적응형 관리도의 설계에 대한 비교연구

임태진*†

* 숭실대학교 산업·정보시스템공학과

A Comparative Study on the Design of Adaptive Control Charts

Tae-Jin Lim*†

* Dept. of Industrial & Information Systems Engineering, Soongsil University

Key Words : Adaptive Control Chart, ARL, ATS, Economic Design, VSI, VSS, VSSI

Abstract

During the past two decades, a huge amount of research on adaptive control charts has been accomplished. Especially, variable sampling interval (VSI), variable sample size (VSS), and variable sample size and sampling interval (VSSI) charts have been focused by many researchers due to their simplicity and efficiency. On the other hand, the difference among notations, assumptions, methodologies may cause confusions in performing further studies or practical implementations. This research analyses and compares diverse models so as to provide a unified view on statistical and economical characteristics. As a result, we perform comparative study on economical design models of VSI, VSS, and VSSI charts, respectively. We also present practical guidelines to utilize those adaptive control charts.

1. 서 론

전통적인 Shewhart $\overline{X}$ 관리도는 고정된 표본크기(n), 샘플링간격(h), 관리한계선(k) 등을 사용하므로 FSSI(Fixed Sample Size and Sampling Interval) 관리도라 한다. Shewhart $\overline{X}$ 관리도는 공정평균의 이동 폭이 큰 경우에는 우수한 통계적 특성을 갖지만, 작은 이동 폭에 대해서는 둔감한 특성을 나타낸다. 관리도의 통계적 특성은 주로 이상신호를 발생하기까지의 평균 런 길이(Average Run Length; ARL)와 이상신호를 발생하기까지의 평균시간(Average Time to Signal; ATS)을 기준으로 평가한다. 관리상태에서는 ARL과 ATS가 길수록 바람직한 반면, 이상상태에서는 이들이 짧을수록 바람직한 통계적 특성이다.

적응형(adaptive) 관리도란 세 개의 설계모수 n, h, k 중 하나 이상이 표본통계량의 관측값에 따라 실시간에 변경되는 관리도를 말한다「Tagaras, 1998」. 이러한 유연성은 더 많은 정보를 사용함으로써 관리도의 효과적 운영을 기대할 수 있다.

최근 20여 년간 적응형 관리도에 대한 연구가 활발히 진행되어 왔다. 특히 Shewhart $\overline{X}$ 관리도를 기반으로 한 가변 샘플링간격(Variable Sampling Interval; VSI) 관리도, 가변 표본크기(Variable Sampling Size; VSS) 관리도, 이들을 통합한 VSSI 관리도 등은 운용방법과 분석과정이 용이하여 많은 연구결과가 발표되었다. 그러나 분석자에 따라 사용하는 기호나 가정뿐 아니라 통계량의 계산방법에서도 다소의 차이가 있어, 후속연구나 실용화 과정에 혼란을 줄 우려가 있다. 따라서 본 연구에서는 적응형 관리도의 설계에 대한 다양한 방법을 비교하고 분석하여 통계적 특성 및 경제적 특성에 대한 기준을 제시하고자 한다. 이에 따라 2장에서는 관리도의 경제적 설계 모형을 고찰하고, 3장에서는 VSI 관리도,

† 교신저자 tjlim@ssu.ac.kr

* 본 연구는 숭실대학교 교내연구비 지원에 의해 수행되었음.

VSS 관리도, VSSI 관리도의 통계적 특성을 비교분석한다. 4장에서는 기대 주기시간과 기대 주기비용을 계산하는 방법을 비교하고, 통합적인 모형을 제시한다. 5장에서는 예제를 통하여 적응형 관리도의 경제적 특성을 분석한다. 6장에서는 결론 및 추후연구 방향을 제시한다.

2. 관리도의 경제적 설계 모형

2.1 기호 및 가정

본 연구에서 사용하는 약어 및 기호는 다음과 같다.

약어

AATS Adjusted Average Time to Signal (보정된 평균 신호 발생시간)
ANS Average Number of Samples (관리상태에서의 평균 샘플링 회수)
ANSS Average Number of Samples to Signal (이상상태에서의 평균 샘플링 회수)
ARL Average Run Length (평균 런길이)
ATC Average Time to Cycle (평균 주기)
ATS Average Time to Signal
CR Cost Rate (단위시간당 비용)
FA False Alarm (오류신호)

기호

$\Phi(\cdot)$ 표준정규누적분포함수
$\overline{X_i}$ i번째 표본군의 표본평균
Z_i i번째 샘플링의 표준화된 통계량

Shewhart 관리도의 설계모수

k_0 표준화된 표본평균의 관리한계
n_0 고정 표본크기
h_0 최소 샘플링간격

적응형 관리도의 설계 모수

k 표준화된 표본평균의 관리한계
w 표준화된 표본평균의 임계한계
n_1 최소 표본크기
n_2 최대 표본크기
h_1 최소 샘플링간격
h_2 최대 샘플링간격

적응형 관리도 영역

$I_1=[-w,w]$: 일치영역
$I_2=[-k,-w)\cup(w,k]$: 의심영역
$I_3=(-\infty,-k)\cup(k,\infty)$: 불일치영역

비용 모수(cost parameters)

a 고정 샘플링비용
b 단위당 가변 샘플링비용
C_0 관리상태에서 시간당 소요되는 비용
C_1 이상상태에서 시간당 소요되는 비용
W 이상원인을 조사하고 제거하는데 소요되는 비용
Y 오류신호 한 건당 발생 비용

공정 모수(process parameters)

λ 이상원인 발생률
μ_0 관리상태에서의 공정평균
μ_1 이상상태에서의 공정평균, $\mu_1=\mu_0+\delta\sigma$
σ 공정 표준편차
δ 이상원인에 의한 공정평균의 표준화된 이동, $\delta=(\mu_1-\mu_0)/\sigma$
γ_1 지시변수 (이상원인을 조사하는 동안 공정이 멈추면 0, 아니면 1)
γ_2 지시변수(공정을 수리하는 동안 공정이 멈추면 0, 아니면 1)

시간 모수(time parameters)

T_0 오류신호를 조사하는 평균 소요시간
T_1 이상원인에 대한 평균 조사시간
T_2 이상원인을 제거하는 평균 소요시간
e 하나의 관측치를 샘플링하고 검사, 기록하는데 소요되는 평균시간

통계량(statistics)

ARL_0 관리상태에서 평균 런 길이
α 유의수준, $\alpha=1/ARL_0$
ARL_δ 이상상태에서 평균 런 길이 ($ARL_\delta \equiv ANSS_\delta$)
ATS_0 관리상태에서 이상신호가 발생하기까지 평균시간
ATS_δ 이상원인 발생 직전의 샘플링 시점으로부터 이상신호가 발생하기까지의 평균 소요시간

s	관리상태에서의 기대 샘플링 횟수
τ	직전 샘플링 시점에서 이상원인 발생시점까지 기대 경과시간
$AATS_\delta$	이상원인 발생 시점으로부터 이상신호가 발생하기까지 평균 소요시간
$E_0[N]$	관리상태에서의 평균 표본크기
$E_\delta[N]$	이상상태에서의 평균 표본크기
$E_0[H]$	관리상태에서의 평균 샘플링간격
$E_\delta[H]$	이상상태에서의 평균 샘플링간격
$\boldsymbol{\pi}$	관리상태에서 정상(stationary) 확률 벡터
π_j	상태 j에 있을 정상 확률
$\boldsymbol{b}$	초기상태 확률벡터

본 연구에서 사용하는 가정은 다음과 같다.

