

# 망목특성을 갖는 제품의 공차 설계에서 제한된 생산 용량의 효과 분석

최익준\* · 홍성훈\*\*

\*전북대학교 산업정보시스템공학과, 공업기술연구센터

## Effects of Limited Capacity on Tolerance Design for Products With N-Type Quality Characteristics

Ik Jun Choi\* · Sung Hoon Hong\*\*

\*Department of Industrial & Information Systems Engineering,  
Research Center of Industrial Technology, Chonbuk National University

Key Words : Limited Capacity, N-type Quality Characteristics, Profit Models, Tolerance Design

### Abstract

Tolerance design has been identified as an important research area and a number of models have been proposed in the literature. This paper investigates the effect of limited capacity on tolerance design for products with nominal-the-best type (N-type) quality characteristics. The model is developed under the assumption that the reprocessed and nonreprocessed items are produced by the same manufacturing process and therefore their quality characteristics are identically and independently distributed. Profit models are constructed which involve four price/cost components; selling price, cost incurred by imperfect quality, reprocessing and quality inspection costs. Methods of finding the optimal tolerance limits are presented, and a numerical example is given. Sensitivity analyses are also performed to study the effect of a process standard deviation on this model.

## 1. 서 론

치열한 무한 경쟁 시대에서 기업의 성패를 좌우하는 중요한 요소 중 하나로 품질을 꼽을 수 있다. 기업들은 고객의 기대치에 가까운 균질의 제품을 생산하기 위한 방안을 다각도로 연구하고 있다. 하지만, 충분히 잘 설계된 후 관리되는 공정이라 할지라도 완전히 균일한 품질의 제품을 생산하기란 현실적으로 불가능하다. 따라서 제품의 출하 전에 품질검사를 하게 되는데, 과거에는 전체 제품 중 일부만을 검사하는 샘플링 검사를 많이 활용하였다. 그러나 최근 들어서는 완벽한 품질 보증을 위해 전수검사가 널리 활용되는 추세에 있다. 특히 생산 공정이 자동화되면서, 품질검사에 있어서도 자동화된 검사시스템을 활용한 전수검사가 도입되고 있

다. 예를 들어 전자산업에서는 레이저, 초음파 검사, 컴퓨터 비전, 패턴인식기법 등을 활용한 자동화된 검사기계가 많이 개발되었다. 이러한 기계의 활용은 짧은 시간에 많은 양의 제품을 검사할 수 있고, 또한 항상 일관되고 정밀한 측정결과를 얻는 것을 가능하게 해주었다.

따라서 학계에서도 전수검사에 관한 많은 연구 결과가 발표되고 있다. 연구 논문의 대부분은 제품의 합격/불합격 여부를 합리적으로 판정하기 위한 규격인 공차를 설정하는 것이다; 예를 들어, Tang(1988), Hui(1990), Duffuaa and Al-Najjar(1995), Ng and Hui(1996), Hong and Elsayed(1998), Jeang(1999), Maghsoodloo and Li(2000), Moskowitz and Duffy(2001), Cho and Govindaluri(2002), Plante(2002), Govindaluri et al.(2004), 참조. 전수검사에 대해서는 2005년 이후에도 꾸준히 논문들이 발표되고 있는데,

Hong et al.(2006)은 품질특성에 대한 규격하한이 존재하는 경우 공정평균과 규격한계선을 동시에 구하는 문제를 다루었고, Hong and Cho(2007)는 제품의 품질 특성을 여러 등급으로 구분하는 경우에 공정평균과 등급 판정 기준을 동시에 구하는 문제를 고려하였다.

일반적으로 공차를 만족시키지 못하는 불합격 제품들은 그 특성에 따라 재작업, 폐기처분, 할인판매 등 다양한 방법으로 처리할 수 있다. 이제까지의 연구들은 대부분 폐기처분, 할인판매의 경우를 고려하여, 불합격 제품들은 모두 일정한 양의 고정된 비용이 발생한다는 가정을 하였다. 이 경우 공차 설계를 위한 이익함수 모형이 매우 간단해지며, 최적 해를 구하는 절차 역시 크게 어렵지 않다. 하지만 많은 공정의 경우 불합격 제품을 최초 작업과 동일 프로세스에 의해 재가공한다. 이 경우 재가공 제품 역시 최초 작업에 의해 생산된 것과 마찬가지로 품질 특성에 변동이 있게 된다. 이러한 공정의 예로서 휴대폰의 부품 중 하나인 듀플렉서 도금 공정을 생각할 수 있다. 듀플렉서는 휴대폰에서 통화음의 수신 및 송신 기능을 수행하는 핵심부품으로, 성형, 소성 및 도금 공정을 거쳐 완성품이 되는 데, 전기적 특성 중 하나인 주파수가 중요한 품질특성이다. 따라서 전기적 특성을 만족시키지 못하는 소체에 대해서는 도금액을 벗겨 내고 재 도금을 한다. 물론 도금액을 벗겨 내는 과정에서 화학 처리를 하게 되는 데, 화학 처리의 목적은 소체를 도금 전 상태로 만드는 것이다. 이와 같은 상황에서 재가공된 소체의 품질특성은 최초 작업에 의해 생산된 소체의 품질특성과 동일한 확률분포를 갖게 됨은 물론이다. 생산 현장에서는 이와 같이 재작업이 이루어지는 제품들이 다수 있는 데, 이러한 유형의 프로세스에 대해 최적공정평균을 결정하는 문제는 Golhar (1987) 이후, Golhar and Pollock(1988), Schmidt and Pfeifer(1991), Lee and Kim (1994), Hong and Elsayed(1999) Misiolek and Barnett(2000) 등에 의해 연구가 진행된 바 있다. 본 논문에서는 이러한 특성을 갖는 프로세스에서 망목특성의 제품에 대한 최적 공차를 설정하고자 한다.

