

## 평면이방성 암석의 변형특성 모델연구

박철환<sup>1)</sup>, 박의섭<sup>1)</sup>, 박 찬<sup>1)\*</sup>

### A Model Study on Deformability of A Transversely Isotropic Rock

Chulwhan Park, Eui-Seob Park and Chan Park

**Abstract** In the uniaxial compressive test of a single specimen of transversely isotropic rock, its 5 independent elastic constants can not be defined since maximum 4 independent strain measurements are available theoretically. In order to solve this problem, one equation proposed by Saint Venant in 19C and confirmed by Lekhnitskii through the test experiences has been used for long time. Accordign to authors' experiences, however, this equation turned out to give erroneous elastic constants in some cases. Three new equations are suggested and their compatibilities are discussed in this paper. As the results of the analyses of the models, Lekhnitskii's suggested equation is effective for the specimen with the high dip angle whereas it results in the large erred output for that with dip angle less than 25~30. It was found that the effectivenesses of three suggested equations and their compatibilities are subject to the dip angle and not to the amounts of elastic constants. Guide map to the selection of the compatible one of those suggested equations is presented as a result of the study.

**Key words** transversely isotropy, deformability, independent elastic constants, suggested equation, dip angle

**초 록** 한 개의 평면이방성 시험편의 일축압축시험을 통하여 얻을 수 있는 변형률은 최대 4개이므로 5개의 독립적 탄성상수를 이론적으로 결정할 수 없다. 이런 문제를 해결하기 위하여 Saint Venant에 의하여 가정식이 제안되었는데 Lekhnitskii는 실험 경험을 통하여 이 식을 재확인하였다. 그러나 이 식은 열동력학적인 탄성상수를 얻기 어려우며, 실험에서 이의 적용에는 한계가 있음이 경험적으로 발견되었다. 이에 새로운 가정식을 제안하였으며, 설정된 평면이방성 암석의 모델에서 이러한 제안식들의 적합성을 검토하였다. 그 결과 Lekhnitskii의 제안 식은 경사각이 큰 시험편에는 유효하지만 25~30도 이하에서는 참값과 큰 오차를 보이는 결과로 해석되어 적용의 한계성이 있음이 밝혀졌다. 3개의 제안식들은 유효성이 각각 다르게 나타나는데 적합성은 시험편의 경사각에 좌우되며 탄성상수의 크기에 거의 무관한 것으로 판명되었다. 시험편의 경사각에 따라 가정된 식을 선택해야 하는 지침이 본 연구의 결과로 제공되었다.

**핵심어** 평면이방성, 변형특성, 독립적 탄성상수, 제안식, 경사각

## 1. 서 론

세계적인 고유가와 에너지 위기상황에 의하여 핵폐기 물처분장이나 유류 비축기지 등의 건설의 중대성이 지속적으로 제기되고 있다. 이러한 시설이나 터널의 공사에는 심부 지하암반의 안정적인 굴착기술을 요구하고 있다. 암반구조물의 안정성 설계는 암반 내에 존재하는 절리의 특성이나 지하수의 유동에 크게 좌우되는데, 암

석의 이방적 특성도 이의 한 요소로 작용한다. 암반의 이방성에 의하여 굴착에 따른 변형이나 파괴의 양상은 등방성일 때와는 다르며, 보다 더 복잡하므로 이를 정확하게 규명하는 것은 안정성 설계의 일부가 될 것이다.

암석의 이방성은 굴착설계에 중요한 요소임에도 불구하고 실험실에서 이를 규명하는 것은 상당히 어려운 실정이다. 암석의 이방성은 이론적으로나 실제적으로 삼차원 전방향(orthotropic)으로 나타나는 경우가 보통이지만 이의 9개 독립적 탄성상수를 실험적으로 얻기는 매우 어렵다. 따라서 보통의 경우에는 등방성이거나 한 개의 면을 등방성으로 가정하여 평면이방성(또는 횡등방성, transversely isotropic)으로 해석될 수 밖에 없다.

<sup>1)</sup> 한국지질자원연구원 지반안전연구부 책임연구원

\* 교신저자 : chan@kigam.re.kr

접수일 : 2008년 5월 6일

심사 완료일 : 2008년 7월 29일

게재 확정일 : 2008년 8월 1일

평면이방성에서는 독립적 탄성상수가 5개이므로, 여러 개의 시험편으로부터 5개 이상의 서로 독립된 변형률을 측정하면 얻을 수 있다. 그러나 현장에서 얻어지는 암석시료는 충분한 시험을 수행하기에는 부족한 경우가 많아 한 개의 시험편으로부터 탄성상수를 결정해야 하는 경우가 많다. 한 개의 시험편에서 얻을 수 있는 독립적 변형률의 수는 4개에 불과하므로 이때 하나의 가정식이 필요하게 된다.

이러한 문제를 해결하기 위하여 오래 전부터 가정식이 제안되었으며 많은 경우에 제안된 수식을 사용하여 5개의 탄성상수를 얻을 수 있지만, 어떤 경우, 특히 이방성 각도가 작은 경우에는 포아송비가 0.5를 넘거나 심지어 음수로 해석되는 경우도 많다. 본 연구에서는 이방성 수치모델을 설정하여 이러한 가정식이 적용될 수 없는 사례를 보여주며, 새로운 수식을 제안하여 보다 정확한 탄성상수를 결정할 수 있는 방안을 제시하였다.

2. 이방성이론 및 문헌연구

이방성에 대한 이론은 4차 텐서로 표시되는 탄성상수를 포함하는 Hooke의 법칙으로 정의되며, Sokolnikoff는 6x6 행렬로 전환하여 표시하였다<sup>(1),(2)</sup>. 탄성상수로 구성된 행렬식의 대칭특성인 식 (1)을 적용하면, 평면이방성 물체의 응력과 변형률의 관계식은 다음 식 (2)와 같이 정의된다. 이러한 이방성 이론은 외국의 문헌을 정리한 국내의 논문들<sup>(3),(4),(5)</sup>에 상세히 소개되어 있으며, 평면이방성 물체의 독립적 탄성상수는 식 (2)에서 알 수 있듯이  $E_1, E_2, \nu_1, \nu_2$  및  $G_2$  등 5개이다.

