

전달함수 합성법에 의한 필터 보상형 PID 제어기 설계

(A Design of Filter Compensated PID Controller via Transfer Function Synthesis)

김종근* · 김주식 · 김홍규**

(Jong-Gun Kim · Ju-Sik Kim · Hong-Kyu Kim)

요 약

본 논문에서는 저차 근사모델에 대한 필터 보상형 PID 제어기의 주파수 전달함수 합성법을 제안한다. 제안된 방식은 주어진 주파수응답 경계조건에 맞는 필터 보상형 PID 제어기를 포함한 루프 주파수 전달함수의 합성에 의해 재배열된 일차연립방정식으로부터 PID 파라미터 벡터에 대한 최소 정규해를 결정하는 방식이다. 그리고 제안된 방식의 효율성을 입증하기 위한 예제로 충주 수력발전소의 수차속도제어계가 주어진다.

Abstract

This paper proposes a frequency transfer function synthesis of a filter compensated PID controller for an approximated low order model. The proposed method identifies the parameter vector of PID controller from a linear system that is formed by rearranging a loop frequency transfer function synthesis including the filter compensated PID controller obtained from the given frequency response bounds. And an example for the turbine speed control system of Chungju hydropower plant is given to illustrate the feasibilities of suggested schemes.

Key Words : Transfer Function Synthesis, Filter Compensated PID Controller, Turbine Speed Control

1. 서 론

구조가 간단하고, 구현이 용이하여 산업적으로 널리 이용되는 PID 제어기를 구현하기 위해서는 플랜트의 특성에 적합한 PID 파라미터를 최적으로 설정하는 방법이 필요하다. 이와 같은 필요성에 따라 Ziegler-Nichols 한계감도법과 계단응답법을 시작

로 개량형 한계감도법과 또 다른 종류의 계단응답법, 유리전달함수에 기초하는 방법 및 주파수응답법 등이 발표되었고, 자동동조, 전문가 시스템 및 퍼지 알고리즘 등을 적용한 다양한 PID 동조방법들이 연구되고 있다. 그러나 이러한 수많은 연구에도 불구하고 대부분의 PID 제어기들은 실제적으로 빈약한 동조성능을 보이고 있다. 그 주요원인은 대부분의 동조방법들이 1차 및 2차의 모델과 같은 특별한 플랜트와 상황에 대해 유도되어 그 자신의 영역에서만 잘 적용되기 때문이다. 일반적인 무차원 플랜트와 상황에 대해 유도된 경우도 복잡한 계산과 재동조의 문제점을 가지고 있다. 따라서 일반적인 선형공정에

* 주저자 : 충주대학교 전기공학과
 ** 교신저자 : 충주대학교 전기공학과
 Tel : 043-841-5141, Fax : 043-841-5140
 E-mail : tofuture2000@yahoo.co.kr
 접수일자 : 2008년 7월 11일
 1차심사 : 2008년 7월 22일
 심사완료 : 2008년 8월 12일

대하여 전반적으로 우수한 제어성능과 계산의 용이성을 갖는 PID 설계방법이 요구되었으며[1-2], 대표적인 형태로 Ho 등은 1차 및 2차 축소모델에 근거하여 PID 파라미터 설계에 기인하는 강인성 저하를 방지하고, 설계자의 요구사항에 맞게 이득 및 위상여유를 보장하는 설계방법을 제안하였다[3]. 그러나 이득여유에서 오차가 발생하고, 1형 시스템과 다수의 복소근을 갖는 경우에는 해를 찾을 수 없는 단점을 가지고 있다. Wang 등은 이의 해결을 위해 축소모델에 기초한 새로운 방법을 제안하였다[4]. 그러나 이 방식에도 축소모델이 1형이면, 해가 존재하지 않으며, 시간지연이 없는 경우 또는 매우 작거나 큰 경우의 PID 파라미터는 제어성능을 보장하지 못한다. 또한, 파라미터 재설정 과정을 포함하는 문제점이 존재한다.