특히 본 논문에서는 프로세스의 생산 용량을 고려해, 충분치 못한 생산 용량이 제품의 공차 설정에 어떠한 영향을 미치는 가를 알아보고자 한다. 만일 생산 용량에 별 다른 제약이 없다면 불합격 제품에 대해서는 무한정 재가공할 수 있다. 이 경우 공차에 대한 최적 해를 구하기 위한 기준은 생산된 단위 제품 당 기대 이익(expected profit per unit product; EPUP)을 최대화

하면 된다. 하지만 생산 용량에 대한 제약이 있는 경우에는, 재가공으로 인해 다른 제품을 생산할 수 없게 된다. 따라서 그 만큼의 기회비용이 발생하게 된다. 이 경우 최적 해를 구하기 위한 기준으로 EPUP가 아닌 생산 시도 당 기대 이익(expected profit per production-attempt; EPPA)을 최대화해야 한다. 왜냐하면 불합격 제품을 재가공한다는 것은 다른 제품을 생산할 기회를 없애는 결과를 주기 때문이다. 따라서 생산 시도 당 이익을 고려해야 한다.

본 논문의 2절에서는 단위 제품 당 이익함수를 도출하고, 이를 최적화 할 것이다. 3절에서는 생산 시도 당 이익함수 및 최적 해를 구하고, 이를 2절의 결과와 비교해 생산 용량의 제약 조건이 공차의 최적 해에 미치는 영향을 파악하고자 한다. 또한 비용함수의 추정이 잘못된 경우, 그리고 공정표준편차의 영향 등 다양한 수리적인 분석도 수행 할 것이다.

## 2. 모형 1: 생산용량에 제약이 없는 경우

일반적으로 고객 입장에서 볼 때 제품의 품질특성에는 바람직한 수준이 있다. 예를 들어 시계는 오차가 0일 때 이상적이고, 정상보다 빠르거나 느리면 고객의 불만도 그에 따라 커지게 된다. 품질특성의 바람직한 수준을 목표 값이라 부르는데, 품질특성이 목표 값에 근접할수록 고객의 만족도는 높아진다. 만일 목표 값과 큰 차이가 있는 불량 제품이 고객에게 판매된다면, 불량품의 회수 및 교환비용, 클레임 처리 비용 등은 물론이고 궁극적으로는 고객의 구매 의욕 상실로 인해 해당 기업은 큰 손실을 감수해야 한다. 검사 대상이 되는 제품의 품질특성을  $Y$ 라 하고, 이 특성의 목표 값을  $\tau$ 라 정의하자. 본 논문에서는 품질손실함수의 형태로 이차손실함수인  $a(y-\tau)^2$ 을 활용한다. 여기서  $a$ 는 양의 상수이며,  $y$ 는 품질특성  $Y$ 의 측정값이다. 이 손실함수는 다구짜가 처음으로 제안한 함수로서 경험적으로 볼 때 품질특성의 변동에 따른 손실을 표현하는 데 적절한 것으로 인식되고 있다.

이제 이익함수모형을 구성해 보자. 품질특성  $Y$ 의 측정 결과  $\tau-\delta \leq y \leq \tau+\delta$ 인 제품은 합격 처리하고, 단위 제품 당  $A$ 의 가격에 판매한다. 여기서  $\delta$ 는 양의 값을 갖게 되는데, 품질특성의 공차한계선을 정의해 주는 변수로 본 논문의 결정변수가 된다. 만일 품질특성이 규격을 만족시키지 못한다면, 이 제품은 불합격 처리하고 재가공한다. 재가공 시 재가공품의 품질특성은 작업