식 (1)에서  $\nu_{ij}$ 는  $i$  방향의 힘에 의하여 발생하는  $i$  및  $j$  방향의 변형률에 의하여 결정되는 포아송비를 뜻하며, 식들에서 아래 첨자로 표시되는 방향성은 이러한 원칙에 따른다. 이방성면에서의 포아송비는  $\nu_{21}$ 이며, 이는 식 (2) 등에서  $\nu_2$ 로 표현되어 있다. 식 (2)에 표현된  $G_1$ 은 등방성면의 탄성계수( $E_1$ )과 포아송비( $\nu_{13}$  또는  $\nu_1$ )로 정의되는 등방성면의 전단계수로서 독립상수가 아니다.

$$\nu_{ij}/E_i = \nu_{ji}/E_j \tag{1}$$

$$\begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_2/E_2 & -\nu_1/E_1 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_2/E_2 & 1/E_2 & -\nu_2/E_2 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_1/E_1 & -\nu_2/E_2 & 1/E_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \tag{2}$$

한 개의 평면이방성 시험편에 응력을 가하여 일축압

축시험에서 얻을 수 있는 독립적 변형률의 수는 4개이며, 응력-변형률 관계식도 최대 4개에 불과하다. 그림 1에서 원통형 시험편의 축계와 독립적 변형률을 측정하는 미소평면을 볼 수 있다. 축계는 식 (2)에서 표현한 1-2-3 축계와 시험에서 측정하는 x-y-z 축계를 설정할 수 있으며 3과 z는 같은 방향이 된다. 그림의 미소평면 A는 시험편 측면에서 경사가 최대되는, 즉 절리나 엽리 등의 진경사,  $\phi$ 를 갖는 점이며, B는 최소 경사각인 점이다. 이들 두 미소평면에 각각 45도 rosette(x-y-45도) 및 수평방향(z)의 변형률게이지로부터 4개의 변형률을 측정할 수 있으며, 이들 4개는 서로 독립적이다. 이때  $\phi$ 는 시험편의 경사각으로 이방성 각도라 할 수 있다.

Amadei는 1996년 논문<sup>(6)</sup>에서 일축압축시험 및 간접인장시험, 관형시험편(hollow cylinder) 압축시험 등을 통하여 이들을 구하는 방법을 종합하였는데 여기서 2개 이상의 시료를 사용하여 5개 이상의 수식으로부터 최소자승법에 의하여 결정하는 방안을 제시하였다. 그러나 관형시험편의 일축압축시험을 제시한 Talesnick은 해석에서 많은 편차가 발생하는데, 이는 실험실에서 발생할 수 있는 측정오차와 사용된 시험편들의 비균질성에서 기인한다고 설명하였다<sup>(7),(8)</sup>. 이러한 균질성이 어느 정도 보장된다 하더라도 현장에서 얻어지는 암석시료는 많은 시험편을 제작하기에는 부족한 경우가 많아 한 개의 시험편으로부터 탄성상수를 결정해야 하는 경우가 많다.

따라서 한 개의 시험편에서 5개의 독립적 탄성상수를 결정하기 위하여 4개의 독립적 변형률을 측정해야 하며, 한 개의 가정식이 필요하게 된다. Lekhnitskii는 이를 해결하기 위하여 관계식을 다음과 같은 식 (3)을 제안하였다<sup>(9)</sup>. 이 식은 같은 시기에 지구물리학회에서 Barden

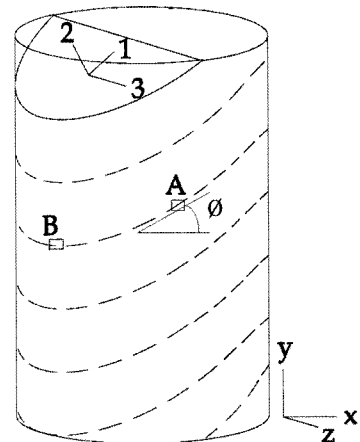


Fig. 1. Directional notation of a transversely isotropic specimen

이 발표한 논문에 언급되기도 하였는데<sup>10)</sup>, 1863년 St. Venant가 변형을 에너지를 이용하여 가설된 이론으로 수학학회지에 발표한 논문에 근거한다. FLAC의 이방성 해석에서도  $G_2$ 를 직접 입력하지 않고 이 식을 사용하고 있다<sup>11)</sup>.

$$G_2 = \frac{E_2}{1 + E_2/E_1 + 2\nu_2} \quad (3)$$

국내에서는 1995년에 평면이방성 암석의 탄성상수를 결정하기 위한 연구가 처음으로 보고되었는데<sup>9)</sup>, 여기에서는 포아송비의 이방성 정도가 크지 않다고 가정하고  $\nu_1 = \nu_2$ 를 제안하면서 문제를 해결하였다. 2001년에는 실험실에서 변형을 측정의 오차를 최소화할 수 있는 시험방법을 제안하였으며, 많은 실험을 통하여 식 (3) 또는  $\nu_1 = \nu_2$  등의 식으로 제안된 가정들이 문제점을 갖고 있음을 지적하고 있다<sup>4)</sup>.

민기복 등은 공변변형법에 의한 초기응력 측정연구에서 등방성 및 이방성 암반에 대한 해석의 오차를 보고하였다<sup>12)</sup>. 이 연구는 실험실 시험과 수치해석을 통하여 수행되었는데 평면이방성 암반을 등방성으로 가정하면 최대 34%의 오차가 발생한다고 지적하였다. 한편 최미진 등은 암반의 이방성 정도에 따라 터널의 상부 및 좌우측 응력이 크게 달라지는 것을 FLAC을 이용한 수치해석적 연구를 시도하였다<sup>13)</sup>. 이들의 연구에서도 이방성면의 전단계수는 독립상수가 아니며 식 (3)과 같이 가정하고 문제를 해결하였다. 정형래 등은 이방성 암반의 방향성에 따른 터널의 변형거동을 연구하였다<sup>14)</sup>. 여기에서는 이방성 각도에 따라 터널 안정성이 차이를 보이는 것을 실험실 모형실험과 수치해석을 수행하였다. 수치해석에는 FLAC을 사용하여 앞의 연구들과 같이 식 (3)과 같은 가정식을 적용하였다.

이연구는 반무한 암반표면에 선하중이 작용할 때 평

면이방성 암반에서는 응력분포가 비대칭적으로 발생한다고 설명하였다<sup>15)</sup>. 이에 따라 절리면에서 미끄러짐이 쉽게 발생하는 연구를 수행하였다. 그는 이 연구에 이어서 임계면법을 이용하여 평면이방성 암석의 강도를 예측할 수 있는 기법을 연구하였는데, 기존에 발표된 여러 실험자료들이 예측결과와 잘 일치하고 있음을 보여주고 있다<sup>16)</sup>. 이 기법에 의하면 평면이방성 뿐만 아니라 삼방향이방성 암석의 강도도 예측이 가능하다고 설명하고 있으며, 나아가 삼축압축강도는 물론 인장강도의 예측<sup>17)</sup>도 가능한 것을 설명하는 일련의 연구를 수행하고 있다.

