

주행거리계의 기구적 오차에 강인한 개선된 상대 위치추정 알고리즘

Advanced Relative Localization Algorithm Robust to Systematic Odometry Errors

나 원 상, 황 익 호, 이 혜 진, 박 진 배*, 윤 태 성
(Won-Sang Ra, Ick-Ho Whang, Hye-Jin Lee, Jin Bae Park, and Tae-Sung Yoon)

Abstract : In this paper, a novel localization algorithm robust to the unmodeled systematic odometry errors is proposed for low-cost non-holonomic mobile robots. It is well known that the most pose estimators using odometry measurements cannot avoid the performance degradation due to the dead-reckoning of systematic odometry errors. As a remedy for this problem, we try to reflect the wheelbase error in the robot motion model as a parametric uncertainty. Applying the Krein space estimation theory for the discrete-time uncertain nonlinear motion model results in the extended robust Kalman filter. This idea comes from the fact that systematic odometry errors might be regarded as the parametric uncertainties satisfying the sum quadratic constraints (SQCs). The advantage of the proposed methodology is that it has the same recursive structure as the conventional extended Kalman filter, which makes our scheme suitable for real-time applications. Moreover, it guarantees the satisfactory localization performance even in the presence of wheelbase uncertainty which is hard to model or estimate but often arises from real driving environments. The computer simulations will be given to demonstrate the robustness of the suggested localization algorithm.

Keywords : mobile robot localization, systematic odometry errors, extended robust Kalman filter

I. 서론

정밀 위치 추정 문제는 지능형 이동 로봇의 유도 및 조종 기법 개발을 위한 선결 과제 중 하나이다. 이러한 이유로 지난 이십여 년 간 로봇 위치 추정 필터 설계에 관한 많은 연구가 이루어져 왔다[1-7].

로봇 위치 추정을 위해서는 로봇의 운동 방정식을 모델링 하고, 로봇에 장착된 다양한 센서 정보들을 융합하는 과정이 필수적이다. 위치 추정을 위해 사용되는 기본 센서는 차축에 장착된 엔코더를 이용한 주행거리계(odometric sensor)이다. 차륜간 거리(輪距, effective wheelbase)가 정확히 알려져 있다면, 두 개의 차륜에 장착된 주행거리계 측정치와 임의의 원점에 대한 상대위치 및 조향각 변화량 사이에 일대일 비선형 관계가 존재한다[7]. 따라서, 주행거리계의 측정오차가 존재하지 않고, 주행 중 외란이 존재하지 않는다면 부가 센서 없이도 정확한 이동 로봇의 위치정보를 산출할 수 있다. 불행하게도 주행거리계 출력에는 다양한 형태의 오차 요인들이 포함되어 있으며, 오차 요인들은 그 성격에 따라 기구적 오차(systematic error)와 불규칙 오차(non-systematic error)로 세분할 수 있다[8]. 불규칙 오차에는 불균일한 주행평면에 의한 차륜의 미끄러짐과 엔코더의 측정잡음 등을 포함시킬 수 있으며, 확률분포를 갖는 랜덤변수로 모델링하는 것이 일반적이다. 반면에 기구적 오차로는 윤거 오차, 주행 면과 차륜의 접점 변화에 기인하는 차륜 직경 오차 등을 들 수 있다. 기구적

오차는 불규칙 오차와 달리 로봇의 주행 중 위치추정 오차를 지속적으로 증가시키는 요인으로, 확률적 모델링이 매우 어렵거나 경우에 따라서는 모델링이 불가능 한 것으로 알려져 있다[5].

확장 칼만필터(EKF: extended Kalman filter) 혹은 무향 칼만 필터(UKF: unscented Kalman filter)와 같은 기존의 비선형 칼만 필터들은 주어진 비선형 운동 모델에 파라미터 불확실성(parametric uncertainty)이 존재하지 않으며, 공정잡음과 측정잡음은 모두 영평균 백색잡음이라는 가정을 필요로 한다. 따라서, 주행거리계의 불규칙 오차에 의해 유발되는 위치 추정 오차는 확장 칼만필터 등을 이용한 위치 추정 알고리즘을 설계함으로써 효과적으로 제거할 수 있다[1-6]. 이와 달리, 주행거리계의 기구적 오차는 운동 모델의 파라미터 불확실성으로 작용하게 되므로 확장 칼만필터의 추정 성능저하 혹은 최악의 경우 추정치의 발산과 같은 심각한 문제를 야기할 수 있다. 이러한 이유로 일각에서는 주행 중에 기구적 오차를 추정 및 보정하는 SLAC(Simultaneous Location and Auto Calibration) 기법이 시도되기도 하였다[5]. 하지만, 이 방법을 사용하더라도 예측 불가능한 실제 주행환경에서의 기구적 오차에 대한 기관측정 문제와 수렴성 문제는 여전히 존재한다[9,10]. 뿐만 아니라, 윤거 및 차륜 직경을 추가적인 상태변수로 필터 설계 모델에 반영하기 때문에, 시스템의 차수 증가로 인한 계산량 부담이 가중될 수 있다.

본 논문에서는 언급한 문제점을 해결하기 위해 확장 강인 칼만필터 기반 위치 추정 알고리즘의 설계 방법을 제안한다. 이를 위해, 기구적 오차를 SQC(Sum Quadratic Constraint)를 만족하는 파라미터 불확실성으로 간주하고, 이를 반영한 불확정 비선형 운동 방정식을 유도한다. 야외 힘로 주행 시에는 차륜 직경 오차가 타이어 압력변화에 따라 매우 불규칙적으

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2008. 5. 15., 채택확정 : 2008. 6. 30.

나원상, 황익호 : 국방과학연구소(wonsang@add.re.kr/ickho@add.re.kr)

이혜진 : 항공우주연구원(hyejin@kari.ac.kr)

박진배 : 연세대학교 전기전자공학과(jbpark@yonsei.ac.kr)

윤태성 : 창원대학교 전기공학과(tsyoon@sarim.changwon.ac.kr)

로 변화하는 특성을 갖는 반면, 윤거 오차는 그 변화 양상이 급격하지 않는다는 사실에 착안하여 윤거 오차에 초점을 맞추어 파라미터 불확실성에 대한 모델링을 수행한다. 결과적으로, 기구적 오차에 강인한 정밀 위치 추정문제는 최근 개발된 부정내적 공간에서의 강인 상태추정 이론을 불확정 비선형 시스템에 대한 상태추정 문제로 확장함으로써 해결될 수 있다[11,12]. 제안된 확장 강인 칼만필터가 공칭 확장 칼만필터의 측정치 갱신 과정에서 파라미터 불확실성에 의한 추정오차를 보정하는 개념이 추가된 것이며, 기존 확장 칼만필터와 유사한 순환식 구조를 가짐을 확인한다. 제안된 방법은 기존의 SLAC 기법과 달리 거리주행계의 기구적 오차를 추가 상태변수가 아닌 파라미터 불확실성으로 간주함으로써 계산량의 증가 없이도 위치 추정 성능 및 강인성을 동시에 담보할 수 있는 실제적인 알고리즘이다. 최종적으로 보조센서에 의한 위치 측정치가 간헐적으로 제공된다는 가정하에 모의 실험을 수행한다. 이를 통해 제안된 확장 강인 칼만필터 기반 위치 추정 알고리즘이 공칭 확장 칼만필터 및 무향칼만필터에 기반한 위치 추정 방법에 비해 윤거 오차 등이 존재하는 상황에서도 우수한 위치 추정 성능을 제공함을 보이도록 한다.