① 품질특성치는 정규분포를 따른다.
② 공정 이상원인은 하나만을 고려한다.
③ 공정은 관리상태에서 시작하고, 이상원인은 공정평균을 $\delta\sigma$ 만큼 변화시킨다.
④ 이상원인의 발생시간은 발생률 λ인 지수분포를 따른다.
⑤ 이상원인이 발생하면, 이를 발견하여 제거하기 전에 저절로 소멸되지 않는다.

2.2 경제적 설계 모형

관리도의 경제적 설계에 관한 대부분의 연구는 Duncan(1956)의 모형에 기초하고 있다. 단, 이상신호 발생 시 원인 추적시간 동안 공정을 정지할 수 있다는 점을 고려하여 보다 일반적인 Lorenzen and Vance(1986)의 모형이 많이 사용된다.

<그림 1>에 나타난 바와 같이 기대 주기(cycle)는 아래와 같은 요소로 구성된다.

$$E[T]=E[A_1+A_2+A_3] \quad (1)$$

① 관리상태 지속시간 (A_1)
② 이상원인 방치시간 (A_2)
③ 이상원인 탐색 및 제거시간 (A_3)

관리상태 지속시간은 지수분포의 기대값인 $1/\lambda$에 오류신호 발생 시 공정이 정지하는 경우 이상원인 조사시간이 추가될 수 있으므로 다음과 같다.

$$E[A_1]=1/\lambda+(1-\gamma_1)s\,T_0\alpha \quad (2)$$

이상원인 방치시간은 이상원인 발생 시점으로부터 이상신호가 발생하기까지 소요시간이므로 다음과 같다.

$$E[A_2]=AATS_\delta \quad (3)$$

이상원인 탐색 및 제거시간에는 마지막 표본 분석시간과 이상원인에 대한 조사시간 및 제거시간 등이 포함되므로 다음과 같다.

$$E[A_3]=e\,E_\delta[N]+T_1+T_2 \quad (4)$$

주기당 기대비용은 아래와 같은 요소로 구성된다.

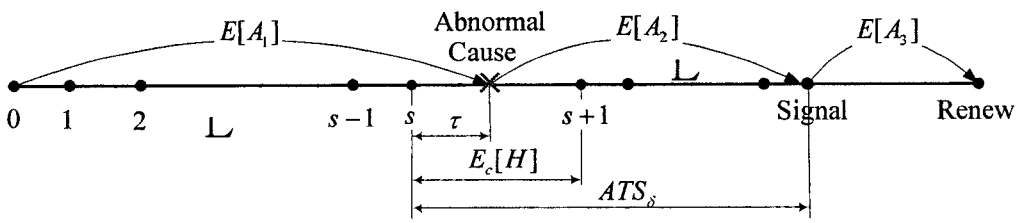
$$E[C]=B_1+B_2+B_3+W \quad (5)$$

① 공정 운영비용 (B_1)
② 샘플링 비용 (B_2)
③ 오류신호 비용 (B_3)
④ 이상원인 조치비용 (W)

공정 운영비용은 관리상태와 이상상태로 구분하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$B_1=C_0/\lambda+C_1(A_2+A'_3), \quad (6)$$

$$\text{단, } A'_3=eE_\delta[N]+\gamma_1T_1+\gamma_2T_2 \quad (7)$$



<그림 1> 기대 주기의 구성

샘플링 비용 또한 관리상태와 이상상태로 구분하여다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$B_2=(a+bE_0[N])s + (a+bE_\delta[N])(ARL_\delta+A'_3/E_\delta[H]) \quad (8)$$

오류신호 비용은 다음과 같이 다양한 표현이 가능하다.

$$B_3=s\,Y\alpha=s\,Y/ARL_0=E[N_{FA}]Y \quad (9)$$

최종적으로 단위시간당 기대비용은 다음과 같이 계산되며, 이를 최소화하는 설계모수를 구한다.

$$E[CR]=E[C]/E[T] \quad (10)$$

앞의 식들을 통하여 살펴보면, 각 관리도마다 다음의 통계량이 필요함을 알 수 있다.

ⓐ 유의수준(α), 또는 $ARL_0=1/\alpha$
ⓑ 이상상태에서의 평균 런 길이 ARL_δ
ⓒ 관리상태에서의 평균 표본크기 $E_0[N]$
ⓓ 이상상태에서의 평균 표본크기 $E_\delta[N]$
ⓔ 이상상태에서의 평균 샘플링간격 $E_\delta[H]$
ⓕ 관리상태에서의 기대 샘플링 회수(s)
ⓖ 이상원인 방치시간($AATS_\delta$)

3. 적응형 관리도의 통계적 특성

3.1 VSS 관리도

VSS 관리도는 관리한계 k, 임계한계 w, 샘플링간격 h, 가변 표본크기 n_1, n_2 등 다섯 가지의 설계모수를 갖는다. Costa(1994)와 Prabhu et. al(1993)이 제안하였으며, 샘플링간격이 h로 고정되므로 분석이 간단하다. 표본크기는 최소크기 n_1과 최대크기 n_2 두 가지를 사용한다. 표준화된 통계량이 임계한계 w를 벗어나면 최대 표본크기를 사용하여 민감도를 향상시키고자 한 것이다. 따라서 i번째 샘플링의 표본크기는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$n_{(i)}=\begin{cases} n_1, & \text{if } Z_{i-1}\in I_1; \\ n_2, & \text{if } Z_{i-1}\in I_2. \end{cases} \quad (i\geq 2) \quad (11)$$

공정 특성치는 정규분포를 따르고, 공정은 관리상태 $N(\mu_0,\sigma^2)$에서 시작하며, 이상원인이 발생하면 공정평균이 $\mu_1=\mu_0+\delta\sigma$로 이동한다고 가정하자. 공정의 상태를 관리통계량의 위치에 따라 다음과 같이 세 가지로 나눈다.

상태 j : $Z_i\in I_j$, $(j=1,2,3)$

상태간의 전이행렬을 $\boldsymbol{P}_\delta=[p_{j,m}(\delta)]$라 하면, 그 원소는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} p_{j1}(\delta)&=\Phi(w-\delta\sqrt{n_j})-\Phi(-w-\delta\sqrt{n_j}),\\ p_{j3}(\delta)&=1-\Phi(k-\delta\sqrt{n_j})+\Phi(-k-\delta\sqrt{n_j}),\\ p_{j2}(\delta)&=1-p_{j1}(\delta)-p_{j3}(\delta),\ (j=1,2)\\ p_{31}(\delta)&=p_{32}(\delta)=0,\ p_{33}(\delta)=1 \end{aligned} \quad (12)$$

단, 관리상태에서는 $\delta=0$이므로 다음과 같이 나타낸다.

$$p_{11}(0)=p_{21}(0)\equiv p_1,\quad p_{12}(0)=p_{22}(0)\equiv p_2.$$

관리상태에서의 정상 확률(π)을 계산하면 다음과 같으며, 이상상태 진입시의 초기확률($\boldsymbol{b}$)로 사용할 수 있다.

$$\boldsymbol{\pi}^T=(\pi_1,\pi_2)=\left(\frac{p_1}{p_1+p_2},\frac{p_2}{p_1+p_2}\right) \quad (13)$$

흡수상태와 관련된 원소를 제외한 상태 전이행렬을 $\boldsymbol{Q}_\delta$라 하면 ARL은 다음과 같이 계산된다.

