「정보시스템연구」 제17권 제3호
한국정보시스템학회
2008년 9월, pp. 25~37

# 결점나무 분석에서 불확실성 중요도 측도의 평가*

조 재 균** · 정 석 찬***

〈목 차〉

Ⅰ. 서 론
Ⅱ. 몬테칼로 시뮬레이션에 의한 추정치의 불안정성
Ⅲ. 평가절차의 이론적 근거
3.1 이산점의 수 결정
3.2 이산점의 값 결정
Ⅳ. 불확실성 중요도 평가 절차 및 수치 예제
4.1 평가 절차
4.2 수치 예제
Ⅴ. 결 론
참고문헌
Abstract

## Ⅰ. 서 론

결점나무(fault tree)는 시스템의 고장을 야기시키는 사건들(예를 들면, 인적오류, 하드웨어 및 소프트웨어 오류, 환경적 요인 등)간의 연관성을 밝히기 위해 빈번히 사용되는 도식적인 표현법으로, 결점나무의 정량적 · 정성적 분석을 통하여 시스템의 고장 원인을 진단하고 개선함으로써 시스템 성능을 개선하는데 유용하게 이용될 수 있다(Henley and Kumamoto, 1981). 이러한 이유로 인해 결점나무 분석 기법은 시스템의 고장분석 도구로 다양하게 사용되었으며, 화학공정과 자동화 설비의 고장진단 전문가 시스템 개발에도 활용되고 있다(김철진 외, 1990; 박주식 외, 2001). 그 외 다양한 정보시스템의 개발에서 고장 원인을 진단하고 개선하는데 결점나무 분석기법이 사용될 수 있다(황하진 외, 1997; 박철제 외, 2007).

결점나무 분석에서 시스템 고장은 top event, 시스템 고장을 야기시키는 사건은 basic event라 불리워진다. 그리고, top event 확률($Q$)은 2개 이상의 최소 절단 집합(minimal cut set)들이 동시에 발생할 확률은 무시될 때 basic event 확률들($q_i$'s)의 함수로 다음과 같이 나타내어질 수 있다(Apostolakis and Lee, 1977).

$$Q = \sum_{u=1}^{k} q_1^{\alpha_{1u}} q_2^{\alpha_{2u}} \cdots q_n^{\alpha_{nu}} \qquad (1)$$

* 이 논문은 2006년도 동의대학교 교내연구비(과제번호 2006AA072)에 의해 조성되었음
** 동의대학교 e비즈니스학과 부교수, jgcho@deu.ac.kr
*** 동의대학교 e비즈니스학과 부교수, scjeong@deu.ac.kr

단, $k$는 절단집합들의 수이고, $i$번째 basic event가 $u$번째 절단집합에 포함된다면 $\alpha_{iu}=1$이고 그렇지 않으면 $\alpha_{iu}=0$이다.

$q_i$의 불확실성 중요도 측도(uncertainty importance measure)는 $Q$의 불확실성이 $q_i$의 불확실성에 얼마나 많이 기인되는가를 나타내는 측도이며, $Q$의 불확실성을 감소시키기 위하여 어떤 basic event들의 불확실성을 감소시키는 것이 효과적인지를 밝히는데 사용된다. 결점나무 분석에서 $q_i$의 분포는 종종 대수정규(Lognormal)분포를 가정하며, $Q$와 $q_i$의 불확실성 측도로는 일반적으로 분산이 사용된다.

현재까지 다양한 불확실성 중요도 측도들이 제안되어 있다. $Q$의 분산을 $V$, 그리고 $q_i$의 분산을 $v_i$라 할때, Bhattacharyya and Ahmed(1982), Nakashima and Yamato(1982), Bier(1983)는 식(2)와 같은 측도를 제안하고 있으며, Pan and Tai(1988)에서 $\partial V/\partial v_i = E\{(\partial Q/\partial q_i)^2\}$이므로, 식(2)는 식(3)과 같이 쓰여질 수 있다. 식(2)와 (3)에 있는 측도는 $v_i$가 백분율 단위로 한 단위 변화될 때 $V$의 백분율 변화량을 평가하는 측도로서, $v_i$가 $\alpha v_i$ $(0<\alpha<1)$로 감소될 때, $V$는 $(1-\alpha)(\partial V/\partial v_i)v_i$가 된다(Nakashima and Yamato, 1982).

$$UI_i = \frac{\partial V}{\partial v_i}\cdot\frac{v_i}{V} \tag{2}$$

$$UI_i = \frac{\partial V}{\partial v_i}\cdot\frac{v_i}{V} = E\left\{\left(\frac{\partial Q}{\partial q_i}\right)^2\right\}\cdot\frac{v_i}{V} \tag{3}$$

그리고, Iman(1987)은 $q_i$를 어떤 값에 고정시켰을 때 $V$의 기대되는 백분율 감소량을 평가하는 측도를 제안하고 있다(Iman, 1987의 식(12)). 식(3)의 측도를 계산하기 위해서는 $\partial V/\partial v_i$와 $V$를, Iman(1987)에 의해 제안된 측도를 평가하기 위해서는 $E(\partial Q/\partial q_i)$와 $V$를 해석적인 방법이나 몬테칼로 시뮬레이션(Monte Carlo simulation)을 사용하여 계산해야 한다.