II. 윤거(輪距) 오차를 포함한 불확정 비선형 운동모델

본 절에서는 두 개의 차륜과 주행거리계를 장착한 이동 로봇의 불확정 비선형 운동모델 및 측정모델을 수립한다. 수립된 모델은 추후 확장 강인 칼만필터 기반 위치 추정 알고리즘의 설계에 사용된다.

1. 공칭 비선형 운동 모델

주행거리계를 이용한 위치추정을 위해 사용되는 기하관계는 그림 1에 도시한 바와 같다. 여기서 사용된 파라미터에 대한 정의는 다음과 같다.

- (x_c, y_c) 로봇 회전 중심
- (x, y) 로봇 위치
- θ 조향각(x 축 기준, 시계 반대 방향으로 정의)
- $\Delta\theta$ 조향각 변화량
- ΔD 무게 중심을 기준으로 한 주행거리 증분
- ΔD_l 좌측 차륜의 주행거리
- ΔD_r 우측 차륜의 주행거리
- d 차륜 사이의 거리(wheelbase)
- R 로봇 회전반경

차륜에는 엔코더가 장착되어 있으며, 이로부터 차륜의 주행거리를 측정할 수 있다. 로봇의 이동에는 병진운동과 회전운동이 동시에 수반된다. 하지만, 일반적인 주행거리계 기반 위치추정 기법들과 마찬가지로 짧은 구간 내의 로봇 속도 변화를 무시할 수 있다고 가정하면, 그림 1의 기하관계로부터 다음 관계식을 얻을 수 있다.

$$\Delta D = R \cdot \Delta\theta, \Delta D_l = \left(R + \frac{d}{2}\right)\Delta\theta, \Delta D_r = \left(R - \frac{d}{2}\right)\Delta\theta \quad (1)$$

만일 차륜에 장착된 주행거리계의 측정오차가 없다면, 관계 (1)로부터 로봇의 주행거리 및 조향각 변화량을 산출 할

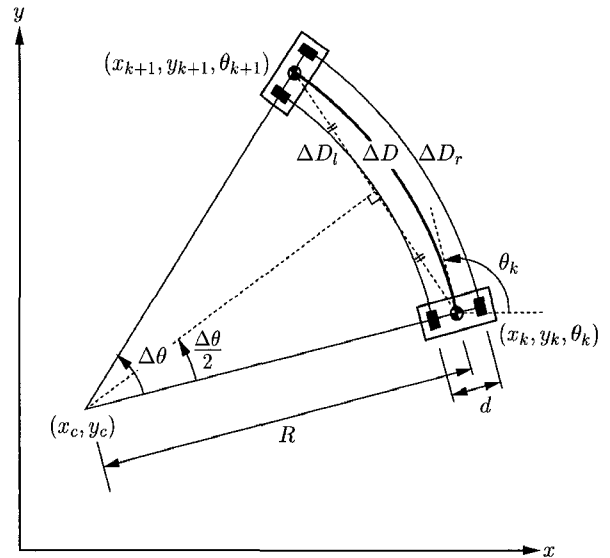


그림 1. 위치추정을 위한 주행거리계 파라미터.
Fig. 1. Odometry parameters of a mobile robot.

수 있다.

$$\Delta D = \frac{\Delta D_r + \Delta D_l}{2}, \Delta\theta = \frac{\Delta D_r - \Delta D_l}{d} \quad (2)$$

좌표 (x_k, y_k) 와 (x_{k+1}, y_{k+1}) 사이의 직선 거리 l 은 그림 1 및(1)로부터 다음과 같이 계산된다.

$$l = 2R \cdot \sin\left(\frac{\Delta\theta}{2}\right) = \Delta D \frac{\sin\left(\frac{\Delta\theta}{2}\right)}{\frac{\Delta\theta}{2}} \quad (3)$$

그림 1의 기하관계를 이용하여 위치 증분을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} x_{k+1} - x_k &= -l \cdot \cos\left(\pi - \theta_k - \frac{\Delta\theta}{2}\right) = l \cdot \cos\left(\theta_k + \frac{\Delta\theta}{2}\right) \\ y_{k+1} - y_k &= l \cdot \sin\left(\pi - \theta_k - \frac{\Delta\theta}{2}\right) = l \cdot \sin\left(\theta_k + \frac{\Delta\theta}{2}\right) \end{aligned} \quad (4)$$

(3)을 (4)에 대입하여 정리하면,

$$\eta_{k+1} = \eta_k + a_k(\Delta D, \Delta\theta, \eta_k) \quad (5)$$

여기서

$$\eta_k = \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ \theta_k \end{bmatrix}, a_k(\bullet) = \begin{bmatrix} \Delta D \frac{\sin\left(\frac{\Delta\theta}{2}\right)}{\frac{\Delta\theta}{2}} \cos\left(\theta_k + \frac{\Delta\theta}{2}\right) \\ \Delta D \frac{\sin\left(\frac{\Delta\theta}{2}\right)}{\frac{\Delta\theta}{2}} \sin\left(\theta_k + \frac{\Delta\theta}{2}\right) \\ \Delta\theta \end{bmatrix}$$

삼각함수의 합차 공식을 이용하여 함수 a_k 를 다시 쓰면,

$$a_k(\bullet) = \begin{bmatrix} \frac{\Delta D}{\Delta\theta} [\cos\theta_k \sin\Delta\theta - \sin\theta_k (1 - \cos\Delta\theta)] \\ \frac{\Delta D}{\Delta\theta} [\sin\theta_k \sin\Delta\theta + \cos\theta_k (1 - \cos\Delta\theta)] \\ \Delta\theta \end{bmatrix} \quad (6)$$

샘플링 주기 T_s 내의 조향각 변화량 $\Delta\theta$ 가 크지 않다면, 미소각 근사에 의해 $\sin\Delta\theta \approx \Delta\theta$, $\cos\Delta\theta \approx 1 - 0.5 \cdot \Delta\theta^2$ 이 성립하므로, 다음 근사식을 얻을 수 있다.

$$a_k(\bullet) \approx \begin{bmatrix} \Delta D \cos\theta_k - \Delta D/2 \cdot \Delta\theta \sin\theta_k \\ \Delta D \sin\theta_k + \Delta D/2 \cdot \Delta\theta \cos\theta_k \\ \Delta\theta \end{bmatrix} \quad (7)$$