조건에 따라 변하게 되는데, 본 논문에서는 재가공품도 최초 작업 제품과 동일한 프로세스를 거쳐 가공한다고 가정한다. 이 경우 재가공품의 품질특성과 최초 작업에 의한 제품의 품질특성은 동일한 확률분포를 따르게 된다. 불합격된 제품의 세척 및 처리 비용을  $c$ , 단위 제품 당 재가공비용을  $r$ , 품질검사비용을  $s_y$ 라 정의하면, 단위 제품 당 이익함수(profit per unit product: PUP)는 다음과 같이 된다.

$$PUP = \begin{cases} A - a(y - \tau)^2 - s_y, & \tau - \delta \leq y \leq \tau + \delta, \\ EPUP - c - r - s_y, & y < \tau - \delta \text{ 또는 } y > \tau + \delta, \end{cases} \quad (1)$$

식 (1)로부터 단위 제품 당 기대 이익 EPUP를 구하면

$$EPUP = \int_{\tau - \delta}^{\tau + \delta} \{A - a(y - \tau)^2 - s_y\} f(y) dy + (EPUP - c - r - s_y) \left\{ 1 - \int_{\tau - \delta}^{\tau + \delta} f(y) dy \right\} \quad (2)$$

이 된다. 단, 식 (2)에서  $f(y)$ 는 품질특성  $Y$ 의 확률밀도함수이다. 물론  $f(y)$ 는 제품의 특성에 따라 여러 다양한 형태의 분포를 가질 수 있다. 본 논문의 모형은  $f(y)$ 의 특정한 형태를 가정할 필요는 없으나, 예제 등에서의 사용을 위해서는 평균  $\mu$ , 분산  $\sigma^2$ 인 정규분포를 따른다고 가정할 것이다. 물론  $f(y)$ 가 비정규 분포를 따르더라도, 기대 이익 및 최적 해를 구하는 방법은 동일하게 적용할 수 있다. 본 논문에서는 분포의 형태에 무관하게 최적 해를 구할 수 있는 일반적인 방법론을 제시할 것이다. 식 (2)를 기대이익 EPUP의 함수로 재 정리하면

$$EPUP = \frac{\int_{\tau - \delta}^{\tau + \delta} \{A - a(y - \tau)^2 + c + r\} f(y) dy - c - r - s_y}{\int_{\tau - \delta}^{\tau + \delta} f(y) dy}, \quad (3)$$

이 된다. 식 (3)을 최대화하는  $\delta^*$ 를 구하기 위해 EPUP를  $\delta$ 에 대해 편미분하면

$$\frac{\partial EPUP}{\partial \delta} = \frac{(f(\tau + \delta) + f(\tau - \delta)) \cdot \left[ a \int_{\tau - \delta}^{\tau + \delta} \{(y - \tau)^2 - \delta^2\} f(y) dy + c + r + s_y \right]}{\left[ \int_{\tau - \delta}^{\tau + \delta} f(y) dy \right]^2}, \quad (4)$$

이 된다. 식 (4)의 분모와 분자의 첫 번째 항은 항상 양의 값을 갖는다. 따라서  $\frac{\partial EPUP}{\partial \delta} = 0$ 를 만족하는  $\delta$ 값은

$$\int_{\tau - \delta}^{\tau + \delta} \{\delta^2 - (y - \tau)^2\} f(y) dy = \frac{c + r + s_y}{a}, \quad (5)$$

를 만족하는  $\delta$ 값이 된다. 특히 식 (5)의 좌변을  $h(\delta) = \int_{\tau - \delta}^{\tau + \delta} \{\delta^2 - (y - \tau)^2\} f(y) dy$ 라 놓으면  $\frac{\partial h(\delta)}{\partial \delta} =$

$2\delta \int_{\tau - \delta}^{\tau + \delta} f(y) dy$ 이고 이 값은 항상 양의 값을 갖는다.

즉  $h(\delta)$ 는 단조증가함수임을 알 수 있다. 또한  $\lim_{\delta \rightarrow 0} h(\delta) = 0$ 이고  $\lim_{\delta \rightarrow \infty} h(\delta) = \infty$ 이므로 식 (5)를 만족하는  $\delta$ 는 단지 하나만 존재함을 알 수 있다. 또한

$\frac{\partial EPUP}{\partial \delta} = 0$ 를 만족하는  $\delta$ 값에서  $\frac{\partial^2 EPUP}{\partial \delta^2} < 0$ 이므로

(부록 1 참조), 식 (5)에서 구한  $\delta$ 값이 기대이익함수를 최대화 하는 최적해  $\delta^*$ 가됨을 알 수 있다.

