

## 발사 시스템의 동역학 해석을 위한 수치해석 프로그램 개발

채애경<sup>†</sup> · 배대성\* · 전혁수\*\*

(2008년 1월 7일 접수, 2008년 10월 8일 수정, 2008년 11월 4일 심사완료)

### A Development of Numerical Analysis Software on Dynamic Analysis for Lunching System

Aekyung Chae, Daesung Bae and Hyucksoo Jeon

**Key Words :** Missile Lunching System(미사일 발사 시스템), Stochastic Analysis(확률론적 해석), Random Variable(확률 변수)

#### Abstract

In the initial stage of guided missile launching, the dynamic stability of a missile is highly influenced by disturbances from the outside and interferences among the launching system parts. This research develops a program for guided missile launching system analysis. Random variables are used to analyze quantitatively the missile characteristic response. An example of results with the program applied into a specific System is presented to demonstrate the effectiveness of the propose method.

#### 1. 서 론

현재 유도무기 설계에 대한 축적된 기반지식이 부족한 국내 현실 속에서 유도무기에 대한 동특성 해석을 수행 할 수 있는 프로그램의 개발은 짧은 시간에 기술력을 축적할 수 있는 효과적인 방법이다.

최근 유도탄 관련 초기 동역학 해석에 관한 연구로써 다연장 로켓을 강체모델 기반으로 궤도 차량 발사대의 동적거동 해석을 위한 전용 프로그램이 개발되었으며, 지대공 미사일의 초기 거동 및 유도탄의 3 차원 해석을 바탕으로 유도탄의 유연성을 고려한 발사 초기의 동역학적 해석이 연구되어 왔다. 또한 유도탄이 함정에 장착된 발사대에서 이탈할 때 발생하는 접촉하중, 각운동량 및 이탈 영역에 대한 분포를 통계학적으로

접근하기 위한 연구도 수행되었다.<sup>(4-9)</sup>

하지만 발사초기 유도무기의 안전성은 발사 시스템과 유도무기 사이의 접촉 및 추력 등에 의해 영향을 받으며, 이때 정확한 접촉 현상을 알기 위해서는 복잡한 발사 시스템의 동적 거동 해석이 가능해야 한다. 뿐만 아니라 추력 변화에 따른 유도 무기의 안정성 판단을 위해서는 추력 변화를 줄 수 있는 불확실한 환경 인자들을 정의하고 그것들을 모델 변수로 사용할 수 있어야 한다. 움직이는 발사 시스템의 경우에는 그것의 운동 상황에 따라 유도 무기의 안정성도 달라질 수 있으므로 발사 시스템의 초기 조건을 모델 변수로 정의 할 수 있어야 한다.

따라서 본 연구에서 발사 시스템의 복잡한 구조에 대한 동적 거동 해석과 유도 무기 사이의 간섭 현상을 규명하기 위해서 다물체 동역학 해석 기법을 도입하였으며, 예측하기 어려운 환경 변수 및 시간에 따라 변하는 변수들에 대한 수학적 모델링 방법을 도입하였다. 또한 유도무기의 다양한 발사 조건을 확률분포에 따른 입력변수로 정의하여 발사 초기의 유도탄에 가해지는 외란에 따른 유도탄의 동적 거동을 확인하였다.

<sup>†</sup> 책임저자, 회원, LG 전자 DAC 연구소  
E-mail : anycall0601@naver.com  
TEL : (055)260-3825

\* 회원, 한양대학교 기계정보경영공학부

\*\* 회원, 국방과학연구소, 책임연구원

## 2. 발사 시스템의 일반화

### 2.1 발사 시스템의 전용 요소

발사 시스템은 크게 미사일, 발사관 그리고 미사일과 발사관을 장착하여 이동 및 발사하는 플랫폼으로 나눌 수 있다.

플랫폼은 차량, 함정, 항공기 및 잠수함과 같은 발사 시스템의 기본이 되는 요소이다.

발사관은 미사일이 발사될 때의 힘, 반력 및 기타 외력 등을 직·간접적으로 전달 및 흡수하게 되며 또한 외부 환경의 요인을 1 차적으로 받게 되는 요소를 말한다.

발사관과 플랫폼은 각 조인트와 기어로 연결이 되며, 미사일과 발사관은 레일-슈 또는 탄지지대 등으로 접촉 된다.