위와 같은 문제점들을 해결하기 위하여 Kim 등은 일반화된 저차 축소모델의 표현식으로부터 PID 제어기에 대한 주파수 전달함수 합성법을 제안하고, 제안된 방식으로부터 최적의 PID 파라미터를 추정하였다[5]. 그리고 시간지연을 가지면서 진동이 없는 시스템과 적당히 진동하는 시스템, 크게 진동하는 시스템, 그리고 중복 공액 복소근을 가지면서 진동하는 시스템을 2차 시스템으로 각각 저차화한 예에 적용하여 그 유용성 및 우수성을 검증하였다. 그러나 고주파수나 저주파수에서 제어기가 최적으로 플랜트를 제어할 수 있도록 한 산업용 PID 제어기의 형태인 미분항 앞에 1차 지연형 필터를 삽입한 필터 보상형 PID 제어기에 직접 적용하는 데에는 한계가 있으며, 이 합성법을 이용한 방식만으로는 첨두공진이 존재하는 모델을 포함한 일반적인 시스템에 대해서는 만족할만한 결과를 얻지 못하였다.

본 논문에서는 위에서 기술한 문제점들을 개선하기 위하여 저차 근사모델로부터 필터 보상형 PID 제어기에 대한 주파수 전달함수 합성법을 제안한다. 제안된 방식은 Kim 등의 방법[3]을 확장한 일반화된 방식으로 주어진 주파수응답 경계조건에 맞는 필터 보상형 PID 제어기를 포함한 루프 주파수 전달함수의 합성을 위해 선형화된 식별을 수행할 수 있는 표현식을 유도하고, 이 관계식으로부터 PID 파라미터 벡터에 대한 최소 정규해를 결정하는 방식이다. 즉,

이 방식은 루프 전달함수를 결정하는 문제를 PID 파라미터 벡터의 식별문제로 변환하는 것에 기반을 두고 있으며, 본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서 주파수 전달함수 합성에 의한 필터 보상형 PID 제어기의 관계식을 유도하고, 주파수 전달함수 합성법 자체에 대한 우수성은 이미 Kim 등[5-6]에 의해 검증되었으므로 3장에서는 중주 수력발전소의 수차속도제어계에 제안된 방법을 적용하여 그 효율성을 입증한다. 그리고 4장에서 결론을 맺는다.

2. 필터 보상형 PID 제어기의 주파수 전달함수 합성법

필터 보상형 PID 제어기의 기본 구조는 그림 1과 같고, 전달함수로 나타내면 다음의 식과 같다[7].

$$C(s) = K_p + \frac{1}{T_I s} + \frac{K_D T_D s}{1 + T_D s} \quad (1)$$

설계사양으로 주어진 주파수 경계조건으로부터 필터 보상형 PID 제어기의 주파수 전달함수 합성을 위해 다음과 같이 축소모델인 플랜트의 주파수 전달함수 $G_L(j\omega)$ 와 식 (1)의 제어기에 대한 주파수 전달함수 $C(j\omega)$ 를 고려하자.

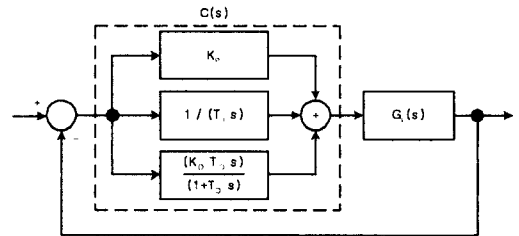


그림 1. 필터보상형 PID 제어계의 블록선도
Fig. 1. Block diagram of filter compensated PID control system

$$G_L(j\omega) = \frac{d_0}{\sum_{h=0}^n c_h(j\omega)^h} e^{iT_L\omega} \quad (2)$$

$$\approx \frac{\sum_{g=0}^m b_g(j\omega)^g}{\sum_{h=0}^n a_h(j\omega)^h}$$

전달함수 임성법에 의한 필터 보상형 PID 제어기 설계

$$C(j\omega) = K_P - j \frac{1}{\omega T_I} + \frac{j\omega K_D T_D}{1 + j\omega T_D} \quad (3)$$

$$= K_P - j \frac{1}{\omega T_I} + \frac{j\omega K_{DD}}{1 + j\omega T_D}$$

여기서, 식 (2)의 $n = m + n_i$ 이고, m 차 Pade 근사의 결과이며, 분자 및 분모 다항식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sum_{h=0}^n a_h(j\omega_i)^h = \sum_{r=0}^u (-1)^r a_{2r} \omega_i^{2r} + j \sum_{\delta=0}^v (-1)^\delta a_{2\delta+1} \omega_i^{2\delta+1} \quad (4)$$

$$\sum_{g=0}^m b_g(j\omega_i)^g = \sum_{\alpha=0}^p (-1)^\alpha b_{2\alpha} \omega_i^{2\alpha} + j \sum_{\beta=0}^q (-1)^\beta b_{2\beta+1} \omega_i^{2\beta+1} \quad (5)$$