식 (5)를 만족하는  $\delta^*$ 는 이분법을 활용하거나 Visual Fortran 또는 MATLAB 등의 소프트웨어를 활용하면 쉽게 구할 수 있다. 한편 예제 등에서의 활용을 위해  $f(y)$ 가 평균  $\mu$ , 분산  $\sigma^2$ 인 정규분포를 따르는 경우를 살펴보고자 한다. 표준정규분포의 활용을 위해 식 (5)

에서  $Z = \frac{Y - \mu}{\sigma}$ 라 치환하면, 식 (5)는

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\delta}{\sigma}\right)^2 \cdot \Phi(\xi_2) - \Phi(\xi_1) - \int_{\xi_1}^{\xi_2} \left(z - \frac{\tau - u}{\sigma}\right)^2 \phi(z) dz \\ & = \frac{c + r + s_y}{a\sigma^2}, \end{aligned} \quad (6)$$

이 된다. 단, 식 (6)에서  $\xi_1 = \frac{\tau - u - \delta}{\sigma}$ ,  $\xi_2 = \frac{\tau - u + \delta}{\sigma}$ ,

그리고  $\phi(\cdot)$ 와  $\Phi(\cdot)$ 는 각각 표준정규분포의 확률밀도함수와 누적분포함수이다. 식 (6)을 보면  $f(y)$ 가 정

규분포를 따르는 경우  $\frac{\delta^*}{\sigma}$ 는  $\frac{\tau - u}{\sigma}$ 와  $\frac{c + r + s_y}{a\sigma^2}$  두 변

수의 함수가 된다는 것을 알 수 있다. <Table 1>은 두 변수의 여러 값에 따른  $\frac{\delta^*}{\sigma}$  값을 정리한 표로,  $\delta^*$ 는 이

값에  $\sigma$ 를 곱해 구하면 된다.

<Table 1>  $\frac{\tau-u}{\sigma}$  와  $\frac{c+r+s_y}{a\sigma^2}$  값에 따른  $\delta^*$  값

$\frac{c+r+s_y}{a\sigma^2} \backslash \frac{\tau-u}{\sigma}$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.1	0.579	0.580	0.583	0.588	0.594	0.603	0.613	0.626	0.641	0.658	0.677
0.3	0.845	0.847	0.850	0.857	0.866	0.878	0.892	0.909	0.929	0.952	0.978
0.5	1.012	1.013	1.018	1.025	1.035	1.049	1.065	1.084	1.107	1.133	1.161
0.7	1.141	1.143	1.147	1.155	1.167	1.181	1.199	1.219	1.244	1.271	1.302
0.9	1.250	1.252	1.257	1.265	1.277	1.292	1.311	1.332	1.358	1.386	1.418
1.0	1.299	1.301	1.306	1.315	1.327	1.342	1.361	1.383	1.409	1.438	1.470
3.0	1.979	1.981	1.987	1.996	2.010	2.027	2.048	2.077	2.100	2.131	2.165
5.0	2.444	2.446	2.451	2.461	2.473	2.490	2.509	2.532	2.559	2.588	2.621
7.0	2.827	2.829	2.834	2.842	2.854	2.869	2.887	2.908	2.933	2.960	2.990
9.0	3.162	3.163	3.168	3.176	3.187	3.200	3.217	3.237	3.259	3.285	3.313
10.0	3.316	3.318	3.322	3.330	3.340	3.353	3.370	3.388	3.410	3.435	3.462
30.0	5.568	5.569	5.571	5.576	5.582	5.590	5.600	5.612	5.625	5.640	5.657
50.0	7.141	7.142	7.144	7.148	7.153	7.159	7.167	7.176	7.186	7.198	7.211
70.0	8.426	8.427	8.429	8.431	8.436	8.441	8.447	8.455	8.464	8.474	8.485
90.0	9.539	9.540	9.541	9.544	9.548	9.552	9.558	9.565	9.573	9.582	9.592

### 3. 모형 2: 생산 용량에 제약이 있는 경우

생산 용량에 대한 제약이 있는 경우, 불합격품을 재가공한다는 것은 다른 제품의 생산 기회를 없애는 결과를 준다. 따라서 이러한 경우에는 한정된 생산량을 고려해, 생산 시도 당 이익(profit per production-attempt: PPA)을 최대화하는 기준을 사용해야 한다. 이 기준은 Schmidt 와 Pfeifer (1991) 가 최적공정평균을 결정하는 문제에서 활용한 바 있는데, 생산 시도 당 이익함수는 다음과 같이 된다.

$$PPA = \begin{cases} A - a(y - \tau)^2 - s_y, & \tau - \delta \leq y \leq \tau + \delta, \\ -c - s_y, & y < \tau - \delta \text{ 또는 } y > \tau + \delta, \end{cases} \quad (7)$$

식 (7)에서 보는 바와 같이 합격품의 경우 이익함수는 모형 1과 동일하다. 하지만 불합격품의 경우 제한된 생산 용량으로 인해 재가공을 대안으로 생각할 수 없다. 단지 세척 비용 c를 들여 불합격품을 가공 전 원재료 상태와 동일하게 만든 후, 이를 재활용할 수 있다. 식 (7)로 부터 생산 기회 당 기대이익 (expected profit per production-attempt: EPPA)를 구하면

$$EPPA = \int_{\tau-\delta}^{\tau+\delta} \{A - a(y - \tau)^2\} f(y) dy - c \cdot \left\{ 1 - \int_{\tau-\delta}^{\tau+\delta} f(y) dy \right\} - s_y, \quad (8)$$

