
중간값 좌표계에 기초한 메쉬 매개변수화

김형석*

Mesh Parameterization based on Mean Value Coordinates

Hyoungseok B. Kim*

요 약

3차원 메쉬 매개변수화는 기하학적 모델링과 컴퓨터그래픽스의 여러 응용분야에서 핵심적인 문제이다. 메쉬 매개변수화 방법에는 크게 두 가지의 패러다임, 에너지 최소화 방법과 볼록 조합법이 있다. 일반적으로 볼록 조합법은 간단한 개념과 일대일 대응 때문에 널리 이용되고 있다. 그러나 이 방법은 경계선 근처의 높은 왜곡이 생긴다는 문제와 선형시스템 구성에 있어 다소 많은 시간이 소요되는 문제를 가지고 있다. 또한 이 방법은 다루는 메쉬의 기하학 정보에 따라 선형시스템의 안정성이 훼손 될 수도 있다. 본 논문에서는 볼록 조합법이 갖고 있는 선형시스템 안정성 문제와 시간 복잡도 문제를 중간값 좌표계를 이용하여 해결한다. 빠른 시간에 안정적으로 처리가 가능하기 때문에 보다 실용적이라 할 수 있다.

ABSTRACT

Parameterization of a 3D triangular mesh is a fundamental problem in various applications of geometric modeling and computer graphics. There are two major paradigms in mesh parameterization: energy functional minimization and the convex combination approach. In general, the convex combination approach is widely used because of simple concept and one-to-one mapping. However, the approach has some problems such as high distortion near the boundary and time complexity. Moreover, the stability of the linear system may not be preserved according to the geometric information of the mesh. In this paper, we present an extension of the convex combination approach based on the mean value coordinates, which resolves the drawbacks of the convex combination approach. This may be a more practical solution because it is able to generate a stable linear system in a short time

키워드

메쉬 매개변수화, 평균값 좌표계

I. 서론

3차원 물체의 표면을 나타내는 삼각형 메쉬에 대한 매개변수화는 기하학적 모델링과 컴퓨터그래픽스 등의 여러 분야에서 근본적인 문제이다. 가상세계에 현실과 같은 느낌을 제공하기 위해서는 물체의 표면을 세밀하게 표현하여야 한다. 그러나 세밀한 모델링은 많은 시간

과 노동이 필요하기 때문에 현실감을 부여할 수 있는 이미지를 물체 표면에 도배하는 방법을 사용하고 있다. 이러한 텍스처 매핑은 3차원 표면의 각 정점에 이미지의 좌표를 대응시키는 작업을 바탕으로 하여 이루어진다. 이를 메쉬 매개변수화라고 한다. 즉 3차원 메쉬를 2차원 평면으로 펴는 작업이라고 생각할 수 있다. 일반적으로, 메쉬는 왜곡없이 평면으로 펼 수 없기 때문에, 메쉬 매개

변수화 연구의 주요 목적은 왜곡을 최소화하는 것이다. 왜곡을 최소화하는 알고리즘은 텍스처 매핑, 메쉬 변형, 그리고 곡면 보간과 같은 여러 가지 문제에 간결하고 확실한 해답을 제공할 수 있다[1][2].

일반적으로 메쉬 매개변수화 기법에는 두 가지 접근법이 존재한다. 하나는 선분의 길이나 면의 넓이에 대한 변화율을 에너지로 정의하여 이러한 에너지를 최소화하는 방법이고, 다른 하나는 표면의 정점거리의 관계식으로 선형시스템을 구성하여 근을 구하는 방법의 블록 조합법이다. 첫 번째 접근법으로 Maillot 등은 탄성이론에 의거한 Green-Lagrange 변위 텐서의 평균을 최소화하기 위한 방법으로 제안하였다[2]. Eck 등은 하모닉 임베딩의 거리 분산을 최소화 하였다[1]. 매개변수 공간에 정의되는 면에 대한 Dirichlet 에너지를 이용하는 방법도 개발되었다[3]. 두 번째 접근법의 대표 방법으로, 디스크와 동일한 위상을 가진 3차원 메쉬 표면의 매개변수화를 위해 가장 널리 알려진 방법 중 하나가 Floater에 의해 제안되었다[4]. 일반적으로, 이 방법은 인접한 정점들의 블록 조합에 기반을 두었기 때문에 블록 조합법이라 불린다. 블록 조합법은 Tutte에 의해 제안되는 무게중심좌표계 방법을 바탕으로 한다[5].

