

ZAERO를 이용한 시간영역에서의 접는 날개 비선형 공탄성 해석

Nonlinear Aeroelastic Analysis in Time Domain for Folded Fins using ZAERO

이 동 민* **김 정 영***
Lee, Dong-Min Kim, Jung-Young

ABSTRACT

The purpose of this paper is to study the impact of concentrated nonlinearities, freeplays, on the aeroelastic behaviors of single- and double-folded control fins. The nonlinearities may cause limit cycle oscillation(LCO) below the linear flutter boundary. The effects of nonlinear hinges on LCO characteristics of the fins are examined as flight condition changes. Nonlinear time-domain flutter analyses are performed, using ZAERO. The results show that the aeroelastic stability boundaries of double-folded fin(DF) are higher than those of the single-folded fin(SF) and the lower hinge freeplay impact more critically on the stability than the upper hinge freeplay of the DF.

주요기술용어(주제어) : Nonlinear Aeroelastic Analysis(비선형 공탄성 해석), Time-Domain(시간영역), Freeplay(간극), Folded Fins(접는 날개), Limit Cycle Oscillation(제한주기진동), ZAERO

1. 머리말

공기 중을 고속으로 비행하는 비행체 구조물에서 공기력과 구조의 관성력, 탄성력이 서로 상호작용을 하여 공력탄성학적(aeroelastic, 공탄성) 불안정 현상이 일어날 수 있다. 이러한 공탄성 현상이 발생하면 구조물에 치명적인 손상을 일으킬 수 있으므로 구조의 예비설계단계에서 발생 여부를 반드시 확인하여야 한다.

발사관 발사 방식을 주로 택하고 있는 최근의 유도

탄 경우, 발사관 직경의 제약 등으로 말미암아 조종날개를 접어서 장입하는 것이 일반적이다. 접는 조종날개에서는 접는 힌지부에서 혹은 조종날개 작동을 위한 구동장치 등에서 어느 정도의 간극이 존재할 수 있다.

일반적으로 간극을 고려하여 공탄성 해석을 해보면 선형해석에서 예측하는 플러터 속도보다 낮은 비행속도에서 발산하는 진동은 발생하지 않는다 하더라도 상당한 크기의 진폭을 가지는 제한주기진동(LCO)이 발생할 수 있다고 보고되어 있다^[1,2]. 과도한 크기의 제한주기진동은 날개 및 구동시스템의 구조요소 가운데 피로에 약한 부재를 파괴시킬 수 있으며, 날개의 조종성능에도 악영향을 미칠 수 있다. 그러므로 어느 정도의 간극을 가질 경우, 주어진 비행영역에서의 비행조건에 따라 어떤 제한주기 진동이 발생하는지를

† 2008년 3월 18일 접수~2008년 5월 9일 게재승인

* 국방과학연구소(ADD)

주저자 이메일 : ldm5238@add.re.kr

예측할 수 있다면 구조요소의 피로한계를 계산하거나 조종성능을 분석하는데 유용할 것이다.

본 연구에서는 접는 날개의 힌지부분에 집중된 간극을 고려하여 조종날개의 공탄성 해석을 수행하였다. 이러한 비선형성을 고려한 플러터해석 방법으로는 비선형성을 근사화하여 주파수 방법^[3,4]을 사용하는 방법과 비선형 방정식을 시간영역에서 직접 적분하는 방법^[1,2]이 있다. 본 연구에서는 후자의 방법으로 수행하였다. 비선형 플러터 해석을 위하여 사용한 도구는 ZONA Tech.의 ZAERO(ver.7.3)^[5]이며, 고유진동해석을 위하여 MSC/Nastran을 사용하였다. 해석을 통하여 일정량의 간극이 주어져 있을 때 비행조건에 따라 발생하는 LCO의 경향을 살펴보았다.

