}$ 는  $k$ 번째 particle의  $j$ 번째 요소의 값이다.

[단계 3] 식(18)을 이용하여 각 particle의 새로운 위치를 결정한다.

$$x_{jk}(t+1) = v_{jk}(t+1) + x_{jk}(t) \quad (18)$$

[단계 4] 새로 생성된 particle을 평가하고 pbest와 gbest를 갱신하고, 단계2-4를 종료조건이 만족할 때 까지 반복적으로 수행한다. 종료 후 최종적으로 생성된 gbest는 최적의 위치정보를 갖게 되며, 찾otta 하는 최적값이 된다.

### 3.2 PSO에서 particle의 구성 및 해석

FCM-RBFNN의 구조와 파라미터에 관련하여 모델구축에 사용할 입력변수, 퍼지규칙의 수, 로컬모델인 후반부 다항식의 차수와 퍼지화 계수에 관련된 정보를 포함하도록 5개의 요소로 구성된 particle을 구성한다.

그림 2는 particle의 구성과 해석 예를 도시한다. 입력변수에 관련된 particle의 요소는 모델구축을 위해 주어진 입력변수의 수만큼 설정한다. 예 1은 주어진 입력변수가 6개인 경우이다. PSO알고리즘에서 particle의 값들은 실수값으로 표현되지만, FCM-RBFNN의 구조에 관련된 정보는 정수값이어야 하기 때문에 해석할 때 구조에 관련된 정보는 반올림하여 사용한다. 예 1의 해석을 보면, 사용할 입력변수의 수가 2개이며, 입력변수부분에서 앞에서부터 순서대로 2개, 즉 1, 6번 입력변수를 사용하고, 퍼지규칙의 수는 5개, 후반부 다항식 차수는 선형, 퍼지화 계수는 2.97인 모델을 의미하며, PSO의 평가 시에 이 구조와 파라미터에 대하여, FCM과 WLSE를 이용하여 모델의 성능을 평가한다.

입력 변수	입력 변수	...	입력 변수	사용할 입력 변수의 수	퍼지 규칙 수	후반부 다항식 차수	퍼지화 계수
-------	-------	-----	-------	--------------	---------	------------	--------

예 1

1.3	6.1	2.3	5.4	3.3	4.2	1.92	4.65	2.12	2.97
-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------	------	------

선택된 입력변수 : 1, 6번째 2개의 입력변수  
 퍼지 규칙 수 : 5개  
 후반부 다항식 차수 : Type 2 (선형)  
 퍼지화 계수 : 2.97

그림 2 PSO에서 particle의 구성 및 해석  
 Fig. 2 Composition of particle and interpretation

## 4. 실험 및 고찰

FCM-RBFNN 모델의 성능분석을 위하여 2차원 함수의 모델링 예제와 가스로 데이터에 적용하였다. 시뮬레이션은 Matlab 기반에서 수행하였다. FCM-RBFNN 모델의 최적화에 사용된 PSO에 관련한 파라미터는 표 1에 상세하게 설명하였다. 제안된 모델과 성능비교를 위해 MARS, NN, 그리고 RBFNN에 대한 시뮬레이션 결과와 문헌에서 제시된 값

들을 비교를 수행하였다. MARS는 Matlab 기반 언어로 구현된 Entool을 사용하였으며, NN과 RBFNN은 C++기반에서 시뮬레이션을 수행하였다.

표 1 PSO에서 파라미터의 요약

Table 1 Summary of the parameters of PSO

PSO관련 파라미터	
세대 수 (maxgen)	150
Swarm 크기 (particle의 수)	30
$[w_{max}, w_{min}]$	[0.4, 0.9]
$c_1, c_2$	2.0
$v_{jmax}$	탐색범위의 20%
탐색 범위	
선택할 입력변수 수	실험 4.1 경우 : 2 실험 4.2 경우 : 2 ~ 4
퍼지규칙 수	2 ~ 10
후반부 다항식 차수	Type 1 ~ Type 4
퍼지화 계수(p)	1.01 ~ 5.0