$$ARL_\delta=\boldsymbol{b}^T(I-\boldsymbol{Q}_\delta)^{-1}\mathbf{1} \quad (14)$$

관리상태와 이상상태 각각의 경우에 대하여 이를 계산하면 다음과 같다.

$$\text{ⓐ } ARL_0=\frac{1}{1-(p_1+p_2)}, \quad (15)$$

$$\text{ⓑ } ARL_\delta=\frac{b_1(1-p_{22}+p_{12})+b_2(1-p_{11}+p_{21})}{(1-p_{11})(1-p_{22})-p_{12}p_{21}} \quad (16)$$

관리상태와 이상상태 각각의 경우에 대하여 기대 표본크기를 계산하면 다음과 같다.

$$\text{ⓒ } E_0[N]=\pi_1n_1+\pi_2n_2, \quad (17)$$

$$\text{ⓓ } E_\delta[N]=\frac{\boldsymbol{b}^T\boldsymbol{Q}_\delta(I-\boldsymbol{Q}_\delta)^{-1}\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{b}^T\boldsymbol{Q}_\delta(I-\boldsymbol{Q}_\delta)^{-1}\mathbf{1}}, \quad (18)$$

단, $\boldsymbol{n}^T=(n_1,n_2)$.

고정 샘플링간격을 사용하므로 $E_\delta[H]=h$(ⓔ)이다.

관리상태에서의 기대 샘플링 횟수(s)와 직전 샘플링 시점에서 이상원인 발생시점 까지 경과시간(τ)은 각각 다음과 같다「Duncan, 1956」.

$$\text{ⓕ } s=\sum_{i=0}^{\infty}\int_{ih}^{(i+1)h}i\lambda e^{-\lambda t}dt=\frac{e^{-\lambda h}}{1-e^{-\lambda h}} \tag{19}$$

$$\tau=\frac{1-(1+\lambda h)e^{-\lambda h}}{\lambda(1-e^{-\lambda h})} \tag{20}$$

따라서 이상원인 방치시간은 다음과 같다.

$$\text{ⓖ } AATS_\delta=hARL_\delta-\tau \tag{21}$$

이상의 결과를 이용하여 기대주기($E[T]$)와 주기당 기대비용($E[C]$)을 구한다.

VSS 관리도의 설계에 있어서 제약 $E_0[N]=n_0$을 부과하는 경우, 임계한계는 다음과 같이 결정된다.

$$w=\Phi^{-1}\left(\frac{2\Phi(k)(n_0-n_2)+(n_1-n_0)}{2(n_1-n_2)}\right)$$

3.2 VSI 관리도

VSI 관리도는 관리한계 k, 임계한계 w, 고정 표본크기 n, 가변 샘플링간격 h_1, h_2 등 다섯 가지의 설계모수를 갖는다. 표준화된 통계량이 임계한계 w를 벗어나면 최소 샘플링간격(h_1)을 사용하여 민감도를 향상시키고자 한 것이다. 따라서 i번째 샘플링간격은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$h_{(i)}=\begin{cases}h_2, \text{if } Z_{i-1}\in I_1;\\ h_1, \text{if } Z_{i-1}\in I_2.\end{cases}\quad (i\geq 2) \tag{23}$$

VSI 관리도는 Reynolds et. al(1988)이 제안하였으며, Das et. al(1997) 및 Bai and Lee(1998)가 각각 경제적 설계에 관하여 연구하였다. 먼저 일치영역, 불일치영역, 의심영역의 확률을 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned}p_1(\delta)&=\Phi(w-\delta\sqrt{n})-\Phi(-w-\delta\sqrt{n}),\\ p_3(\delta)&=1-\Phi(k-\delta\sqrt{n})+\Phi(-k-\delta\sqrt{n}),\\ p_2(\delta)&=1-p_1(\delta)-p_3(\delta)\end{aligned} \tag{24}$$

VSI 관리도의 통계적 특성은 다음과 같다.

$$\text{ⓐ } ARL_0=\frac{1}{p_3(0)},\quad \text{ⓑ } ARL_\delta=\frac{1}{p_3(\delta)} \tag{25}$$

ⓒ, ⓓ $E_0[N]=E_\delta[N]=n$.

$$ATS_\delta=E_\delta[H]ARL_\delta \tag{26}$$

$$\text{단, ⓔ } E_\delta[H]=\frac{h_2p_1(\delta)+h_1p_2(\delta)}{p_1(\delta)+p_2(\delta)}. \tag{27}$$

VSI 관리도의 설계에 있어서 가장 중요한 두 가지 쟁점은 이상원인 발생시점으로부터 이상신호가 발생하기까지 경과시간($AATS_\delta$)의 계산과, 관리상태에서의 기대 샘플링 횟수(s) 계산에 관한 것이다. 먼저 Das et. al(1997)이 제시한 결과는 다음과 같다(ⓖ).

$$AATS_\delta=E_c[H-X]+E_\delta[H](ARL_\delta-1) \tag{28}$$

$$\text{단, } E_c[H-X]=\frac{(h_2-\tau_2)\pi_1h_2+(h_1-\tau_1)\pi_2h_1}{\pi_1h_2+\pi_2h_1}$$

$$\tau_i=\frac{1-(1+\lambda h_i)e^{-\lambda h_i}}{\lambda(1-e^{-\lambda h_i})}=\frac{h_i}{2}-\frac{\lambda h_i^2}{12}+O(\lambda^3h_i^4).$$

이는 점근(limiting) 확률 (π_1h_2,π_2h_1)을 가중치로 계산한 결과로서, Bai and Lee(1998)의 식 (7)로 일반화된다. 또한 Reynolds et. al(1988)의 결과는 식 (28)에서 $\tau_i=h_i/2$로 놓은 것과 같으므로 크게 차이 나지 않는다. 그러나 Prabhu et. al(1997)이 제시한 방법은 다음과 같다.

$$AATS_{\text{Pra}}=ATS_\delta-E_c[X], \tag{29}$$

$$\text{단, } E_c[X]=\frac{\tau_2\pi_1h_2+\tau_1\pi_2h_1}{\pi_1h_2+\pi_2h_1}. \tag{30}$$

[정리 1] $AATS_{\text{Pra}}<AATS_\delta$

<증명>

여기서 식 (28)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$AATS_\delta=E_\delta[H]ARL_\delta-E_\delta[H]+\frac{h_2\pi_1h_2+h_1\pi_2h_1}{\pi_1h_2+\pi_2h_1}-E_c[X] \tag{31}$$

따라서 식 (31)에서 (29)를 빼면 다음과 같다.

$$AATS_\delta-AATS_{\text{Pra}}=\frac{h_2\pi_1h_2+h_1\pi_2h_1}{\pi_1h_2+\pi_2h_1}-[h_2\pi_1(\delta)+h_1\pi_2(\delta)]$$

위 식에서 $\pi_1 > \pi_1(\delta)$, $\pi_2 < \pi_2(\delta)$이고, $h_1 < h_2$이므로 $\pi_1 h_2/(\pi_1 h_2 + \pi_2 h_1) > \pi_1(\delta)$이고, $\pi_2 h_1/(\pi_1 h_2 + \pi_2 h_1) < \pi_2(\delta)$이다. 따라서

$$AATS_\delta - AATS_{\text{Prs}} < 0.$$

[정리 1]은 Prabhu et. al(1997)의 방식이 실제 $AATS_\delta$를 과소평가함을 나타낸다.