(1)의 관계를 이용하면, 주행거리 증분과 조향각 변화량은 주행거리계 출력의 함수로 표현된다.

$$\Delta D = \frac{\Delta D_r + \Delta D_l}{2} \equiv \frac{A}{2}, \quad \Delta\theta = \frac{\Delta D_r - \Delta D_l}{d} \equiv \frac{B}{d} \quad (8)$$

(8)을 (7)에 대입하여 정리하면, 다음 식을 얻는다.

$$a_k(\bullet) \approx \begin{bmatrix} A/2 \cdot \cos\theta_k - AB/(4d) \cdot \sin\theta_k \\ A/2 \cdot \sin\theta_k + AB/(4d) \cdot \cos\theta_k \\ B/d \end{bmatrix} \quad (9)$$

주행거리계는 차륜의 반경과 엔코더에서 측정된 차륜의 회전각 증분의 곱에 해당되는 값을 출력으로 제공한다. 즉,

$$\Delta D_r = r_r \cdot \Delta\phi_r, \quad \Delta D_l = r_l \cdot \Delta\phi_l \quad (10)$$

엔코더 측정잡음(e)을 정규분포를 갖는 영평균 백색 잡음으로 가정하면, 엔코더 출력($\Delta\tilde{\phi}$)은 다음과 같이 모델링된다.

$$\begin{aligned} \Delta\tilde{\phi}_r &= \Delta\phi_r + e_r, & e_r &\sim N(0, \sigma_{e_r}^2) \\ \Delta\tilde{\phi}_l &= \Delta\phi_l + e_l, & e_l &\sim N(0, \sigma_{e_l}^2) \end{aligned} \quad (11)$$

전술한 바와 같이, 차륜의 반경 또한 험로 주행 시에는 매우 불규칙적으로 변화하는 특성이 있으므로, 이 또한 정규분포를 갖는 영평균 백색 잡음을 이용하여 다음과 같이 모델링하도록 한다.

$$\begin{aligned} r_r &= \bar{r}_r + \rho_r, & \rho_r &\sim N(0, \sigma_{\rho_r}^2) \\ r_l &= \bar{r}_l + \rho_l, & \rho_l &\sim N(0, \sigma_{\rho_l}^2) \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 \bar{r} 는 차륜의 공칭값을 의미한다.

주행거리계 측정치는 차륜 반경의 공칭값에 엔코더 측정을 곱한 값으로 정의되므로,

$$\begin{aligned} \Delta\tilde{D}_r &= \bar{r}_r \cdot \Delta\tilde{\phi}_r = (r_r - \rho_r)(\Delta\phi_r + e_r) = \Delta D_r + \delta_r \\ \Delta\tilde{D}_l &= \bar{r}_l \cdot \Delta\tilde{\phi}_l = (r_l - \rho_l)(\Delta\phi_l + e_l) = \Delta D_l + \delta_l \end{aligned} \quad (13)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \delta_r &= r_r e_r - \Delta\phi_r \rho_r - \rho_r e_r, & \delta_r &\sim N(0, \bar{r}_r^2 \sigma_{e_r}^2 + \Delta\phi_r^2 \sigma_{\rho_r}^2) \\ \delta_l &= r_l e_l - \Delta\phi_l \rho_l - \rho_l e_l, & \delta_l &\sim N(0, \bar{r}_l^2 \sigma_{e_l}^2 + \Delta\phi_l^2 \sigma_{\rho_l}^2) \end{aligned}$$

이제, 위의 결과를 이용하여 (8)에 정의된 변수들의 오차 특성을 살펴보자.

$$A = \tilde{A} - \varepsilon_a, \quad B = \tilde{B} - \varepsilon_b \quad (14)$$

(14)에서

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= \bar{r}_r \cdot \Delta\tilde{\phi}_r + \bar{r}_l \cdot \Delta\tilde{\phi}_l, & \tilde{B} &= \bar{r}_r \cdot \Delta\tilde{\phi}_r - \bar{r}_l \cdot \Delta\tilde{\phi}_l, \\ \varepsilon_a &\sim N(0, \bar{r}_r^2 \sigma_{e_r}^2 + \bar{r}_l^2 \sigma_{e_l}^2 + \Delta\phi_r^2 \sigma_{\rho_r}^2 + \Delta\phi_l^2 \sigma_{\rho_l}^2), \\ \varepsilon_b &\sim N(0, \bar{r}_r^2 \sigma_{e_r}^2 + \bar{r}_l^2 \sigma_{e_l}^2 + \Delta\phi_r^2 \sigma_{\rho_r}^2 + \Delta\phi_l^2 \sigma_{\rho_l}^2). \end{aligned}$$

(14)의 오차성분들의 크기가 크지 않다는 가정하에 (9)를 이용하여 (5)의 운동 방정식에 대한 근사식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\eta_{k+1} = f_k(\eta_k) + g_k(\eta_k)u_k \quad (15)$$

여기서 공정잡음 $u_k = [\varepsilon_a \ \varepsilon_b]^T$ 로 정의되며, 비선형 함수 $f_k(\bullet)$ 및 $g_k(\bullet)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} f_k(\bullet) &= \begin{bmatrix} x_k + \tilde{A}/2 \cdot \cos\theta_k - \tilde{A}\tilde{B}/(4d) \cdot \sin\theta_k \\ y_k + \tilde{A}/2 \cdot \sin\theta_k + \tilde{A}\tilde{B}/(4d) \cdot \cos\theta_k \\ \theta_k + \tilde{B}/d \end{bmatrix}, \\ g_k(\bullet) &= \begin{bmatrix} \tilde{B}/(4d) \cdot \sin\theta_k - 1/2 \cdot \cos\theta_k & \tilde{A}/(4d) \cdot \sin\theta_k \\ -\tilde{B}/(4d) \cdot \cos\theta_k - 1/2 \cdot \sin\theta_k & -\tilde{A}/(4d) \cdot \cos\theta_k \\ 0 & -1/d \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

2. 불확정 비선형 운동 모델

(15)의 공칭 비선형 운동 모델은 윤거 오차를 반영하지 않은 모델이다. 윤거 오차는 주행 중 매우 느리게 변화하는 특성을 가지므로 여타의 오차 요인들과는 다른 형태의 모델링 방법이 필요하다. SLAC 기법과 같이 윤거를 별도의 상태변수로 추가하는 방법도 생각할 수 있으나, 이는 시스템 차수의 증가에 따른 계산량 증가를 야기할 수 있다. 윤거 오차는 차축에 장착되는 차륜의 유격 및 차륜 두께에 의해 상한이 결정되므로, 본 논문에서는 이를 높 제한 조건을 만족하는 파라미터 불확실성으로 간주하도록 한다. 즉,

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{\bar{d}} + \frac{1}{\kappa} \Delta_d, \quad \|\Delta_d\| \leq 1 \quad (16)$$