이 된다. EPPA를 최대화하는  $\delta^*$ 를 구하기 위해 EPPA를  $\delta$ 에 대해 편미분 하면

$$\frac{\partial EPPA}{\partial \delta} = (A - a\delta^2 + c) \cdot \{f(\tau + \delta) + f(\tau - \delta)\}, \quad (9)$$

이 된다. 특히  $\delta > 0$ 이므로,  $\frac{\partial EPPA}{\partial \delta} = 0$ 를 만족하는  $\delta^*$ 는

$$\delta^* = \sqrt{\frac{A+c}{a}}, \quad (10)$$

가 된다. 또한,  $\frac{\partial EPPA}{\partial \delta} = 0$ 를 만족하는  $\delta$ 값에서  $\frac{\partial^2 EPPA}{\partial \delta^2}$ 는

$$\frac{\partial^2 EPPA}{\partial \delta^2} = -2a\delta \cdot \{f(\tau + \delta) + f(\tau - \delta)\}, \quad (11)$$

이므로,  $\frac{\partial^2 EPPA}{\partial \delta^2} < 0$ 이 됨을 알 수 있다. 따라서 식

(10)에서 구한  $\delta^*$ 는 *EPPA*를 최대화하는 유일한 해임을 알 수 있다.

예제 등에서의 활용을 위해  $f(y)$ 가 평균  $u$ , 분산  $\sigma^2$ 인 정규분포를 따르는 경우를 살펴보면, 기대이익함수 (8)은 다음과 같이 된다.

$$(A+c) \cdot \{\Phi(\xi_2) - \Phi(\xi_1)\} - \int_{\xi_1}^{\xi_2} a\sigma^2 \left(z - \frac{\tau - u}{\sigma}\right)^2 \phi(z) dz - c - s_y, \quad (12)$$

### 4. 수치 예제

핸드폰의 부품 중 하나인 듀플렉서는 통화음의 수신 및 송신 기능을 수행하는 핵심 부품이다. 이 부품은 성형, 소성 공정을 거쳐 동 도금을 하게 된다. 이 부품의 품질특성 중 가장 중요한 것은 주파수이다. 도금 작업 까지 마친 후에야 이 부품의 전기적 특성을 측정할 수 있는 데, 원하는 주파수를 갖지 못하는 소체는 도금액을 모두 벗겨내고 재 도금을 하게 된다. 재 도금을 하는 과정에서는 소체에 화학 처리를 하게 되는 데, 화학 처리의 목적은 소체를 도금 전의 상태로 환원 시켜주기 위한 것이다. 이러한 상황에서 재 가공된 제품의 품질 특성은 최초 작업에 의해 생산된 제품의 품질특성과 동일한 확률분포를 따르게 된다.

주파수의 목표 값  $\tau = 15\text{Hz}$ 이고, 듀플렉서 한 단위의 판매가격  $A = 150$ , 품질손실비용 계수  $a = 20.0$ , 불량 소체의 화학처리 및 세척 비용  $c = 7.0$ , 소체의 재가공 비용  $r = 18.0$ , 그리고 품질검사비용  $s_y = 5.0$ 이다. 또한 과거의 공정 이력을 토대로 분석한 결과, 공정평균  $u = 15.5\text{Hz}$ , 표준편차는  $\sigma = 2.0\text{Hz}$ 로 알려져 있다. 이러한 데이터에 기초해 분석한 결과 생산 용량에 제한이 없는 경우 공차의 최적 해  $\delta^* = 1.85$ 을 얻을 수 있었다. 이때의 기대이익은 106.92가 되었다.

제품의 판매가격에 대해서는 정확한 값을 알 수 있으나, 품질 불만에 기인한 손실비용 등 일부 비용 항목의 추정치는 오류의 가능성을 갖고 있다. 이모형이 비용항목의 추정 값에 얼마나 민감하게 반응하는지를 알기 위하여  $a, r, c$  그리고  $s_y$ 의 잘못된 사용에 따른 기대이익의 감소율을 <Table 2>에 정리하였다. 기대이익 감소율은 다음과 같이 계산하였다.