두 번째 이슈로서, 관리상태에서의 기대 샘플링 횟수(s)에 대한 Das et. al(1997)의 계산 결과는 다음과 같다.

$$s_1 = \frac{e^{-\lambda h_1}[(1-e^{-\lambda h_2})\pi_1 + (1-e^{-\lambda h_1})\pi_2]}{[1-(\pi_1 e^{-\lambda h_2} + \pi_2 e^{-\lambda h_1})]^2} \tag{32}$$

위의 식에서 $\pi_1 + \pi_2 = 1$이므로 다음과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

$$s_1 = e^{-\lambda h_1}/(1-r), \tag{33}$$

$$\text{단, } r = E_0[e^{-\lambda H}] = \pi_1 e^{-\lambda h_2} + \pi_2 e^{-\lambda h_1}. \tag{34}$$

식 (33)은 첫 번째 샘플링간격을 h_1으로 가정한 결과로서, 정상상태에서는 다음과 같은 결과를 얻는다.

[정리 2] 공정이 정상상태로 시작했을 때, 관리상태에서의 기대 샘플링 횟수는

$$\text{ⓕ } s_3 = r/(1-r). \tag{35}$$

<증명>

샘플링 횟수를 S라 하면, S는 성공확률 p_s인 시행에서 첫 성공을 얻기까지의 실패횟수와 동일한 분포를 따르므로

$$E[S] = 1/p_s - 1 = (1-p_s)/p_s. \tag{36}$$

한 시행의 성공확률은 한 샘플링 구간에서 이상신호가 발생할 확률이므로

$$\begin{aligned} p_s &= E_0[\Pr(\text{Signal} \mid H)] \\ &= E_0[1-e^{-\lambda H}] = 1-r. \end{aligned} \tag{37}$$

따라서 식 (36)과 (37)로부터 식 (35)를 얻는다.

Bai and Lee(1998)가 계산한 결과(그들의 식 (8)) 또한 식 (35)의 일반적 표현임을 알 수 있다.

반면에 Prabhu et. al(1997)이 제시한 기대 샘플링 횟수는 다음과 같다.

$$s_2 = \left(\frac{e^{-\lambda h_1}}{1-e^{-\lambda h_1}}\right)\pi_2 + \left(\frac{e^{-\lambda h_2}}{1-e^{-\lambda h_2}}\right)\pi_1 \tag{38}$$

[정리 3] $h_1 < h_2$일 때, $s_1 > s_3$, $s_2 > s_3$이다.

<증명>

$e^{-\lambda h_1} = (\pi_1 + \pi_2)e^{-\lambda h_1} > r$이므로 $s_1 > s_3$이다. 다음으로 $f(x) = x/(1-x)$라 하면 이는 $0 < x < 1$ 범위에서 위로 볼록(convex) 함수이다. $R = e^{-\lambda H}$라 하면, 정상상태에서 R은 아래의 확률분포를 따른다.

$$R = \begin{cases} e^{-\lambda h_2}, & \textit{with prob. } \pi_1; \\ e^{-\lambda h_1}, & \textit{with prob. } \pi_2. \end{cases}$$

따라서 Jensen의 부등식에 의하여 다음이 성립한다. 단, 같은 경우는 $h_1 = h_2$일 때이다.

$$s_2 = E[f(X)] \geq f(E[X]) = s_3$$

3.3 VSSI 관리도

VSSI 관리도는 VSS 관리도와 VSI 관리도를 결합하여 만든 것으로서, 관리한계 k, 임계한계 w, 가변 표본크기 n_1, n_2, 가변 샘플링간격 h_1, h_2 등 여섯 가지의 설계모수를 갖는다. 표준화된 통계량이 임계한계 w를 벗어나면 최대 표본크기(n_2)와 최소 샘플링간격(h_1)을 사용하여 민감도를 향상시키고자 한 것이다. 따라서 i번째 표본크기와 샘플링간격은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[n_{(i)}, h_{(i)}] = \begin{cases} (n_1, h_2), \text{if } Z_{i-1} \in I_1; \\ (n_2, h_1), \text{if } Z_{i-1} \in I_2. \end{cases} (i \geq 2) \tag{39}$$

Prabhu et. al(1994)이 제안한 방법은 기존의 VSS 관리도 분석 방법과 같으며, 따라서 ARL_δ의 식도 동일하다. 단, ATS 계산식이 다음과 같이 추가된다.

$$ATS_\delta = \boldsymbol{b}^T(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{Q}_\delta)^{-1}\boldsymbol{h}, \ \boldsymbol{h}^T = (h_2, h_1) \tag{40}$$

Prabhu et. al(1997)은 앞 절에서 설명한 바와 같이 이상원인 발생시점으로부터 이상신호가 발생하기까지 경과시간($AATS_\delta$)을 식 (29)로 계산하여 과소

평가하였으며, 관리상태에서의 기대 샘플링 횟수(s)를 식 (38)로 계산하여 과대평가하였다.

Costa(1997)는 독자적인 방법으로 VSSI 관리도를 분석하였다. 관리상태와 이상상태를 망라하여 다음과 같이 다섯 가지의 상태를 정의하였다.

[상태 1] 관리상태이며 일치영역(I_1)에 속함
[상태 2] 관리상태이며 의심영역(I_2)에 속함
[상태 3] 이상상태이며 일치영역(I_1)에 속함
[상태 4] 이상상태이며 의심영역(I_2)에 속함
[상태 5] 이상상태이며 불일치영역(I_3)에 속함

상태 5에서는 이상신호가 발생하므로, 흡수상태가 되며, 이를 제외한 전이행렬은 다음과 같다.

$$\boldsymbol{Q}=\begin{pmatrix} q_1 & q_2 & q_3 & q_4 \\ q_1 & q_2 & q_3 & q_4 \\ 0 & 0 & p_{11} & p_{12} \\ 0 & 0 & p_{21} & p_{22} \end{pmatrix} \tag{41}$$

단, $q_1=\pi_1 r_1$, $q_2=\pi_2 r_2$, $q_3=\pi_1(1-r_1)$, $q_4=\pi_2(1-r_2)$, $r_1=e^{-\lambda h_2}$, $r_2=e^{-\lambda h_1}$.

Costa(1997)는 다음 식을 통하여 평균 신호 발생시간을 계산하였다.

$$ATC=\boldsymbol{q}^T(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{Q})^{-1}\boldsymbol{h}, \tag{42}$$

단, $\boldsymbol{q}^T=(q_1, q_2, q_3, q_4)$, $\boldsymbol{h}^T=(h_2, h_1, h_2, h_1)$.

따라서 이상원인 방치시간은 아래와 같다.

$$AATS_{\text{Cos}}=ATC-1/\lambda \tag{43}$$

관리상태에서의 평균 샘플링횟수는

$$ANS=\boldsymbol{q}^T(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{Q})^{-1}\boldsymbol{u}, \tag{44}$$

단, $\boldsymbol{u}^T=(1,1,0,0)$.

Costa(1997)는 자신의 연구 방법이 기존의 연구와는 다르다고 주장하였으나, 다음과 같은 공통점들을 찾을 수 있다.

[정리 4] 식 (44)의 ANS는 식 (35)의 s_3과 동일하다.

<증명>

먼저 $q_1+q_2=\pi_1 e^{-\lambda h_2}+\pi_2 e^{-\lambda h_1}=r$임에 주목하자. 식 (44)를 계산하면 다음과 같다.

$$\text{ⓕ } ANS=\frac{q_1+q_2}{1-q_1-q_2}=\frac{r}{1-r}=s_3 \tag{45}$$

이와 같이 Costa(1997)의 ANS가 정상상태의 샘플링 횟수와 같은 이유는 초기상태를 정상상태로 가정하였기 때문이다.