2. 비선형 공탄성 해석을 위한 수식화

가. 시간영역의 공탄성 해석 수식화

공탄성 해석을 위한 일반적인 선형 지배방정식은 구조의 비선형성을 제외하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[M]\{\ddot{d}\} + [K]\{d\} = \{F(d, t)\} \quad (1)$$

$\{F\} = \{F_a(d)\} + \{F_e(t)\}$ 이므로, 다음과 같이 정리할 수 있다. 여기서 $\{d\} = \{d(x, y, z)\}$ 는 유한요소의 변위, $\{F_a\}$ 는 비정상공기력, $\{F_e\}$ 는 외부 가진력을 의미한다.

$$[M]\{\ddot{d}\} + [K]\{d\} - \{F_a(d)\} = \{F_e(t)\} \quad (2)$$

비정상공기력은 구조변위의 응답에 따라 되먹임(feedback)되는 값이므로 다음과 같이 convolution 적분을 써서 표현할 수 있다.

$$\{F_a\} = \frac{1}{2}\rho V^2 \int_0^t H\left(\frac{V}{L}(t-\tau)\right) d(\tau) dt \quad (3)$$

식 (2)에 식 (3)을 대입하고 라플라스 변환을 하면

$$\left[s^2[M] + [K] - q_\infty \left[\overline{H}\left(\frac{sL}{V}\right) \right] \right] \{\overline{d}(s)\} = \{\overline{F}_e\} \quad (4)$$

q_∞ 는 동압, \overline{d} , \overline{H} 는 d , H 의 라플라스 변환, s 는 라플라스 변수를 의미한다. 선형해석의 경우에는 식 (1)의 우변을 영으로 하여 고유 모드 행렬 $[\Phi]$ 를 이용하면 식 (1)은 결국 다음과 같은 일반화 좌표계에서의 운동방정식으로 표현된다.

$$\left[s^2[GM] + [GK] - q_\infty \left[Q\left(\frac{sL}{V}\right) \right] \right] \{\overline{u}\} = \{\overline{GF}_e\} \quad (5)$$

여기서, $\{d\} = [\Phi]\{u\}$, $[Q] = [\Phi]^T[\overline{H}][\Phi]$ 이다.

한편 간극(free-play)이나, 이선형성(bilinear), 마찰이나 히스테리시스 등과 같은 집중된 구조 비선형성을 포함할 경우에는 구조 강성행렬은 식 (6)과 같이 선형 강성행렬에 비선형성에 의해 발생하는 복원력 $\{f(d)\}$ 를 더한 형태로 나타낼 수 있다.

$$[K_N(d)]\{d\} = [K]\{d\} + \{f(d)\} \quad (6)$$

그러므로 최종의 구조의 집중된 비선형성을 고려한 공탄성 지배방정식은 식 (1)의 선형 강성 대신 식 (6)을 적용한 후, 선형의 경우와 동일하게 모드 좌표 근법을 적용하게 되면 식 (5) 대신에 식 (7)과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} [GM]\{\ddot{u}\} + [GK]\{u\} - q_\infty \mathcal{L}^{-1} \left\{ \left[Q\left(\frac{sL}{V}\right) \right] \{\overline{u}\} \right\} + \\ [\Phi]^T \{f\} = \{GF_e\} \end{aligned} \quad (7)$$

식 (7)에서 비정상 공기력 상관계수 $[Q]$ 를 라플라스 변수 s 에 대한 유리함수 형태로 근사화(RFA : Rational Function Approximation) 한 후 역라플라스 변환을 수행하고 이를 다시 상태변수 방정식으로 정리하면 식 (8)과 같은 형태가 된다.

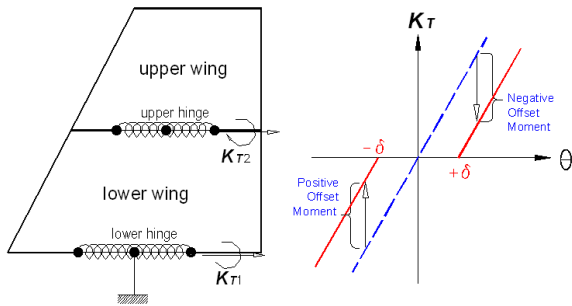
$$\{\dot{X}\} = [A]\{X\} + \{B\} \quad (8)$$

자세한 결과는 참고문헌 [1]의 '2.6.2'절 및 [5]를 참고하도록 한다. 위의 식 (8)을 시간영역에서 적분하여 집중된 비선형성이 있는 날개의 공탄성 해석을 수행하게 된다.