여기서, 지수(index) $p, q, u, v \geq 0$ 는 m 과 n 이 짝수일 때 $p = \frac{m}{2}, q = \frac{m}{2} - 1, u = \frac{n}{2}, v = \frac{n}{2} - 1$ 이고, 홀수일 때 $p = q = \frac{m-1}{2}, u = v = \frac{n-1}{2}$ 이다. 그리고 그림 1로부터 PID 제어기를 포함한 루프 주파수 전달함수 $L(j\omega)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$L(j\omega) = C(j\omega)G_L(j\omega)$$

$$= |L(j\omega)| \cos \phi(\omega) + j |L(j\omega)| \sin \phi(\omega) \quad (6)$$

여기서, $|L(j\omega)|$ 와 $\phi(\omega)$ 는 설계사양으로 주어진 주파수 경계조건에 이득과 위상응답이다.

PID 파라미터 설정을 위한 주파수 전달함수 합성을 위해서 임의의 주파수 ω_i 에서 식 (6)의 경계조건 $L(j\omega_i)$ 와 합성된 전달함수의 오차관계를 다음과 같이 정의하면,

$$\varepsilon_i = \frac{1}{L(j\omega_i)} - \frac{\sum_{h=0}^n a_h(j\omega_i)^h}{\left\{ \sum_{g=0}^m b_g(j\omega_i)^g \right\} C(j\omega_i)} \quad (7)$$

여기서, 아래첨자 i 는 고려된 경계조건 범위에서

i 번째의 값을 나타낸다.

식 (6)을 임의의 주파수 ω_i 에서 다음과 같이 정리할 수 있고,

$$\sum_{h=0}^n a_h(j\omega_i)^h = \sum_{g=0}^m b_g(j\omega_i)^g \cdot \left(K_P - j \frac{1}{\omega_i T_I} + \frac{j\omega_i K_{DD}}{1 + j\omega_i T_D} \right) \cdot \left\{ \frac{\cos \phi(\omega_i)}{|L(j\omega_i)|} - j \frac{\sin \phi(\omega_i)}{|L(j\omega_i)|} \right\} \quad (8)$$

식 (4)와 (5)를 식 (8)에 대입하여 실수부와 허수부 로 구분한 후, 정리하여 PID 파라미터와 관련된 항을 다음과 같이 각각 정의하면,

$$K_i^P = \frac{1}{|L(j\omega_i)|} \cdot \left[\sum_{\alpha=0}^p (-1)^\alpha b_{2\alpha} \omega_i^{2\alpha} \cdot v \cdot \{ \cos \phi(\omega_i) - \sin \phi(\omega_i) \} + \sum_{\beta=0}^q (-1)^\beta b_{2\beta+1} \omega_i^{2\beta+1} \cdot \{ \sin \phi(\omega_i) + \cos \phi(\omega_i) \} \right]$$

$$T_i^I = - \frac{\omega_i |L(j\omega_i)|}{\left[\sum_{\alpha=0}^p (-1)^\alpha b_{2\alpha} \omega_i^{2\alpha} \cdot \{ \sin \phi(\omega_i) + \cos \phi(\omega_i) \} + \sum_{\beta=0}^q (-1)^\beta b_{2\beta+1} \omega_i^{2\beta+1} \cdot \{ \sin \phi(\omega_i) - \cos \phi(\omega_i) \} \right]}$$

$$K_i^{DD} = \frac{\omega_i}{|L(j\omega_i)|} \cdot \left[\sum_{\alpha=0}^p (-1)^\alpha b_{2\alpha} \omega_i^{2\alpha} \cdot \{ \sin \phi(\omega_i) + \cos \phi(\omega_i) \} + \sum_{\beta=0}^q (-1)^\beta b_{2\beta+1} \omega_i^{2\beta+1} \cdot \{ \sin \phi(\omega_i) - \cos \phi(\omega_i) \} \right]$$

$$T_i^D = \omega_i \left\{ \sum_{\delta=0}^v (-1)^\delta a_{2\delta+1} \omega_i^{2\delta+1} + \sum_{r=0}^u (-1)^r a_{2r} \omega_i^{2r} \right\}$$

다음과 같은 i 번째 일차연립방정식을 얻을 수 있다.