성능지수는 문헌에서 제시된 성능과 비교를 위하여 실험 4.1의 2차원 함수 근사화 문제에 대하여 Normalized root mean square error(NRMSE), 실험 4.2의 가스르메이터에 대하여 mean square error(MSE)를 사용하였다.

$$NRMSE = \sqrt{\frac{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sigma_y^2}} \quad (19)$$

$$MSE = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (20)$$

4.1 2차원 함수 근사화

FCM-RBFNN의 성능 및 특성 분석위해 함수 근사화 및 해석력 분석에 많이 잘 알려진 2차원 함수에 적용하였다 [21].

$$y = \sin(x_1 x_2), \quad -2 \leq x_1, x_2 \leq 2 \quad (21)$$

모델링을 위하여 식(21)의 함수로부터 학습과 테스트 데이터를 랜덤하게 각각 400개씩 추출하였다. 그림 3은 식(21)의 함수와 추출된 학습데이터를 도식화 한 것이다.

적용된 수함수는 2차원이기 때문에 사용할 입력변수는  $x_1, x_2$ 의 2개를 전부 사용하였다. FCM-RBFNN의 최적화를 2가지 경우에 대하여 수행하였다. 첫 번째 경우는 퍼지 규칙의 수를 특정 개수로 고정시키고 퍼지화 계수와 후반부 다항식의 차수를 최적화 시킨 경우(Case I)이고, 두 번째는 퍼지규칙, 후반부 다항식 차수, 그리고 퍼지화 계수를 동시에 최적화 하는 경우(Case II)이다. 표 2는 Case I에서 퍼지규칙 고정시켰을 경우 후반부 다항식차수, 퍼지화 계수와 학습 데이터에 대한 성능 지수(PI)와 테스트 데이터에 대한 성능 지수(EPI)를 보인다. 일반적으로 함수 근사화 문제에서는 규칙수가 증가 할수록 성능이 우수해 지며, Case II에서 규칙수를 탐색범위 2 ~ 10로 했을 경우에 Case I에서 퍼지규칙수가 10개인 경우와 같은 파라미터를 찾았다. 실제적으로 퍼지규칙의 수를 증가 할수록 성능은 좋아지게 되지만 문헌

과의 비교를 위하여 퍼지규칙의 수를 10개로 제한하였다.

그림 4는 퍼지 규칙의 수가 4, 6, 8 그리고 10인 경우에 FCM에 의한 공간분할 및 멤버쉽 값과, FCM-RBFNN 모델의 출력 보인다. 퍼지 규칙의 수가 증가할수록 성능이 좋아지며 실제함수(그림 3)와 비슷해짐을 확인 할 수 있다.

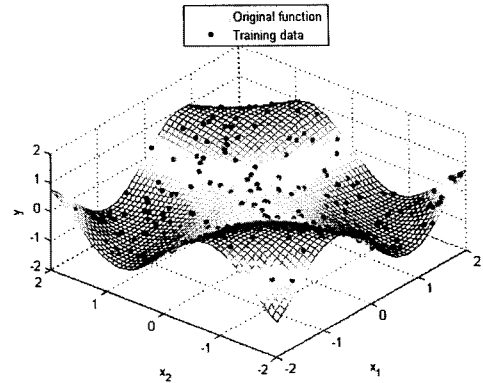
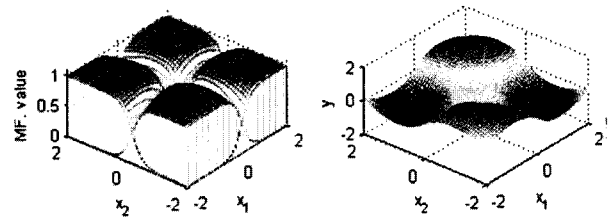


그림 3 함수와 학습 데이터

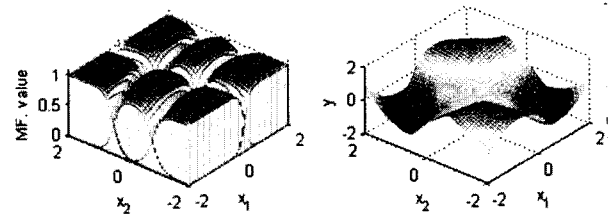
Fig. 3 Function and training data

표 2 퍼지규칙의 수에 따른 최적화된 파라미터와 성능지수  
Table 2 Optimal parameter and Performance index according to the number of the fuzzy rule