나. 간극을 고려한 비선형 힌지 모델링

집중된 비선형 요소인 간극(free-play)을 포함하여 날개를 모델링할 경우 식 (6)과 같이 간극에 의해 발생하는 복원력(offset moment)을 포함해야 한다. 선형 모델의 경우에는 힌지의 회전 변위에 대해 일정한 강성을 갖는 스프링으로 힌지 강성을 모델링할 수 있으나 간극을 포함하면 힌지의 회전 변위에 따라 강성이 달라져야 한다.

그림 1에서 보는 바와 같이, 힌지의 변위가 간극영역(-δ ≤ θ ≤ +δ)에 있으면 힌지 강성은 없으며 간극을 벗어난 경우에만 강성이 존재한다.



[그림 1] 힌지부 간극을 고려한 접는 날개 및 간극을 고려한 힌지의 강성모델

선형 스프링에서 간극을 고려하여 간극을 벗어난 영역에서는 읍셋된 형태의 강성을 갖는다고 하면 식 (6)에서 표현한 읍셋 모멘트는 식 (9)와 같다.

$$\{f(d)\} = \{M_{offset}\} = [K_T] \{\delta\} = \begin{Bmatrix} \vdots \\ -K_{T1}\delta_1 sgn(\theta_1) \\ \vdots \\ -K_{T2}\delta_2 sgn(\theta_2) \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (9)$$

여기서 \$\{\delta\}\$는 힌지의 회전자유도 '\$\theta\$'에 대응하는 위치에만 간극의 크기인 상수 \$\delta\$만 주어져 있고 그 외 나머지 자유도에는 모두 영인 벡터이다. \$[K_T]\$는 힌지의 스프링만의 강성을 나타낸 행렬이다. \$sgn(\theta)\$는 \$\theta\$의 부호가 음이나 양에 따라 -1 혹은 +1을 부여한다.

ZAERO에서는 비선형 해석을 수행하는 동안에 공탄성 지배방정식을 재구성할 수 있는 기능을 가지고 있다. 따라서 시스템의 강성이 변함에 따라 지배방정

식의 구성을 바꾸어가면서 시간적분을 수행하여 비선형 플러터 해석을 수행하게 된다. 본 연구의 해석모델과 같이 상/하부 힌지에 간극을 포함할 경우, 시스템 강성 행렬로서 모두 4가지 강성 행렬(nominal 강성, 상부 힌지의 간극, 하부힌지의 간극, 상/하부 모두 간극이 적용되는 경우에 대한 강성행렬)이 필요하게 된다.

해석을 수행하는 과정에서 힌지의 각도를 확인하여 어떤 강성 행렬을 사용할 것인지를 선택하며, 간극영역을 벗어난 경우에는 nominal 강성에서 식 (10)을 적용하여 읍셋 모멘트를 계산, 방정식을 구성하게 된다. 그리고 공탄성 해석의 효율을 높이기 위하여 가상질량법(FM : Fictitious Mass Method)^[5,6]을 적용한 모우드 접근법을 사용하므로 모우드 행렬 \$[\Phi_f]\$을 적용하여 아래와 같은 형태가 된다.

$$[\Phi_f]^T \{f(d)\} = [\Phi_f]^T [K_T] \{\delta\} = [\Phi_f]^T \begin{Bmatrix} \{0\} \\ -K_{T1}\delta_1 sgn(\theta_1) \\ \{0\} \\ -K_{T2}\delta_2 sgn(\theta_2) \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (10)$$