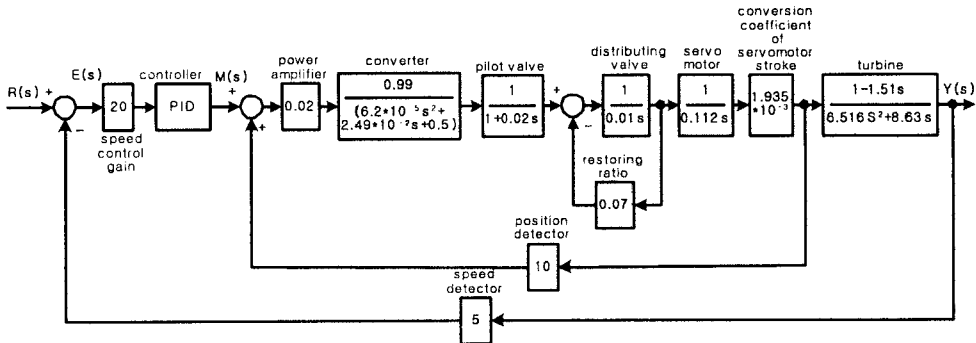


그림 2. 수차속도제어계
Fig. 2. Turbine speed control system

$$\begin{aligned}
 & [K_i^P \quad T_i^I \quad K_i^{DD} \quad T_i^D] \cdot \begin{bmatrix} K_P \\ T_I \\ K_{DD} \\ T_D \end{bmatrix} \\
 &= \sum_{\gamma=0}^N (-1)^\gamma a_{2\gamma} \omega_i^{2\gamma} \quad (9) \\
 &+ \sum_{\delta=0}^N (-1)^\delta a_{2\delta+1} \omega_i^{2\delta+1}
 \end{aligned}$$

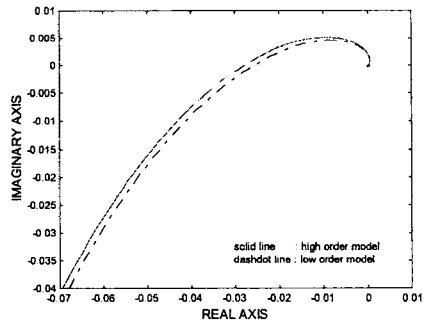
그리고 N 개의 주파수 경계조건인 이득 및 위상응답을 고려하면, 식 (9)로부터 N 개의 파인결정된 일차연립방정식을 얻을 수 있고, 이 방정식에 대한 해로부터 필터 보상형 PID 제어기의 PID 파라미터를 구할 수 있다. 최소자승법 또는 완전최소자승법[8]에 의해 PID 파라미터 벡터에 대한 최소 정규해를 구할 수 있으나, 본 논문에서는 순환형 최소자승법[6, 9]을 적용한다.

3. 충주 수력발전소 수차속도제어계

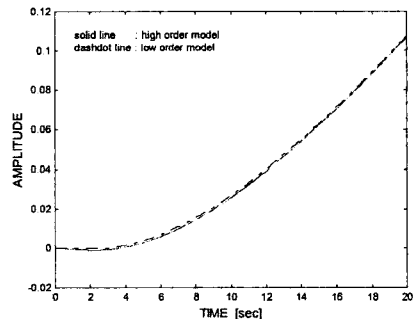
3.1 수차속도제어계

수력발전은 기동과 정지, 출력조정 시간이 원자력이나 화력 등 기타 전력설비에 비해 빠르기 때문에 부하변동에 대한 속응성이 우수하여 첨두부하를 담당할 수 있으므로 양질의 전력공급에 기여하고 있다. 수력발전에서 전기에너지를 얻기 위한 가장 중요한 장치는 수차와 발전기로서 수차는 물이 보유하고 있는 에너지를 기계에너지로 바꾸는 수력원동기로 동작하고, 발전기는 기계에너지를 전기에너지로 바꾸

는 역할을 담당하고 있다. 그러므로 양질의 전기에너지를 생산하기 위해서는 이 장치들에 대한 신뢰성과 제어가 용이한 고성능의 제어장치가 요구된다.