여기서 \bar{d} 는 사전에 알려져 있는 윤거의 공칭값, $1/\kappa$ 는 윤거오차 역수의 크기 상한, $\|\bullet\|$ 은 스펙트럼 norms를 의미한다. 즉, 일반적인 경우, $1/\kappa$ 은 다음과 같이 설정된다.

$$\frac{1}{\kappa} = \max\left(\left|\frac{1}{d} - \frac{1}{\bar{d}}\right|\right)$$

(15)에서 확인할 수 있듯이 윤거 d 의 파라미터 불확실성 Δ_d 는 시스템 함수 $f_k(\bullet)$ 및 공정잡음의 분산에 영향을 미친다. 위치 추정필터의 실제 파라미터 중 하나인 공정잡음 분산은 필터의 안정성에 미치는 영향이 크지 않으므로 사전에 알려져 있는 윤거의 공칭값 \bar{d} 를 이용하여 계산하여도 무방하다.

$$g_k(\bullet) = \begin{bmatrix} \tilde{B}/(4\bar{d}) \cdot \sin\theta_k - 1/2 \cdot \cos\theta_k & \tilde{A}/(4\bar{d}) \cdot \sin\theta_k \\ -\tilde{B}/(4\bar{d}) \cdot \cos\theta_k - 1/2 \cdot \sin\theta_k & -\tilde{A}/(4\bar{d}) \cdot \cos\theta_k \\ 0 & -1/\bar{d} \end{bmatrix} \quad (17)$$

(16)을 시스템 함수 $f_k(\bullet)$ 에 대입하여 정리하면 파라미터 불확실성 Δ 를 포함한 불확정 비선형 시스템 (18)을 얻을 수

있다.

$$f_k(\bullet) = \tilde{f}_k(\bullet) + E_k \Delta_d k_k(\bullet) \quad (18)$$

여기서,

$$\tilde{f}_k(\bullet) = \begin{bmatrix} x_k + \tilde{A}/2 \cdot \cos \theta_k - \tilde{A}\tilde{B}/(4\tilde{d}) \cdot \sin \theta_k \\ y_k + \tilde{A}/2 \cdot \sin \theta_k + \tilde{A}\tilde{B}/(4\tilde{d}) \cdot \cos \theta_k \\ \theta_k + \tilde{B}/\tilde{d} \end{bmatrix},$$

$$E_k \Delta_d k_k(\bullet) = \begin{bmatrix} -\tilde{A}\tilde{B}\Delta_d/(4\kappa) \cdot \sin \theta_k \\ \tilde{A}\tilde{B}\Delta_d/(4\kappa) \cdot \cos \theta_k \\ \tilde{B}\Delta_d/\kappa \end{bmatrix}.$$

3. 측정 모델

보조센서에 의한 수평면 위치 정보가 간헐적으로 주어지고($T_s < T_{max}$), 보조센서 측정 오차가 정규분포를 갖는 영평균 백색잡음이라면, 측정 방정식은 다음과 같이 기술된다.

$$z_k = H_k \eta_k + v_k \quad (19)$$

여기서

$$z_k = \begin{bmatrix} \tilde{x}_k \\ \tilde{y}_k \end{bmatrix}, H_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, v_k = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \end{bmatrix} \sim N\left(0, \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 \end{bmatrix}\right)$$

III. 불확정 비선형 시스템에 대한 확장 강인 칼만필터

이 절에서는 파라미터 불확실성으로 모델링된 기구적 오차가 존재하는 상황에 대한 상대위치 추정문제의 해결책으로 확장 강인 칼만필터링 기법이 소개된다.

다음과 같이 시스템 방정식에 파라미터 불확실성을 포함하는 불확정 비선형 시스템을 고려하자.

$$\begin{cases} \eta_{k+1} = f_k(\eta_k) + E_k \Delta_k k_k(\eta_k) + g_k(\eta_k) u_k \\ z_k = h_k(\eta_k) + v_k \end{cases} \quad (20)$$

여기서 공정잡음 u_k 와 측정잡음 v_k 는 상호 상관되어 있지 않으며, 정규분포를 갖는 영평균 백색 잡음으로 가정한다. 파라미터 불확실성 Δ_k 는 놈 제한 조건 $\|\Delta_k\| \leq 1$ 을 만족하는 것으로 가정한다.

이상의 정의로부터 초기 상태추정 오차 $\tilde{\eta}_{0-1} = \eta_0 - \hat{\eta}_{0-1}$ 및 잡음 u_k, v_k 는 다음 SQC를 만족한다고 할 수 있다.

$$\tilde{\eta}_{0-1}^T P_{0-1}^{-1} \tilde{\eta}_{0-1} + \sum_{j=0}^{k-1} u_j^T Q_j^{-1} u_j + \sum_{j=0}^k v_j^T R_j^{-1} v_j \leq \varepsilon_k \quad (21)$$

(21)에서 P_{0-1} 은 초기 사전 추정치의 오차 공분산 행렬이며, ε_k 는 가상의 에너지 상한으로 간주할 수 있다. 파라미터 불확실성이 $\|\Delta_k\| \leq 1$ 을 만족한다고 가정하였으므로, 이로부터 다음 조건을 얻을 수 있다.

$$\|\xi_k\|_2^2 \leq \|s_k\|_2^2 \quad (22)$$

여기서 불확실성 출력은 $s_k(\eta_k) = k_k(\eta_k)$, 불확실성 입력은

$\xi_k = \Delta_k k_k(\eta_k)$ 으로 정의한다.

문제를 간단히 하기 위해 부등식 (21)과 (22)를 결합하면, 다음과 같이 수정된 상태공간 방정식과 SQC를 얻을 수 있다.

$$\begin{cases} \eta_{k+1} = f_k(\eta_k) + [g_k(\eta_k) \ E_k] \tilde{u}_k \\ z_k = h_k(\eta_k) + v_k \end{cases} \quad (23)$$

$$\tilde{\eta}_{0-1}^T P_{0-1}^{-1} \tilde{\eta}_{0-1} + \sum_{j=0}^{k-1} \tilde{u}_j^T \tilde{Q}_j^{-1} \tilde{u}_j + \sum_{j=0}^k v_j^T R_j^{-1} v_j \leq \varepsilon_k + \sum_{j=0}^k s_j^T s_j \quad (24)$$

위의 식에서

$$\tilde{u}_k = \begin{bmatrix} u_k \\ \xi_k \end{bmatrix}, \tilde{Q}_k^{-1} = \begin{bmatrix} Q_k^{-1} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}.$$

SQC (24)를 다시 쓰면, 다음과 같이 부정 이차함수 J 에 관한 부등식 조건을 얻을 수 있다.

$$J(\eta_k, u_k, z_k) = \tilde{\eta}_{0-1}^T P_{0-1}^{-1} \tilde{\eta}_{0-1} + \sum_{j=0}^{k-1} \tilde{u}_j^T \tilde{Q}_j^{-1} \tilde{u}_j + \sum_{j=0}^k e_j^T R_{e,j}^{-1} e_j \leq \varepsilon_k \quad (25)$$

여기서

$$e_k = \begin{bmatrix} z_k \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} h_k(\eta_k) \\ s_k(\eta_k) \end{bmatrix}, R_{e,k} = \begin{bmatrix} R_k & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix}.$$

따라서, 집합 상태추정 이론에서 볼 때, 확장 강인 칼만필터링 문제는 SQC (25)를 만족하는 불확정 비선형 시스템 방정(23)에 대한 최소 상태추정치 집합 $\{\eta_k | J(\eta_k, u_k, z_k) \leq \varepsilon\}$ 을 산출하는 문제로 재 해석될 수 있다[13]. [12]에 따르면, 최소 상태 추정치 집합은 부정 이차함수 $J(\eta_k, u_k, z_k)$ 의 최소해를 이용하여 정의할 수 있다.