다. 초기 가진 입력 모델

시간영역의 해석에서 날개의 초기 가진을 위하여 ZAERO에서 제공하는 돌풍 및 구동입력 등, 두 가지를 적용해 보았다. ZAERO에서 제공하는 돌풍모델은 모두 4가지가 있으며 그 가운데 아래의 식 (11)과 같은 삼각함수 형태의 돌풍모델을 사용하였다.

$$Gust = W_G \times \begin{cases} 0 & (\tau < 0) \\ \frac{1}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi\tau}{L_g}\right) \right) & (0 < \tau < L_g) \\ 0 & (\tau > L_g) \end{cases} \quad (11)$$

여기서, \$\tau = -(x - x_0)/V\$이며 \$x\$는 공력모델의 원점, \$x_0\$는 돌풍적용 기준점에서 공력모델원점까지의 상대 위치, \$V\$는 비행속도를 나타낸다. 그리고 \$W_G\$는 돌풍 속도, \$L_g\$는 돌풍이 작용하는 구간을 의미한다. 보다 자세한 내용은 참고문헌 [5]를 참조한다.

날개의 구동입력을 위한 구동기 모델은 아래 식 (12)와 같이 적용하였다.

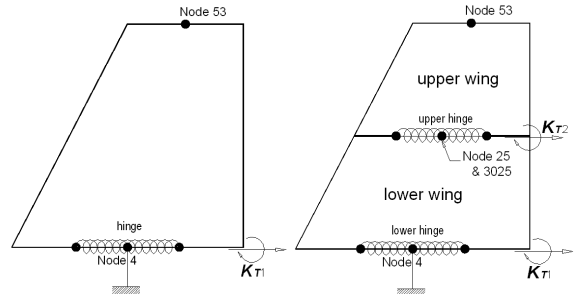
$$\theta_{fin}/U_{pilot} = A_0/(s^3 + A_2s^2 + A_1s + A_0) \quad (12)$$

여기서, $A_0 = 27 \times \omega_{max}^3$, $A_1 = 13.5 \times \omega_{max}^2$, $A_2 = 4.5 \times \omega_{max}$, 그리고 ω_{max} 는 해석 모델의 최대 고유진동수이다. 또한, 구동기의 회전강성은 강체로 가정하였다.

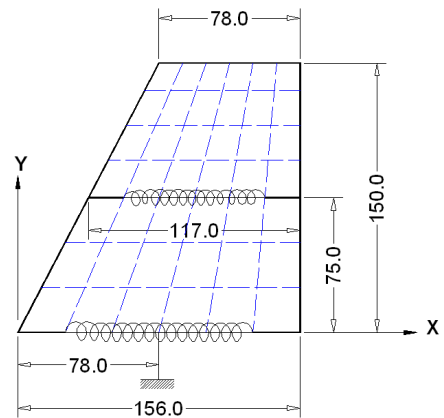
3. 접는 날개의 비선형 공탄성 해석

가. 해석 모델 및 시간영역 해석의 적합성 확인

해석 모델로서 그림 2와 같이 1단 접는 날개(SF)와 2단 접는 날개(DF) 등, 두 가지를 다루었다. 접는 힌지부에서는 횡방향(transverse) 자유도는 공유하나 x축 회전 자유도는 힌지 비틀림 스프링에 의해 연결되어 구속된다. 힌지 스프링에 의해 연결되는 구조절점의 회전자유도는 같은 각도로 움직인다고 가정하였다. 상/하부 힌지강성은 각각 150, 200Nm/rad을 적용하였다. 날개의 하단/상단 두께는 각각 3.0, 1.5mm이며 날개의 재료 물성치는 다음과 같다.