미사일은 온도나 바람, 레일과의 다양한 접촉 방식, 플랫폼의 움직임 등 환경에 따라 여러 가지 동적 거동이 달라진다. 이러한 미사일의 동적 거동 특성을 파악하기 위해 본 연구에서는 발사시스템의 기본 요소인 발사관, 미사일, 레일, 슈, 탄지지대, 미사일에 작용하는 추력, 바람에 의한 저항력, 레일 접촉력, 탄지지대 접촉력 등을 쉽게 구현할 수 있는 환경을 구축하였다.

### 2.2 발사 시스템의 Topology 해석

다양한 유도무기 시스템의 동적 반응에 영향을 미치는 구성 요소들 분석하기 위해서 가장 일반적인 Topology 모델링 방법을 사용하였다. 즉 발사시스템의 구성 요소간 연결들을 Fig. 1 과 같은 발사 시스템을 Fig. 2 와 같이 간단한 시스템 그래프로 표현 하였다.

Fig. 2 에서 보여지는 시스템 그래프는 절점 (node)과 변(edge)으로 구성되어 있다. 변에 의해 연속적으로 연결된 절점들을 체인(chain)이라 하고, 회로(loop)는 시작하는 절점과 끝나는 절점이 같은 체인을 말한다. 그리고 트리(tree)는 회로를 포함하지 않는 그래프의 모양을 나타낸다. 이 때 접촉과 같은 force 요소는 시스템의 신장 트리(spanning tree)에서는 고려하지 않는다.

체인에 따라 순차적인 계산을 수행하기 위해 폐 회로(Closed Loop) 시스템을 개회로(Open Loop) 시스템으로 변환시켜야 한다. Fig. 2 의 오른쪽 그림은 변환 과정을 나타내고 있으며, 이러한 변환 과정을 신장 트리라 한다. 유도 시스템 역시 신장 트리 변환에 의해서 트리 구조로 변환 할 수 있다. 또한 Fig. 2 에서 강체 1 번 함정과 강체 6, 7 번의



Fig. 1 Missile launching system

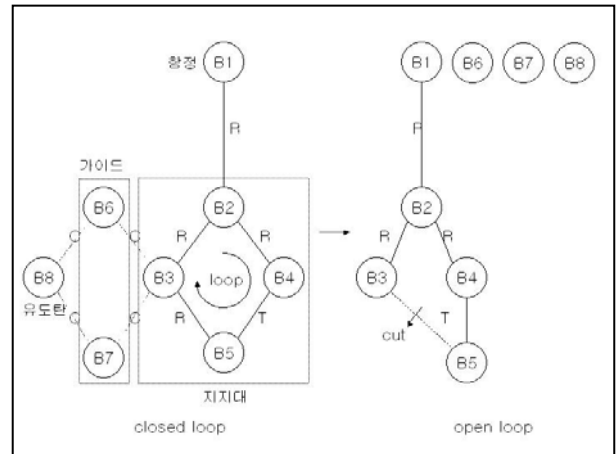


Fig. 2 Spanning tree of missile launching system

지지대 내부에 있는 탄가이드 그리고 강체 8 번의 유도탄 등은 선행노드가 없는 기준노드(base node)에 해당하는데, 트리 순환에 있어 처음 시작되는 노드를 의미한다.

## 3. 발사 시스템의 지배 방정식

### 3.1 다물체 동역학에서 일반적인 운동 방정식

다물체로 이루어진 발사 시스템은 운동 방정식과 기구학적인 구속 조건이 포함된 지배 방정식으로 표현되며 이를 적분을 위해 ODAE (Overdetermined Differential Algebraic Equation)로 나타내었다.

우선 기구학적 구속 조건이 있는 발사 시스템의 운동 방정식은 식 (1)에서 식 (3)과 같이 쓸 수 있다. 여기서  $\mathbf{q}$  와  $\mathbf{v}$  는 각각 상대 좌표와 상대 속도를 나타내며,  $\gamma$  는 가속도,  $\lambda$  는 Lagrange

승수를 나타낸다.

$$\mathbf{v} - \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (1)$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{q}, \mathbf{v}, \dot{\mathbf{v}}, \boldsymbol{\lambda}) = \mathbf{0} \quad (2)$$

$$\Phi(\mathbf{q}) = \mathbf{0} \quad (3)$$

구속 조건식인 식 (3) 시간에 대하여 미분하여 식 (4)와 같은 속도 구속 조건식을 유도하였다.