삼차원 이방성 또는 평면이방성 암석에 대한 시험법은 아직 ISRM이나 ASTM에서 규정되지 않았지만 외국에서 많이 연구되었으며, Amadei는 1996년에 이를 종합하여 보고한 이후 Tonon과 함께 이들 특성을 현장 적용하는 연구<sup>18)</sup>를 수행한 바 있다. 원통형 시험편에 대한 연구는 여러 연구자들에 의하여 보고되었으며, 간접인장시험에 의한 방법은 Loureiro-Pinto<sup>19)</sup>에 의하여 방법론이 보고되었다. 한편 탄성파속도의 측정 및 삼축압축시험에 의한 탄성상수를 결정하는 연구들도 보고<sup>20),21)</sup>되었는데 이들에서는 응력의 증가에 따라 탄성계수가 변화하는 양상을 보여주고 있다.

### 3. 문제제기와 모델설정

#### 3.1. 모델설정

한 개의 평면이방성 암석시험편의 일축압축시험에서 탄성상수를 결정하는데 필요한 가정식인 식 (3)은 문헌들에서 보듯이 오랫동안 사용되어 왔지만, 실험경험을 통하여 적용되지 못하는 경우도 많다. 특히 이방성 각도가 작은 경우에 식 (3)을 적용하여 해석하면 포아송비가 0.5를 넘거나 심지어 음수로 해석되는 경우도 많다<sup>4)</sup>. 표 1은 외국의 여러 연구<sup>5),17),20),21)</sup>에서 얻어진 평

Table 1. Values of independent elastic constants of rocks in literatures

rock type	$E_1$ (GPa)	$E_2$ (GPa)	$\nu_1$	$\nu_2$	$G_2$		
					tested	by Eq.(3)	ratio
Sandstone-1	33.5	44.7	0.083	0.13	19.18 GPa	17.21 GPa	1.11
Sandstone-2	29.3	23.9	0.185	0.13	6.16 GPa	11.51 GPa	0.54
Sandstone-3	47.5	25.1	0.103	0.118	16.03 GPa	14.21 GPa	1.13
Sandstone-4	52.2	44.3	0.187	0.156	18.55 GPa	20.51 GPa	0.90
Sediments	7.8	2.4	0.22	0.07	0.83 GPa	1.66 GPa	0.50
Argillite	66.6	51.4	0.196	0.163	6.00 GPa	24.48 GPa	0.25
Slate	121.3	58.8	0.19	0.11	15.10 GPa	34.49 GPa	0.44

**Table 2.** Values of independent elastic constants in models

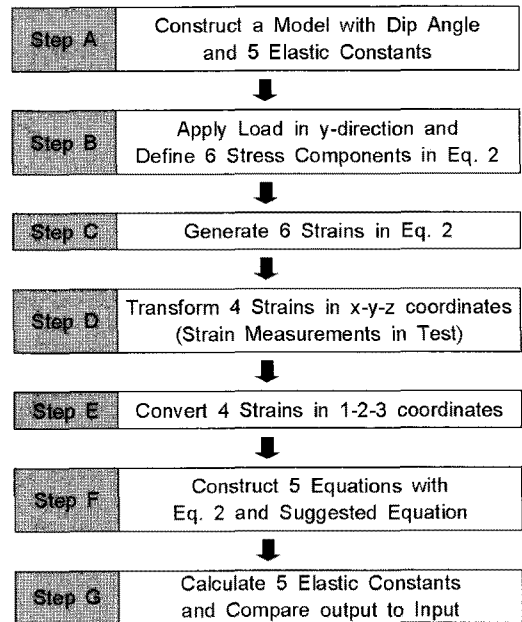
MODEL	No. 1	No. 2	No. 3
Dip Angle	10	70	All (2,4,6...88)
E1 (GPa)	50	50	50
E2 (GPa)	40	40	40
$\nu_1$	0.2	0.2	0.2
$\nu_2$	0.2	0.22	0.1 ~ 0.4
$G_2$ (GPa)	17.27 (95%)	16.96 (95%)	95%

면이방성의 탄성상수의 크기를 수록한 것인데, 실제 측정된  $G_2$ 의 크기는 식 (3)에 의하여 얻어진 값보다 대체로 작으며 0.25~1.13배 수준으로 서로 같다고 할 수 없다. 표 1에 언급된 4종류의 사암은 미국 콜로라도에 분포하는 층리를 갖는 암석이며, 자료는 각각 4개 이상의 시험편으로부터 얻어진 값들이다.

여기에서 표 2와 같은 이방성 수치모델을 설정하여 이 가정식이 적용될 수 없는 사례를 보여주고자 한다. 모델은 그림 2와 같은 순서로 해석되는데, 모델의 상수(input)를 설정한 다음, y축 방향으로 응력을 가하여(B 단계) 식 (2)로부터 1-2-3 축계의 변형률 6개를 얻을 수 있다(C 단계). 이 변형률은 모아의 변형률원을 이용하여 x-y-z 축계의 변형률을 구할 수 있는데, 이는 그림 2의 D 단계이며 실제 실험에서 측정하는 4개의 독립된 변형률이 된다. 얻어진 4개의 변형률로부터 다시 변형률원을 이용하여 1-2-3 축계의 변형률을 계산한 다음(E 단계), 식 (3)과 같은 가정식을 적용하여 식 (2)로부터 5개의 독립적 탄성상수를 구할 수 있다(F 및 G 단계). 이 때 해석된 상수(output)의 크기가 입력값과 유사하다면 식 (3)은 유효한 식이 된다.

평면이방성 암석에서  $E_1$ 은  $E_2$ 보다 큰 것이 일반적 현상이므로<sup>22)</sup>, 모델에서  $E_1/E_2$ 의 값을 1.25배로 설정하였다. 이들 두 값의 비를 이방성 정도<sup>5),13)</sup>라 표현하는데, Worotnicki는 석영질 또는 장석질, 염기성의 암석에서 70%는 이의 크기가 1.3 이하이며, 80% 정도는 1.5 이하라는 통계를 제시한 바 있어<sup>23)</sup>, 1.25배의 설정은 현실적 크기라 할 수 있다(그림 3 참조). 이방성 정도는 표 1과 같이 다양하다 하더라도 1.25로 설정한 것은 평면 이방성 암석을 일반적으로 대표할 수 있는 크기라 할 수 있어 모든 모델에 적용하였다.

포아송비는 상호 크기를 비교할 수 없기 때문에 0.5 이하의 어떠한 값을 사용할 수 있는데 모든 모델에서  $\nu_1=0.2$ 로 고정하고,  $\nu_2$ 의 크기는 일반적으로 가능한 0.1에서 0.4까지의 광범위한 크기<sup>2)</sup>에 대하여 제3 모델에서 해석하였는데, 제1 모델에서는 같은 크기인 0.2, 제2 모델에



**Fig. 2.** Flowchart of verification of effectiveness of the suggested equations

서는 10% 큰 0.22의 크기로 설정하였다.