<Table 2> 비용항목의 잘못된 사용에 따른 기대이익 감소율

$a$	$r$	$c$	$s_y$	$\delta^*$	기대이익 감소율 (%)
16.0	14.4	5.6	4.0	1.85	0.00
16.0	14.4	5.6	6.0	1.90	0.04
16.0	14.4	8.4	4.0	1.92	0.08
16.0	14.4	8.4	6.0	1.97	0.21
16.0	21.6	5.6	4.0	2.02	0.39
16.0	21.6	5.6	6.0	2.07	0.65
16.0	21.6	8.4	4.0	2.09	0.76
16.0	21.6	8.4	6.0	2.13	1.00
24.0	14.4	5.6	4.0	1.60	0.93
24.0	14.4	5.6	6.0	1.65	0.60
24.0	14.4	8.4	4.0	1.67	0.48
24.0	14.4	8.4	6.0	1.71	0.28
24.0	21.6	5.6	4.0	1.76	0.10
24.0	21.6	5.6	6.0	1.79	0.05
24.0	21.6	8.4	4.0	1.81	0.02
24.0	21.6	8.4	6.0	1.85	0.00

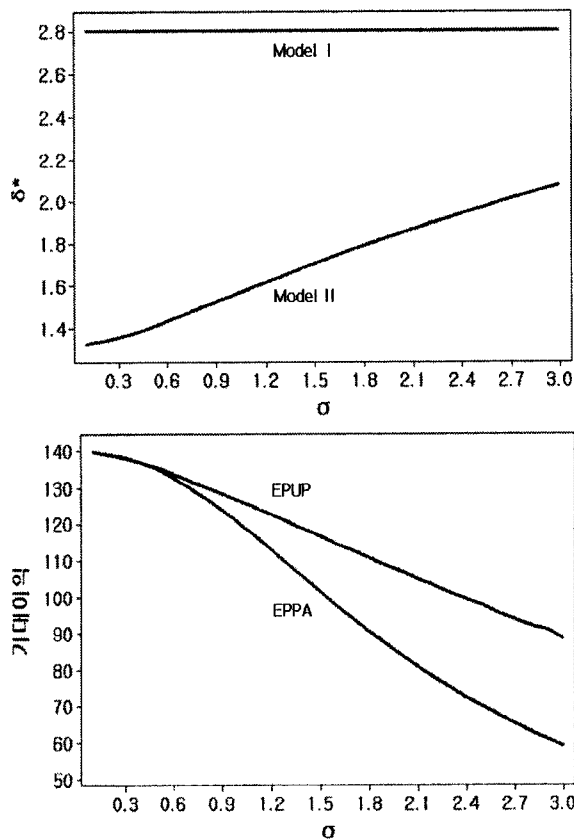
$$\text{기대이익 감소율} = \frac{EPUP^* - EPUP'}{EPUP^*} \times 100(\%) \quad (13)$$

단 식 (13)에서  $EPUP^*$ 는 올바른 비용항목 추정 값을 사용했을 때의 기대이익이고,  $EPUP'$ 는 잘못된 비용항목 추정 값을 사용했을 때의 기대이익이다. <Table 2>는  $a, r, c$  그리고  $s_y$ 의 값을  $\pm 20\%$  잘못 추정하였을 때의 결과이다. 표에서 보는 바와 같이 모든 경우에 대해 기대이익의 감소율은 1.0%를 초과하지 않는다는 것을 알 수 있었으며, 따라서 이모형이 비용항목에 대해 민감하지 않음을 알 수 있었다.

한편 생산 용량에 제약이 있다면, *EPPA*를 최대화하는  $\delta^*$ 는 2.80이 된다. 또한 이 경우의 기대이익은 84.03이 된다. 이 예제의 경우 생산 용량에 제약이 없는 경우에 비해 생산 용량에 제약이 있는 경우가 훨씬 큰  $\delta$ 값을 갖는다. 생산 용량에 제약이 있을 때 제품을 재가공한다는 것은 그 만큼 제품의 생산 및 판매 기회를 상실 할 수 있다는 측면에서 기회비용이 발생하는 것이기 때문이다.

두 모형의 기대이익에 차이가 나는 것은 비용 요소의 영향도 있지만, 공정표준편차  $\sigma$ 값 역시 큰 영향을 준다. 예를 들어, 가장 이상적인 상황, 즉 공정평균이 품질

특성의 목표 값 15.0Hz 이고,  $\sigma=0$ 이라고 가정해 보자. 이 경우는 모든 제품이 합격품이 되어 품질검사도 할 필요가 없으며 품질 불만에 기인한 손실비용도 안 들게 된다. 특히 이러한 경우라면, 생산용량에 대한 제약이 있거나 없거나 두 모형의 기대이익이 같게 된다. 즉  $EPUP=EPPA$ 가 된다. 하지만  $\sigma \neq 0$ 이면, 두 경우의 최적 해 및 기대이익은 서로 달라진다. <Figure 1>은  $\sigma$ 값의 변화에 따른 각 모형의  $\delta^*$  및 기대이익을 비교한 것이다. 모형 1의 경우  $\sigma$ 값이 커짐에 따라  $\delta^*$ 는 커지고,  $EPUP$ 는 감소함을 알 수 있다. 반면 모형 2의 경우 식 (10)에서 보는 바와 같이  $\delta^*$ 는  $\sigma$ 값에 관계없이 일정한 값을 갖게 되지만,  $EPPA$ 는 역시 감소함을 알 수 있다. 그림에서 보는 바와 같이  $\sigma$ 값이 커짐에 따라, 두 기대이익의 차이 역시 커짐을 알 수 있다.