$$\dot{\Phi}(\mathbf{q}, \mathbf{v}) = \Phi_{\mathbf{q}} \mathbf{v} - \dot{\mathbf{v}} = \mathbf{0} \quad (4)$$

$$\ddot{\Phi}(\mathbf{q}, \mathbf{v}, \dot{\mathbf{v}}) = \Phi_{\mathbf{q}} \dot{\mathbf{v}} - \ddot{\mathbf{v}} = \mathbf{0} \quad (5)$$

다시 식 (4)를 시간에 관하여 미분을 하여 식 (5)과 같은 가속도 구속 조건식을 얻었다. 여기서 식 (1)부터 식 (5)까지를 결합하여 식 (6)과 같은 ODAE 를 만들었다.

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{F}(\mathbf{x}) \\ \dot{\Phi} \\ \Phi \\ \mathbf{U}_0^T \left( \frac{h}{b_0} \mathbf{R}_1 \right) \\ \mathbf{U}_0^T \left( \frac{h}{b_0} \mathbf{R}_2 \right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}(\mathbf{q}, \mathbf{v}, \dot{\mathbf{v}}, \boldsymbol{\lambda}) \\ \Phi_{\mathbf{q}} \dot{\mathbf{v}} - \ddot{\mathbf{v}} \\ \Phi_{\mathbf{q}} \mathbf{v} - \dot{\mathbf{v}} \\ \Phi(\mathbf{q}) \\ \mathbf{U}_0^T \left( \frac{h}{b_0} \dot{\mathbf{v}} - \dot{\mathbf{v}} - \boldsymbol{\xi}_1 \right) \\ \mathbf{U}_0^T \left( \frac{h}{b_0} \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{q}} - \boldsymbol{\xi}_2 \right) \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (6)$$

여기서  $h$ 는 적분구간이며  $\boldsymbol{\xi}_1 = \frac{1}{b_0} \sum_{i=1}^k b_i \mathbf{v}_{(k-i)}$

$\boldsymbol{\xi}_2 = \frac{1}{b_0} \sum_{i=1}^k b_i \mathbf{q}_{(k-i)}$  이고  $k$ 는 저분 차수,  $b_i$ 는

BDF(backward differential formula) 계수이다. 또한  $\mathbf{U}_0$  ( $\in \mathbf{R}^{nr \times (nr-m)}$ ),  $nr$ 은 상대 좌표,  $m$ 은 구속 조건(수)의 열은 위치 구속조건(수)의 파라미터영역(parameterspace)에서

기저(basis)로 이루어 지는데  $\begin{bmatrix} \Phi_{\mathbf{q}} \\ \mathbf{U}_0^T \end{bmatrix}$ 의 역행렬이 존재하도록 선택된다. 그러므로  $\mathbf{U}_0$ 의 열로 확장된 파라미터 영역과  $\Phi_{\mathbf{q}}^T$ 의 열로 확장된

부영역(subspace)은  $\mathbf{R}^{nr}$  영역의 전체를 구성한다. 이러한 이산화 된 지배 방정식은 BDF 를 통해서 적분할 수 있게 된다.<sup>(1,2)</sup>

### 3.2 발사 시스템의 접촉식

미사일이 발사관에서 이탈하기까지 미사일의 운동방향은 미사일과 발사관과의 접촉력에 의해 결정된다. 이러한 접촉력은 선형 스프링과 댐퍼로 표현될 수 있다. 하지만 충돌 시 일어나는 비선형 특성을 잘 나타내지 못한다. 다시 말해서 선형 접촉 해석에서는 접촉이 일어 났다가 끝나는 순간에 음의 부호를 갖는 접촉력이 생기게 된다. 이를 보완하기 위해 히스테리시스 댐핑을 고려한 접촉력  $F_{Normal}$ 을 식 (7)과 같이 정의하여 고려하였다.

$$F_{Normal} = -K|\delta|^n - D\dot{\delta} \quad D = c|\delta|^n \quad (7)$$

여기서  $K$ 는 접촉 강성계수,  $D$ 는 접촉 감쇠 계수,  $\delta$ 는 접촉 상대변위,  $\dot{\delta}$ 는 접촉 상대속도이며  $c$ 는 히스테리시스 댐핑 성분이다. 그리고 지수  $n$ 은 선접촉 경우  $n=1$ , 점접촉 경우  $n=1.5$ 를 나타낸다.<sup>(3,10)</sup>

$$F_{(X,Z)} = \mu(v)F_{Normal} \quad (8)$$

$\mu$ 는 발사 시스템의 접선 방향(X,Z)에 대한 마찰계수이다. 여기에서 구한  $\mu$  값과  $F_{Normal}$ 으로 식 (8)과 같이 X,Z 방향의 마찰력을 구했다.