이러한 4개의 탄성상수로부터 식 (3)에 의하여 이방성면의 전단계수는 결정될 수 있는데  $E_1-E_2-\nu_2$  값으로부터 제1 모델의  $G_2$ 는 18.18 GPa가 된다. 만약  $G_2$ 의 크기를 이렇게 설정한다면, 식 (3)을 적용한 탄성상수의 해석결과는 입력값을 정확하게 산출하게 되며,  $G_2$ 는 더 이상 독립적인 상수가 아니다. 그러나 이론적으로 이는 독립적 상수이므로 다른 값으로 가정해야 하는데, 표 1을 고려하여 여기에서는 식 (3)으로 결정되는 크기보다 5% 작은 값으로 설정하였다. 따라서 제1 및 제2 모델에서는 18.18 MPa 및 17.86 MPa의 95% 수준인 17.27 MPa 및 16.96 MPa로 각각 결정하였다. 제3 모델에서는  $\nu_2$  값이 변동됨에 따라  $G_2$ 는 이에 따라 결정되는 크기를 사용한다.

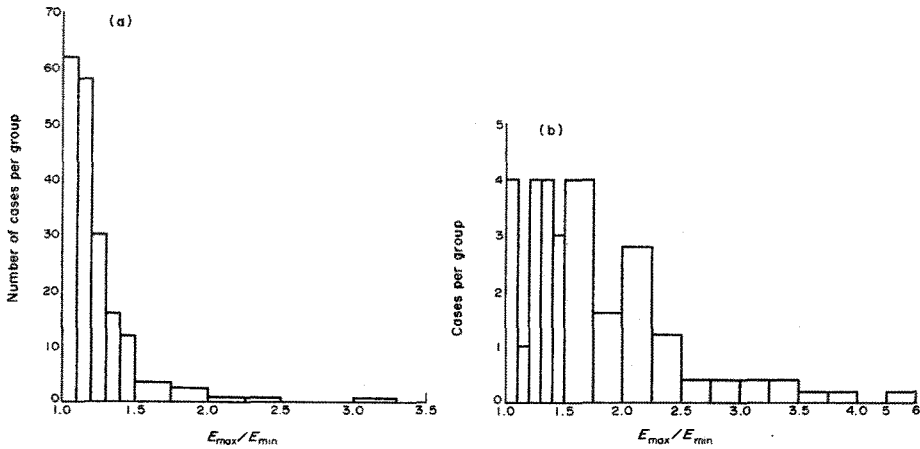


Fig. 3. Histograms of Emax/Emin ratio, (a) in the quartzfeldspathic and basic/lithic rocks, (b) in the pelitic rocks (after Worotnicki, 1993)

3.2. 제안식의 유효성 검토

제1 모델은 경사각이 10도, 즉 일축압축시험에서 등방성면(1방향)이 수평(x방향)과 10도 차이를 보이는 평면이방성 시험편이다. 이에 응력을 가하면 변형률을 측정할 수 있는데 수직응력이 1 MPa일 때 발생된 변형률의 크기는 표 3의 첫 열과 같다. 즉 y 방향에서 큰 값인 24.9  $\mu\epsilon$ 의 압축변형, 그리고 x 방향으로로는 -5.1  $\mu\epsilon$ 으로 인장변형이 나타난다. 이를 모아의 변형률원을 이용하면 1-2-3 방향의 변형률과 1-2면의 전단변형률을 얻을 수 있는데 그 크기들은 표 3의 둘째 열과 같다. 이러한 크기를 식 (2)에 대입하면 4개의 수식을 얻을 수 있고, 식 (3)을 적용하면 5개의 탄성상수를 결정할 수 있는데 그 결과값은 표 3의 셋째 열과 같다. 여기에서 얻어지는 결과는 입력값과 큰 차이를 보이고 있다. 즉, E<sub>1</sub>의 값이 11% 작은 크기인 43.99 MPa이며, E<sub>2</sub> 및 v<sub>2</sub>의 크기는 2% 이내의 오차로 이들은 수용가능한 결과이지만, v<sub>1</sub>의 크기는 0.058로 입력된 0.2와는 큰 오차를 보이고 있다. 이로서 이 해석결과는 수용될 수 없으며, 따라서 식 (3)은 적용가능한 것이 아니라고 할 수 있다.

한편 제2 모델은 일축압축시험에서 등방성면이 70도로 경사각이 수직에 가까운 시험편인데 같은 해석과정을 거친 결과는 표 3의 넷째 열과 같다. 여기에서 얻어진 값들은 입력자료와 매우 유사한 크기이다. 다만 E<sub>2</sub>의 값이 입력값보다 약 8% 작은 36.62 MPa로 해석되었지만 이러한 오차는 수용가능한 크기라 할 수 있다. 모든 모델에서 G<sub>2</sub>의 크기는 수학적 전개에 의하여 식 (3)과 같은 가정식과는 무관하게 입력값과 동일한 결과로 나타난다. 즉 모델에 따라서 식 (3)은 적합하기도 하고 그렇지 못하기도 한다.

제1 모델을 확장하여 v<sub>2</sub>의 크기를 0.1부터 0.4까지 다양하게 고려하고, 모든 이방성각도에 대하여 해석한 제3 모델에서도 이러한 현상을 볼 수 있는데, 대체로 25~30도 이상의 큰 각도를 갖는 시험편에서는 식 (3)은 적용될 수 있지만, 이보다 작은 각도에서는 입력값과 큰 차이를 갖는 결과를 보여주므로 적용될 수 없는 것으로 판명되었다. 제3 모델의 해석결과를 통하여 식 (3)의 적합성은 모델이 갖는 탄성상수의 크기 보다는 시험편의 경사각에 의하여 좌우되는 것을 알 수 있다.

Table 3. Computed strains at  $\sigma_y = 1$  MPa in Model No. 1 and elastic constants

strains ( $\mu\epsilon$ ) in x-y-z notation	strains ( $\mu\epsilon$ ) in 1-2-3 notation	elastic constants as resultant	
		in Model No. 1	in Model No. 2
$\epsilon_x = -5.0849$	$\epsilon_1 = -4.2462$	$E_1 = 43.99$	$E_1 = 49.90$
$\epsilon_{-45} = 10.1188$	$\epsilon_2 = 24.0954$	$E_2 = 40.00$	$E_2 = 36.62$
$\epsilon_y = 24.9342$	$\gamma_{12} = 9.9021$	$v_1 = 0.056$	$v_1 = 0.198$
$\epsilon_z = -4.9698$	$\epsilon_3 = -4.9698$	$v_2 = 0.203$	$v_2 = 0.213$
		$G_2 = 17.27$	$G_2 = 16.96$

### 4. 새로운 수식의 제안 및 적합성

#### 4.1. 새로운 수식의 제안

평면이방성 모델을 설정하여 응력에 의한 변형률을 생성한 다음, 이를 식 (2)에 의하여 탄성상수를 결정하는데 제안된 식 (3)을 적용하면 오차가 발생한다. 이 때 오차의 크기는 경사각이 작은 시험편에서는 수용할 수 없을 정도로 크게 나타나, 식 (3)의 적용에는 한계가 있으므로 새로운 가정식의 제안이 요구된다. 본 연구에서는 일축압축시험에서 직접 측정되는 x-y-z 방향의 변형률로부터 얻어질 수 있는 겹보기 탄성계수 및 겹보기 포아송비를 사용하는 새로운 수식을 제안하고 이의 적용성을 검토하여 적합성을 판단하고자 한다.