일반적인 상태추정 문제에 있어서 양한정 이차함수의 최소화 문제에 대한 해는 힐버트공간에서 정의된 최소자승 추정기법 혹은 확률공간에서 정의된 통계적 최소자승 추정기법을 이용해 해결할 수 있다. 서로 다른 관점에서 정의된 두 가지 접근방법은 동일한 해를 제공하는 것으로 알려져 있다. 이러한 관계로부터 벡터공간-확률공간 최소자승 추정문제의 쌍대성(duality)을 정의하기도 한다[14]. 하지만, 부정 이차함수의 최소화 문제는 대표적인 min-max 문제의 하나이며, 앞서 언급한 쌍대성이 성립되지 않으므로 칼만필터를 적용하여 그 해를 산출할 수 없다. 이러한 문제점을 해결하기 위해, 부정내적공간 상태추정 이론에서는 힐버트공간에서 정의된 부정이차 함수의 최소화문제를 부정내적이 정의되는 확률공간으로 사상(mapping)시켜 해결하는 방식을 취한다[12]. 이는 힐버트공간에서 얻어진 정점과 부정내적공간 칼만필터에 의해 산출된 정점이 동일한 형태를 가진다는 사실에 착안한 것이다. 따라서, 부정내적공간 칼만필터에 의해 산출된 해가 힐버트공간에서 정의된 부정이차 함수의 최소화해가 되기 위한 조건이 만족하는 지 여부를 추가 확인함으로써 주어진 문제를 효과적으로 해결할 수 있다[14].

주행거리계 정보를 이용한 위치 추정문제는 비선형 상태추정 문제이며, 상태추정을 위한 목적함수가 (25)에서와 같이 부정이차함수로 정의되므로, 주어진 시스템을 우선 선형화하

표 1. 부정내적 공간 확장 칼만필터[11].

Table 1. Krein space extended Kalman filter.

Krein space state-space equation	$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = f_k(\mathbf{x}_k) + g_k(\mathbf{x}_k)\mathbf{u}_k \\ \mathbf{y}_{k+1} = h_k(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \end{cases}$
Gramian matrix	$\left\langle \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_{0-1} \\ \mathbf{u}_j \\ \mathbf{v}_j \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_{0-1} \\ \mathbf{u}_k \\ \mathbf{v}_k \end{bmatrix} \right\rangle = \begin{bmatrix} P_{0-1} & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} Q_j & 0 \\ 0 & R_j \end{bmatrix} \delta_{jk} \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{x}}_{0-1} = \mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_{0-1}$
Sum quadratic constraints	$(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_{0-1})^T P_{0-1}^{-1} (\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_{0-1}) + \sum_{j=0}^{k-1} \mathbf{u}_j^T Q_j^{-1} \mathbf{u}_j + \sum_{j=0}^k \mathbf{v}_j^T R_j^{-1} \mathbf{v}_j \leq \varepsilon_k$
Krein space extended Kalman filter	<p>(measurement update)</p> $\hat{\mathbf{x}}_{k k} = \hat{\mathbf{x}}_{k k-1} + P_{k k} H_k^T R_k^{-1} (\mathbf{y}_k - h_k(\hat{\mathbf{x}}_{k k-1}))$ $P_{k k}^{-1} = P_{k k-1}^{-1} + H_k^T R_k^{-1} H_k, H_k = \left. \frac{\partial h_k(\mathbf{x}_k)}{\partial \mathbf{x}_k} \right _{\mathbf{x}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k k-1}}$ <p>(time update)</p> $\hat{\mathbf{x}}_{k k+1} = f(\hat{\mathbf{x}}_{k k})$ $P_{k+1 k} = F_k P_{k k} F_k^T + G_k Q_k G_k^T, F_k = \left. \frac{\partial f_k(\mathbf{x}_k)}{\partial \mathbf{x}_k} \right _{\mathbf{x}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k k}}, G_k = g_k(\hat{\mathbf{x}}_{k k})$
Existence condition	$P_{k k}^{-1} = P_{k k-1}^{-1} + H_k^T R_k^{-1} H_k > 0$

(주) 굵은 글씨는 부정내적공간에서 정의된 벡터, 그렇지 않은 것은 힐버트공간에서 정의된 벡터를 의미함

고 여기에 부정내적공간 상태추정 개념을 적용함으로써 확장 강인 칼만필터를 설계할 수 있다. 표 1에 정리된 부정내적공간 확장 칼만필터의 목적함수와 (25)를 비교하면 이들 사이에 다음과 같은 대응관계가 성립함을 알 수 있다.

$$R_k \mapsto \begin{bmatrix} R_k & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix}, y_k \mapsto \begin{bmatrix} z_k \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (26)$$

$$g_k(\mathbf{x}_k) \mapsto [g_k(\eta_k) \quad E_k], h_k(\mathbf{x}_k) \mapsto \begin{bmatrix} h_k(\eta_k) \\ k_k(\eta_k) \end{bmatrix}$$

대응관계 (26)을 부정내적공간 칼만필터식에 대입하면, 다음과 같이 확장 강인 칼만필터의 측정치 갱신식을 얻을 수 있다.

$$\hat{\eta}_{k|k} = \hat{\eta}_{k|k-1} + P_{k|k} \begin{bmatrix} H_k \\ K_k \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} R_k^{-1} & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_k \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} h_k(\hat{\eta}_{k|k-1}) \\ k_k(\hat{\eta}_{k|k-1}) \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$= \hat{\eta}_{k|k-1} + P_{k|k} K_k^T k_k(\hat{\eta}_{k|k-1}) + P_{k|k} H_k^T R_k^{-1} (z_k - h_k(\hat{\eta}_{k|k-1}))$$

여기서, 사후 오차 공분산 행렬 $P_{k|k}$ 와 행렬 H_k 및 K_k 는 다음과 같이 정의된다.