그러나, 대규모 결점나무에 대해서 해석적인 방법으로 $\partial V/\partial v_i$와 $V$를 계산하는 것은 매우 복잡하다. 왜냐하면, $V$의 해석적인 표현식(예를 들면, Nakashima and Yamato(1982)의 식(1)과 Rushdi(1985)의 식(6))은 $2^n-1$ ($n$은 basic event의 수)개의 항을 포함하기 때문에, $V$를 해석적인 방법으로 계산하는 것은 NP-difficult하게 된다. 반면에, 몬테칼로 시뮬레이션은 일반적으로 많은 실험횟수를 필요로 하며, Ⅱ절에서 예증되듯이 $\partial V/\partial v_i$와 $V$의 추정치가 시뮬레이션 시행시마다 크게 달라질 수 있는 중대한 문제점을 가진다(Iman and Hora, 1990; Cho and Yum, 1997). Iman and Hora(1990)는 몬테칼로 시뮬레이션을 사용할때의 문제점을 극복하기 위하여 $Q$의 로그 변환을 사용함으로써, $q_i$에 의하여 설명되는 $\log Q$의 백분율 분산을 평가하는 측도를 제안하고 있으며, Cho and Yum(1997)은 로그 변환된 $q_i$들의 불확실성이 로그 변환된 $Q$의 불확실성에 미치는 효과를 평가하기 위한 측도를 제안하고 있다. Iman and Hora(1990)와 Cho and Yum(1997)에 의해 제안된 측도들은 로그 변환되지 않은 원래의 척도(scale)에서 불확실성 중요도 측도를 평가할 수 없는 단점을 가진다.

본 논문에서는 식(3)에 있는 측도를 평가하기 위한 방법을 제안한다. 제안된 방법은 대수

정규분포를 따르는 $q_i$를 이산형 분포로 근사화한 후, 몬테칼로 시뮬레이션을 사용하여 $E\{(\partial Q/\partial q_i)^2\}$와 $V$를 추정함으로써 식(3)에 있는 측도를 평가한다. Ⅱ절에서는 몬테칼로 시뮬레이션을 사용하여 $\partial V/\partial v_i$와 $V$를 추정하고자 할 때 추정치의 불안정성을 예증한다. Ⅲ절에서는 Ⅳ절에서 제안되는 평가 절차에 대한 이론적 근거를 제시한다. Ⅳ절에서는 식(3)에 있는 측도를 평가하기 위한 절차를 제안하고 예증한다. 그리고 제안된 방법을 여러 예제들에 적용하여 얻어진 결과들을 분석함으로써 제안된 방법에 의한 결과의 정확성을 보인다. 마지막으로 Ⅴ절에서는 본 연구에 대한 결론을 맺는다.

## Ⅱ. 몬테칼로 시뮬레이션에 의한 추정치의 불안정성

몬테칼로 시뮬레이션을 사용하여 $\partial V/\partial v_i$와 $V$를 추정하고자 할 때, 심하게 비대칭이거나 꼬리부분이 두텁고 긴 분포 (예: error factor가 10보다 큰 대수정규분포)를 갖는 baisc event가 포함되면 샘플링되는 이상점(outlier)에 의하여 큰 영향을 받기 때문에 $\partial V/\partial v_i$와 $V$의 안정적인 추정치들을 얻는 것은 매우 어렵게 된다 (Iman & Hora, 1990). 이것을 예증하기 위하여 Apostolakis and Lee(1977)의 Example 2에 있는 결점나무를 예로 들어본다. $Q$의 표현식은 다음과 같이 나타내어진다.

$$Q = q_1 + q_2\,q_4 + q_2\,q_5 + q_2\,q_9 + q_3\,q_4 + q_3\,q_5 + q_3\,q_9 + q_8\,q_4 + q_8\,q_5 + q_8\,q_9 + q_8\,q_7 + q_9\,q_6 \quad (4)$$

단, $q_i$ $(i = 1,\cdots,9)$는 <표 1>과 같은 median 값과 error factor 값을 가진 대수정규분포를 따른다.

<표 1> median과 error factor

| $q_i$ | median | error factor |
|---|---|---|
| 1 | 0.000017 | 10 |
| 2 | 0.00036 | 3 |
| 3 | 0.001 | 3 |
| 4 | 0.001 | 3 |
| 5 | 0.00036 | 3 |
| 6 | 0.0061 | 4 |
| 7 | 0.0061 | 4 |
| 8 | 0.00097 | 10 |
| 9 | 0.00097 | 10 |

Pan and Tai(1988)에서 제안된 방법에 따라 실험횟수 $N$=10,000의 몬테칼로 시뮬레이션을 사용하여 $\partial V/\partial v_i = E\{(\partial Q/\partial q_i)^2\}$를 20회 반복 추정한 결과와 그것을 해석적인 방법으로 계산한 결과는 <표 2>와 같다.

그리고 $V$를 실험횟수 $N$=10,000의 몬테칼로 시뮬레이션을 사용하여 20회 반복 추정한 결과와 Rushdi(1987)에서 제시된 해석적인 방법으로 계산한 결과는 <표 3>과 같다.