## 4. 확률 변수와 동적 응답 해석 기법

### 4.1 난수 발생 방법

본 연구에서는 우연 현상에 대한 해석 기법을 몬테카를로 시뮬레이션을 통해 구현하였다. 몬테카를로 방법을 이용하는데 있어서 중요하게 고려 할 부분 중의 하나는 분포가 균일한 난수를 발생시키는 것이다. 만약 균일하지 못한 편중된 분포를 가지는 난수열을 가지고 몬테카를로 방법을 적용시키면 결과는 왜곡되어 쓸모없는 값이 된다. 따라서 난수는 완전히 무작위적이고 균일한 분포를 가지는 임의의 수열로 이루어지는 것이 가장 바람직하다. 난수 발생에서 고려해야 할 점들을 요약해 보면 다음과 같다.

(1) 무작위성과 균일성을 갖는 좋은 분포를

가져야 한다.

- (2) 긴 주기를 가져야 한다.
- (3) 재생이 가능해야 한다.
- (4) 계산하는데 있어서 효율성을 가져야 한다.

4.2 발사 시스템의 난수 발생

앞에서 언급한 난수발생 방법으로 균일 확률 분포를 갖는 난수 발생기를 만들었으면 그것을 이용하여 시스템의 특성에 따른 확률 분포를 갖도록 변화시켜야 한다. 변환 방법으로는 일반적으로 역변환 방법(Inverse Transformation Method)과 거부법(Rejection Method)이 사용된다. 역변환 방법은 역함수를 이용하는 방법으로서 난수를 발생시켰을 때 역함수에서 난수에 해당하는 값을 쉽게 구할 수 있으나 역함수를 구할 수 없는 경우가 많으므로 실제적으로 적용하기에는 비효율적이다. 거부법은 해당 함수  $p(x)$ 를 에워싸는 가상의 밀도함수  $f(x)$ 에 의해 확률변수를 뽑아낸 다음, 다시 그 점  $f(x)$ 의 아래에서 임의로 점을 취하여 그것이 곡선  $p(x)$ 의 아래로 떨어지면 받아들이고 그렇지 않으면 버리는 방법이다.

시스템에 따른 난수 발생 확률을 조절하기 위해서 입력 변수의 분포를 확률 밀도 함수로 변환시켜야 된다. Fig. 3의 (a)는 난수발생에 대한 확률분포 함수를, (b)는 누적확률분포함수의 역함수를 도식화한 것이다.

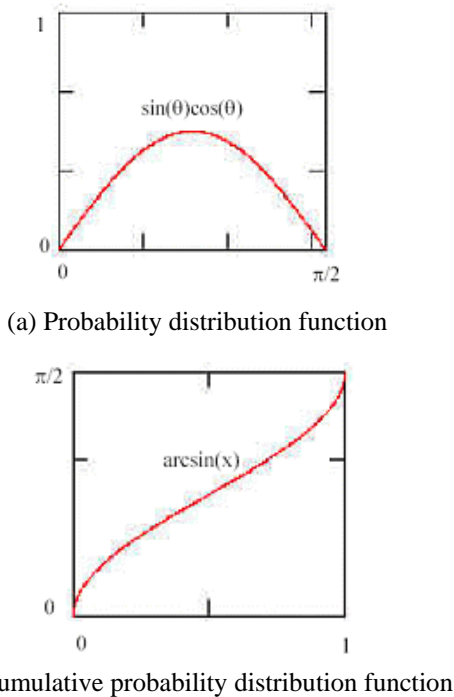


Fig. 3 Probability distribution function of random number generation

확률분포함수값을 누적하여 누적확률분포함수를 구하고 이 함수의 역함수를 구하여 균일한 확률분포를 가지는 난수를 발생시켜 누적확률분포함수의 역함수에 대입시키면 확률적 난수를 발생시킬 수 있다. 발생된 난수를 발사 시스템의 해석에 입력하여 해석하였다.