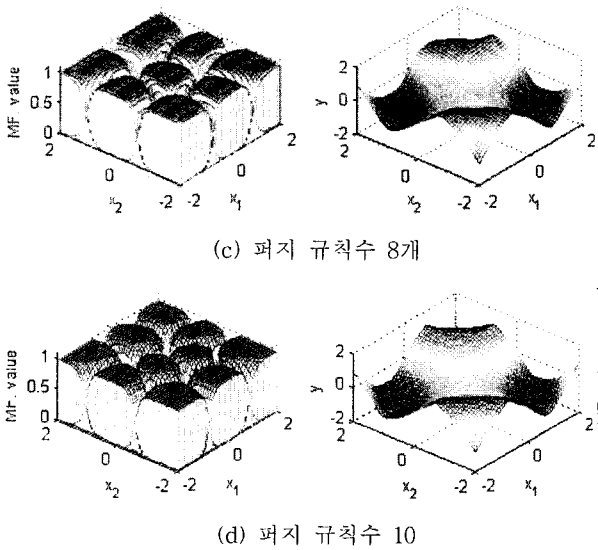
퍼지 규칙수	후반부 다항식	퍼지화 계수	PI (NRMSE)	EPI (NRMSE)
4	Quadratic	1.3295	0.23381	0.27307
6	Quadratic	1.2495	0.11714	0.14124
8	Quadratic	1.2809	0.07483	0.09203
9	Quadratic	1.2594	0.05768	0.07374
10	Quadratic	1.2736	0.04783	0.06414



(a) 퍼지 규칙수 4개



(b) 퍼지 규칙수 6개



(c) 퍼지 규칙수 8개

(d) 퍼지 규칙수 10

그림 4 FCM에 의한 공간 분할 과 모델 출력  
Fig. 4 Space division through FCM and model output

표 3은 다른 모델과 문헌에서 제시된 성능지수의 비교를 보인다. 문헌에서 제시된 성능과 비교를 위하여 NN와 RBFNN에 대하여 은닉층 노드의 수가 4개와 9개인 경우에 대한 시뮬레이션 결과를 보인다. NN과 RBFNN에서 Back propagation (BP) 알고리즘을 사용하여 학습하였으며 이때 학습률과 모멘텀 계수는 각각 0.01, 0.001을 사용하였고 학습 횟수는 5000번을 사용하였다. 또한 RBFNN에서 RBF는 가우시안 형태를 사용하였으며 FCM을 이용하여 RBF의 중심과 폭을 결정하였다. 제안된 모델은 같은 수의 규칙에서 다른 모델들보다 성능이 우수함을 알 수 있다.

표 3 다른 모델과의 성능비교 (성능지수 : NRMSE)  
Table 3 Comparison of identification error with other models (Performance Index : NRMSE)

모델	규칙 수	PI	EPI
MARS		0.189	0.229
Neural Networks (NN)	4	0.468	0.598
	9	0.410	0.553
RBFNN	4	0.349	0.413
	9	0.422	0.493
Fuzzy model[21]	4	0.755	0.698
	9	0.634	0.590
Taylor series-based	4	0.108	0.113
fuzzy model [14]	9	0.073	0.082
Our model	4	0.233	0.274
	9	0.058	0.074
	10	0.048	0.064