<표 2>와 <표 3>으로부터, 몬테칼로 시뮬레이션에 의한 결과는 해석적인 방법에 의한 결과와 비교해 볼 때 추정치들이 매 시뮬레이션마다 불안정함을 볼 수 있다. 특히, $V$의 몬테칼로 시뮬레이션 추정치들은 큰 차이를 보임을 알 수 있다. 결과적으로, $\partial V/\partial v_i$의 추정치의 불안정성으로 인해 basic event들의 불확실성

<표 2> $\partial V/\partial v_i$의 계산값

| 활동 | 몬테칼로 시뮬레이션 ($N$=10,000) | 해석적 방법 |
|---|---|---|
| 1 | $1\times10^6$ | $1\times10^6$ |
| 2 | 59, 45, 51, 53, 55, **96**, 59, 62, 53, 63<br>59, 54, 56, 59, 69, 54, 56, 52, 61, 81 | 60 |
| 3 | 59, 45, 51, 53, 55, **96**, 59, 62, 53, 63<br>59, 54, 56, 59, 69, 54, 56, 52, 61, 81 | 60 |
| 4 | 50, 58, 52, 51, 88, 49, 60, 55, 52, **133**<br>77, 52, 78, 49, 56, 43, 52, 63, 54, 47 | 60 |
| 5 | 50, 58, 52, 51, 88, 49, 60, 55, 52, **133**<br>77, 52, 78, 49, 56, 44, 52, 63, 54, 47 | 60 |
| 6 | 46, 32, 38, 41, 42, 82, 47, 49, 40, 50<br>47, 41, 43, 46, 57, 41, 43, 39, 48, 69 | 47 |
| 7 | 37, 46, 39, 38, 75, 36, 47, 42, 39, **121**<br>64, 39, 65, 36, 44, 30, 39, 50, 42, 35 | 47 |
| 8 | 294, 276, 279, 278, 280, 319, 276, 298, 286, 305<br>286, 280, 289, 274, 301, 311, 301, 274, 315, 273 | 289 |
| 9 | 273, 286, 282, 265, 318, 280, 279, 290, 270, 364<br>307, 267, 309, 273, 277, 273, 274, 284, 287, 284 | 289 |

(주) 활동1을 제외하고는 $10^6$이 곱해진 값들임

<표 3> $V$의 계산값

| 몬테칼로 시뮬레이션 ($N$=10,000) | 해석적 방법 |
|---|---|
| 28,667, 34,822, 26,144, 27,163, 28,965<br>36,304, **58,385**, 34,051, 30,434, 32,344<br>37,224, 32,189, 35,740, **25,067**, 32,215<br>31,102, 27,668, 36,314, **50,828**, **55,808** | 35,400 |

(주) $10^{12}$이 곱해진 값들임

중요도 순위가 달라질 수도 있고, 그리고 $V$의 추정치의 불안정성으로 인해 $v_i$가 백분율 단위로 한 단위 변화될 때 $V$의 백분율 변화량이 과소 또는 과대 평가될 수도 있는 문제점이 있다.

## Ⅲ. 평가 절차의 이론적 근거

Ⅳ절에서 논의될 불확실성 중요도 측도를 평가하기 위한 제안된 절차는 대수정규분포를 따

르는 $q_i$를 이산형 분포로 근사화하는 방법에 이론적 근거를 두고 있다. 본 절에서는 대수정규분포를 따르는 $q_i$를 이산형 분포로 근사화할 때 요구되는 이산점의 수와 이산점의 값 및 대응되는 가중치를 결정하는 방법을 설명한다.

## 3.1 이산점의 수 결정

실험계획법과 같은 실험적 방법에서는 인자(factor)의 값을 체계적으로 변화시키면서 반응변수(response variable)에 대한 효과를 평가하게 된다. 이때 인자가 반응변수에 선형적인 효과를 갖는다면 인자는 2개의 수준값을 취하게 되며, 반면에 인자가 반응변수에 curvature 효과를 갖는다면 인자는 3개의 수준값을 취하게 된다. 본 연구에서의 basic event 확률 $q_i$는 인자에 대응되며, top event 확률 $Q$와 $\partial Q/\partial q_i$는 반응변수에 대응된다.

$q_i$의 $Q$에 대한 효과를 조사하기 위하여, 식(1)에 있는 $Q$의 표현식을 다변량 테일러 급수(multivariate Taylor series)를 사용하여 $q_i$의 평균에 관하여 전개하면 다음의 식(5)와 같다(Rushdi, 1985).

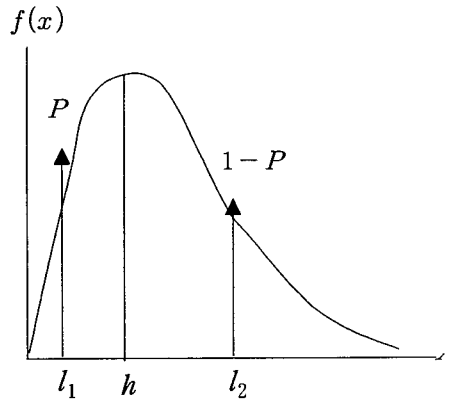
$$
\begin{aligned}
Q = f(\mu_i,\cdots,\mu_n) &+ \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial Q}{\partial q_i}\right)(q_i-\mu_i) \\
&+ \sum_{1\le i<\sum_{j\le n}}\left(\frac{\partial^2 Q}{\partial q_i \partial q_j}\right)(q_i-\mu_i)(q_j-\mu_j) \\
&+ \sum_{1<i<\sum_{j<k\le n}}\left(\frac{\partial^3 Q}{\partial q_i \partial q_j \partial q_k}\right)(q_i-\mu_i)(q_j-\mu_j)(q_k-\mu_k) \\
&+ \cdots + \left(\frac{\partial^n Q}{\partial q_1 \partial q_2 \cdots \partial q_n}\right)(q_1-\mu_1)(q_2-\mu_2)\cdots(q_n-\mu_n)
\end{aligned}
\tag{5}
$$