(a) single hinge fin(SF) (b) double hinge fin(DF)

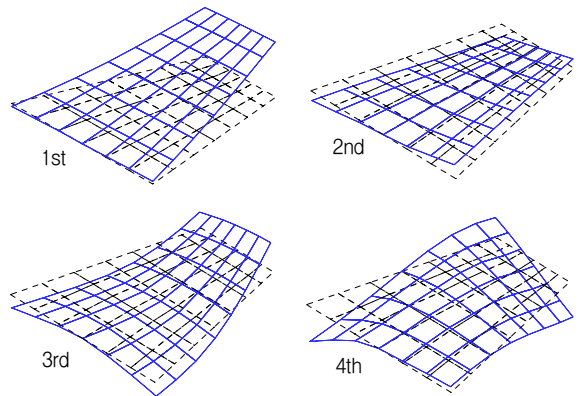


[그림 2] 해석 모델

구 분	E(GPa)	G(GPa)	ν	밀도(kg/m ³)
Al Alloy	72.4	27.2	0.33	2713.

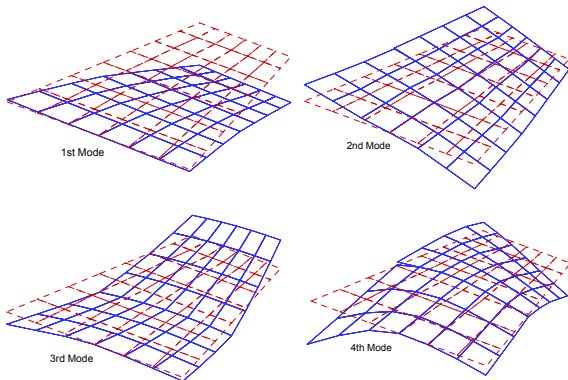
[표 1] 모델 SF/DF의 고유 진동수(단위 : Hz)

Mode	모델 SF		모델 DF	
	Nominal (Nastran)	FM 적용 (Zaero)	Nominal (Nastran)	FM 적용 (Zaero)
1	76.2	76.2	73.6	73.6
2	214.3	214.3	217.1	217.1
3	357.0	357.1	303.6	303.6
4	477.0	477.0	514.3	514.3
5	678.6	679.0	678.2	678.3
6	987.0	987.9	973.2	977.4
7	1192.7	1201.	1154.6	2079.
8	1405.3	2689.	1390.0	5988.



[그림 3] 모델 SF의 진동 모드

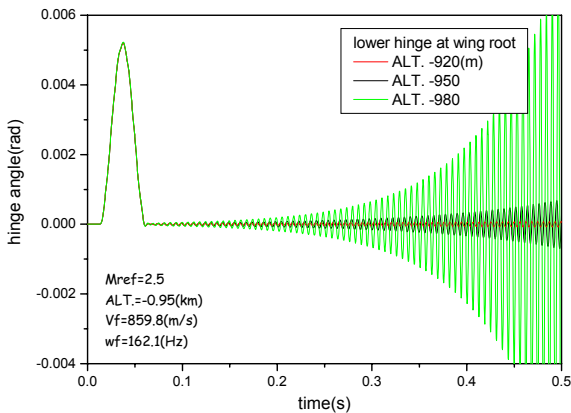
그림 3, 4 및 표 1에서 각 모델의 고유진동 모드 및 진동수를 나타내었다. 표 1의 결과에서는 비선형 공탄성 해석 시 적용할 가상질량법의 타당성도 확인할 수 있다.



[그림 4] 모델 DF의 진동 모우드

[표 2] 선형모델 SF/DF의 플러터 해석결과 비교

구 분	모델 SF		모델 DF	
	g-method	시간적분	g-method	시간적분 (그림 5)
Alt.(m)	652.2	400~500	-913	-920~-950
Speed(m/s)	844.4	846.	859.4	860.
Freq.(Hz)	167.0	166.0	165.2	162.1



[그림 5] 선형모델 DF의 돌풍 응답

해석 모델의 검증을 위하여 간극이 없는 선형모델에 대하여 주파수 영역의 해석(g-method)^[5]과 시간적분 해석 결과를 비교하였다. 비행조건은 속도 Ma2.5이며, 표준대기에서 고도를 바꾸어가며 해석하였다. 해석결과를 정리하면 표 2와 같다. 두 해석 모델에 대