블록조합법은 다음과 같은 과정을 거쳐 3차원 정점에 대응되는 2차원 상의 정점을 구하게 된다. 우선 대응시키고자하는 3차원 메쉬 표면의 영역을 정의하여야 한다. 이 영역은 일반적으로 2차원 디스크와 동일한 위상이라고 가정한다. 즉, 정의된 영역은 구멍을 가지고 있지 않아야 한다. 그리고 이러한 영역의 경계를 2차원에 대응시키고자 하는 블록다각형을 정의한다. 즉 3차원 메쉬 표면의 부분 영역이 2차원 블록다각형 안에 놓이게 된다. 대부분의 메쉬 매개변수화의 응용이 이미지를 다루기 때문에 여기에서 정의되는 블록다각형은 정사각형이라고 간주한다. 3차원 표면의 경계에 있는 정점들은 2차원 블록다각형의 경계에 대응시키고, 3차원 영역에 내부에 있는 정점들이 대응될 2차원 다각형 내의 위치를 구하여야 하는데, 이를 위하여 정점거리의 관계를 블록 조합을 이용하여 만들고 이로 인해 형성된 선형시스템을 선형시간에 풀어 2차원 정점들의 위치를 구하게 된다. Floater는 선형시스템에 사용되는 계수들을 무게중심좌표계를 이용하여 결정하는 형태 보존 매개변수화

를 제안하였다[4]. 이 방법은 무게중심좌표계를 구함에 있어 많은 시간이 소요되기 때문에 큰 제약이 있다고 할 수 있겠다. 또한 주어진 점에 이웃한 정점의 기하학적 관계에 따라 무게중심좌표계를 구할 수 없는 경우도 발생한다. 이 방법은 3차원 표면의 경계 근방에 있는 삼각형들은 내부에 있는 삼각형 보다 많은 왜곡을 지니게 되는 단점을 가지고 있다.

본 논문에서는 매핑하고자 하는 영역의 경계 근방에서 발생하는 왜곡을 줄이고, 안정적인 선형시스템을 빠른 시간에 구할 수 있는 알고리즘을 제시한다. 이를 위하여 부동 경계와 평균값좌표계를 사용한다.

논문의 구성은 다음과 같다. 2절에서 기존의 블록 조합 처리법을 살펴본다. 3절에서는 일반적인 다각형에서도 적용될 수 있는 평균값 좌표계의 개념을 소개하며 이의 효율성을 살펴본다. 4절에서는 경계에서 발생하는 높은 왜곡을 줄이는 방법으로 부동경계법을 소개한다. 5절에서는 본 논문에서 제시되는 방법의 효율성을 보이며 메쉬 매개변수화의 응용분야에 본 알고리즘을 적용해 본다. 본 연구의 향후 연구방향을 6절에서 논한다.

II. 블록 조합 접근법

본 논문에서 제시하는 매개변수화 방법은 Floater에 의해 개발되었던 블록조합법을 바탕으로 한다[4]. 블록 조합법은 매개변수화를 원하는 3차원 메쉬의 영역의 경계를 2차원 블록 다각형인 사각형으로 먼저 대응시키고, 영역 내부에 있는 정점들을 그들 간의 상관관계를 나타내는 선형시스템을 이용하여 2차원 블록 다각형의 내부의 점으로 대응시키는 방법이다.