겹보기 탄성계수,  $E_a$  및 겹보기 포아송비,  $\nu_a$ 는 식 (4)와 같이 정의되며, 본 연구에서 제안된 수식은 다음의 식 (5) 및 식(6), 식 (7)과 같다.

Apparent Elastic Modulus; (4)

$$E_a = \sigma_y / \epsilon_y$$

Apparent Poisson's Ratio;

$$\nu_a = -0.5 (\epsilon_x + \epsilon_z) / \epsilon_y$$

$$\frac{1}{E_a} = \frac{1}{E_1} \sin^2 \phi + \frac{1}{E_2} \cos^2 \phi \quad (5)$$

$$\nu_a = 0.5(v_{12} + v_{21})\sin^2 \phi + v_2 \cos^2 \phi \quad (6)$$

$$\nu_a = 0.5(v_{12} + v_{21}) \frac{2\phi}{\pi} + v_2 \frac{(\pi - 2\phi)}{\pi} \quad (7)$$

식 (6) 및 식 (7)에서 정의된  $\nu_{21}$ 은  $\nu_2$ 의 텐서표시이며,

$\nu_{12}$ 는 식 (1)에서 얻을 수 있는 비독립적 탄성상수이면서 일반적으로  $\nu_1$ 이나  $\nu_2$ 의 크기와는 다른 크기를 갖는다. 제안된 이들 세 식은 이론에서 정의되지 않은 두 개의 겹보기 상수의 크기를 사용하였으므로 식 (2)와 독립적이며, 시험편의 경사각이 0도 및 90도 되는 특수한 경우에 식 (2)를 만족하므로 역학적으로 적합한 수식이라 할 수 있다. 즉, 경사각이 0도 일 때 y축의 변형률은  $E_1$ 에 독립적이며  $E_2$ 에 의하여 결정된다. 이는 식 (5)를 만족하며, x축의 변형률은  $\nu_2$ 에 의하여 결정되므로 식 (6)과 식 (7)을 만족하고 있다. 경사각이 90도 일 때에는 그 반대의 상수들에 의하여 결정되므로 위의 식들을 만족한다.

#### 4.2. 제안된 수식들의 적용성 해석

겹보기 탄성계수로 제안된 식 (5)는 본 연구에서 먼저 고려된 수식이며, 이의 해석결과는 Lekhnitskii에 의하여 완성된 가정식인 식 (3)의 결과와 동일하였다. 두 수식은 각각 다른 방향으로 접근하여 제안된 전혀 다른 수식이지만 해석결과가 같은 것으로 미루어 역학적 또는 수학적으로 동일한 수식으로 밝혀졌다. 본 연구의 과정에서 가장 먼저 고안된 식 (5)는 오래전에 제안된 수식과 동질성을 갖고 있다면, 겹보기 포아송비로 정의되는 수식도 적용이 가능할 것으로 판단되어 식 (6) 및 식 (7)이 제안된 것이다.

표 2에 언급된 두 개의 모델에 식 (3)을 비롯하여 식 (6)과 식 (7) 등 세 개의 수식을 적용하여 얻어진 결과는 각각 표 4 및 표 5와 같다. 표들에서 언급한 평균오차는 해석된 상수 4개의 크기(그림 2의 Step G)와 입력

Table 4. Elastic constants as resultant in Model No. 1

Elastic Constants	with Eq. (3)	with Eq. (6)	with Eq. (7)
$E_1$ (MPa, % Error)	43.99, 12.0	43.16, 13.70	48.98, 2.0
$E_2$ (MPa, % Error)	40.00, 0.0	40.00, 0.0	40.00, 0.0
$\nu_1$ , and % Error	0.056, 72.1	0.036, 82.1	0.176, 12.2
$\nu_2$ , and % Error	0.203, 1.7	0.204, 2.0	0.201, 0.3
G2 (MPa)	17.27	17.27	17.27
Average Error (%)	21.5	24.4	3.6

Table 5. Elastic constants as resultant in Model No. 2

Elastic Constants	with Eq. (3)	with Eq. (6)	with Eq. (7)
$E_1$ (MPa, % Error)	49.90, 0.2	49.92, 0.2	49.83, 0.3
$E_2$ (MPa, % Error)	36.62, 8.5	37.38, 6.5	34.72, 13.2
$\nu_1$ , and % Error	0.198, 1.2	0.198, 0.9	0.196, 2.0
$\nu_2$ , and % Error	0.213, 3.4	0.214, 2.6	0.208, 5.3
Average Error (%)	3.3	2.6	5.2

값(그림 2의 Step A)과의 차이에 의한 상대오차를 평균한 값으로 식 (8)과 같이 수식화된다.

$$\text{Average of Relative Errors of 4 Elastic Constants (8)} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 |C_i, \text{ output} / C_i, \text{ input} - 1|$$

제1 모델에서 식 (3)을 이용한 결과값 4개의 크기는 표 3에서도 언급한 바와 같이 43.99 MPa 및 40.00 MPa, 0.058, 0.203이며, 이는 식 (5)를 적용한 결과값이기도 하다. 이러한 결과의 크기들은 입력값과는 각각 12.0% 및 0%, 72.1%, 1.7%의 상대 오차를 보이고 있다. 이들 오차의 평균크기는 21.5%이다. 이 모델에서 식 (6)을 이용한 결과는 두 번째 열에서 보는 바와 같으며, 평균오차는 24.4%로 식 (3)보다 더 큰 오차를 보이고 있어 적용성이 좋지 못하다. 그러나 식 (7)에 의한 결과의 평균오차는 3.6%이며, 최대 오차도  $v_1$ 에서 12.2%로 식 (3)을 적용한 결과와 비교하여 상대적으로 매우 유효한 식이다. 또한 그 결과값들도 수용가능한 크기로 판단되어 절대적으로도 유효한 식이라 할 수 있다.