$$P_{k|k}^{-1} = P_{k|k-1}^{-1} + \begin{bmatrix} H_k \\ K_k \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} R_k^{-1} & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_k \\ K_k \end{bmatrix} = P_{k|k-1}^{-1} + H_k^T R_k^{-1} H_k - K_k^T K_k \quad (28)$$

$$H_k = \left. \frac{\partial h_k(\eta_k)}{\partial \eta_k} \right|_{\eta_k = \hat{\eta}_{k|k-1}}, K_k = \left. \frac{\partial k_k(\eta_k)}{\partial \eta_k} \right|_{\eta_k = \hat{\eta}_{k|k-1}}$$

마찬가지 방법으로 시간 갱신식을 구하면,

$$\hat{\eta}_{k|k+1} = f(\hat{\eta}_{k|k}), \quad (29)$$

$$P_{k+1|k} = F_k P_{k|k} F_k^T + G_k Q_k G_k^T + E_k E_k^T,$$

여기서

$$F_k = \left. \frac{\partial f_k(\eta_k)}{\partial \eta_k} \right|_{\eta_k = \hat{\eta}_{k|k}}, G_k = g_k(\hat{\eta}_{k|k})$$

이때, (27) 및 (28)의 확장 강인 칼만필터 측정치가 SQC (25)를 만족하는 부정이차함수 $J(\eta_k, u_k, z_k)$ 의 최소화 해가 되기 위한 조건은 다음과 같다.

$$P_{k|k}^{-1} = P_{k|k-1}^{-1} + H_k^T R_k^{-1} H_k - K_k^T K_k > 0 \quad (30)$$

참고: 확장 강인 칼만필터의 측정치 갱신식 (27)의 우변 두 번째 항은 공칭 확장 칼만필터의 측정치 갱신식과 달리 파라미터 불확실성에 의해 야기되는 추정오차 보상항으로 이해할 수 있다. 파라미터 불확실성에 의한 추정치의 신뢰도 저하는 (28)에서와 같이 확장 강인 칼만필터의 사후 추정오차 공분산을 공칭 확장 칼만필터에 비해 증가시키는 요인이 된다. 확장 강인 칼만필터 유도과정에서 불확실성 입력 ξ_k 를 시스템에 유입되는 외란(exogenous input)으로 간주하였으므로, 이의 영향은 사전 추정오차 공분산의 공칭잡음 분산과 유사한 형태로 (29)에 반영되었다. 결과적으로 제안된 확장 강인 칼만필터는 시스템의 불확실성 입력력의 물리적 관계를 고려하여 공칭 확장 칼만필터를 수정한 형태라는 해석이 가능하다.

IV. 모의실험 결과

확장 강인 칼만필터를 이용한 위치 추정 알고리즘의 강인성 및 추정성능을 검증하기 위하여 모의실험을 수행한다. 불확정 비선형 운동모델 (15)-(18)과 측정모델 (19)에 확장 강인 칼만필터식 (27)-(30)을 적용하면, 운거 불확실성에 강인한

표 2. 모의 실험 조건.

Table 2. Simulation condition.

Robot	$\bar{d} = 0.50[m]$, $\ \Delta d\ \leq 0.02[m]$ $\bar{r}_r = \bar{r}_l = 0.04[m]$, $\sigma_{\rho_r} = \sigma_{\rho_l} = 0.00[m]$
Odometer	$T_s = 0.01[sec]$, $\sigma_{e_r} = \sigma_{e_l} = 0.1432^\circ$
Aux. sensor	$T_{aux} = 0.50[sec]$, $\sigma_x = \sigma_y = 0.10[m]$
EKF	$\hat{\eta}_{0-1} = [1.20m \ 0.20m \ 80^\circ]^T$, $P_{0-1} = diag(0.04, 0.04, 0.03)$ $Q = diag(\bar{r}_r^2 \sigma_{e_r}^2, \bar{r}_l^2 \sigma_{e_l}^2)$, $R = diag(\sigma_x^2, \sigma_y^2)$
Proposed filter (ERKF)	$\kappa = 12$, $E_k = 0.075 / (4\kappa)$, $k_k(\bullet) = [-\tilde{A}\tilde{B} \sin \theta_k \ \tilde{A}\tilde{B} \cos \theta_k \ 4\tilde{B}]^T / 0.075$

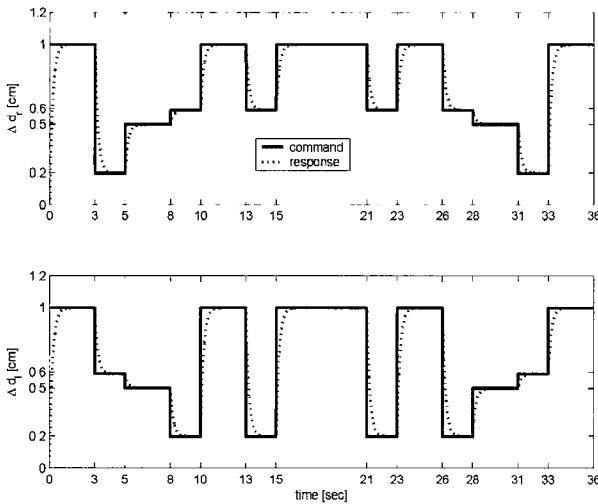


그림 2. 좌 · 우측 차륜의 주행거리.
Fig. 2. Odometric displacements of left and right wheels.

주행거리계 기반 위치 추정 알고리즘을 설계할 수 있다. 표 2에 모의실험을 위해 사용된 파라미터와 확장 강인 칼만필터의 설계 변수를 정리하였다. 주행거리계 출력 $\Delta D_l, \Delta D_r$ 은 그림 2와 같다.

윤거 불확실성이 주행거리계 기반 위치 추정 알고리즘의 성능에 미치는 영향을 고려하기 위해 $\Delta_d = -1, 0, 1$ 인 경우에 대해 100회 몬테칼로 시뮬레이션을 수행하고, 평균 위치 추정치를 그림 3~5에 도시하였다. 공칭 확장 칼만필터와 무향 칼만필터의 추정성능 차이는 크지 않으므로, 편의상 공칭 확장 칼만필터만을 비교 대상으로 삼았다. 윤거 불확실성이 존재하는 상황 하에서는 확장 칼만필터 추정치의 평균 위치 추정치에 편향 오차가 포함되어 있음을 확인할 수 있다. 윤거 불확실성이 존재하는 경우, 시간이 지남에 따라 위치 추정오차에 미치는 영향이 점차 커지는 경향이 있다. 이와 달리, 확장 강인 칼만필터에 기반한 위치 추정 알고리즘은 윤거 불확실성이 존재하는 상황에서도 일부 구간을 제외하고는 매우 작은 추정오차 수준을 유지한다.