내부 정점의 상관관계를 구하기 위하여 Floater는 정점의 이웃 정점과의 관계를 설명하는 관계식을 만들고 이들로 구성되는 연립방정식을 풀어서 2차원 대응점의 위치를 얻게 된다. 이러한 방법에 있어서 결과에 영향을 미치는 중요 과정은 크게 다음의 두 가지로 정리될 수 있다. 첫째, 어떠한 블록 다각형을 사용할 것인가? 둘째, 내부 정점의 이웃 간의 관계식을 어떻게 정의하고 계산할 것인가? 이다. Floater는 첫 번째 질문에 대한 해답으로

정사각형과 원을 제시하였다. 정사각형과 원과 같은 볼록다각형을 이용할 경우에는 영역 D 의 경계에 관한 정보가 전혀 반영되지 못한다. 그러므로 매개변수화 결과로서 경계 영역 근방에 있는 삼각형에서 높은 왜곡이 발생하게 된다. 이에 대한 해결책으로 부동경계다각형 방법을 3절에서 제시한다.

두 번째 과정을 설명하도록 한다. 3차원 영역의 경계에 있는 정점들은 첫 번째 과정에서 구한 볼록다각형의 경계에 놓이도록 한다. Floater가 제안한 방법은 하나의 정점을 그와 이웃하는 정점들에 대한 무계중심좌표를 이용하여 상관관계를 정의하였다. 일반적으로 임의의 다각형에 대한 무계중심좌표를 구하는 방법은 삼각형의 경우와는 달리 유일한 표현법이 없다. 그러므로 Floater는 이를 해결하기 위하여 내부 점을 포함하는 여러 개의 삼각형을 구하여 이때 얻어지는 무계중심좌표를 평균하여 그 값을 계산하였다. 이웃하는 정점 d_k , $k=1, \dots, \text{deg}(v_i)$ 에서 출발하여 내부점인 정점 d_i 를 지나는 사선이 교차하는 다각형의 한 선분 $d_{l(k)}d_{l(k)+1}$ 을 찾아 하나의 부분삼각형 $\Delta d_k d_{l(k)} d_{l(k)+1}$ 을 형성한다(그림 1 참조).

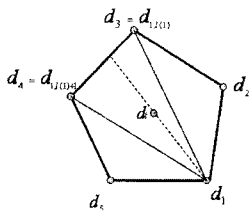


그림 1. d_i 의 무계 중심좌표
Fig. 1 Barycentric coordinates of d_i

하나의 삼각형에 대한 무계중심좌표를 구하면 다음과 같다.

$$d_i = \alpha_{k,k}^i d_k + \alpha_{k,l(k)}^i d_{l(k)} + \alpha_{k,l(k)+1}^i d_{l(k)+1},$$

$$k = 1, \dots, \text{deg}(d_i)$$

$$\alpha_{k,k}^i = \frac{\Delta d_k d_{l(k)} d_{l(k)+1}}{\Delta d_k d_{l(k)} d_{l(k)+1}}, \alpha_{k,l(k)}^i = \frac{\Delta d_i d_{l(k)+1} d_k}{\Delta d_k d_{l(k)} d_{l(k)+1}},$$

$$\alpha_{k,l(k)+1}^i = \frac{\Delta d_i d_k d_{l(k)}}{\Delta d_k d_{l(k)} d_{l(k)+1}}$$

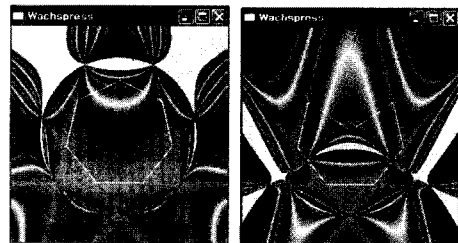
이를 이용하여 주어진 $\text{deg}(d_i)$ -gon에 대한 무계중심좌표는 위에서 구한 값을 평균하여 다음과 같이 구해진다.

$$d_i = \sum_{k=1}^{\text{deg}(d_i)} \alpha_k^i d_k, \quad \alpha_k^i = \frac{1}{\text{deg}(d_i)} \sum_{l=1}^{\text{deg}(d_i)} \alpha_{l,k}^i,$$

Floater는 이 방법을 통하여 선형시스템에 적용되는 정점들 간의 관계 값인 $\lambda_{i,j}$ 는 다음과 같이 구하였다.