제1 모델에서 가능한 모든 크기의  $v_2$ 에 대하여 오차의 평균크기를 해석한 결과는 그림 4와 같다. 여기에서 알 수 있듯이 식 (3)을 적용한 결과는 점선으로 표시된 곡선인데 오차는 20~25% 수준이지만, 식 (7)을 적용하면 0.1~14%로 매우 작은 오차를 보인다. 특히  $v_2$ 가 통계적으로 일반적 크기인 0.15~0.35 정도라고 가정하면 그 평균오차는 8% 이하로 해석되므로 이러한 모델에서는 식 (7)이 매우 유효한 것으로 판단된다. 이 모델의 해석결과로 식 (3)은 큰 오차를 보이는 결과를 도출하여 유효성이 크게 결여되어 있으며, 식 (7)은 수용가능한 결과를 유도하여 적합한 수식임이 밝혀졌다. 또한 이러한 적합성의 유무는 그림 4를 통하여 알 수 있듯이 탄성상수의 크기와는 무관하며 시험편의 경사각에 좌우된다고 판단된다.

제2 모델을 해석한 결과는 제1 모델의 결과와 다른 양상을 보인다. 식 (3) 또는 식 (5)를 이용한 결과값인 4개 탄성상수의 오차 크기는 표 4에서 알 수 있듯이 각각 0.2% 및 8.5%, 1.2%, 3.4%의 오차를 보이고 있다. 이들 오차의 평균은 3.3%에 불과하여 식 (3)이 매우 유효하다고 할 수 있다. 그러나 식 (6)을 이용한 결과의 평균오차는 2.6%로 식 (3)보다 더 유효하며, 식 (7)에 의한 결과의 평균오차는 5.2%로 수용가능한 결과라 할 수 있지만 식 (3)에 비하여 적용성이 좋지 못하다. 따라서 이러한 모델에서는 식 (3) 및 식 (6)은 적용가능한 적합한 수식이다.

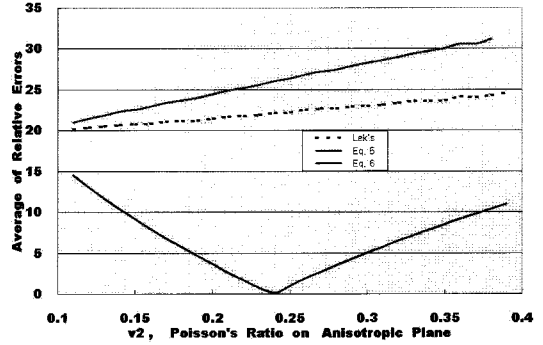


Fig. 4. Average of relative errors on every value of  $v_2$  in Model No. 1

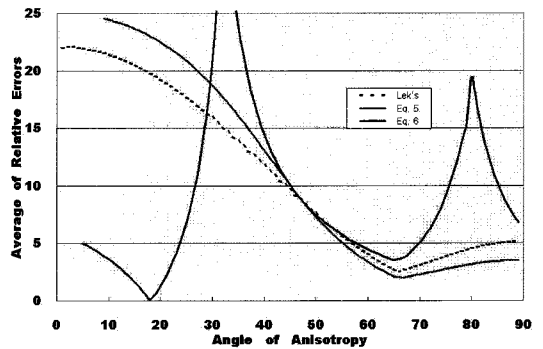


Fig. 5. Average of relative errors on angle in Model No. 2

제2 모델에서 모든 크기의 이방성 각도에 대하여 평균 오차의 크기를 해석한 결과는 그림 5와 같다. 여기에서 알 수 있듯이 각도가 28~47도인 경우에는 식 (3)이 가장 유효하며, 28도 이내의 각을 갖는 시료에서는 오차가 15% 이상으로 나타나 적용에 한계가 있는 것으로 판단된다. 식 (7)을 적용하면 26도 이하의 작은 각도에서 10% 이내의 작은 평균오차를 갖는 결과값을 얻을 수 있어 이는 매우 유효한 가정식이라 할 수 있다. 한편 47도 이상에서는 식 (3)에 의한 오차는 10% 이내로 유효하지만 식 (6)에 의한 오차는 더 작으므로 식 (6)도 유효한 식이라 할 수 있다. 이 그림을 통하여 가정식들의 적합성의 유무는 시험편의 경사각에 좌우되며 제1 모델에서와 같이 탄성상수의 크기와는 무관한 것으로 단정할 수 있다.

4.3. 해석결과 및 검토

제1 모델을 해석한 결과, 오래 전에 제안된 수식인 식 (3)에 의한 결과는 입력값과 큰 차이를 보이고 있어 이의 적용성에 한계가 있음이 밝혀졌다. 이에 결보기 탄

성상수를 이용한 새로운 제안식을 본 연구에서 제안하였는데, 겉보기 탄성계수로 정의된 제안식은 식 (3)과 동일한 수식으로 밝혀졌다. 겉보기 포아송비로 정의된 수식인 식 (6) 및 식 (7)은 모델에 따라 식 (3)보다 유효하거나 유효하지 못하는 결과를 보여주기도 한다. 이러한 차이는 모델에 설정된 4개의 탄성상수의 크기에서 기인하는 것이 아니라 시험편의 경사각에 의하여 좌우된다. 즉, 경사각이 작은 경우에는 식 (7)이 유효하며, 큰 각도에서는 식 (6)이 적용성이 제일 우수하면서 식 (3)도 적용가능한 것으로 판명되었다.

그림 6은 경사각과 이방성면의 포아송비를 변수로 하는 제3 모델에서 제안된 3개의 수식 가운데 적용성이 가장 우수한 수식을 도표로 표시한 것이다. 그림의 가로축은  $v_2$ 의 크기이며 세로축은 시험편의 경사각을 뜻

한다. 또한 그림에 L로 표시된 것은 Lekhnitskii에 의하여 제안된 식 (3)이 적합함을 표시하며, 6 및 7은 각각 식 (6) 및 식 (7)이 적합함을 뜻한다. 이 때 적합성은 식 (8)에서 정의한 평균오차의 크기가 15% 이하이며, 각 상수의 개별 오차가 25% 이하일 경우에 적합하다고 정의하였다. 또한 3개의 수식이 모두 적합하다 하더라도 상대적으로 가장 오차를 갖는 수식으로 정의하였다. 앞에서 분석한 두 모델을 예로 들면, 제1 모델에서는 식 (7) 만이 적합하며, 제2 모델에서는 모든 수식이 매우 유효하지만 식 (6)이 가장 작은 오차를 가지므로 6으로 표기된다.