4.3 발사 시스템의 동적 응답 해석

발사체의 동적 거동은 정의할 수 없는 인자들에 의해 지배될 수 있다. 특히 발사관 내의 온도라든지, 지지대 및 플랫폼의 운동, 발사 시스템의 제작 공차와 같은 몇 개의 주요한 인자들로부터 발사체의 운동은 발사 직전 또는 직후에 결정될 수 있다. 이러한 인자들은 주로 난수 생성 기법에 의해 생성되고 다물체 시스템의 입력값으로 정의될 수 있다. 우연 현상에 대한 해석 기법으로는 몬테카를로 시뮬레이션이 있다. 불확실한 상황 하에서의 의사 결정을 목적으로 확률적 시스템의 모의실험에 이용되는 절차를 말하는 것으로 이것은 우연현상(偶然現象)의 경과를, 난수를 써서 수치적 모형으로 실현시켜 그것을 관찰함으로써 문제의 근사 해를 얻는 방법을 의미한다.

Fig. 4는 발사 시스템의 확률론적 해석 개념도를 보여주고 있다. 시간 영역에서 기록된 함정운동으로부터 균일 분포를 통해 해석 시작 시간 값을 난수 생성 방법을 통해 얻고, 온도나 기타 발사 초기 조건의 의해 결정되는 추력 편차 및 발사 시스템 접촉 모델의 기하학적 편차 등을 표준 정규 분포를 통해 얻는다. 이러한 과정을 거치면 함정의 6 자유도 운동과 추력을 얻을 수 있는데 이것들이 다물체 동역학 모델의 입력 변수가 되어서 동특성을 얻을 수 있게 된다. 또한

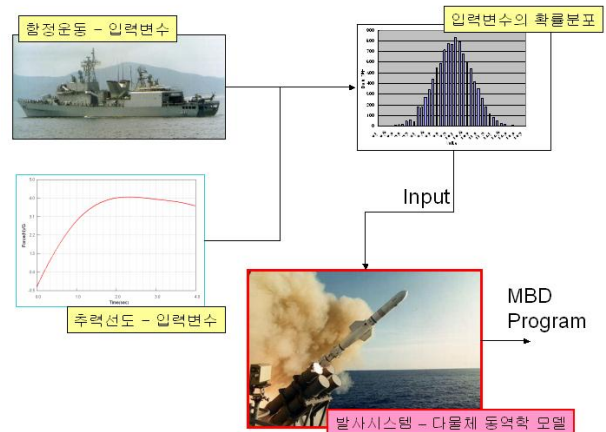


Fig. 4 Stochastic analysis concept of MLS



“-”이고 Rider Lug 의 형상은 “-”자 이다. 따라서 Spin Lug 는 레일과 X 방향 및 Y 방향 접촉 강성을 갖고 있으며, Rider Lug 는 Y 방향 강성만을 갖는다. 미사일과 발사관 모델의 단면은 Fig.5 와 같다.

발사관과 미사일은 헬리컬 레일-슈 점접촉으로 정의 하였으며 Fig. 6 과 같다. 레일과 Rider Lug 의 Rider Lug 경우 4 개의 접촉점을 가지며, Spin Lug 경우 접촉점은 6 개이다(Fig. 7).

5.2 확률 변수

함정 발사 시스템에 불확실성에 영향을 미치는 인자들은 함정 운동, 추력 온도, Above Deck 의 자세 그리고 Below Deck 의 자세 등이 있다. 함정 운동은 6 자유도 Sinusoidal function 으로 정의 되며 식 (9)와 같다. 이 운동의 작용점은 함정의 Center of floating 이며 각 위상 값은 6 자유도에 대해 각각의 확률 변수로 입력되게 된다. 여기서 상수 A, B, C 와 D 는 Table 1 과 같이 정의된다.

$$x = A\sin(Bt + C) + D \tag{9}$$

함정에 작용하는 추력은 온도에 따라 달라진 다. 따라서 추력 온도도 확률변수로 입력된다.

Fig. 8 과 같이 -30℃, 15℃, 60℃ 세 가지로 주어진 추력 곡선을 보간하여 확률 변수로 가정함으로써 온도의 시간에 따른 추력을 결정 할 수 있다.