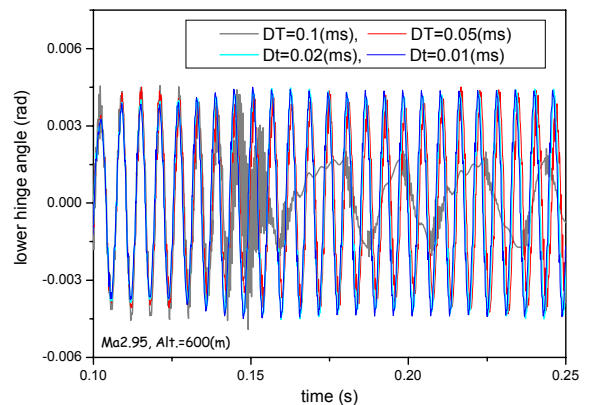
한 해석 결과가 잘 일치하고 있어 시간영역 해석 모델의 적합성을 확인할 수 있다. 한편, 모델 DF가 SF에 비하여 안정고도가 더 낮은 이유는 플러터를 일으키는 1, 2번째 모우드의 주파수 차이가 증가함에 따른 것이다.

나. 비선형 공탄성 해석 결과

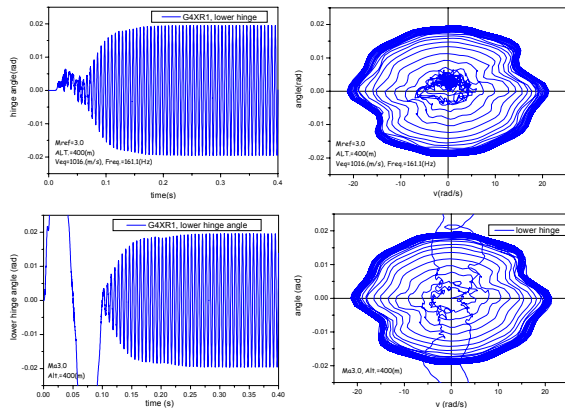
앞서 검증된 시간영역의 선형 해석 모델을 바탕으로 힌지 간극을 반영한 모델로 확장하여 비선형 해석을 수행하였다. 비선형 해석 모델의 힌지부 간극의 크기는 SF의 경우 0.1도로, DF의 경우는 0,0, 0.05, 0.1도를 상/하 힌지에 적용하였다.

비선형 구조동역학 문제를 시간적분을 통하여 해석하고자 할 경우에는 수치적 잡음이나 해석 알고리즘 불안정에 기인한 거동을 실제 응답으로 오판할 수도 있기 때문에 적분 간격의 적절성, 가진 크기 및 형태에 따른 응답의 변화를 살펴 볼 필요가 있다. 이를 검토하기 위하여 그림 6~8에 걸쳐서 해석의 적절성을 고찰하였다.

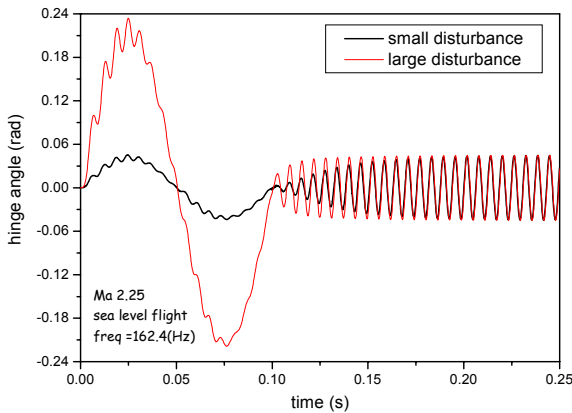
아래의 그림 6(모델 DF)을 통하여 적분 간격 0.01 ms를 적용할 경우 충분한 수렴성을 가짐을 확인하였다. 그림 7(모델 DF)에서는 돌풍 및 과도 구동입력에 대한 응답 특성을 보여주고 있다. 돌풍이나 구동명령에 대한 LCO 응답 역시 거의 유사하게 나타난다. 그림 8(모델 SF)은 과도구동입력 sine파형의 크기 변화에 따른 응답 특성을 보여준다. 입력의 크기와 무관하게 일정한 LCO 특성을 보여주고 있다.