단, $\mu_i$와 $f(\mu_i,\cdots,\mu_n)$는 각각 $q_i$와 $Q$의 평균이고, 모든 편미분값들은 $q_i$의 평균값에서 계산되어진다. 위의 식(5)는 $q_i$들의 다중선형(multilinear) 형태로, $q_i$의 2차 이상의 항은 포함하지 않으며, 단지 $q_i$의 1차 항과 교차적(cross-product) 항들만을 포함한다. 따라서, 3차 이상의 교차적 (또는 교호작용) 항들을 무시할 경우, $q_i$는 $Q$와 $\partial Q/\partial q_i$에 선형적인 효과를 가지기 때문에, $q_i$가 $Q$와 $\partial Q/\partial q_i$에 대해 가지는 효과는 $q_i$의 두 수준값을 사용하여 평가될 수 있다. 이것은 대수정규분포를 따르는 $q_i$를 이산형 분포로 근사화하고자 할 때, 두 개의 이산점을 갖는 이산형 분포로 근사화할 수 있음을 의미한다.

## 3.2 이산점의 값 결정

인자들이 근사적으로 대칭분포를 따른다는 가정을 할 경우에는, 인자 $i$의 평균과 분산이 각각 $\mu_i$, $\sigma_i^2$일 때 인자 $i$의 1수준값은 $\mu_i-\sigma_i$, 2수준값은 $\mu_i+\sigma_i$로 결정되어진다(Taguchi, 1986; Kackar, 1985; Yu and Ishii, 1998; Seo and Kwak, 2002)

그러나 인자들이 대수정규분포와 같이 비대칭분포를 따를 경우 각 인자의 두 수준값은 다음과 같이 결정될 수 있다(Choobineh and Branting, 1986). 확률변수 $X$의 확률밀도함수, 평균, 분산을 각각 $f(x)$, $\mu$, $\sigma^2$, 그리고 $P=\Pr\{x\le h\}$라 하자. <그림 1>에서와 같이, 질량(mass) $P$가 $h$의 아래 부분에 있는 임의의 점 $l_1$에 집중되고, 질량 $1-P$가 $h$의 윗 부분에 있는 임의의 점 $l_2$에 집중된다고 가정하자.




<그림 1> 비대칭의 확률밀도함수

이때, 적률(moment)에 관한 다음의 식(6)이 만족되어야 한다.

$$\mu_k = Pl_1^k + (1-P)l_2^k \ , \quad k = 1, \cdots, n \quad (6)$$

단, $\mu_k$는 $X$의 원점에 관한 $k$차 적률이다. 식(6)에서 1차와 2차 적률만을 맞추고자 하면

$$\mu = Pl_1 + (1-P)l_2$$
$$\sigma^2 + \mu^2 = Pl_1^2 + (1-P)l_2^2 \quad (7)$$

식(7)을 만족하는 $l_1$과 $l_2$는 다음의 식(8)과 같다.

$$l_1 = \mu - \sigma\sqrt{\frac{1-P}{P}} \ , \ l_2 = \mu + \sigma\sqrt{\frac{P}{1-P}} \quad (8)$$

이때, $\gamma$와 $\Phi(\bullet)$는 형상모수와 표준정규분포함수라 할 때, $h=\mu$이면 $P=\Phi(\gamma/2)$와 같이 계산되어지며, 1수준값 $l_1$과 2수준값 $l_2$에 대응되는 가중치는 각각 $P$와 $1-P$이다. 위의 식(8)에서와 같이 계산된 수준값들과 대응되는 가중치들은 Seo and Kwak(2002)에서 두 수준과 2차 적률까지 만을 고려했을 때의 결과와 동일하다. 만약 확률변수 $X$가 대칭분포를 따를 경우에는 식(8)에서 $P=\Pr\{x \le \mu\}=1/2$, $l_1 = \mu - \sigma$, $l_2 = \mu + \sigma$가 된다. 따라서, 대수정규분포를 따르는 $q_i$는 식(8)과 같은 이산점값과 대응되는 질량이 각각 $P$와 $1-P$인 이산형 분포로 근사화될 수 있다.

# Ⅳ. 불확실성 중요도 평가 절차 및 수치 예제

## 4.1 평가 절차

Ⅲ절에서의 논의를 바탕으로, 각 basic event 확률 $q_i (i = 1, 2, \cdots, n)$가 대수정규분포를 따른다는 가정하에서 Ⅰ절의 식(3)에 있는 불확실성 중요도 측도를 평가하기 위한 절차는 다음과 같다.

단계 1. $q_i$의 median과 error factor가 주어졌을 때, 위치모수(location parameter) $\delta_i$와 형상모수(shape parameter) $\gamma_i$를 다음과 같이 계산한다.

$\delta_i$=ln(median of $q_i$),

$\gamma_i$=ln(error factor of $q_i$)/1.645

그리고, $q_i$의 평균 $\mu_i$와 분산 $\sigma_i^2$은 다음과 같이 계산한다.

$$\mu_i = \exp(\delta_i + \gamma_i^2/2),$$

$$\sigma_i^2 = \exp(2\delta_i + \gamma_i^2) \cdot \{\exp(\gamma_i^2) - 1\}$$

단계 2. 3.2절에서 논의된 대로, 각 $q_i$에 대해 EXCEL등을 이용하여 $P_i = \Pr\{q_i \le \mu_i\} = \Phi(\gamma_i/2)$를 계산한다.