평균 이상신호 발생횟수는

$$E[FA]=\boldsymbol{q}^T(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{Q})^{-1}\boldsymbol{\alpha}, \tag{46}$$

단, $\boldsymbol{\alpha}^T=(\alpha,\alpha,0,0)$.

따라서 다음의 결과를 얻는다.

$$E[FA]=\left(\frac{r}{1-r}\right)\alpha=s_3\alpha \tag{47}$$

다음으로 평균 신호 발생시간의 의미를 해석하기 위해 다음과 같이 관리상태와 이상상태로 구분하여 계산해본다.

$$\begin{aligned} ATC&=\boldsymbol{q}^T(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{Q})^{-1}(h_2,h_1,h_2,h_1)^T \\ &=\boldsymbol{q}^T(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{Q})^{-1}(h_2,h_1,0,0)^T+\boldsymbol{q}^T(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{Q})^{-1}(0,0,h_2,h_1)^T \\ &\equiv ATC_1+ATC_2 \end{aligned} \tag{48}$$

다음의 정리는 관리상태 지속시간 ATC_1의 의미를 나타낸다.

[정리 5] $ATC=\frac{1}{\lambda}+ATC_2-\mathfrak{I}$,

$$\text{ⓖ } AATS_{\text{Cos}}=ATC_2-\mathfrak{I} \tag{49}$$

단, $\mathfrak{I}=\dfrac{E_0[1-(1-\lambda H)e^{-\lambda H}]}{\lambda(1-E_0[e^{-\lambda H}])}$.

<증명>

$ATC_1=\dfrac{h_2q_1+h_1q_2}{1-q_1-q_2}=\dfrac{E_0[He^{-\lambda H}]}{1-E_0[e^{-\lambda H}]}$ 이므로

$\dfrac{1}{\lambda}-ATC_1=\dfrac{1-E_0[e^{-\lambda H}]-\lambda E_0[He^{-\lambda H}]}{\lambda(1-E_0[e^{-\lambda H}])}=\mathfrak{I}$가 된다.

따라서 $ATC_1=1/\lambda-\mathfrak{I}$이며,

$AATS_{\text{Cos}}=ATC_1+ATC_2-1/\lambda=ATC_2-\mathfrak{I}$

Costa and Rahim(2001)이 제안한 기대 주기와 주기당 기대비용 요소들은 다음과 같다.

$$E[T] = ATC + T_0 E[FA] + T_1 + T_2 \quad (50)$$

$$E[C] = C_0/\lambda + C_1 AATS_\delta + SE[M] + YE[FA] + W \quad (51)$$

위의 식에서 기대 총 표본수는

$$E[M] = \boldsymbol{q}^T (I - \boldsymbol{Q}_\delta)^{-1} \boldsymbol{n}, \quad (52)$$

단, $\boldsymbol{n}^T = (n_1, n_2, n_1, n_2)$.

Costa and Rahim(2001)은 기대주기와 기대비용 모두에 샘플 조사시간 $eE_\delta[N]$을 고려하지 않았고, 이상신호 발생시에는 공정을 정지시킨다는 묵시적인 가정을 하였다.

4. 통합비교

기대주기 계산방법을 비교 요약한 결과는 <표 1>과 같으며, 비용 요소를 비교한 결과는 <표 2>와 같다. 관리상태에서의 경과시간은 식 (2)와 같이 이상원인 발생시간과 오류경보 처리시간의 선택적 합으로 구성하는 것이 바람직하다. Duncan(1956)은 오류경보 처리시간을 제외한 반면, Bai and Lee(1998)는 이를 포함시켰다. 관리상태에서의 기대 샘플링횟수(s)는 초기상태의 가정에 영향을 받지 않는 s_3를 사용하는 것이 적합하다.

이상원인 방치시간은 Das et. al(1997)이 제안한 $AATS_\delta$의 식 (28)이 정확한 방법이다. 이상원인 처리시간은 표본 분석시간과 원인 조사시간 및 제거시간 등을 모두 고려하는 것이 적합하다.

기대비용의 계산에서 관리상태에서의 운영비용 C_0/λ와 이상원인 제거비용 W 및 오류신호 처리비용 $s\alpha Y$ 등은 공통적이다.

이상상태에서의 운영비용은 상황에 따라 이상상태에서의 공정 가동시간을 적절히 계산하여 구한다. Costa and Rahim(2001)은 표본 분석시간과 원인조사 및 제거시간을 고려하지 않았다.

샘플링비용은 상황에 따라 샘플링횟수를 적절히 계산하여 구한다. 단, Prabhu et. al(1997)은 마지막 표본 타점시간($eE_\delta[N]$) 동안의 샘플링 비용을 고려하지 않았다. Costa and Rahim(2001)은 고정 샘플링비용과 변동 샘플링비용을 구분하지 않았다.

5. 수치예제

<표 1>과 <표 2>에서 제시된 통합모형을 VSI, VSS, VSSI 관리도에 적용해보았다. 본 예제에 사용된 공정과 비용모수로서 Prabhu et. al(1997)의 문제 집합을 사용하였으며, 다음의 통계적 제약을 설정하였다.

$$ATS_0 \geq 500, \; ATS_\delta \leq 8 \quad (53)$$

<표 3>은 공정 및 비용 모수의 값을 나타낸다. <표 4>는 FSSI 관리도의 최적 설계모수와 그 때의 통계량 및 주기당 기대 비용을 나타낸다. <표 5>, <표 6>, <표 7>은 각각 VSS 관리도, VSI 관리도,

<표 1> 기대주기 계산방법 비교

경우	출처	관리상태(A_1)	이상상태(A_2)	이상원인처리(A_3)	비 고
FSSI	Duncan(1956)	$1/\lambda$	$h_0\, ARL_\delta - \tau_0$	$en_0 + T_1$	
FSSI	L&V(1986)	$1/\lambda + (1-\gamma_1)s_0 T_0 \alpha$	$h_0\, ARL_\delta - \tau_0$	$en_0 + T_1 + T_2$	$s_0 = e^{-\lambda h_0}/[1-e^{-\lambda h_0}]$
VSI	Das(1997)	$1/\lambda + (1-\gamma_1)s_1 T_0 \alpha$	$AATS_\delta$	$en_0 + T_1 + T_2$	$s_1 = e^{-\lambda h_1}/(1-E_0[e^{-\lambda H}])$
VSI	Bai(1998)	$1/\lambda + s_3 T_0 \alpha$	$AATS_\delta$	T_2	$s_3 = E_0[e^{-\lambda H}]/(1-E_0[e^{-\lambda H}])$
VSS		$1/\lambda + (1-\gamma_1)s T_0 \alpha$	$h\, ARL_\delta - \tau$	$eE_\delta[N] + T_1 + T_2$	$s = e^{-\lambda h}/[1-e^{-\lambda h}]$
VSSI	Prabhu(1997)	$1/\lambda + (1-\gamma_1)s_2 T_0 \alpha$	$ATS_\delta - E_c[X]$	$eE_\delta[N] + T_1 + T_2$	$s_2 = E_0[e^{-\lambda H}/(1-e^{-\lambda H})]$
VSSI	Costa(2001)	$1/\lambda + T_0 E[FA]$	$AATS_\delta$	$T_1 + T_2$	$E[FA] = s_3 \alpha$
통합	정상상태	$1/\lambda + (1-\gamma_1)s_3 T_0 \alpha$	$AATS_\delta$	$eE_\delta[N] + T_1 + T_2$	