Table 2 Random variable

Type	No	Random Variable	Mean Value	Bound/ Sigma
Uniform	1	Phase angle in motion of Ship(deg)	0	-180~180
	2	Altitude angle of Above Deck(deg)	27.5	-25~80
	3	Azimuth angle of Above Deck(deg)	0	-180~180
Normal	4	Temperature of thrust force(℃)	14	14

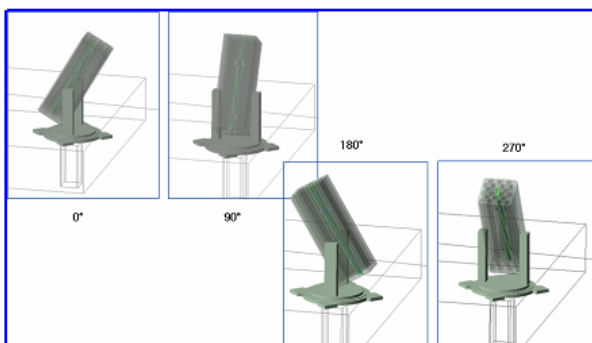
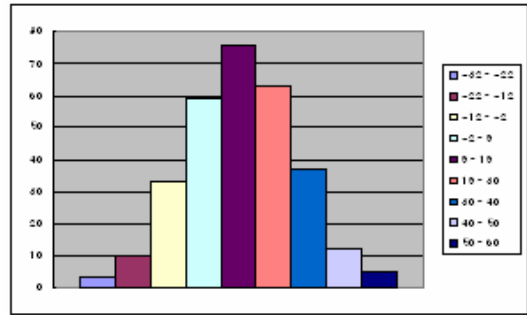
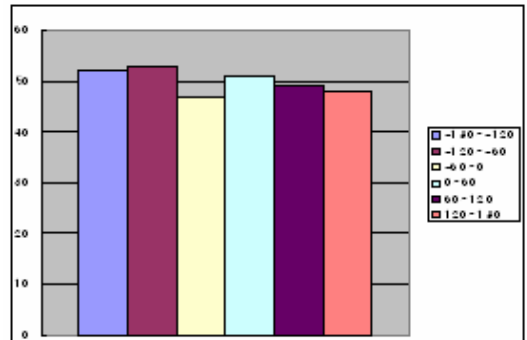


Fig. 10 Position of below deck (deg)

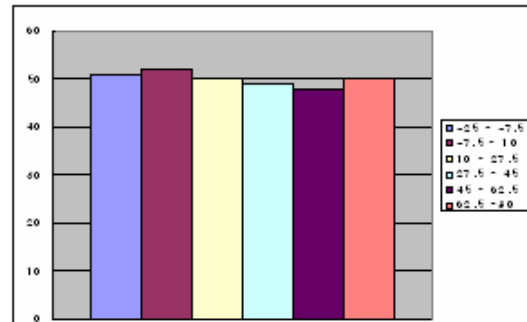
Above Deck 의 자세는 Below Deck 을 기준으로 -25°~ 80°까지 회전 할 수 있도록 정의하였다. Fig. 9 와 같이 발사각을 확률변수로 정의하여 고각의



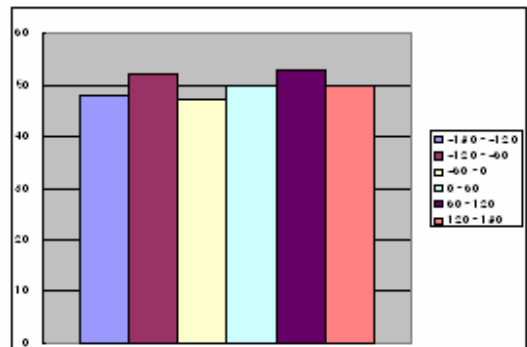
(a) Thrust force temperature(℃)



(b)Phase of ship motion(deg)



(c)Position of above deck(deg)

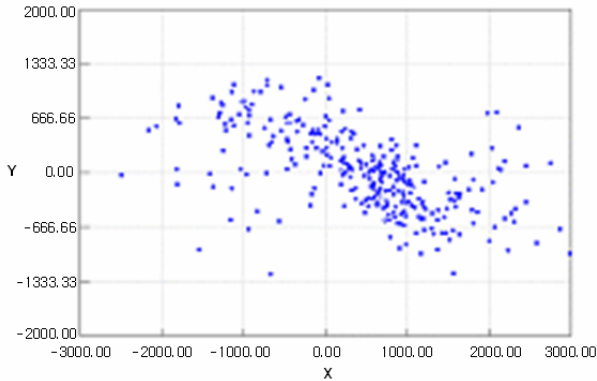


(d) Position of below deck(deg)