그림의 양상은 포아송비에 거의 무관하게 경사각이 작은 경우에는 7, 큰 경우 6, 그리고 중간에는 L로 표시되어 적합한 수식은 경사각에 좌우되는 것을 알 수 있

	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2	0.21	0.22	0.23	0.24	0.25	0.26	0.27	0.28	0.29	0.3	0.31	0.32	0.33	0.34	0.35	0.36	0.37	0.38	0.39	0.4	
2																															
4																															
6	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	
8	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	
10	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	6	6	
12	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	6	6	6	
14	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	
16	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	
18	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	
20	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	
22	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	
24	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	
26	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	
28	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	
30	7	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	
32	7	7	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	
34	7	7	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	
36	7	7	7	7	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	
38	7	7	7	7	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	
40	7	7	7	7	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	
42	7	7	7	7	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	
44	7	7	7	7	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	L	
46	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	
48	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	
50	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	
52	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	
54	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	
56	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	
58	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	
60	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	
62	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	
64	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	
66	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	
68	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	
70	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	
72	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	
74	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	
76	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	
78	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	
80	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	
82	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	
84	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	
86	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	
88	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	

Fig. 6. Guide map to find the compatible one of suggested equations



다. 경사각이 4도 이하이거나 포아송비가 매우 작은 경우에는 이러한 표시가 되지 않는데, 이는 3개의 모든 제안식에서 평균오차가 매우 크기 때문에 적합한 식이 없음을 뜻한다.

제1 및 제2 모델에서도 밝혀졌듯이 경사각이 작은 경우에는 식 (3)은 매우 큰 오차를 보여 적용될 수 없으며, 식 (7)을 적용하는 것이 적합하다. 이 때 경사각이 4~5도 이하일 경우에는 식 (7) 조차도 15% 이상의 매우 큰 평균오차를 보이고 있으므로 적용될 수 없다. 경사각이 30~50도로 중간 크기일 때는 식 (3)이 다른 식들보다 더 유효하며 결과의 평균오차도 10% 이하로 나타나 매우 적합한 수식으로 밝혀졌다.

경사각이 약 50도 보다 작은 시험편에서는 적용할 수식이 명확하지만, 그 이상으로 큰 경우에는 보다 복잡

한 양상을 보인다. 즉  $v_2$ 의 크기가 약 0.25 이하에서는 식 (7)이, 그리고 그 이상에서는 식 (6)이 더 적합한 것으로 판명되었다. 이는 제2 모델에서 분석한 바와 같이 3개의 수식이 모두 작은 평균오차를 보이며 유효한 수식이기 때문인 것에서 기인한다고 판단된다. 어쨌든 이러한 결과는 시험에서 적용할 수식을 결정하는데 혼돈을 일으킬 수 있지만 그들의 평균오차 크기는 제2 모델을 해석한 표 5에서 볼 수 있듯이 모두 5% 내외에 불과하며, 또한 모든 결과 값들은 수용가능한 크기들이기 때문에 어떤 수식을 사용하더라도 비슷한 결과를 얻을 수 있는 것으로 판단된다. 그림 6에서 큰 경사각에서 몇몇 경우에 L로 표시된 것은 우연하게 발생된 것으로 판단된다.

저자들은 이전의 연구<sup>3)</sup>에서  $v_1$ 의 크기를 0.25로 설정한 모델을 연구하여 분석한 결과는 그림 7과 같다. 이

	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2	0.21	0.22	0.23	0.24	0.25	0.26	0.27	0.28	0.29	0.3	0.31	0.32	0.33	0.34	0.35	0.36	0.37	0.38	0.39	0.4	
2																															
4																															
6																															
8										6																					
10										6	6																				
12										6	6	6																			
14						6	6			6	6	6																			
16				6	6	6	6			6	6	6																			
18			6	6	6	6	6			6	6	6																			
20		6	6	6	6	6	6			6	6	6																			
22		6	6	6	6	6	6			6	6	6																			
24		6	6	6	6	6	6			6	6	6																			
26		6	6	6	6	6	6			6	6	6																			
28		6	6	6	6	6	6			6	6	6																			
30	L	6	6	6	6	6	6			6	6	6																			
32	L	L	L	L	L	L	6			6	6	6																			
34	L	L	L	L	L	L	L			L	L	L																			
36	L	L	L	L	L	L	L			L	L	L																			
38	L	L	L	L	L	L	L			L	L	L																			
40	6	6	L	L	L	L	L			L	L	L																			
42	6	6	6	L	L	L	L			L	L	L																			
44	6	6	6	6	5	L	L			L	L	L																			
46	5	5	5	6	5	5	L			L	L	L																			
48	5	5	5	5	5	5	5			L	L	L																			
50	5	5	5	5	5	5	5			5	5	L																			
52	5	5	5	5	5	5	5			5	5	5																			
54	5	5	5	5	5	5	5			5	5	5																			
56	5	5	5	5	5	5	5			5	5	5																			
58	5	5	5	5	5	5	5			5	5	5																			
60	5	5	5	5	5	5	5			5	5	5																			
62	5	5	5	5	5	5	5			5	5	5																			
64	5	5	5	5	5	5	5			5	5	5																			
66	5	5	5	5	5	5	5			5	5	5																			
68	5	5	5	5	5	5	L			5	5	5																			
70	5	5	5	L	5	5	5			5	5	5																			
72	L	5	5	5	5	5	5			5	5	5																			
74	5	5	5	5	5	5	5			5	5	5																			
76	5	5	5	5	5	5	5			5	5	5																			
78	5	5	5	5	5	5	5			5	5	5																			
80	5	5	5	5	5	5	5			5	5	5																			
82	5	5	5	5	5	5	5			5	5	5																			
84	5	5	5	5	5	5	5			5	5	5																			
86	5	5	5	5	5	5	5			5	5	5																			
88	5	5	5	5	5	5	5			5	5	5																			

Fig. 7. The compatible equation in Model with  $v_1 = 0.25$

모델에서 경사각이 작은 경우에는 식 (7), 중간 크기일 때는 식 (3), 큰 경우에는 대부분 식 (6)이 적합한 것으로 보고되었다. 다만  $v_2$ 가 작은 경우에는 10~20도 이하의 경사각을 갖는 시험편에서도 3개의 수식은 모두 유효하지 않는 것으로 판명되었다. 또한 경사각이 큰 경우에는 일률적으로 식 (6)이 더 적합한 것으로 판명되었다.

이러한 관점에서 경사각이 큰 시험편에서는  $v_2$ 의 크기에 따라 적용해야 할 수식이 변한다는 것을 두 개의 그림으로부터 알 수 있어, 적용에 한계를 갖지만 제2 모델에서 보는 바와 같이 그 평균오차들의 크기는 2~5% 수준이므로 모든 수식이 적합하다고 할 수 있으며, 새로 제안된 수식보다 오랫동안 사용되어 온 식 (3)을 적용하는 것이 타당하다고 할 수 있다.