<Figure 1>  $\sigma$ 값의 변화에 따른  $\delta^*$  및 기대이익

### 5. 결 론

본 논문에서는 생산 용량의 제약 조건이 제품의 공차 설정에 어떠한 영향을 미치는 지를 분석하였다. 공차를

벗어나는 불량 제품은 세척 및 처리 과정을 거쳐 작업 이전의 상태로 환원 가능하다는 가정을 하였으며, 따라서 재작업 제품과 최초 작업에 의해 생산된 제품의 품질특성에 대해 모두 동일한 확률 분포를 적용하였다. 제품의 판매 가격, 품질특성이 목표 값과 일치하지 않을 때 고객의 불만으로 인한 손실비용, 불합격 제품을 가공 전 상태로 만들기 위한 세척 및 처리 비용, 불합격 제품의 재작업 비용, 그리고 품질검사 비용 등으로 구성된 이익함수 모형을 설정하였으며, 기대이익을 최대화하는 공차를 구하였다. 특히 생산 용량에 제약이 없는 경우는 단위 제품 당 기대이익을 최대화 하였으며, 생산 용량에 제약이 있는 경우는 생산 시도 당 기대 이익을 최대화 하였다. 두 가지 경우 모두 품질특성의 분포에 상관없이 유일한 최적 해가 존재함을 해석적으로 보일 수 있었으며, 특히 생산 용량에 대한 제약이 있는 경우는 최적 해에 대한 간단한 식을 도출하였다. 생산 용량에 대한 제약이 없는 경우는 최적 해가 만족해야 할 식을 유도하였으며, 품질특성이 정규분포를 따르는 경우에 한해서는 현장에서 사용 가능하도록 최적 해를 구하기 위한 간단한 표를 제시하였다.

수리적인 분석은 펜티엄급 PC 및 Visual Fortran 소프트웨어를 활용하였으며, 대부분의 경우 최적 해는 수 초 이내의 짧은 시간에 얻을 수 있었다. 수치 예제를 통해 분석한 결과 비용 항목을 어느 정도 잘못 추정하더라도 최적 해나 기대 이익은 크게 변하지 않는다는 것을 알 수 있었다. 즉, 이 모형은 비용 함수에 둔감함을 알 수 있었다. 또한 생산 용량에 제약 조건이 있는 경우의 최적 공차가 생산 용량에 제약이 없을 경우의 최적 공차에 비해 다소 큰 값을 갖는다는 것을 알 수 있었다. 즉 생산 용량에 대한 제약이 있는 경우는 품질이 다소 불만족스럽더라도 일정 조건을 갖춘다면 합격품으로 처리해야 한다는 결론을 얻을 수 있었다. 생산 용량에 제약이 있을 경우 제품을 재가공한다는 것은 그만큼 제품의 생산 및 판매 기회를 상실할 수 있다는 점을 생각한다면 이는 우리의 직관적인 생각과도 일치함을 알 수 있다. 수치 예제에서는 또한 품질특성이 정규분포를 따르는 경우 공정표준편차  $\sigma$ 값의 변화에 따른 두 모형의 최적해 및 기대이익을 비교하였는데, 표준편차가 크면 클수록 그 차이가 크게 벌어짐을 알 수 있었다.

이 분야에서의 추후 연구과제로는 주 품질특성이 파괴검사를 포함하거나 또는 품질 측정에 많은 비용이 드는 경우를 고려할 수 있다. 이 경우 주 품질특성보다는 대응특성을 활용한 품질검사를 하게 되는데, 대응특성

의 최적 공차를 경제적인 관점에서 구하는 문제를 생각할 수 있다. 주 품질특성 및 대응특성은 이 변량 정규분포를 따르는 경우의 분석이 가능하다고 생각되며, 특히 이러한 연구의 결과를 이 논문의 기대이익과 비교하는 것도 흥미로운 주제가 될 수 있을 것으로 생각된다.