[그림 6] 적분간격의 수렴성 확인



[그림 7] 돌풍(위) 및 구동입력(아래)에 대한 응답

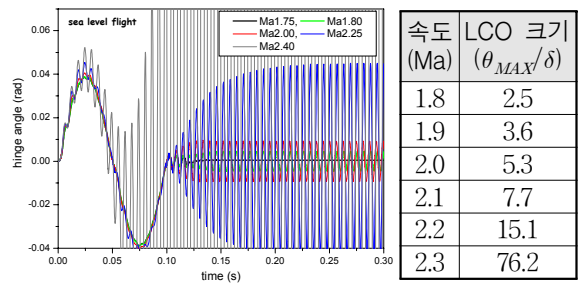


[그림 8] 입력크기에 따른 응답 변화

앞서 확인된 초기 가진 조건 및 시간적분 간격 등을 적용하여 비행조건의 변화에 따라 간극을 가지는 1, 2단 접는 날개의 응답 특성이 어떠한 변화를 보이는지를 그림 9~11에 걸쳐 검토하였다.

먼저 그림 9는 모델 SF에 대하여 비행고도 0m에서 마하수를 증가시켜가면서 LCO의 변화를 살펴보았다. 속도증가에 따라 LCO의 진동수는 162Hz에서 거의 변하지 않으며 진폭의 크기만 달라진다. 선형 플러터 경계 아래인 Ma2.2~2.3에서 상당히 큰 진폭의 LCO 거동을 하고 있다.

그림 10에서는 모델 DF에 대한 해석 결과를 보여주고 있다. 전반적인 특성은 모델 SF와 크게 다르지 않으나 상부 힌지의 추가로 인하여 오히려 전반적으로 안정성이 나아진 것으로 나타났다. 표 4에서는 비



[그림 9] 모델 SF의 비행속도 변화에 따른 LCO 변화

[표 3] 비행고도/속도 변화에 따른 SF 응답특성

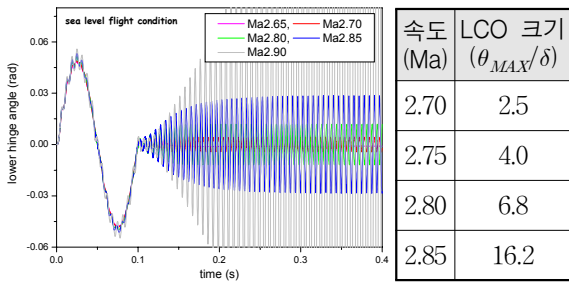
1000.m	-	-	-	-	L	L	L	L
800.m	-	-	-	L	L	L	L	L
600.m	-	-	L	L	L	L	L	L
400.m	-	-	L	L	L	L	L	X
200.m	-	L	L	L	L	L	X	X
sea level	L	L	L	L	L	L	X	X
고도/마하수	1.80	1.90	2.00	2.10	2.20	2.30	2.40	2.50

- : Stable, L : LCO, X : Divergent Flutter

행고도/속도의 변화에 따라 날개가 어떤 응답특성을 보이는지를 정리하였다.

상/하부 힌지 간극 크기 변화에 따른 LCO 응답을 그림 11에서 살펴보았다. 그림에서 “low 0.1 & up 0.05” 등은 “하부힌지 간극이 0.1도 상부힌지 간극이 0.05도” 등을 의미한다. 상부 힌지의 간극이 사라지면 (up 0.0의 경우) LCO 진폭이 증가하고 속도/고도 변화에 따른 응답특성도 거의 SF와 유사한 것으로 나타난다. 여기서 상부의 간극은 LCO의 거동을 다소 줄이는 역할을 한 것으로 보인다. 그렇지만 상부 간극의 존재가 날개의 여타 다른 기능에도 순기능을 할지는 보다 더 자세한 연구가 필요하다고 판단된다. 반대로, 하부의 간극이 사라지면 전체적으로 LCO의 진폭이 아주 작아져 안정성이 크게 개선되는 것을 볼 수 있다.