<표 2> 기대 비용요소 계산방법 비교 ($T \equiv \gamma_1 T_1 + \gamma_2 T_2$) ($C_0/\lambda$와 W는 공통)

경우	출처	이상상태 운영비용(B_1)	샘플링비용(B_2)	오류신호 (B_3)
FSSI	Duncan(1956)	$C_1[h_0 ARL_\delta - \tau_0 + en_0 + T_1]$	$\frac{a+bn_0}{h_0} \times E[T]$	$s_0 \alpha Y$
FSSI	L&V(1986)	$C_1[h_0 ARL_\delta - \tau_0 + en_0 + T]$	$\frac{a+bn_0}{h_0}\left[\frac{1}{\lambda} + h_0 ARL_\delta - \tau_0 + en_0 + T\right]$	$s_0 \alpha Y$
VSI	Das(1997)	$C_1[AATS_\delta + en + T]$	$(a+bn)\left[s_1 + \frac{AATS_\delta + en + T}{E_\delta[H]}\right]$	$s_1 \alpha Y$
VSI	Bai(1998)	$C_1 AATS_\delta$	$(a+bn)(s_3 + ARL_\delta)$	$s_3 \alpha Y$
VSS		$C_1[h\, ARL_\delta - \tau + eE_\delta[N] + T]$	$(a+bE_0[N])s + (a+bE_\delta[N])\left[ARL_\delta + \frac{eE_\delta[N]+T}{h_0}\right]$	$s \alpha Y$
VSSI	Prabhu(1997)	$C_1[ATS_\delta - E_0[\tau] + eE_\delta[N] + T]$	$(a+bn)s_2 + (a+bE_\delta[N])\left[ARL_\delta + \frac{T}{E_\delta[H]}\right]$	$s_2 \alpha Y$
VSSI	Costa(2001)	$C_1 AATS_\delta$	$SE[M]$	$s_3 \alpha Y$
통합	**정상상태**	$C_1[AATS_\delta + eE_\delta[N] + T]$	$(a+bE_0[N])s_3 + (a+bE_\delta[N])\left[ARL_\delta + \frac{eE_\delta[N]+T}{E_\delta[H]}\right]$	$s_3 \alpha Y$

VSSI 관리도의 최적 설계모수와 비용요소를 나타낸다. <그림 2>는 VSS 관리도, VSI 관리도, VSSI 관리도의 FSSI 관리도에 대한 시간당 기대비용의 상대적 감소율을 나타낸다. <표 8>은 적응형 관리도의 시간당 기대비용의 상대적 감소율이 가장 높은 경우와 가장 낮은 경우의 공정모수 조합을 나타낸다.

이상을 통하여 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

① 적응형 관리도의 주기당 기대비용은 전반적으로 감소하였으나, 그 감소율은 그리 크지 않은 것으로 나타났다. 이는 주기당 기대비용이 감소하더라도 기대주기 또한 감소하기 때문인 것으로 판단된다.

② 주기당 기대비용의 감소율은 VSS, VSI, VSSI 관리도 순으로 증가하였다.

③ 공정평균 이동폭(δ)이 작고, 이상원인 발생률(λ)이 크며, 관리상태 운영비용(C_0)이 작고, 이상상태 운영비용(C_1)이 큰 경우에 적응형 관리도의 시간당 기대비용 감소율이 크게 나타났다.

④ 공정 운영비용(B_1)은 대부분의 경우에 감소하였으나, 샘플링비용(B_2)과 오류신호 비용(B_3)은 증가한 경우도 많이 나타났다.

<표 3> 공정 및 비용 모수

고정	e	T_0	T_1	T_2	γ_1	γ_2		
	0.275	5.5	3.5	8	1	0		
경우	λ	δ	C_0	C_1	Y	W	a	b
1	0.01	0.5	100	250	200	150	1	0.2
2	0.05	1	100	250	500	150	1	0.6
3	0.01	1	200	250	500	150	2	0.2
4	0.05	0.5	200	250	200	150	2	0.6
5	0.01	0.5	100	500	500	150	2	0.6
6	0.05	1	100	500	200	150	2	0.2
7	0.01	1	200	500	200	150	1	0.6
8	0.05	0.5	200	500	500	150	1	0.2
9	0.01	1	100	250	200	300	2	0.6
10	0.05	0.5	100	250	500	300	2	0.2
11	0.01	0.5	200	250	500	300	1	0.6
12	0.05	1	200	250	200	300	1	0.2
13	0.01	1	100	500	500	300	1	0.2
14	0.05	0.5	100	500	200	300	1	0.6
15	0.01	0.5	200	500	200	300	2	0.2
16	0.05	1	200	500	500	300	2	0.6

<표 4> Shewhart $\overline{X}$ 관리도의 최적 설계모수 및 비용요소

	n_0	h_0	k_0	ARL_0	ARL_δ	ATS_0	ATS_δ	B_1	B_2	B_3	$E[C]$	$E[T]$	$E[CR]$
1	23	1.9	2.9	267.98	3.25	509.16	6.17	13762.69	339.10	38.91	14290.70	123.05	116.14
2	8	1	3.1	516.74	2.54	516.74	2.54	3937.21	160.94	18.87	4267.03	35.75	119.36
3	12	3.3	3	370.40	1.47	1222.31	4.86	22505.31	146.69	40.23	22842.24	118.02	193.54
4	23	2.6	2.8	195.68	2.91	508.78	7.56	8028.86	219.47	7.36	8405.70	44.12	190.54
5	23	1.9	2.9	267.98	3.25	509.16	6.17	17525.38	956.74	97.27	18729.39	123.05	152.21
6	8	0.5	3.3	1034.29	3.14	517.14	1.57	5510.16	194.55	7.64	5862.35	35.02	167.40
7	9	1.4	3	370.40	2.00	518.56	2.80	24038.32	494.06	38.30	24720.68	116.08	212.97
8	20	0.5	3.3	1034.29	6.96	517.14	3.48	10115.50	322.31	19.10	10606.91	40.23	263.65
9	9	2.6	2.8	195.68	1.73	508.78	4.49	12292.28	310.71	38.80	12941.79	117.17	110.45
10	20	0.7	3.2	727.66	5.97	509.36	4.18	5207.54	281.40	19.29	5808.23	40.83	142.25
11	24	2.9	2.8	195.68	2.75	567.49	7.99	24161.62	619.43	86.84	25167.89	124.65	201.91
12	9	1	3.1	516.74	2.17	516.74	2.17	5913.07	77.43	7.55	6298.04	35.65	176.65
13	8	0.7	3.2	727.66	2.82	509.36	1.97	13660.83	398.62	97.82	14457.27	115.32	125.36
14	20	0.7	3.2	727.66	5.97	509.36	4.18	8415.07	609.70	7.72	9332.49	40.83	228.57
15	21	1	3.1	516.74	4.78	516.74	4.78	26776.37	704.03	38.51	27818.91	121.55	228.86
16	8	0.7	3.2	727.66	2.82	509.36	1.97	7661.64	265.43	19.29	8246.36	35.32	233.45
							평균	13094.49	381.29	36.47	13737.25	79.17	178.96