## 부 록

$\frac{\partial EPUP}{\partial \delta} = 0$ 을 만족하는  $\delta$ 값에서

$\frac{\partial^2 EPUP}{\partial \delta^2} < 0$ 의 증명

식 (4)를 다시 정리하면

$$\frac{\partial EPUP}{\partial \delta} = \frac{\{f(\tau+\delta) + f(\tau-\delta)\} \cdot \{A+c+r-EPUP-a\delta^2\}}{\left[ \int_{\tau-\delta}^{\tau+\delta} f(y)dy \right]}, \quad (A1)$$

이 된다.  $\frac{\partial EPUP}{\partial \delta} = 0$ 를 만족하는 값에서는  $A+c+r-EPUP-a\delta^2 = 0$ 라는 성질을 활용하면  $\frac{\partial EPUP}{\partial \delta} = 0$ 를 만

족하는  $\delta$ 값에서  $\frac{\partial^2 EPUP}{\partial \delta^2}$ 는 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial^2 EPUP}{\partial \delta^2} = \frac{\{f(\tau+\delta) + f(\tau-\delta)\}(-2a\delta)}{\left[ \int_{\tau-\delta}^{\tau+\delta} f(y)dy \right]}, \quad (A2)$$

식 (A2)에서 분모 및 분자의 첫 번째 항은 양의 값을 가지며, 분자의 두 번째 항  $-2a\delta < 0$ 이므로, 식 (A1)은 음의 값을 갖는다는 것을 알 수 있다.

## 참고문헌

- [1] Cho, B.R. and Govindaluri, M.S. (2002), "Optimal Screening Limits in Multi-Stage Assemblies", *International Journal of Production Research*, Vol. 40, pp. 1993-2009.
- [2] Duffuaa, S.O., and Al-Najjar, H.J. (1995), "An Optimal Complete Inspection Plan for Critical Multicharacteristic Components", *Journal of Operational Research Society*, Vol. 46, pp. 930-942.
- [3] Govindaluri, M.S., Shin, S., and Cho, B.R. (2004), "Tolerance Optimization Using the Lambert W Function: an Empirical Approach", *International Journal of Production Research*, Vol. 42, pp. 3235-3251.
- [4] Golhar, D.Y. (1987), "Determination of the Best Mean Contents for a Canning Problem", *Journal of Quality Technology*, Vol.19, pp. 82-84.
- [5] Golhar, D.Y. and Pollock, S.M. (1988), "Determination of the Optimal Process Mean and the Upper Limit for a Canning Problem", *Journal of Quality Technology*, Vol. 20, pp. 188-192.
- [6] Hong, S.H. and Cho, B.R. (2007), "Joint Optimization of Process Target Mean and Tolerance Limit with Measurement Errors under Multi-Decision Alternative", *European Journal of Operational Research*, Vol. 183, pp. 327-335
- [7] Hong, S.H. and Elsayed, E.A. (1998), "Economic Complete Inspection Plans with Multi-Decision Alternatives", *International Journal of Production Research*, Vol. 36, pp. 3367-3378.
- [8] Hong, S.H. and Elsayed, E.A. (1999), "The Optimum Mean for Processes with Normally Distributed Measurement Error", *Journal of Quality Technology*, Vol. 31, pp. 338-344.
- [9] Hong, S.H., Kwon, H.M., Lee, M.K. and Cho, B.R. (2006), "Joint Optimization in Process Target and Tolerance Limit for L-Type Quality Characteristics", *International Journal of Production Research*, Vol. 44, pp. 3501-3060.
- [10] Hui, Y.V. (1990), "Economic Design of a Complete Inspection for Bivariate Products", *International Journal of Production Research*, Vol. 28, pp. 259-265.
- [11] Jeang, A. (1999), "Optimal Tolerance Design by Response Surface Methodology", *International Journal of Production Research*, Vol. 37, pp. 3275-3288.
- [12] Lee, M.K. and Kim, G.S. (1994), "Determination of the Optimal Target Values for a Filling Process When Inspection Is Based on a Correlated Variable", *International Journal of Production Economics*, Vol. 37, pp. 205-213.
- [13] Maghsoodloo, S. and Li, M.H.C. (2000), "Optimal Asymmetric Tolerance Design", *IIE Transactions*, Vol. 32, pp. 1127-1137.
- [14] Misiorek, V.I. and Barnett, N.S. (2000), "Mean Selection for Filling Processes under Weights and

- Measures Requirements”, *Journal of Quality Technology*, Vol. 32, pp. 111-121.
- [15] Moskowitz, H., Plante, R. and Duffy, J. (2001), “Multivariate Tolerance Design Using Quality Loss”, *IIE Transactions*, Vol. 33, pp. 437-448.
- [16] Ng, W.C. and Hui, Y.V. (1996), “Economic Design of a Complete Inspection Plan with Interactive Quality Improvement”, *European Journal of Operational Research*, Vol. 96, pp. 122-129.
- [17] Plante, R. (2002), “Multivariate Tolerance Design for a Quadratic Design Parameter Model”, *IIE Transactions*, Vol. 34, pp. 565-571.
- [18] Schmidt, R.L. and Pfeifer, P.E. (1991), “Economic Selection of the Mean and Upper Limit for a Canning Problem with Limited Capacity”, *Journal of Quality Technology*, Vol. 23, pp. 312-317.
- [19] Tang, K. (1988), “Economic Design of Product Specifications for a Complete Inspection Plan”, *International Journal of Production Research*, Vol. 26, pp. 203-217.