이상의 결과로부터 하부 힌지의 간극이 상부의 간극에 비해 날개의 거동 특성에 영향을 크게 미치고 있음을 알 수 있었다.

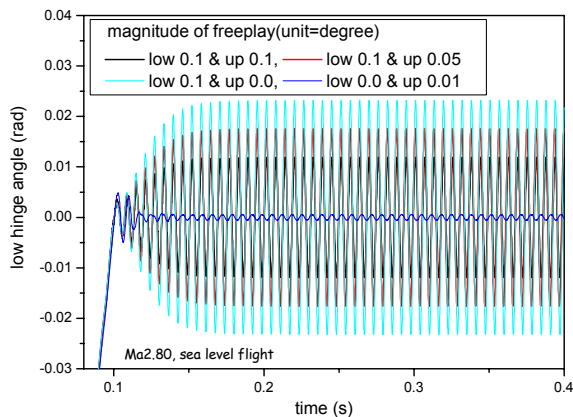


[그림 10] 모델 DF의 비행속도 변화에 따른 LCO 변화

[표 4] 비행고도/속도 변화에 따른 DF 응답특성

800.m	-	-	-	-	-	-	-	-
600.m	-	-	-	-	-	-	L	L
400.m	-	-	-	-	-	L	L	L
200.m	-	-	-	L	L	L	L	X
sea level	-	L	L	L	L	X	X	X
고도/마하수	2.65	2.70	2.75	2.80	2.85	2.90	2.95	3.00

- : Stable, L : LCO, X : Divergent Flutter



[그림 11] 모델 DF의 간극크기 영향

4. 맺음말

본 연구에서는 'ZAERO/NASTRAN'을 이용하여

접는 날개의 힌지부 간극을 고려한 비선형 공탄성 해석을 수행하였다. 1단 및 2단 접는 날개에 대해서 비행조건의 변화에 따라 시간영역에서의 응답을 살펴 보았다. 2단 접는 날개가 1단 접는 날개에 비하여 굽힘 및 비틀림 모드간의 주파수 간격이 커지면서 안정성이 향상되는 것으로 나타났으며 또한 2단 접는 날개의 하부힌지 간극이 상부의 것에 비하여 LCO거동에 큰 영향을 미침을 볼 수 있었다. 그러나 이러한 현상이 일반적인 경향이라고 판단하기에는 해석 결과가 제한적이므로 다양한 모델에 대하여 추가 해석연구가 필요할 것으로 사료된다. 본 연구의 해석 기술은 접는 날개 개발 시의 간극 변화에 따른 공탄성 특성을 분석하고 구조의 피로특성 및 기타 성능분석 연구, 그리고 힌지 간극 크기에 대한 체계규격 재설정 등에 도움을 줄 수 있을 것으로 예상된다.

참 고 문 헌

- [1] 이인, 배재성 외 다수, "구조비선형 감안 공탄성 해석연구", 국방과학연구소, TECD-401-021227, 2002.
- [2] 김승호, "구조적 비선형성이 있는 비행체 조종날개의 공탄성 해석", 한국과학기술원, 박사논문, 1994.
- [3] 김기연, 이동환, "구조적 비선형성이 있는 조종면에 대한 공탄성 연구", 국방과학연구소, MSDC-416-970810, 1997.
- [4] 강명구, 김기연, "주파수 영역에서의 2단 접는 날개 공탄성 해석", 한국군사과학기술학회지, 제9권, 제4호(통권 27호), 2006.
- [5] Theoretical Manual, ZAERO, Ver.7.0, ZONA Tech. 2003.
- [6] M. Karpel, "Efficient Vibration Mode Analysis of Aircraft with Multiple External Store Configurations", J. of Aircraft, Vol. 25, No. 8, pp. 747~751, 1988.