단계 3. $q_i$의 두 개의 이산점 값을 $\mu_i - \sigma_i\sqrt{(1-P_i)/P_i}$와 $\mu_i + \sigma_i\sqrt{P_i/(1-P_i)}$로 결정한다. 이때, 대응되는 질량(mass)은 각각 $P_i$와 $1-P_i$이다.

단계 4. 역변환방법(inverse transform method)에 의한 이산형 분포의 확률변수 발생 방법(김재연, 1996, pp.197-199)을 이용하여, 각 $q_i$에 대해 다음과 같은 확률분포로부터 확률변수값을 발생시킨다.

$$P(q_i = \mu_i - \sigma_i\sqrt{(1-P_i)/P_i}) = P_i,$$

$$P(q_i = \mu_i + \sigma_i\sqrt{P_i/(1-P_i)}) = 1 - P_i$$

이러한 과정을 $N$번 반복한다.

단계 5. $k(=1,\cdots,N)$번째 실험조건 (즉, run)에서 $(\partial Q/\partial q_i)_k^2$값과 $Q_k$값을 계산한다.

단계 6. $(\partial Q/\partial q_i)^2$의 평균과 $Q$의 분산 $V$를 다음과 같이 계산한다.

$$E\left\{\left(\frac{\partial Q}{\partial q_i}\right)^2\right\} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left(\frac{\partial Q}{\partial q_i}\right)_k^2,$$

$$V = \frac{1}{N-1}\sum_{k=1}^{N_k}(Q_k - \overline{Q})^2$$

단계 7. 각 basic event의 불확실성 중요도 측도의 추정치를 다음과 같이 계산한다.

$$\widehat{UI}_i = E\{(\partial Q/\partial q_i)^2\} \cdot \frac{v_i}{V} \qquad (9)$$

## 4.2 수치 예제

다음의 Example 1을 가지고 4.1절에서 논의된 불확실성 중요도 측도의 평가 절차를 설명하고, 추가적으로 Example 2 ~ Example 4에 있는 예제들에 대해서 제안된 방법을 적용한다. 그리고 Example 1 ~ Example 4의 예제들에 대해 얻어진 결과를 분석함으로써 제안된 방법에 의한 결과의 정확성을 예증한다.

**Example 1**

II절에 있는 예제에 대해 4.1절의 불확실성 중요도 측도 평가 절차는 다음과 같다.

단계 1. $q_i$의 평균 $\mu_i$와 표준편차 $\sigma_i$는 <표 4>와 같다.

단계 2. $P_1 = P_8 = P_9 = 0.7580$, $P_2 = P_3 = P_4 = P_5 = 0.6308$, $P_6 = P_7 = 0.6633$

단계 3. $q_i$의 두 개의 이산점 값들은 <표 4>와 같다.

단계 4. $q_1$의 경우를 예로 들어 설명하면 다음과 같다. 균등분포 U~(0,1)로부터 확률변수값을 발생하여, 그 값이 $P_1 = 0.7580$ 보다 작거나 같으면 $q_1$의 값은 첫 번째 이산점 값(=0.0)을 취하고, 그 값이 $P_1 = 0.7580$ 보다 크면 $q_1$의 값은 두 번째 이산점 값(=0.00024311)을 취한다.

단계 6. $E\{(\partial Q/\partial q_i)^2\}$값은 <표 5>에 보여지며, $V = 32{,}849 \times 10^{-12}$.

단계 7. 식(9)에 의하여 계산된 각 basic event의 불확실성 중요도는 <표 5>에 보여진다.

제안된 방법에 의한 계산 결과의 정확성을 입증하기 위하여, Rushdi(1985)에 있는 해석적

<표 4> 평균, 표준편차 및 이산점 값

| $q_i$ | 평균 | 표준편차 | 이산점 값 | |
|---|---|---|---|---|
| | | | 첫번째 | 두번째 |
| 1 | 0.00004528 | 0.00011178 | 0.00000000 | 0.00024311 |
| 2 | 0.00044994 | 0.00033733 | 0.00019187 | 0.00089087 |
| 3 | 0.00124983 | 0.00093703 | 0.00053297 | 0.00247465 |
| 4 | 0.00124983 | 0.00093703 | 0.00053297 | 0.00247465 |
| 5 | 0.00044994 | 0.00033733 | 0.00019187 | 0.00089087 |
| 6 | 0.00870056 | 0.00884891 | 0.00239597 | 0.02112061 |
| 7 | 0.00870056 | 0.00884891 | 0.00239597 | 0.02112061 |
| 8 | 0.00258361 | 0.00637807 | 0.00000000 | 0.01387159 |
| 9 | 0.00258361 | 0.00637807 | 0.00000000 | 0.01387159 |

인 방법에 의하여 계산된 불확실성 중요도가 <표 5>에 역시 보여진다. <표 5>로부터, 제안된 방법은 상당히 정확한 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

**Example 2**

Iman(1987)에 있는 결점나무의 $Q$ 표현식은 다음과 같다(Iman, 1987).