4.2 가스로 데이터

제안된 최적화 FCM-RBFNN 모델링방법을 Box와 Jenkins가 사용한 가스로 시계열 데이터를 이용하여, 입출력

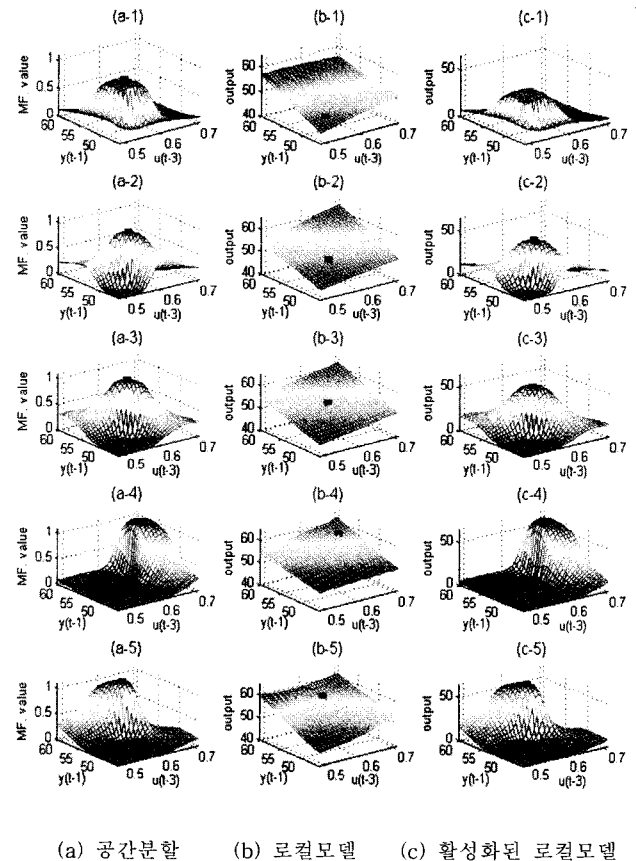
데이터인 가스 흐름율과 연소된 이산화탄소 농도의 가스로 공정에 적용한다.  $u(t)$ 와  $y(t)$ 의 296쌍의 입출력 데이터로부터  $u(t-3)$ ,  $u(t-2)$ ,  $u(t-1)$ ,  $y(t-3)$ ,  $y(t-2)$ ,  $y(t-1)$ 의 6개의 입력변수와 한 개의 출력변수  $y(t)$ 를 설정하고 학습 데이터로 145개 테스트 데이터로 145개의 데이터 쌍을 사용한다.

FCM-RBFNN의 구조와 파라미터의 탐색범위는, 사용할 입력변수는 2 ~ 4, 퍼지규칙 수는 2 ~ 10, 후반부 다항식의 차수는 Type 1 ~ Type 4, 그리고 퍼지화 계수는 1.01 ~ 5 범위에서 최적화를 수행하였다.

PSO를 사용하여 구해진 최적화 결과는 입력변수는  $u(t-3)$ ,  $y(t-1)$ , 퍼지규칙 수는 5개, 후반부 다항식은 2차식 (Quadratic) 그리고 퍼지화 계수( $p$ )는 1.3908이다. 이때 학습 데이터에 대한 성능(PI)은 0.0172, 테스트 데이터에 대한 성능(EPI)은 0.2997이다.

그림 5는 최적의 FCM-RBFNN의 로컬영역에 대한 분석 결과를 보인다. (a)는 FCM에 의하여 얻어지는 분할된 5개의 공간에 대한 멤버십 값과 중심값을 보이며, (b)는 WLSE에 의하여 구해진 각 공간에 대한 후반부 로컬모델이며, (c)는 멤버십 값과 로컬모델을 곱한 값인 활성화된 로컬모델의 출력을 함함으로써 구해진다.

그림 6은 FCM-RBFNN의 출력을 보인다. (a)는 그림 5(c)의 활성화된 모델과 학습데이터를 보이며, (b)는 활성화된 로컬 모델들의 합에 의하여 구해진 전체 입력공간에서의 모델출력과 학습데이터를 보인다.