Fig. 13 Distribution of random variables for 300times analysis

**Table 3** Result of performance index

Mean value(mm)		sigma(mm)	
X	Y	X	Y
476.2066	-0.20971	1023124	245089.7

**Fig. 14** Result of performance index(mm)

변화에 따르는 해석을 하였다. 여기서 Below Deck의 자세는 함정을 기준으로  $-180^{\circ}$ ~ $180^{\circ}$ 까지 회전할 수 있도록 정의하였다. Fig. 10과 같이 Below Deck 자세를 확률변수로 정의하여 플랫폼으로부터 어떠한 자세로든지 회전이 가능하게 하였다.

Table 2은 각 확률변수를 정규분포와 균등분포로 나눠 정리한 것이다.

### 5.3 확률론적 해석 결과

확률변수는 Fig. 11과 같이 총 300개의 난수를 발생시켜 입력하였다. 본 해석의 결과는 발사 후 발사관으로부터 20m 상공에 있을 때 미사일의 위치로 정하였다. 이유는 함정 모델에서 미사일이 어떠한 함정 운동과 외란에도 정확하게 목표지점에 도달하는 것이 중요한 평가 항목이기 때문이다. Table 3과 Fig. 14를 통해 미사일이 확률변수들의 조합으로 목표지점에서 얼마나 분산되어 있는지 확인하였다.

## 6. 결론

본 연구에서는 발사 시스템의 확률론적 해석을 위한 프로그램의 개발과 이 프로그램을 바탕으로 함정 발사 시스템을 해석하였다.

(1) 복잡한 미사일 발사시스템의 Topology 그래프 이론을 적용하여 간단한 동역학적 모델링 방법으로 정의할 수 있음을 확인하였다.

(2) 일반적인 발사 시스템의 동역학 해석을 위한 안정적인 암시적 수치 적분 방법을 통해

이산화된 지배 방정식을 유도하였다.

(3) 발사시스템의 불확실한 인자들을 확률변수로 정의하여 동역학적 해석을 할 수 있는 방법을 소개하였다. 이를 토대로 최적화 설계가 가능하게 될 것이다.

(4) 함정 발사 시스템에 프로그램을 적용하여 함정 운동, 추력온도, Above Deck 및 Below Deck 등의 입력 변수를 정규분포나 균등분포를 이용한 확률변수로 정의하여 미사일의 초기 탄도 분산에 대한 확률적 해석 결과를 얻을 수 있었으며 개발된 프로그램의 효용성 및 신뢰성을 검증할 수 있었다.

## 후 기

국방과학연구소 기초 연구비 지원에 의해 수행된 과제(과제번호 UD040013AD)입니다.

## 참고문헌

- (1) Chin, S. S., 1961, "Missile Configuration Design," McGRAW-HILLBOOK Company.Inc.
- (2) Edward I. Haug, 1989, "Computer Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical System," Allay and Bacon.
- (3) Johnson, K. L., 1985, "Contact Mechanics," Cambridge University Press.
- (4) Lee, C. W., 1984, "Dynamic Modeling and Analysis of MRLS," ADD.
- (5) Yoo, W. S. and Lee. B. H., 1993, "A Study of CAE for Launching System," *Guided Missile conference*, pp. 551~557.
- (6) Lim, B. S., Jeon, H. S., Kim, J. H. and Sim, W. J., 1993, "Early Movement Analysis of the Guided Launching Missile," *Guided Missile Conference*, pp. 621~628.
- (7) Ahn, J. S. and Lim. B. S., 2001, "Flexible MultiBody Dynamic Analysis of Missile Behavior for initial Launching," ADAMS User Conference.
- (8) Ahn, J. S. and Lim. B. S., 2002, "A Statistical Approaching Method of the Guided Missile Movement Launching on the Ship," RecurDyn User Conference.
- (9) Cho, H. J, Bae, D. S., Choi, J. H. and Ahn, J. S., 2003, "Dynamics Analysis of Launch System Using Probabilistic Variables," *Guided Missile conference*
- (10) Hunt, K.H. and Crossley, F.R.E., 1975, Coefficient of Restitution Interpreted as Damping in Vibroimpact. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 97:440-445, June.