<표 5> 각 basic event의 불확실성 중요도

| $q_i$ | 제안된 방법* | | 해석적 방법** | |
|---|---|---|---|---|
| | $E\{(\partial Q/\partial q_i)^2\}$ | $UI_i$ | $E\{(\partial Q/\partial q_i)^2\}$ | $UI_i$ |
| 1 | 1.0 | 0.3804 | 1.0 | 0.3530 |
| 2 | $61\times10^{-6}$ | 0.0002 | $60\times10^{-6}$ | 0.0002 |
| 3 | $61\times10^{-6}$ | 0.0016 | $60\times10^{-6}$ | 0.0015 |
| 4 | $62\times10^{-6}$ | 0.0016 | $60\times10^{-6}$ | 0.0015 |
| 5 | $62\times10^{-6}$ | 0.0002 | $60\times10^{-6}$ | 0.0002 |
| 6 | $46\times10^{-6}$ | 0.1102 | $47\times10^{-6}$ | 0.1047 |
| 7 | $47\times10^{-6}$ | 0.1114 | $47\times10^{-6}$ | 0.1047 |
| 8 | $301\times10^{-6}$ | 0.3733 | $289\times10^{-6}$ | 0.3316 |
| 9 | $307\times10^{-6}$ | 0.3796 | $289\times10^{-6}$ | 0.3316 |

* $V=32{,}849\times10^{-12}$, ** $V=35{,}400\times10^{-12}$

$$Q = q_1 q_3 q_5 + q_1 q_3 q_6 + q_1 q_4 q_5 + q_1 q_4 q_6 + q_2 q_3 q_4 + q_2 q_3 q_5 + q_2 q_4 q_5 + q_2 q_5 q_6 + q_2 q_4 q_7 + q_2 q_6 q_7$$

이때, $q_i$ $(i = 1, \cdots, 7)$는 평균이 각각 2, 3, 0.001, 0.002, 0.004, 0.005, 0.003이고, error factor 값은 모두 2인 정규대수분포를 따른다.

**Example 3**

Apostolakis and Lee(1977)의 Example 1에 있는 결점나무의 $Q$ 표현식은 다음과 같다.

$$Q = q_1 + q_6 + q_7 + q_2 q_4 + q_2 q_5 + q_3 q_4 + q_3 q_5$$

이때, $q_i$ $(i = 1, \cdots, 7)$는 median 값은 각각 0.0001, 0.003, 0.001, 0.003, 0.001, 0.0003, 0.000001이고, error factor 값은 각각 3, 3, 3, 3, 3, 3, 10인 정규대수분포를 따른다.

**Example 4**

위의 Example 2 ~ Example 4의 3개의 결점나무들을 OR gate로 결합하여 큰 규모의 결점나무를 만든다. 이때, $Q$ 표현식은 다음과 같다.

$$Q = q_1 + q_2 q_4 + q_2 q_5 + q_2 q_9 + q_3 q_4 + q_3 q_5 + q_3 q_9 + q_8 q_4 + q_8 q_5 + q_8 q_9 + q_8 q_7 + q_9 q_6 + q_{10} q_{12} q_{14} + q_{10} q_{12} q_{15} + q_{10} q_{13} q_{14} + q_{10} q_{13} q_{15} + q_{11} q_{12} q_{13} + q_{11} q_{12} q_{14} + q_{11} q_{13} q_{14} + q_{11} q_{14} q_{15} + q_{11} q_{13} q_{16} + q_{11} q_{15} q_{16} + q_{17} + q_{22} + q_{23} + q_{18} q_{20} + q_{18} q_{21} + q_{19} q_{20} + q_{19} q_{21}$$

위의 Example 2 ~ Example 4에 대해 제안된 방법과 해석적 방법으로 각 basic event의 불확실성 중요도와 $Q$의 분산인 $V$를 추정한다.

제안된 방법에 의하여 $V$의 안정적인 추정치를 얻을 수 있음을 보이기 위하여, Example1 ~ Example4의 각 예제에 대해, 제안된 방법을 사용하여 $V$를 20회 반복 추정한 후 다음과 같은 차이를 계산한다.

$D1$ =( |제안된 방법으로 계산된 $V$ - 해석적 방법으로 계산된 $V$|) / 해석적 방법으로 계산된 $V$

이때, Example 1 ~ Example 4에 대해 해석적으로 계산된 $V$는 각각 $35{,}400 \times 10^{-12}$, $16{,}094 \times 10^{-12}$, $88{,}362 \times 10^{-12}$, $139{,}856 \times 10^{-12}$이다. $D1$의 평균, 최소값, 최대값을 계산한 결과는 <표 6>과 같다. Example 1의 경우, 해석적인 방법으로 계산된 $V$와 비교하여, 제안된 방법을 사용하여 계산된 $V$는 평균 6.8% 그리고 최대 9.4%의 차이를 보이는데 반하여, 몬테칼로 시뮬레이션을 이용하여 계산된 $V$는 평균 18.7% 그리고 최대 64.9%의 차이를 보인다. 그리고 Example 2 ~ Example 4의 경우, 제안된 방법을 사용하여 계산된 $V$는 해석적인 방법으로 계산된 $V$와 비교하여 평균적으로 2% 보다 작은 차이를 보이고 그리고 최대 5% 보다 작은 차이를 보임을