(a) 공간분할 (b) 로컬모델 (c) 활성화된 로컬모델

그림 5 최적화된 FCM-RBFNN 모델의 해석  
Fig. 5 Interpretation of optimized FCM-RBFNN

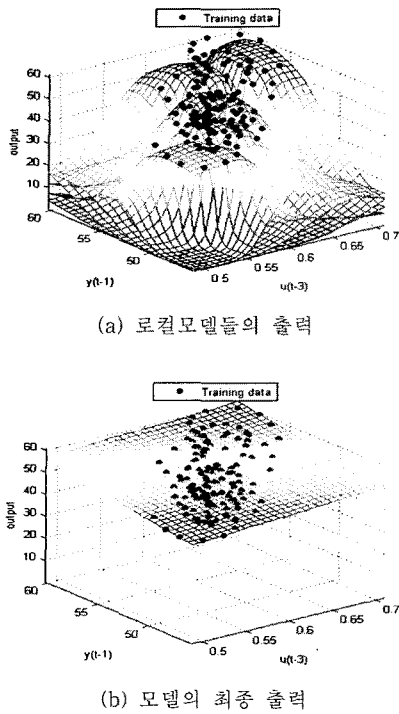


그림 6 최적화된 FCM-RBFNN 모델의 출력  
Fig. 6 Optimized output of FCM-RBFNN

그림 7은 학습 데이터와 테스트 데이터에 대하여 실제 출력과 모델 출력의 비교를 보인다. 학습데이터에 대하여서는 실제 데이터와 모델 출력이 거의 일치하지만 테스트 데이터에 대하여서는 약간의 오차가 존재한다. 이는 가스로 데이터가 학습데이터와 테스트 데이터의 분포가 다르기 때문이며 다른 모델에서도 일반적으로 테스트 데이터에 대한 오차가 비교적 크게 나타난다.

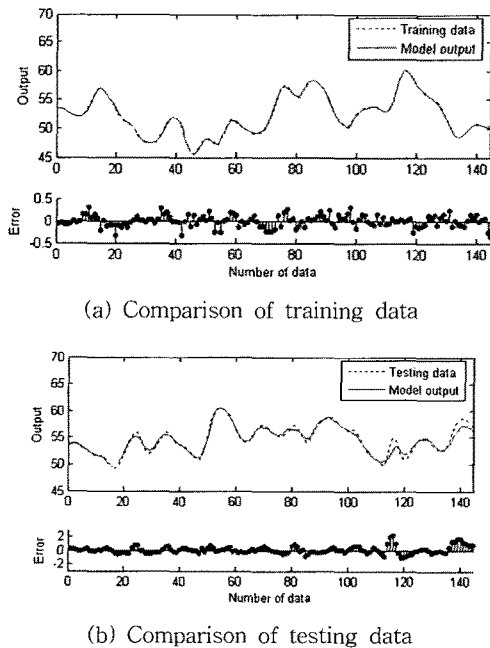


그림 7 실제 출력과 모델 출력의 비교  
Fig. 7 Comparison of actual output and model output

표 4 다른 모델과의 성능비교 (성능지수 : MSE)

Table 4 Comparison of identification error with other models (Performance Index : MSE)

모델	규칙 수	PIt	PI	EPI
MARS			0.019	0.316
Neural networks	15 node		0.018	0.411
RBFNN	15 node		0.015	0.313
Tong's model [18]	19	0.469		
Pedrycz's model [16]	20	0.776		
Xu's model [20]	25	0.328		
Sugeno's model [17]	6	0.355		
Oh's model [4]	6		0.021	0.364
George's model [19]	7		0.022	0.236
Our Model	5		0.017	0.299

표 4는 제안된 모델과 다른 모델과의 성능비교를 보인다. PI는 모든 데이터를 학습에 사용했을 때 성능지수이고, PI는 학습데이터에 대한 성능지수이며, EPI는 테스트 데이터에 대한 성능지수다. Multivariate adaptive regression splines (MARS)는 Entool 툴을 사용한 시뮬레이션 결과이다. NN은 은닉층에 15개 노드를 사용하고 BP를 사용하여 학습 하였을 경우 제안된 모델과 비슷한 PI를 얻을 수 있었지만, 노드수가 증가할수록 EPI가 커지는 경향이 있다. RBFNN은 은닉층에 가우시안 형태의 15개의 RBF 함수를 사용하였고, C-Means clustering을 이용하여 구해진 중심값을 15개의 RBF 함수의 중심으로 사용하였고, BP를 사용하여 학습을 하였다. 또한 문헌에서 제시된 모델들과의 성능비교를 할 때, 제안된 모델은 5개의 규칙만으로도 다른 모델보다 우수한 성능을 보임을 알 수 있다.