$$u_i = \sum_{j=1}^N \lambda_{i,j} u_j, \quad \lambda_{i,j} = \begin{cases} \alpha_j^i, & v_j \in \text{Ngb}(v_i) \\ 0, & \text{Otherwise} \end{cases}$$

주어진 정점에 대한 무계중심좌표를 구하기 위해서는 지역적 시간 복잡도가 $O(\text{deg}(d_i)^2)$ 에 해당된다. 또한 선분끼리의 교차점을 찾는 문제가 상존하기 때문에 퇴화(degenerate)되는 경우가 발생하여 원하지 않는 값을 리턴하기도 한다. 더군다나 이 방법에 의해서 구해진 무계중심좌표는 점의 위치가 바뀔 때 그 값이 연속적이지 못하다는 큰 단점을 가지고 있다. 그림 2의 (a)는 원주상에 놓여 있는 정7-각형에서 y축에 놓여 있는 정점의 무계중심계수를 점의 위치에 따른 변화를 보여주고 있다. 내부에 있는 점들의 값은 연속적으로 변한다고 볼 수 있지만 외부로 나가게 되면 불연속적으로 그 값이 변한다는 사실을 알 수 있다. 그림 2에서는 동일한 계수 값을 가질 경우 동일한 색상으로 표현하였다. 이 방법의 단점을 극명하게 나타내는 것으로 그림 2(b)에 있는 것과 같이 y축에 있는 정점의 위치를 아래로 변화시켜 오목다각형을 만들 경우, 다각형 내부에서도 불연속적인 값을 갖는다는 사실을 알 수 있다.



(a) 볼록 다각형 (b) 오목다각형

그림 2. 무계중심좌표계
Fig. 2 Barycentric Coordinates

본 논문에서는 시간 향상과 불연속 문제를 해결하기 위하여 중간값 좌표계를 이용한다. 이에 대한 자세한 설명은 4절에서 이루어진다.

III. 부동 경계 다각형

3차원 경계의 모양과 유사한 볼록다각형을 얻기 위하여, 첫 번째로 3차원 영역의 경계에 있는 인접한 선분들의 내각과 길이를 최대한 보존하도록 하는 2차원 다각형을 생성한다. 일반적으로, 3차원 경계가 비평탄할 때 이러한 2차원 다각형이 존재하지 않을 수 있다[6][7]. 본 논문에서는 인접한 선분들 사이의 내각을 유사하도록 하기 위하여 선분 길이의 변화를 최소화하게 하는 방법을 제안한다.

3차원 경계에 속하는 정점들 v_i $i = n+1, n+2, \dots, N$, 은 2차원 영역의 경계를 이루는 $N-n$ 개의 정점 u_i 에 대응된다. 이때, 인접한 정점 v_i 와 정점 v_{i+1} 에 의해서 이루어진 선분의 길이를 l_i 라고 하고 대응에 의해서 변화되는 길이를 s_i 라고 하자. 3차원 경계에 놓여 있는 정점과 선분들은 대응에 의해서 하나의 폐곡선을 형성하게 된다. 이를 벡터 개념으로 설명하면 경계에 있는 벡터들의 합은 0 벡터가 된다는 것이다.

$$\sum_{i=n+1}^N \overrightarrow{u_i u_{i+1}} = 0, \quad (1)$$

이때, $\|\overrightarrow{u_i u_{i+1}}\| = l_i + s_i$ 와 $\beta_i = \text{Arg}(\overrightarrow{u_i u_{i+1}})$ 는 벡터의 길이와 편각이다. 식 (1)을 성분별로 표시하면 다음의 두 식으로 표현이 가능하다.

$$\sum_{i=n+1}^N (l_i + s_i) \cos(\beta_i) = 0, \quad \sum_{i=n+1}^N (l_i + s_i) \sin(\beta_i) = 0 \quad (2)$$

이때 사용되는 편각 β_i 는 그림 3과 같이 유도된다.