(a) frequency responses(Nyquist plot)



(b) step responses

그림 3. 액츄에이터와 터빈의 응답
Fig. 3. Responses of actuator and turbine

전달함수 합성법에 의한 필터 보상형 PID 제어기 설계

충주 수력발전소 수차속도제어계는 그림 2에 나타난 바와 같이 필터 보상형 PID 제어기로 구성된 레귤레이터와 전기적 신호를 기계적 신호로 변환하는 액츄에이터 그리고 터빈으로 구성되어 있다. 이 계통은 서보모터 제어용 유압계통의 비선형성과 댐 수위 변화 등의 불규칙적인 외란 및 계통 자체의 특성 변화와 같은 불확실성으로 인해 동조에 많은 어려움이 따른다. 따라서 플랜트의 특성이 변화할 때 계통의 성능사양을 보장하기 위한 최적의 PID 파라미터를 결정할 필요가 있다. 본 논문에 적용된 충주 수력발전소의 수차속도제어계는 필터 보상형 PID 제어기와 제어대상인 7차의 액츄에이터와 터빈으로 구성된 계통이다[7]. 따라서 7차의 고차모델을 저차의 축소모델로 근사화하는 것이 요구되며, 본 논문에서는 Kim 등의 모델축소법[10]을 적용하여 다음과 같은 2차 축소모델을 얻었다.

$$G_L(s) = \frac{4.23 \times 10^3}{3.73 \times 10^6 s^2 + 3.65 \times 10^5 s} e^{-2.3s} \quad (10)$$

여기서, 축소모델은 $10^{-4} \leq \omega \leq 10^{-2}$ [rad/sec]의 주파수범위에서 대수적인 간격으로 50개의 데이터를 이용하여 얻어진 것이다. 그림 3은 원 모델과 식 (10)에 대한 주파수응답과 시간응답을 나타낸 것으로 실선은 고차의 원 모델의 응답특성을 나타내며, 일점쇄선은 식 (10)의 응답특성을 나타낸다.

3.2 필터 보상형 PID 제어기 설계

충주 수력발전소의 발전기 준공시험시 제작자가 제시한 값을 이용하여 수차속도제어계의 기준모델을 구하면 다음과 같다[7].

$$M(s) = \frac{-11.869s^3 + 6.7367s^2 + 0.7313s + 0.0085}{1.9 \times 10^{-6}s^9 + 9.96 \times 10^{-4}s^8 + 6.1 \times 10^{-2}s^7 + 1.24s^6 + 7.23s^5 + 9.6s^4 + 2.34s^3 + 0.51s^2 + 0.03s + 3.86 \times 10^{-4}} \quad (11)$$

먼저 루프 전달함수에 대한 기준모델의 주파수응답 경계조건을 설정하여야 하며, 이는 식 (11)과 그

림 2에 의해서 그림 4와 같이 얻을 수 있다. 그리고 이 경계조건에 대해 식 (10)의 축소모델과 본 논문에서 제안한 주파수 전달함수 합성법에 의한 PID 제어기 설계법을 이용하여 각각의 PID 파라미터를 구하고, 식 (1)에 대입하면 다음과 같은 필터 보상형 PID 제어기가 얻어진다.

$$C(s) = 0.14005 + \frac{1}{588.35s} + \frac{0.26711s}{1 + 3.8633s} \quad (12)$$

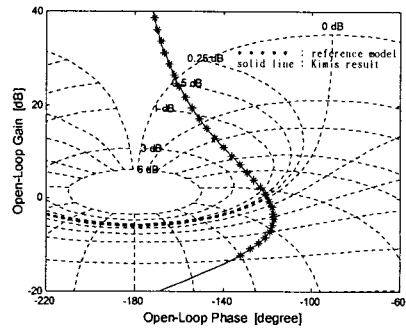


그림 4. 주파수응답
Fig. 4. Frequency responses

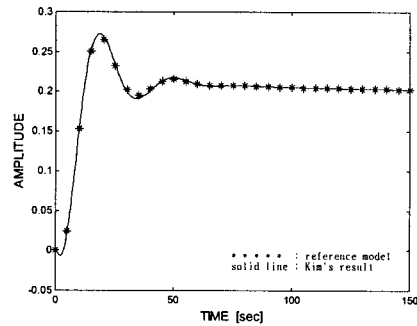


그림 5. 시간응답
Fig. 5. Step response

수차속도제어계에 식 (10)의 축소모델과 식 (12)의 PID 제어기를 적용한 시뮬레이션 결과는 그림 4와 같다. 그림 4는 기준모델에 의한 주파수응답 경계조건과 본 논문에서 제안된 방법에 의해 얻어진 결과를 비교한 것으로 이 그림으로부터 주어진 기준모델에 대한 제안된 방식의 우수한 적합특성을 알 수 있다. 또한, 그림 5는 식 (11)의 기준모델에 대한 시

간응답과 그림 2에 식 (12)의 PID 제어를 적용한 폐루프 시간응답을 나타낸 것으로 이 그림으로부터 기준모델의 응답과 일치하는 응답특성을 확인할 수 있다.