### 5. 결론

본 논문에서는 FCM-RBFNN구조와 학습방법을 제안하였다. 이 구조는 RBFNN의 변형 및 확장된 구조로, 전반부에 FCM을 사용하고 로컬모델인 후반부는 다양한 형태의 다항식으로 구성될 수 있다. FCM은 퍼지공간을 분할하며 멤버쉽 함수를 결정하고 WLSE를 사용하여 후반부 다항식의 계수를 추정함으로써 로컬모델의 해석력을 향상시켰다. 또한 PSO 알고리즘을 사용하여 모델 구축에 사용할 의미 있는 최적의 입력변수를 선택하고, 퍼지공간의 수, 후반부 다항식 차수 그리고 멤버쉽 함수의 형태를 결정하는 퍼지화 계수를 최적화 한다. 제안된 FCM-RBFNN은 FCM을 사용하여 입력 공간 분할과 멤버쉽 값을 결정하기 때문에 복잡한 다변수 시스템의 모델링에 적합하고 입력 데이터의 분포에 따라 멤버쉽 함수가 변하기 때문에 데이터의 특성을 모델에 능동적으로 반영할 수 있으며, 로컬모델의 추정을 위하여 WLSE를 사용함으로써 로컬모델의 해석력을 향상시켰다. 또한 모델 구축 시 사용할 입력변수의 선택, 퍼지규칙의 수, 후반부 다항식의 차수 및 퍼지화 계수 등을 PSO 알고리즘을 사용하여 최적화함으로써 FCM-RBFNN의 근사화 능력 및 예측 능력을 극대화 시킬 수 있다. 제안된 모델은 가스로 공정에

적용하여 분석을 수행하였으며 타당성 및 우수성을 입증하였다.

**감사의 글**

2008년도 한국전자통신연구원의 재원으로 지원을 받아 수행된 연구임 (과제번호:2008-35MIC), 그리고 이 논문은 2007년도 교육인적자원부의 재원으로 학술진흥재단의 부분지원을 받아 수행된 연구임 (KRF 2007 313-D00710).

**참 고 문 헌**

[1] T. Tagaki and M. sugeno, "Fuzzy identification of system and its applications to modeling and control", IEEE Trans. Syst. Cybern., Vol. SMC-15, No. 1, pp. 116-132, 1985

[2] W. Pedryca and G. Vukovich, "Granular neural networks," Neurocomputing, Vol. 36, pp. 205-224, 2001.

[3] P. R. Krishnaiah and L. N. Kanal, editors. Classification, pattern recognition, and reduction of dimensionality, Vol. 2 of Handbook of Statistics. North-Holland, Amsterdam, 1982.

[4] S. K. Oh and W. Pedrycz, "Identification of Fuzzy Systems by means of an Auto-Tuning Algorithm and Its Application to Nonlinear Systems," Fuzzy Sets and Syst., Vol. 115, No. 2, pp. 205-230, 2000.

[5] J. Kennedy and R. Eberhart, "Particle Swarm Optimization", Proc. of IEEE International Conference on Neural Networks, Vol. 4, pp.1942-1948, Perth, Australia, 1995.

[6] L. X. Wang, J. M. Mendel, "Generating fuzzy rules from numerical data with applications," IEEE Trans. Systems, Man, Cybern., Vol. 22, No. 6, pp. 1414-1427, 1992.

[7] J. S. R. Jang, "ANFIS: Adaptive-Network Based Fuzzy Inference System," IEEE Trans. System, Man, and Cybern., Vol. 23, No. 3, pp. 665-685, 1993.

[8] L. P. Maguire, B. Roche, T. M. McGinnity, L. J. McDaid, "Predicting a chaotic time series using a fuzzy neural network," Information Sciences, Vol. 112, pp. 125-136, 1998.

[9] A. Staiano, J. Tagliaferri, W. Pedrycz, "Improving RBF networks performance in regression tasks by means of a supervised fuzzy clustering" Automatic structure and parameter," Neurocomputing, Vol. 69, pp. 1570-1581, 2006

[10] F. Behloul, R.P.F. Lelieveldt, A. Boudraa, J.H.C. Reiber, "Optimal design of radial basis function neural networks for fuzzy-rule extraction in high dimensional data", Pattern Recognition Vol. 35, pp. 659-675, 2002

[11] J.C. Bezdek, "Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms," Plenum, New York, 1981