$$\beta_k = \sum_{i=n+1}^k (\pi - \theta_i),$$

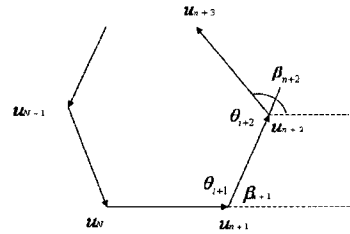


그림 3. 2차원 선분벡터의 편각
Fig. 3 Augment of 2D edge vectors

이때 사용되는 내각 θ_i 는 3차원 경계에 속하는 영역의 내각 ϕ_i 가 $(N-n)$ 다각형의 하나의 내각에 포함되도록 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\theta_i = \frac{\phi_i}{\sum_{j=n+1}^N \phi_j} (N-n-2)\pi \quad (3)$$

그러면 이제 3차원 경계에 속하는 영역의 내각 ϕ_i 을 구하기 위하여 정점 v_i 에 이웃하면서 3차원 영역에 속하는 정점들의 집합을 V_i 라고 하자. 집합 V_i 에는 인접한 경계 정점 v_{i-1} 과 v_{i+1} 도 포함된다. 그러면 집합 V_i 는 경계선에 포함되는 정점들과 영역 내부에 포함되는 정점들로 나누어짐을 알 수 있다. 만약 집합 V_i 에 속하는 정점들의 수가 nv_i 라고 한다면 시계방향으로 순서화하여 인덱스를 다음과 같이 부여할 수 있다.

$$\{v_i^1 = v_{i-1}, v_i^2, v_i^3, \dots, v_i^{nv_i-1}, v_i^{nv_i} = v_{i+1}\}.$$

3차원 영역에 속하는 $nv_i - 1$ 개의 삼각형들, $\Delta v_i^j v_i^{j+1}$, $j = 1, \dots, nv_i - 1$ 은 정점 v_i 에 인접하며 내각의 합 $\phi_i = \sum_{j=1}^{nv_i} \angle v_i^j v_i^{j+1}$ 를 정의할 수 있다. 3차원 영역의 경계를 닮도록 하는 2차원 다각형을 구하는 문제는 경계에 있는 인접한 선분의 내각을 유지하면서 선분의 길이의 변화를 적게 하도록 하는 다각형을 구하는 것이다. 이를 모델링하면 식 (2)를 만족하면서 다음의 함수를 최소화하도록 하는 $N-n$ 개의 s_i , $i = n+1, \dots, N$ 를 구하는 것이다.

$$f(s_{n+1}, \dots, s_N) = \sum_{i=n+1}^N \frac{s_i^2}{l_i^2} \quad (4)$$

s_i 의 값을 얻기 위한 해법은 Lagrange 공식을 이용하여 얻을 수 있다. 그림 4에서는 이 방법으로 구한 3차원 영역 경계를 닮은 2차원 다각형을 보여주고 있다. 얼굴 영역에 대한 2차원 다각형은 볼록다각형이지만 신발의 바깥쪽 방향의 영역에 대한 2차원 다각형은 오목다각형이다. 그러므로 볼록조합 매개변수화를 적용하기 위해서는 오목다각형에 대한 볼록 철 구하여야 한다.

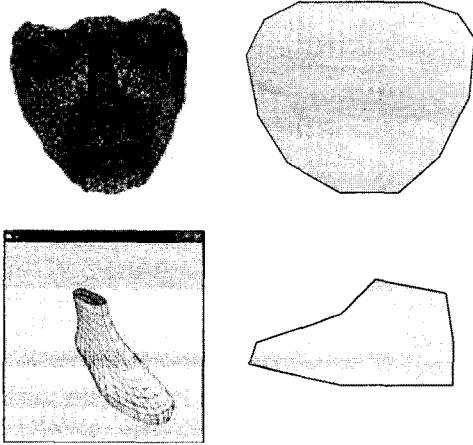


그림 4. 3차원 영역의 경계를 닮은 다각형
Fig. 4 2D Polygons resembling 3D Boundary

IV. 평균값 좌표계

d_1, d_2, \dots, d_m 가 그림 5에서 보이는 것처럼 점 d_i 에 대해서 반 시계 방향으로 있는 이웃하는 점들이라 하자. 그림 5에 있는 원은 반지름이 1이며, 이웃하는 점들 d_j 와 d_{j+1} 가 점 d_i 와 이루는 내각 $\alpha_j = \angle d_j d_i d_{j+1}$ 은 예각을 이루고 있으며, 이를 바탕으로 다음과 같이 평균값 좌표 ω_j 와 가중치 λ_j 를 다음과 같이 정의한다[8].