4. 결 론

본 논문에서는 고차공정의 저차 축소모델로부터 주파수응답으로 주어진 경계조건을 만족하는 필터 보상형 PID 제어기의 설계방법을 제안하여 다음과 같은 결과를 얻었다. 제안된 방법은 주어진 주파수 응답 조건에 맞는 필터 보상형 PID 제어기를 포함한 루프 주파수 전달함수의 합성을 위해서, 선형화된 식별을 수행할 수 있는 표현식을 정의하고, 순환형 최소자승법을 적용하여 PID 파라미터 벡터에 대한 최소 정규해를 추정하는 방식이다. 수차속도제어계에 대한 시뮬레이션 결과로부터 주파수응답 경계조건을 만족하는 응답특성을 얻었으며, 강인 안정여유를 포함하여 주파수응답이 경계조건으로 주어질 수 있는 강인제어이론과 함께 적용할 경우, 설비의 신뢰성 및 안정성을 보장하는 필터 보상형 PID 제어기의 설계방식으로 유용하게 활용될 것이다. 또한, 이 방법은 일반화된 표현식을 갖기 때문에 컴퓨터를 이용한 자동화된 설계방식으로 이용할 수 있으며, 다양한 종류의 PID 제어기 동조방법으로도 충분히 활용할 수 있을 것이다.

감사의 글

이 논문은 충주대학교 대학구조개혁지원사업비(교육인적 자원부 지원)의 지원을 받아 수행한 연구임.

References

[1] 山本重彦, 加藤尙武, PID制御の基礎と應用, 朝倉書店, 1997.
 [2] 須田信英, PID制御: システム制御情報學會編, 朝倉書店, 1993.

[3] W. K. Ho, C. C. Hang and L. S. Cao, "Tuning of PID Controllers Based on Gain and Phase Margin Specifications", Automatica, vol. 31, no. 3, pp. 497-502, 1995.
 [4] Q. G. Wang, T. H. Lee, H. W. Fung, Q. Bi and Y. Zhang, "PID Tuning for Improved Performance", IEEE Trans. on Cont. Sys. Tech., vol. 7, no. 4, pp. 457-465, 1999.
 [5] J. G. Kim, J. S. Kim and B. S. Jeon, "A Design of PID Controller using Reduced Model in Frequency Domain", KIEE, vol. 19, no. 1, pp. 80-86, 2005.
 [6] J. G. Kim, J. S. Kim and H. K. Kim, "A Transfer Function Synthesis for Model Approximation with Resonance Peak Value", KIEE, vol. 22, no. 1, pp. 118-123, 2008.
 [7] 한국수자원공사, 온-라인 PID 자동 동조기 개발연구, 연구보고서, 한국수자원공사, 1993.
 [8] S. Van Huffel and J. Vandewalle, The Total Least Squares Problem Computational Aspects and Analysis, SIAM, 1991.
 [9] T. K. Moon and W. C. Stirling, Mathematical Methods and Algorithms for Signal Processing, Prentice Hall, 2000.
 [10] J. S. Kim, J. G. Kim and J. W. Ryu, "A Model Reduction of Linear Systems with Time Delay in Frequency Domain", KIEE, vol. 18, no. 6, pp. 176-182, 2004.

◆ 저자소개 ◆

김종근 (金鍾根)

1967년 3월 19일생. 1990년 한밭대 전기공학과 졸업. 1992년 충북대 대학원 전기공학과 졸업(석사). 2005년 동대학원 전기공학과 졸업(박사). 1992~1997년 (주)세방전지 중앙전지기술연구소. 1999년~현재 충주대학교 시간강사.

김주식 (金周植)

1971년 1월 23일생. 1992년 충북대 전기공학과 졸업. 1994년 동대학원 졸업(석사). 1998년 동대학원 졸업(박사). 1999~2001년 (주)지엔티씨 기술개발실. 2001~2004년 충북대학교 전기전자컴퓨터공학부. 2004년~현재 특허청 전기전자심사국 심사관.

김홍규 (金洪奎)

1947년 10월 20일생. 1969년 전북대 전기공학과 졸업. 1981년 단국대 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1993년 전북대 대학원 전기공학과 졸업(박사). 1978년~현재 충주대학교 전기공학과 교수.