[12] J.C. Bezdek, J. Keller, R.Krisnapuram, N.R. Pal, "Fuzzy Models and Algorithms for Pattern Recognition and Image Processing," Kluwer Academic Publisher, Dordrecht, 1999

[13] P.P. Rui, D. Antonio, "Interpretability and learning in neuro-fuzzy systems," Fuzzy Sets and Systems. Vol. 147, pp-17-38, 2004

[14] L.J. Herrera, H.Pomares, I.Rojas, "TaSe, a Taylor series-based fuzzy system model that combines interperability and accuracy," Fuzzy Set and systems. Vol. 153, pp. 403-427, 2005

[15] J.N. Choi, S.K. Oh, H.K. Kim, "Genetic Optimization of Fuzzy C-Means Clustering-based Fuzzy Neural Networks", Trans. KIEE. Vol. 57, No.3, Mar, pp. 466-472, 2008

[16] W. Pedrycz, An identification algorithm in fuzzy relational system, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 13, No. 2, pp. 153-167, 1984

[17] M. Sugeno, T. Yasukawa, Linguistic modeling based on numerical data, in: IFSA'91 Brussels, Computer, Management & System Science, pp. 264 - 67, 1991

[18] R.M. Tong, The evaluation of fuzzy models derived from experimental data, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 4, No. 1, pp. 1-12, 1980

[19] G.E. Tsekouras, On the use of the weighted fuzzy C-Means in fuzzy modeling, Adv. Eng. Software, Vol. 36, pp. 287-300, 2005

[20] C.W. Xu, Y. Zailu, Fuzzy model identification self-learning for dynamic system, IEEE Trans. System Man Cybernet. Vol. 17, No. 4, pp. 683-689, 1987

[21] H.Pomares, Ignacio, J. Ortega, J. Gonzalez, A. Prieto, "A Systematic Approach to a Self-Generating Fuzzy Rule-Table for Function Approximation," IEEE Transaction on systems, man, and cybernetics, Vol. 30, No. 3, pp. 431-447, 2000

**저 자 소 개**



**최 정 내 (崔正乃)**

1997년 : 원광대 제어계측과 졸업. 1999년 : 동 대학원 제어계측과 졸업(공학석사). 2004년 : 동 대학원 전기공학과 졸업(공학박사). 2006년~2007 : 수원대학교 전기공학과 Post-Doc. 2008년~현재 : 대림대학 전기과 전임강사. 관심분야 : PID 제어, 지능 제어, 최적화 기법, 퍼지이론, 신경망 이론 등.

Tel : (031) 467-4667

E-mail : jnchoi@daclim.ac.kr





**김 현 기 (金 賢 起)**

1977년 : 연세대학교 전기공학과 졸업.  
1985년 : 동 대학원 전기공학과 졸업(공학석사). 1991년 : 동 대학원 졸업(공학박사). 1997년~현재 : 경기지역 산학연 기술지원단 단장. 1998년~현재 : 산업기술 정책연구소 심의위원. 2000년~현재 : 사단법인 산학연 컨소시엄 전국협의회 회장. 1989년~현재 : 수원대학교 전기공학과 교수. 관심분야 : 시스템자동화 및 감시제어, 지능형모델링 및 제어 등.

Tel : (031) 220-2300

E-mail : hkkim@suwon.ac.kr



**오 성 권 (吳 聖 權)**

1981년 : 연세대학교 전기공학과 졸업.  
1983년 : 동 대학원 전기공학과 졸업(공학석사). 1983~1989년 : 금성산전연구소(선임연구원). 1993년 : 연세대 대학원 전기공학과 졸업(공학박사). 1996~1997년 : 캐나다 Manitoba대학 전기 및 컴퓨터공학과 Post-Doc. 1993~2005년 : 원광대 전기전자 및 정보공학부 교수 2005년~현재 : 수원대 전기공학과 교수. 2002년~현재 : 대한전기학회, 퍼지및지능시스템학회 및 제어자동화시스템 공학회 편집위원. 관심분야 : 시스템 자동화, 퍼지이론, 신경회로망 응용 및 제어, 컴퓨터 지능 등.

Tel (031) 229-8162

E-mail : ohsk@suwon.ac.kr