$$\omega_j = \frac{\tan(\alpha_{j-1}/2) + \tan(\alpha_j/2)}{\|d_j - d_i\|}, \lambda_j = \frac{\omega_j}{\sum_{k=1}^m \omega_k} \quad (5)$$

가중치 λ_j 는 다음과 같은 볼록 조합 조건을 만족하게 된다.

$$d_i = \sum_{j=1}^m \lambda_j d_j, \quad \sum_{j=1}^m \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0 \quad (6)$$

식 (6)을 유도하기 위하여 점 d_i 를 중심으로 하는 극 좌표계를 이용하여 이웃하는 점들을 표시한다.

$$d_j = d_i + r_j (\cos \theta_j, \sin \theta_j), \\ r_j = \|d_i - d_j\|, \quad \theta_j = \text{Aug}(\overline{d_i d_j})$$

그러면

$$\frac{d_j - d_i}{\|d_j - d_i\|} = (\cos \theta_j, \sin \theta_j) \quad \alpha_j = \theta_{j+1} - \theta_j$$

일반적으로 원주 상에 놓여 있는 점들의 법선 벡터의 합은 0 벡터라는 사실이 알려져 있다. 이를 이용하여 다음의 식을 유도하도록 한다.

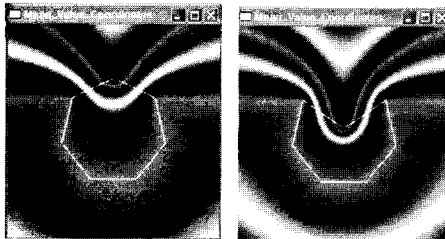
$$\begin{aligned} 0 &= \int_0^{2\pi} (\cos \theta, \sin \theta) d\theta \\ &= \sum_{j=1}^m \int_{\theta_j}^{\theta_{j+1}} (\cos \theta, \sin \theta) d\theta \\ &= \sum_{j=1}^m \int_{\theta_j}^{\theta_{j+1}} \frac{\sin(\theta_{j+1} - \theta)}{\sin \alpha_j} (\cos \theta_j, \sin \theta_j) d\theta \\ &\quad + \sum_{j=1}^m \int_{\theta_j}^{\theta_{j+1}} \frac{\sin(\theta - \theta_j)}{\sin \alpha_j} (\cos \theta_{j+1}, \sin \theta_{j+1}) d\theta \\ &= \sum_{j=1}^m (\cos \theta_j, \sin \theta_j) \{ \tan(\alpha_j/2) + \tan(\alpha_{j-1}/2) \} \\ &= \sum_{j=1}^m \frac{d_j - d_i}{\|d_j - d_i\|} \{ \tan(\alpha_j/2) + \tan(\alpha_{j-1}/2) \} \\ &= \sum_{j=1}^m \frac{\tan(\alpha_j/2) + \tan(\alpha_{j-1}/2)}{\|d_j - d_i\|} (d_j - d_i) \end{aligned}$$

그러므로 식 (6)에 있는 것과 같이 λ_j 가 볼록 조합 조건을 만족함을 알 수 있다.

$$\sum_{j=1}^m \omega_j d_i = \sum_{j=1}^m \omega_j d_j, \quad \omega_j = \frac{\tan(\alpha_{j-1}/2) + \tan(\alpha_j/2)}{\|d_i - d_j\|}$$

$$(\sum_{j=1}^m \omega_j) d_i = \sum_{j=1}^m \omega_j d_j, \quad d_i = \sum_{j=1}^m \frac{\omega_j}{\sum_{j=1}^m \omega_j} d_j$$

그림 5은 평균값 좌표계를 이용해서 얻게 결과로서 그림 3과는 달리 연속성을 뚜렷하게 볼 수 있다. 주어진 다각형이 볼록다각형이든 오목다각형이든, 주어진 점이 다각형의 내부에 있든 외부에 있든 모든 점에 연속적인 계수를 갖게 됨을 알 수 있다. 또한 평균값 좌표계를 구함에 있어 안정적이며 매우 빠른 시간에 구할 수 있음을 알 수 있다.