윤거 불확실성의 크기에 따른 위치 및 조향각 추정치의 RMS 오차를 그림 6 및 그림 7에 도시하였다. 위치 오차의 경우, 제안된 위치 추정방법은 윤거와 같은 주행거리계 파라

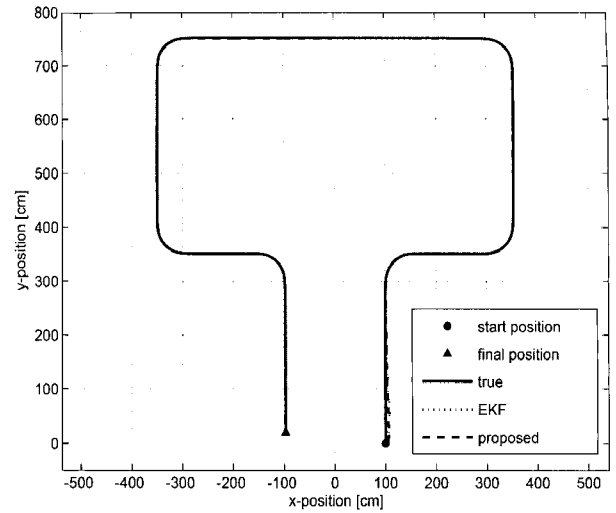


그림 3. 위치 추정치 평균 ($\Delta_d = 0.0$).
Fig. 3. Means of position estimates ($\Delta_d = 0.0$).

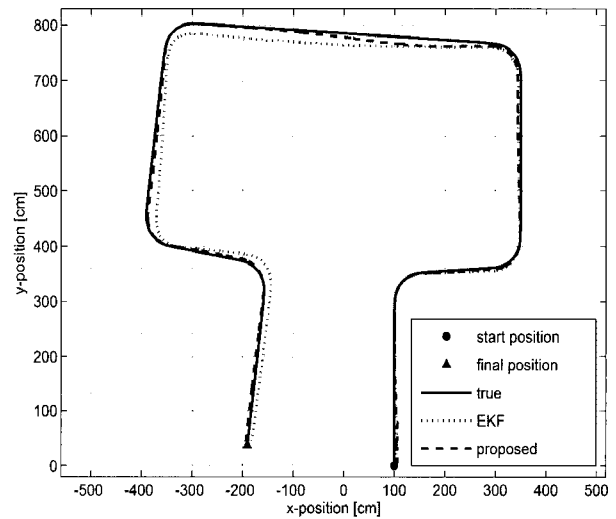


그림 4. 위치 추정치 평균 ($\Delta_d = 1.0$).
Fig. 4. Means of position estimates ($\Delta_d = 1.0$).

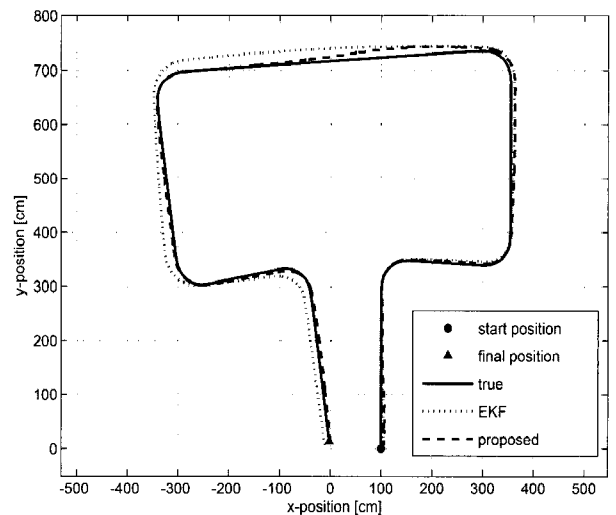


그림 5. 위치 추정치 평균 ($\Delta_d = -1.0$).
Fig. 5. Means of position estimates ($\Delta_d = -1.0$).

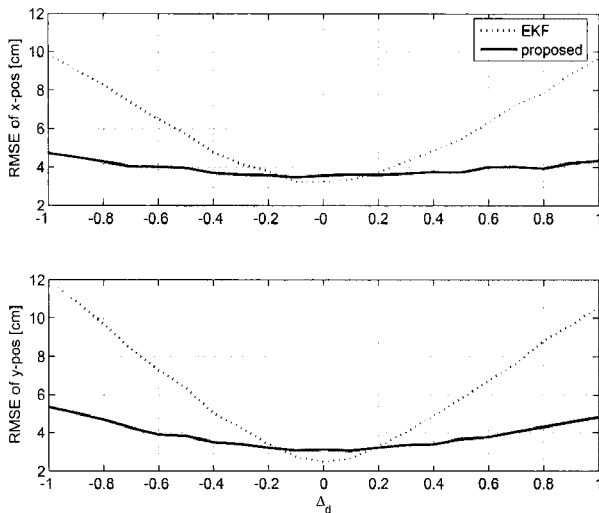


그림 6. 윤거 불확실성에 따른 RMS 위치 오차.

Fig. 6. RMS errors of position estimates in the presence of wheel-base uncertainty.

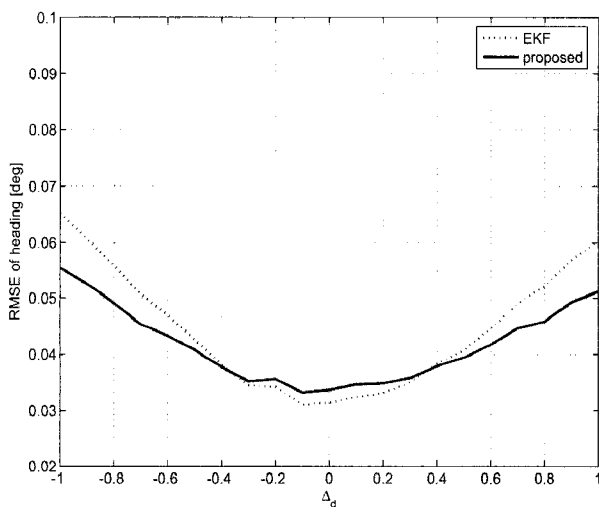


그림 7. 윤거 불확실성에 따른 RMS 조향각 오차.

Fig. 7. RMS errors of heading estimates in the presence of wheel-base uncertainty.

미터 불확실성의 변화에 관계없이 거의 일정한 추정성능을 제공하는 반면, 확장 칼만필터에 기반한 위치 추정방법은 파라미터 불확실성이 커질수록 추정성능이 급격히 저하됨을 알 수 있다. 다만, 기존 방법과 제안된 방법의 조향각 추정성능에는 큰 차이가 없다.