<표 5> VSS 관리도의 최적 설계모수 및 비용요소 ($n_2 \leq 50$)

	n_1	n_2	h	k	w	ARL_0	ARL_δ	ATS_0	ATS_δ	B_1	B_2	B_3	$E[C]$	$E[T]$	$E[CR]$
1	1	49	0.50	3.30	1.65	1047.23	9.97	524.02	4.99	12721.93	458.00	38.07	13368.00	118.89	112.44
2	1	13	0.35	3.39	2.37	1424.86	5.87	500.00	2.06	3680.38	199.78	19.83	4049.99	34.72	116.64
3	11	47	3.98	2.65	2.54	125.62	1.53	500.00	6.08	20102.11	100.22	98.02	20450.35	108.41	188.64
4	1	50	0.48	3.30	2.37	1039.15	10.83	502.51	5.24	6732.54	361.29	7.86	7251.70	38.93	186.27
5	1	49	0.49	3.30	1.64	1020.61	9.91	500.35	4.86	15382.25	1177.03	99.68	16808.97	118.76	141.53
6	1	16	0.18	3.57	2.31	2851.02	7.02	500.00	1.23	4942.38	366.48	7.96	5466.82	33.88	161.34
7	8	49	1.53	2.96	2.86	326.10	2.92	500.00	4.47	23088.77	365.96	39.69	23644.42	114.18	207.08
8	1	49	0.12	3.67	2.10	4093.27	17.69	500.00	2.16	7821.64	422.42	19.94	8414.00	35.64	236.06
9	8	49	1.43	2.98	2.82	349.10	2.78	500.00	3.98	11623.29	475.18	39.71	12438.19	114.49	108.64
10	1	49	0.30	3.43	2.39	1677.33	10.16	500.00	3.03	4308.95	326.68	19.85	4955.48	37.24	133.08
11	1	39	1.03	3.17	1.94	660.45	7.79	678.49	8.00	23551.00	544.06	73.32	24468.38	122.20	200.23
12	8	46	0.90	3.12	3.02	555.59	3.13	500.00	2.82	5609.94	67.11	7.82	5984.87	34.44	173.78
13	7	49	0.92	3.12	3.06	546.03	4.16	500.00	3.81	13513.43	268.99	99.54	14181.96	115.03	123.29
14	1	48	0.13	3.66	2.19	3945.40	21.50	500.00	2.72	5940.65	710.65	7.97	6959.28	35.88	193.95
15	1	49	0.38	3.37	2.35	1309.23	10.06	500.00	3.84	24947.04	882.91	39.92	26169.88	117.89	221.98
16	1	17	0.25	3.48	1.91	1993.02	6.69	500.00	1.68	7147.44	367.25	19.87	7834.57	34.29	228.45
									평균	11944.61	443.38	39.94	12652.93	75.93	170.84

<표 6> VSI 관리도의 최적 설계모수 및 비용요소 ($h_{min}=0.1$)

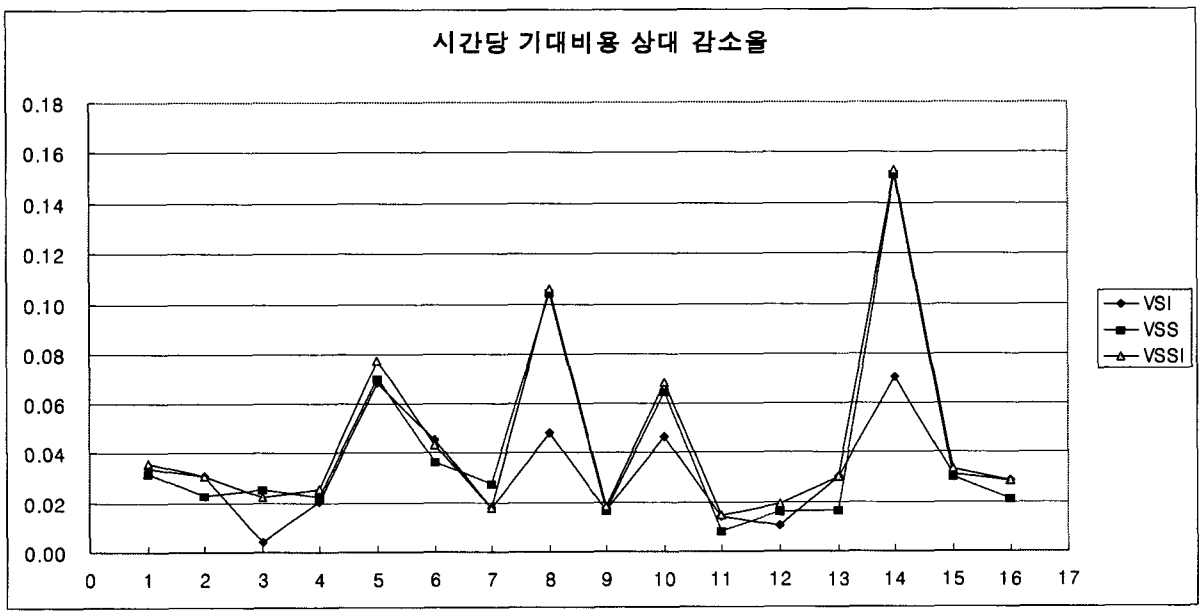
	n	h_1	h_2	k	w	ARL_0	ARL_δ	ATS_0	ATS_δ	B_1	B_2	B_3	$E[C]$	$E[T]$	$E[CR]$
1	16	0.1	2.64	2.93	0.88	297.41	5.70	500.00	2.83	12883.47	339.53	39.85	13412.85	119.53	112.21
2	6	0.1	1.51	3.04	1.15	429.27	3.62	500.00	1.05	3665.72	175.65	19.59	4010.96	34.66	115.71
3	8	0.1	3.85	3.12	1.48	553.90	2.60	1846.67	1.66	22162.93	147.86	26.70	22487.49	116.65	192.77
4	15	0.1	4.02	2.80	0.90	193.16	5.13	500.00	4.20	7262.75	241.56	7.78	7662.09	41.05	186.65
5	16	0.1	2.91	2.91	0.87	272.43	5.47	500.00	2.93	15866.53	863.94	99.60	16980.06	119.73	141.82
6	6	0.1	0.71	3.27	1.05	943.85	4.88	500.00	0.79	5058.27	237.33	7.92	5453.52	34.12	159.85
7	6	0.1	1.93	2.98	1.12	342.95	3.34	500.00	1.14	23451.39	398.70	39.80	24039.89	114.90	209.22
8	14	0.1	1.12	3.30	0.50	1019.51	12.98	500.00	2.39	9028.48	355.98	20.01	9554.47	38.06	251.06
9	6	0.1	3.24	2.82	1.12	206.01	2.80	500.00	1.53	11937.37	297.27	39.67	12574.32	115.75	108.63
10	15	0.1	1.82	3.04	0.88	428.64	7.46	500.00	2.85	4746.89	221.74	19.73	5288.36	38.99	135.64
11	17	0.1	7.19	2.56	1.06	96.32	3.25	500.00	5.55	23909.14	302.23	98.43	24609.80	123.64	199.05
12	6	0.1	1.41	3.07	1.12	467.95	3.74	500.00	0.99	5642.72	91.60	7.85	6042.17	34.57	174.78
13	6	0.1	1.20	3.14	1.00	583.99	4.06	500.00	0.84	13184.67	319.67	99.73	13904.06	114.37	121.57
14	14	0.1	1.05	3.19	0.90	714.18	10.78	500.00	2.92	7249.02	622.62	7.92	8179.56	38.50	212.47
15	16	0.1	2.51	3.00	0.69	375.73	6.35	500.00	2.30	25523.57	536.87	39.95	26400.39	119.05	221.76
16	6	0.1	1.20	3.09	1.35	495.27	3.82	500.00	1.16	7302.00	224.94	19.59	7846.53	34.60	226.75
									평균	12429.68	336.09	37.13	13027.91	77.39	173.12