(a) 볼록다각형 (b) 오목다각형

그림 5. 평균값 좌표계
Fig. 5 Mean Value Coordinates

V. 실험 결과

본 논문에서 제시된 방법의 우수성을 보이기 위하여 기존의 대표적인 매개변수 알고리즘과 성능을 비교하였다. 매개변수화 알고리즘의 우수성은 일대일 대응 여부, 왜곡의 최소화, 계산 시간과 같은 기준에 의해서 보여진다. 본 논문은 Floater가 제시하는 볼록조합법의 확장이기 때문에 일대일 대응은 안정적으로 보장되며 기존의 다른 볼록조합법에 비해서 왜곡의 최소화 및 계산 시간 관점에서 성능을 비교였다. 표 1은 왜곡의 최소화 관점에서 그 성능을 보여주고 있다. 얼굴과 신발 메쉬에 대해서 세 가지 매개변수화 알고리즘을 적용하여 텍스처인장을 나타내는 L^2 와 L^∞ 로 왜곡화를 측정하였다. L^2 -norm은 모든 방향에 대한 평균 인장이며, L^∞ -norm은 최대 인장을 표현하고 있다. Floater가 제안한 모양유지 알고리즘에 비해서는 왜곡이 월등히 감소하며 특히 얼굴과 같이 3차원 영역 경계가 오목한 경우에 있어서

그 효과를 확연하게 볼 수 있음을 알 수 있다. Lee 등이 제안한 가상경계 알고리즘에 비해서는 향상된 결과를 얻을 수 있었다. 이와 같이 왜곡을 줄일 수 있었던 원인으로서는 부동경계다각형을 사용하여 경계 부분에서 발생하는 왜곡을 감소시킨 결과라고 생각되며, 본 논문이 부동 경계를 보다 효율적으로 구하는 방법을 사용하였기 때문에 시간 복잡도에 있어서도 좋은 결과를 얻을 수 있었다.

표 1. 왜곡 측정의 비교
Table 1. Comparison of distortion

	L^2 -norm		L^∞ -norm	
	얼굴	신발	얼굴	신발
Floater's[4]	1.946	1.323	5.236	3.928
Lee's[9]	1.123	0.873	4.068	2.988
Our method	1.008	0.767	3.987	2.781

표 2는 세 알고리즘에 대한 계산 시간을 보여주고 있다. 볼록 조합으로부터 얻은 선형시스템을 풀기 위하여 Gauss-Seidel 방법을 사용하였다. 본 논문에서 제시한 알고리즘이 다른 두 방법보다 월등히 빠름을 알 수 있다. 두 방법은 선형시스템을 만들에 있어 이웃하는 점점과의 관계를 시간 복잡도가 $O(m^2)$ 인 무계중심좌표계를 사용한 반면, 본 논문에서 제시한 방법은 $O(m)$ 시간이 걸리는 평균값 좌표계를 이용하였다.

표 2. 계산 시간
Table 2. Computational Time

	시간(ms)	
	얼굴	신발
Floater's[12]	489	18
Lee's[17]	389	16
Our method	156	9

그림 6은 메쉬 매개변수화 알고리즘을 3차원 신발 캐드시스템에 적용한 한 예를 보여주고 있다. 일반적으로 신발 디자이너들은 신발을 새롭게 디자인하기 위해서는 신발의 표면을 형성하게 되는 2차원 패턴에 디자인하게 된다. 디자인된 패턴을 오려 신발의 라스트(Last)에 붙여 3차원적인 디자인 효과를 확인하는 과정을 거치게

된다. 이와 같은 비효율적인 과정을 없애기 위해서 신발 캐드시스템에 본 논문에서 제시한 매개변수화 알고리즘을 적용시키게 되면, 신발 디자이너들은 3차원 패턴을 바로 디자인 할 수 있게 된다. 그러므로 이러한 기능은 다양한 패턴을 직관적으로 디자인하기에 매우 유용하다고 볼 수 있다.