V. 결론

주행거리계의 기구적 오차에 의해 측위 오차가 지수적으로 증가하는 문제를 해결하기 위해 확장 강인 칼만필터에 기반한 위치 추정방법을 제시하였다. SLAC과 같은 기존의 방법들이 주행거리계의 기구적 오차를 부가 상태변수로 설정하고, 이를 주행 중 실시간으로 추정하는 방법을 사용했던 것과 달리, 본 논문에서는 기구적 오차를 파라미터 불확실성으로 간주하고, 확장 강인 칼만필터를 위치 추정기로 사용함으로써 이에 대한 강인성을 확보하는 방식을 취하였다. 이를 위해 먼저, 강인 비선형 상태 추정기 설계문제가 파라미터

불확실성의 늪 제한조건을 포함하는 SQC와 비선형 불확정 운동 모델을 만족 하는 상태추정치 집합을 찾는 문제로 변형됨을 보였다. SQC를 기술하기 위해 도입된 부정이차 함수의 최소화 해가 부정내적공간 상태추정 이론을 적용하여 유도된 확장 강인 칼만필터에 의해 산출됨을 증명하였다. 추정치 집합은 확장 강인 칼만필터의 존재조건이 충족된다면 필터 추정치를 이용해 정의할 수 있다. 유도된 확장 강인 칼만 필터는 공칭 확장 칼만필터와 동일한 순환구조를 가지므로, 실시간 구현에 매우 적합한 형태를 갖는다. 윤거 불확실성이 존재하는 상황에 대한 시뮬레이션 결과를 이용하여 확장 강인 칼만필터에 기반한 위치추정 기법의 강인성을 입증하였다. 제안된 방법은 SLAC 기법과 달리 필터모델의 차수 증가로 인한 계산량 부담이 가중되지 않을 뿐만 아니라, 주행거리계의 기구적 오차의 존재여부와 관계없이 일정한 추정성능을 제공하므로 저가형 이동로봇 혹은 험로 주행 로봇의 실시간 위치추정에 매우 적합할 것으로 예상된다.

참고문헌

- [1] S. I. Roumeliotis and G. A. Bekey, "An extended Kalman filter for frequent local and infrequent global sensor data fusion," *SPIE International Symposium on Intelligent Systems and Advanced Manufacturing*, pp. 11-22, Oct. 1997.
- [2] T. D. Larsen, N. A. Andersen, and O. Ravn, "A new approach for Kalman filtering on mobile robots in the presence of uncertainties," *Proc. Conf. Control Applications*, pp. 1009-1014, Aug. 1999.
- [3] T. D. Larsen, K. L. Hansen, N. A. Andersen, and O. Ravn, "Design of Kalman filters for mobile robots; Evaluation of the kinematic and odometric approach," *Proc. Conf. Control Applications*, pp. 1021-1026, Aug. 1999.
- [4] P. Goel, S. I. Roumeliotis, and G. S. Sukhatme, "Robust localization using relative and absolute position estimates," *Proc. Conf. Intelligent Robots and Systems*, pp. 1134-1140, 1999.
- [5] D. Caltabiano, G. Muscato, and F. Russo, "Localization and self calibration of a robot for volcano exploration," *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp. 586-591, April. 2004.
- [6] N. Houshang and F. Azizi, "Accurate mobile robot position determination using unscented Kalman filter," *Canadian Conf. Electrical and Computer Engineering*, pp. 845-851, May. 2005.
- [7] C. M. Wang, "Localization estimation and uncertainty analysis for mobile robots," *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp. 1230-1235, July. 1988.
- [8] J. Borenstein, "Measurement and correction of systematic odometry errors in mobile robots," *Proc. IEEE Tran. Robotics and Automation*, vol. 12, no. 6, pp. 869-880, 1996.
- [9] A. Martinelli, J. Weingarten, and R. Siegwart, "Theoretical results on on-line sensor self-calibration," *Proc. Conf. Intelligent Robots and Systems*, pp. 43-48, Oct. 2006.
- [10] A. Martinelli and R. Siegwart, "Observability properties and optimal trajectory for on-line odometry self-calibration," *Proc. Conf. Decision and Control*, pp. 3065-3070, Dec. 2006.
- [11] W. S. Ra, *A unified approach to robust filtering using the Krein space estimation theory*, M.S. Thesis, Yonsei Univ. 2000.
- [12] W. S. Ra, S. H. Jin, and J. B. Park, "Set-valued estimation approach to recursive robust H_∞ filtering," *IEE Control Theory and Applications*, vol. 151, no. 6, pp. 773-782, 2004.

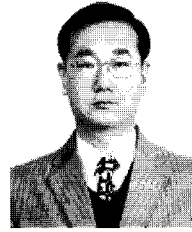
[13] D. P. Bertsekas and I. B. Rhodes, "Recursive state estimation for a set membership description of uncertainty," *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 16, no. 2, pp. 117-128, 1971.

[14] B. Hassibi, A. H. Sayed and T. Kailath, *Indefinite Quadratic Estimation and Control: A Unified Approach to H_2 and H_∞ Theories*, SIAM, 1999.



나 원 상

1998년 연세대학교 전기공학과(공학사). 2000년 동 대학원 전기컴퓨터공학과(공학석사). 2000년~현재 국방과학연구소 유도조종부 선임연구원. 관심분야는 강인 상태추정 이론, 표적추적 필터, 유도조종 기법 등.



황 익 호

1988년, 1990년, 1995년 서울대학교 제어계측공학과 공학사, 공학석사, 공학박사. 1995년~현재 국방과학연구소 유도조종부 책임연구원. 2003년 12월~2004년 11월 Naval Postgraduate School 방문연구원. 관심분야는 유도조종기법, 추정론, 표적추적 필터 등.

추적 필터 등.



이 혜 진

2004년, 2006년 연세대학교 전기전자공학과 공학사, 공학석사. 2006년~현재 항공우주연구원 위성제어부 연구원. 관심분야는 위성 제어 및 상태추정 이론 응용.



박 진 배

1977년 연세대학교 전기공학과(공학사). 1985년, 1990년 미국 Kansas 주립대학교 전기공학과 공학석사, 공학박사. 1990년~1991년 Kansas 주립대학교 전기 및 컴퓨터공학과 조교수. 1992년~현재 연세대학교 전기전자공학과 교수. *International Journal of Control, Automation and Systems* 편집장. 관심분야는 제어이론, 상태추정이론, 인공지능, 자율이동로봇 응용, 하다마드 변환을 이용한 광계측, 시간 - 주파수 영역 반사파 계측 신호처리 등.

International Journal of Control, Automation and Systems 편집장. 관심분야는 제어이론, 상태추정이론, 인공지능, 자율이동로봇 응용, 하다마드 변환을 이용한 광계측, 시간 - 주파수 영역 반사파 계측 신호처리 등.



윤 태 성

1978년, 1980년, 1988년 연세대학교 전기공학과 공학사, 공학석사, 공학박사. 1994년~1995년 2월 미국 Vanderbilt 대학교 전기공학과 객원교수. 1989년~현재 창원대학교 전기공학과 교수. 관심분야는 통계신호처리, 상태추정, 자율이동로봇 응용 및 시간 - 주파수 영역 반사파 계측 신호처리 등.

봇 응용 및 시간 - 주파수 영역 반사파 계측 신호처리 등.