<표 7> VSSI 관리도의 최적 설계모수 및 비용요소 ($h_{min}=0.1$)

	n_1	n_2	h_1	h_2	k	w	ARL_0	ARL_δ	ATS_0	ATS_δ	B_1	B_2	B_3	$E[C]$	$E[T]$	$E[CR]$
1	1	46	0.1	0.57	3.28	1.34	958.56	8.56	500.00	4.02	12584.95	475.66	39.90	13250.51	118.34	111.97
2	1	11	0.1	0.51	3.31	1.31	1087.82	5.30	500.00	1.90	3655.76	180.88	19.79	4006.44	34.62	115.72
3	11	48	0.1	2.37	2.82	2.72	210.21	2.05	500.00	7.90	20091.62	168.70	98.81	20509.13	108.37	189.26
4	1	45	0.1	0.76	3.2	1.74	721.82	8.43	502.59	5.29	6851.48	307.62	7.83	7316.94	39.41	185.68
5	1	46	0.1	0.48	3.32	1.43	1116.56	10.05	500.00	4.11	15050.62	1280.66	99.79	16581.07	118.10	140.40
6	5	6	0.1	0.63	3.3	0.93	1017.34	5.38	500.00	1.22	5074.30	237.23	7.92	5469.46	34.15	160.17
7	4	6	0.1	1.72	3.02	0.81	395.47	4.05	500.00	2.29	23471.87	379.04	39.83	24040.75	114.94	209.15
8	1	50	0.1	0.12	3.67	1.84	4059.31	17.37	500.00	2.10	7798.39	422.74	19.94	8391.07	35.60	235.73
9	8	50	0.1	2.05	2.87	2.5	243.49	3.02	500.00	7.90	11877.88	309.60	39.59	12527.06	115.51	108.45
10	1	50	0.1	0.27	3.47	1.64	1933.56	13.29	500.00	3.25	4221.87	347.62	19.87	4889.37	36.89	132.55
11	8	19	0.1	5.30	2.69	0.93	138.66	4.24	500.00	8.00	23758.83	328.03	99.04	24485.91	123.04	199.02
12	8	49	0.1	0.89	3.12	2.76	560.13	3.57	500.00	3.66	5570.80	61.10	7.82	5939.72	34.28	173.25
13	5	6	0.1	1.20	3.15	0.76	602.87	4.36	500.00	1.53	13199.07	311.95	99.75	13910.76	114.40	121.60
14	1	50	0.1	0.11	3.69	1.95	4458.52	21.89	500.00	2.44	5791.21	788.49	7.98	6887.68	35.58	193.57
15	1	48	0.1	0.50	3.31	1.38	1088.17	8.83	500.00	3.69	24997.18	774.41	39.91	26111.51	117.99	221.29
16	5	6	0.1	1.20	3.13	0.83	563.56	4.29	500.00	1.65	7235.56	260.24	19.70	7815.50	34.47	226.73
										평균	11951.96	414.62	41.72	12633.30	75.98	170.28

<표 8> 시간당 기대비용의 상대 감소율이 높은(낮은) 경우

	경우	λ	δ	C_0	C_1	Y	W	a	b
상위1	14	0.05	0.5	100	500	500	150	2	0.2
상위2	8	0.05	0.5	200	500	200	150	1	0.6
상위3	5	0.01	0.5	100	500	200	300	2	0.6
상위4	10	0.05	0.5	100	250	500	300	1	0.6
하위1	3	0.01	1.0	200	250	200	300	1	0.6
하위2	11	0.01	0.5	200	250	500	300	1	0.6
하위3	12	0.05	1.0	200	250	500	150	1	0.2
하위4	9	0.01	1.0	100	250	500	300	2	0.2



<그림 2> FSSI 관리도에 대한 시간당 기대비용의 상대 감소율

6. 결 론

적응형 관리도는 통계적 분석이 용이하여 많이 연구되어 왔지만, 아직 명확하게 규명되지 않은 부분이 있다. 더욱이 경제적 이득은 기존 연구에서 주장한 만큼 크게 나타나지 않았다. 본 연구에서는 기존 연구에서 제시된 분석 방법론을 비교하여 유사점과 차이점을 규명하고자 하였다. 제시된 통합모형을 통하여 통계적-경제적 설계를 수행한 결과, 적응형 관리도는 이상원인을 신속히 감지하여 공정의 운영비용을 감소시키는 효과가 있는 반면, 샘플링 비용과 오류신호 비용은 증가시킬 수도 있는 것으로 나타났다. 공정평균의 이동폭이 작은 경우, 이상원인이 빈번히 발생하는 경우, 이상상태 운영비용이 상대적으로 큰 경우 등에 있어서 적응형 관리도를 사용하는 것이 바람직할 것이다.

참고문헌

[1] Bai, D.S. and Lee, K.T.(1998), "An Economic Design of Variable Sampling Interval $\overline{X}$ Control Charts", *International Journal of Production Economics*, Vol. 54, pp. 57-64.

[2] Costa, A.F.B.(1994), "$\overline{X}$ Charts with Variable Sample Size", *Journal of Quality Technology,* Vol. 26, No. 3, pp. 155-163.

[3] Costa, A.F.B.(1997), "$\overline{X}$ Charts with Variable Sample Size and Sampling Intervals", *Journal of Quality Technology,* Vol. 29, No. 2, pp. 197-204.

[4] Costa A.F.B., and Rahim, M.A.(2001), "Economic Design of $\overline{X}$ Charts with Variable Parameters : the Markov Chain Approach", *Journal of Applied Statistics,* Vol. 28, No. 7, pp. 875-885.

[5] Das T.K., Jain, V., and Gosavi, A.(1997), "Economic Design of Dual-Sampling-Interval Policies for $\overline{X}$ Charts with and without Run Rules", *IIE. Transactions.* Vol. 29, pp. 497-506.

[6] Duncan, A.J.(1956), "The Economic Design of $\overline{X}$ Charts Used to Maintain Current Control of a Process", *Journal of the American Statistical Association,* Vol. 51(274), pp. 228-242.

[7] Lorenzen, T.J. and Vance, L.C.(1986), "The Economic Design of Control Charts: a Unified Approach", *Technometrics,* Vol. 28, No. 3, pp. 3-10.

[8] Prabhu, S.S., Runger, G.C., and Keats, J.B.(1993), "$\overline{X}$ Chart with Adaptive Sample Sizes", *International Journal of Production Research,* Vol. 31, pp. 2895-2909.

[9] Prabhu, S.S., Montgomery, D.C. and Runger, G.C.(1994), "A Combined Adaptive Sample Size and Sampling Interval $\overline{X}$ Control Scheme", *Journal of Quality Technology,* Vol. 26, No. 3, pp. 164-176.

[10] Prabhu, S.S., Montgomery, D.C. and Runger, G.C.(1997), "Economic- Statistical Design of an Adaptive $\overline{X}$ Chart", *International Journal of Production Economics,* Vol. 49, No. 1, pp. 1-15.

[11] Reynolds, M.R., Amin, R.W., Arnold, J.C., and Nachlas, J.A.(1988), "$\overline{X}$ Charts with Variable Sampling Intervals", *Technometrics,* Vol. 30, No. 2, pp. 181-192.

[12] Tagaras, G.(1998), "A Survey of Recent Developments in the Design of Adaptive Control Charts", *Journal of Quality Technology,* Vol. 30, No. 3, pp. 212-231.