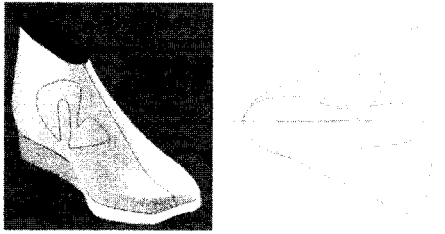


그림 6. 신발 캐드 시스템에서의 패턴 디자인
Fig. 6 Pattern design in Shoe CAD System

VI. 결 론

본 논문은 신발 캐드시스템에서와 같이 실용적인 매쉬 매개변수화의 응용문제에 있어서 효과적으로 적용할 수 있도록 하는 방법을 제시하였다. 본 논문에서 제시된 방법은 Floater에 의해 제안된 볼록 조합 처리법의 확장으로서 경계 영역에서 발생하는 왜곡을 줄이기 위하여 부동경계다각형 방법을 사용하였으며, 볼록 조합법의 중요 과정인 선형시스템 형성에 있어 선형시간에 계산이 가능한 평균값 좌표계를 이용하였다. 향후 연구 과제로서는 이 방법을 바탕으로 하여 그림 6에서와 같이 3차원 매쉬(신발)에 페인팅을 할 때 보이지 않는 면까지도 자동적으로 처리할 수 있게 하는 알고리즘을 개발하는 것이다.

참고문헌

[1] M. S. Floater and K. Hormann, Surface Parameterization: a Tutorial and Survey, *Advances in Multiresolution for Geometric Modelling*, Springer-Verlag, Heidelberg, 2005, 157-186.

[2] J. Maillot, H. Yahia, A. Verroust, Interactive texture mapping. *ACM Computer Graphics (Proc. SIGGRAPH '93)* 1993, 27 - 34.

[3] K. Hormann, G. Greiner, MIPS: an efficient global parameterization method. In: Laurent P-J, Sablonnie' re P, Schumaker LL, editors. *Curve and surface design: saint-malo 1999*. Nashville: Vanderbilt University Press, 2000. p. 153 - 162.

[4] M. S. Floater, Parameterization and smooth approximation of surface triangulations. *Computer Aided Geometric Design* 1997, 14(3):231 - 250.

[5] W. Tutte, How to draw a graph. In: Birch B, Erdmann K, editors, *Proceedings of the London Mathematical Society*, vol. 13, 1963. p. 743 - 768.

[6] S. Zelinka, M. garland, Similarity-Based Surface Modeling Using Geodesic Fans, *Proceeding of the 2nd. Eurographics Symposium on Geometry Processing*, pp. 209-218, July 2004.

[7] T. W. Sederberg, P. Gao, G. Wang, H. Mu, 2-D shape blending: an intrinsic solution to the vertex path problem, *ACM Computer Graphics (Proc. SIGGRAPH '93)*, 1993;15 - 18

[8] M. S. Floater, Mean value coordinates, *Computer Aided Geometric Design*, Vol. 20, No. 1, pp 19-27, 2003.

[9] Y. Lee, H. Kim, S. Lee, Mesh parameterization with a virtual boundary, *Computers & Graphics*, Vol. 26(2002), pp 677-686.

저자소개



김형석 (Hyoungseok B. Kim)

1990.02: 연세대학교, 수학과 이학사
1992.02: KAIST, 수학과 이학석사
1998.02: KAIST, 수학과 이학박사
1999.02: ETRI, Post-Doc
1999.03 ~ 현재 : 동의대학교 멀티미디어공학과 부교수
※ 관심분야 : 컴퓨터그래픽스, 컴퓨터애니메이션, Shape Analysis, Level Set Method