<표 6> $V$ 추정결과 요약

| $D1$ | Example 1 | | Example 2 | Example 3 | Example 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| | 제안된 방법 | MCS* | | | |
| 평균 | 0.0677 | 0.1867 | 0.0127 | 0.0053 | 0.0171 |
| 최소값 | 0.0412 | 0.0096 | 0.0024 | 0.0001 | 0.0008 |
| 최대값 | 0.0936 | 0.6493 | 0.0462 | 0.0155 | 0.0331 |

* 몬테칼로 시뮬레이션을 이용하여 얻어진 $V$의 추정치들 (<표 3> 참조)을 가지고 계산되어짐

알 수 있다. 따라서, 제안된 방법에 의한 $V$의 추정치는 몬테칼로 시뮬레이션을 이용하여 계산된 $V$의 추정치에 비해 매우 정확하며, 해석적 방법에 의해 계산된 결과와 비교해볼 때 비교적 정확함을 알 수 있다.

또한, 제안된 방법에 의하여 추정된 불확실성 중요도의 정확도를 평가하기 위하여, Example 1 ~ Example 4의 각 예제에 대해 다음과 같은 차이를 계산한다.

$D2$=|제안된 방법으로 계산된 $UI_i$ -
해석적 방법으로 계산된 $UI_i$|

$D2$의 평균, 최소값, 최대값을 계산한 결과는 <표 7>과 같다. <표 7>로부터, Example 1의 경우, 해석적인 방법으로 계산된 $UI_i$에 비교하여, 제안된 방법을 사용하여 계산된 $UI_i$는 평균적으로 0.0144 그리고 최대 0.0480 (<표 5>에서 $q_i = 9$일때) 차이를 보이는데 반하여, 몬테칼로 시뮬레이션을 이용하여 계산된 $UI_i$는 평균 0.0501 그리고 최대 0.1326의 차이를 보인다. 그리고 Example 2 ~ Example 4의 경우는 그 차이가 평균적으로 0.002 보다 작고 최대 0.02 보다 작음을 볼 수 있다. 따라서, 제안된 방법에 의해 구해진 불확실성 중요도의 추정치는 해석적인 방법에 의해 계산된 결과와 비교해볼 때 상당히 정확함을 알 수 있다.

## V. 결 론

결점나무(fault tree) 분석기법은 시스템의 고장 원인을 진단하고 개선함으로써 시스템 성능을 개선하는데 유용하게 이용될 수 있으며, 다

<표 7> 불확실성 중요도 추정결과 요약

| $D2$ | Example 1 | | Example 2 | Example 3 | Example 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| | 제안된 방법 | MCS* | | | |
| 평균 | 0.0144 | 0.0501 | 0.0017 | 0.0008 | 0.0015 |
| 최소값 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0002 | 0.0000 | 0.0000 |
| 최대값 | 0.0480 | 0.1326 | 0.0044 | 0.0051 | 0.0132 |

* 몬테칼로 시뮬레이션을 이용하여 얻어진 $\partial V/\partial v_i$와 $V$의 추정치들(<표 2> 및 <표 3> 참조) 중 20번째의 값들을 가지고 계산되어짐

양한 정보시스템의 개발에도 활용되고 있다.

본 논문에서는 basic event 확률 $q_i$의 분산 $v_i$가 백분율 단위로 한 단위 변화될 때 top event 확률 $Q$의 분산 $V$의 백분율 변화량을 측정하는 측도를 평가하기 위한 방법을 제안하였다. 제안된 평가 방법은 대수정규분포를 따르는 $q_i$를 이산형 분포로 근사화한 후 몬테칼로 시뮬레이션을 사용하여 $E\{(\partial Q/\partial q_i)^2\}$와 $V$를 계산함으로써, 각 basic event의 불확실성 중요도를 추정한다. 제안된 방법에 의하면 기존의 몬테칼로 시뮬레이션을 사용하여 basic event의 불확실성 중요도를 추정할 때 추정치가 시뮬레이션 시행마다 크게 달라지는 불안정성 문제를 극복할 수 있다. 즉, 제안된 방법을 이용하면 불확실성 중요도 측도의 안정적인 추정치를 얻을 수 있다.

본 논문에서 제안된 방법은 $q_i$가 대수정규분포가 아닌 다른 비대칭 분포 (예: 와이블, 베타)를 따르는 경우에도 적용될 수 있다. 이때에는 4.1절에 있는 평가 절차의 단계 1과 단계 2에서 $q_i$의 평균과 분산, 그리고 $P_i$가 수정되어야 한다. 예를 들어, 와이블 분포일 경우, $P_i = 1-\exp\left[-\left(\Gamma(1+1/\beta_i)^{\beta_i}\right)\right]$ (단, $\beta_i$는 형상모수이고 $\Gamma(\cdot)$는 감마함수)와 같이 계산된다.

## 참고문헌


김재연, 컴퓨터 시뮬레이션, 박영사, 1996.

김철진, 오전근, 윤인섭, "증상 트리 모델을 이용한 이상 진단 전문가 시스템", 화학공학, 제28권, 제4호, 1990, pp. 417-419.

박주식, 정영득, 오지영, 임충규, 전운기, 강경식, "FFTA(Fuzzy Fault Tree Analysis) 전문가시스템에 의한 불확실한 고장정보 연구", 대한산업공학회 추계학술대회, 2001, pp. 71-74.

박철제, 조재균, "웹 모니터링 시스템 구현 및 활용방안 연구: 쇼핑몰 이용고객에 대한 응답소요시간 평가를 중심으로", 정보시스템연구, 제16권, 제2호, 2007, pp. 35-49.

황하진, 구계월, "기업신용평가 자문을 위한 전문가시스템의 개발", 정보시스템연구, 제6권, 제1호, 1997, pp. 63-80.

Apostolakis, G., and Lee, Y. T. "Methods for the Estimation of Confidence bounds for the Top-event Unavailability of Fault Trees," *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 41, 1977, pp. 411-419.

Bhattacharyya, A. K., and Ahmed, S. "Establishing Data Requirements for Plant probabilistic Risk Assessment," *Transactions of the American Nuclear Society*, Vol. 43, 1982, pp. 477-478.

Bier, V. M. "A Measure of Uncertainty Importance for Components in Fault Trees," *Transactions of the 1983 Winter Meeting of the American Nuclear Society*, Vol. 45, No. 1, 1983, pp. 384-385.

Cho, J. G., and Yum, B. J. "Development and Evaluation of an Uncertainty Importance Measure in Fault Tree Analysis," *Reliability Engineering and System Safety*, Vol. 57, 1997, pp. 143-157.

Choobineh, F., and Branting, D. "A Simple Approximation for Semivariance," *European J. Operational Research*, Vol. 27, 1986, pp. 364-370.

Henley, E. J., and Kumamoto, H., *Reliability Engineering and Risk Assessment*, Prentice Hall, New Jersey, 1981.

Iman, R. L. "A Matrix-based Approach to Uncertainty and Sensitivity Analysis for Fault Trees," *Risk Analysis*, Vol. 7, 1987, pp. 21-33.

Iman, R. L., and Hora, S. C. "A Robust Measure of Uncertainty Importance for Use in Fault Tree System Analysis," *Risk Analysis*, Vol. 10, 1990, pp. 401-406.

Kackar, R. N. "Off-line Quality Control, Parameter Design, and the Taguchi Method," *J. Quality Control*, Vol. 17, 1985, pp. 176-188.

Nakashima, K., and Yamato, K., "Variance-importance of System Components," *IEEE Trans. Reliability*, Vol. R-31, 1982, pp. 99-100.

Pan, Z. J., and Tai, Y. C. "Variance Importance of System Components by Monte Carlo," *IEEE Trans. Reliability*, Vol. 37, 1988, pp. 421-423.

Rushdi, A. M. "Uncertainty Analysis of Fault-Tree Outputs," *IEEE Trans. Reliability*, Vol. R-34, 1985, pp. 458-462.

Seo, H. S., and Kwak, B. M. "Efficient statistical Tolerance Analysis for General Distributions Using Three-point Information," *Int. J. Prod. Res.*, Vol. 40, 2002, pp. 931-944.

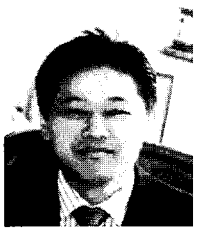
Taguchi, G., *Introduction to Quality Engineering*, Asian Productivity Association, Tokyo, 1986.

Yu, J. C., and Ishii, K. "Design Optimization for Robustness Using Quadrature Factorial Models," *Engineering Optimization*, Vol. 30, 1998, pp. 203-225.

**조재균(Cho, Jae-Gyeun )**

연세대학교 응용통계학과에서 경제학사, 한국과학기술원 산업공학과에서 석사 및 박사학위를 취득하였다. 한국전자통신연구원에서 선임연구원으로 재직하였으며, 현재 동의대학교 e비즈니스학과 부교수로 재직 중이다. 주요 관심 분야는 프로젝트 관리, e비즈니스 모델 및 전략 등이다.

**정석찬(Jeong, Seok-Chan)**



부산대학교 기계설계학과에서 학사, 일본 오사카부립대학 대학원에서 경영공학으로 박사를 취득하였다. 한국전자통신연구원에서 CALS 요소기술 개발 PM을 담당하였으며, 현재 동의대학교 e비즈니스학과 부교수로 재직 중이다. 주요 연구 관심분야는 e-비즈니스 시스템, ERP/SCM 등과 같은 정보시스템, RFID/유비쿼터스 등이다.

<Abstract>

# Evaluation of Uncertainty Importance Measure in Fault Tree Analysis

Jae-Gyeun Cho · Seok-Chan Jeong

In a fault tree analysis, an uncertainty importance measure is often used to assess how much uncertainty of the top event probability ($Q$) is attributable to the uncertainty of a basic event probability ($q_i$), and thus, to identify those basic events whose uncertainties need to be reduced to effectively reduce the uncertainty of $Q$.

For evaluating the measures suggested by many authors which assess a percentage change in the variance $V$ of $Q$ with respect to unit percentage change in the variance $v_i$ of $q_i$, $V$ and $\partial V/\partial v_i$ need to be estimated analytically or by Monte Carlo simulation. However, it is very complicated to analytically compute $V$ and $\partial V/\partial v_i$ for large-sized fault trees, and difficult to estimate them in a robust manner by Monte Carlo simulation.

In this paper, we propose a method for evaluating the measure using discretization technique and Monte Carlo simulation. The proposed method provides a stable uncertainty importance of each basic event.

***Keywords***: Fault Tree Analysis, Uncertainty Importance Measure

* 이 논문은 2008년 6월 2일 접수하여 1차 수정을 거쳐 2008년 7월 17일 게재 확정되었습니다.