본 연구에서 제안된 수식을 사용하지 않고 Lekhnitskii에 의하여 제안된 식 (3)을 사용하고자 하는 경우에는 시험편의 경사각이 30도 이상이 되어야 한다. 이 보다 더 작은 각도에서는 표 3이나 표 4, 그림 4, 5, 6, 7 등에서 보는 바와 같이 일반적으로 수용할 수 없는 결과값이 도출되기 때문이다. 이러한 시료에서는  $E_2$ 는 참값을 얻을 수 있으나,  $E_1$ 의 값이나 포아송비의 크기가 매우 크거나 매우 작은 수, 또는 음수로 해석되는 경우가 허다하며, 다른 상수들의 참값의 크기에 관계없이 식 (3)은 적용될 수 없다.

## 5. 결론

한 개의 평면이방성 시험편의 일축압축시험을 통하여 얻을 수 있는 변형률은 최대 4개이므로 5개의 독립적 탄성상수를 이론적으로 결정할 수 없다. 이런 문제를 해결하기 위하여 오래 전부터 가정식이 제안되었는데 이의 적용에는 한계가 있다. 본 연구에서는 새로운 가정식을 제안하였으며 평면이방성 암석의 모델을 설정하여 이러한 제안식들의 적합성을 검토하여 얻어진 결과는 다음과 같다.

1. 경사각이 25~30도 이하인 시험편에서 오랫동안 사용되어 온 Lekhnitskii의 제안식을 사용하여 탄성상수를 해석하면  $E_2$  외의 다른 3개의 탄성상수는 참값과 큰 오차를 갖는 결과를 유도하므로 적용할 수 없다. 즉, Lekhnitskii의 제안식을 적용하는 데에는 한계가 있음이 판명되었으며, 이 식을 적용하기 위하여서는 경사각이 30도 이상이 되는 시험편을 사용해야 참값에 가까운 결과를 얻을 수 있다.
2. Lekhnitskii의 제안식이 한계를 갖고 있으므로 본 연

- 구에서는 시험을 통하여 직접 얻을 수 있는 요소인 겉보기 탄성계수 또는 겉보기 포아송비를 사용할 수식을 제안하였다. 겉보기 탄성계수를 사용한 제안식은 Lekhnitskii의 제안식과 같은 결과를 얻기 때문에, 서로 다른 방향에서 제안된 이들 두 식은 같은 수식이다.
3. 겉보기 포아송비를 사용한 제안식인 식 (6) 및 식 (7)은 각각 경사각이 큰 시험편 및 작은 시험편에 대하여 식 (3)보다 작은 오차를 갖는 결과를 도출하므로 적용가능하다. 특히 작은 경사각의 시험편에서는 식 (3)은 적용될 수 없으므로 식 (7)은 매우 유효한 식이다. 큰 경사각의 시험편에서는 식 (3)에 의한 오차는 크지 않으므로 사용이 가능하지만, 식 (6) 또는 식 (7)을 적용하면 더 작은 오차를 보이므로 실험에서 발생할 수 있는 오차를 고려할 때 이를 적용하는 것이 더 적합하다고 판단된다.
  4. 이러한 수식들이 시험편에 따라 적합하거나 부적합한데, 이는 측정하고자 하는 탄성상수의 크기에 기인하는 것이 아니라 시험편의 경사각에 따라 결정된다. 따라서 해석에서 측정이 용이한 경사각에 따라 적합한 수식은 그림 6 또는 그림 7로부터 예측가능하다. 다만 경사각이 큰 경우에는 탄성상수의 크기에 따라 적합성이 변화하므로 적용하는데 주의가 요구되지만, 3개의 수식이 모두 작은 오차를 갖는 결과를 유도하고 그 결과값도 큰 차이를 보이지 않기 때문에 새로 제안된 수식보다 오랫동안 사용되어 온 Lekhnitskii의 제안식을 적용하는 것이 타당하다고 할 수 있다.

## 사 사

본 연구는 한국지질자원연구원의 기본사업인 “고심도 지하연구실험실 구축 및 실증실험연구”과제의 일환으로 수행되었습니다.

## 참고문헌

1. Flugge W., 1972, Tensor analysis and continuum mechanics, Springer-Verlag
2. Goodman R. E., 1980, Introduction to rock mechanics, John Wiley & Sons
3. 김호영, 1995, 이방성 암석에 대한 탄성계수의 실험적 결정, 터널과 지하공간 5.4, 318-322
4. 박철환, 2001, 이방성 암석의 탄성상수 분석연구, 터널과 지하공간 11.1, 59-63
5. 박찬, 박철환, 2007, 이방성 암석의 탄성상수 결정을 위한 수식제안, Kigam Bulletin 11.2
6. Amadei B., 1996, Importance of anisotropy when

- estimating and measuring in situ stresses in rock, International Journal of Rock Mechanics and Mining Science & Geomechanics Abstracts 33.3, 293-325
7. Talesnick M.L., M. Y. Lee and B. C. Haimson, 1995, On the determination of elastic material parameters of transversely isotropic rocks from a single test specimen, Rock Mechanics and Rock Engineering 28.1, 17-35
  8. Talesnick M.L., Y. H. Hatzor and M. Tsesarsky, 2001, The elastic deformability and strength of a high porosity, anisotropic chalk, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences 38, 543-555
  9. Lekhnitskii S. G., 1963, Theory of elasticity of anisotropic elastic body, 2nd Ed. Holden-Day Inc.
  10. Barden L., 1963, Stresses and displacements in a cross-anisotropic soil, Geotechnique 13, 198-210
  11. Itasca Inc., 2005, FLAC version 5.0, Command References 1-155
  12. 민기복, 이정인, 최해문, 2002, 공벽변형법에 의한 이방성 암반의 초기응력 측정에 관한 연구 - 횡등방성 암석에 대한 실험실 모형 실험 및 수치해석, 터널과 지하공간 12.4, 237-247
  13. 최미진, 양형식, 2005, 횡등방성 암반 내 터널의 이방성 해석, 터널과 지하공간 15.5, 391-399
  14. 정형래, 김중우, 2006, 이방성 암반의 방향성과 축압조건을 고려한 터널 모형실험 연구, 터널과 지하공간 16.4, 313-325
  15. 이연규, 2005, 평면이방성 암반에서 선하중에 의한 응력 분포 특성, 터널과 지하공간 15.4, 288-295
  16. 이연규, 2007, 임계면법을 이용한 횡등방성 암석의 강도 예측, 터널과 지하공간 17.2, 119-127
  17. 이연규, 2008, 임계면법을 이용한 횡등방성 암석의 이방성 인장강도 해석, 터널과 지하공간 18.3, 194-201
  18. Tonon F. and B. Amadei, 2002, Effect of anisotropy on tunnel wall displacements behind a tunnel face, Rock Mechanics and Rock Engineering 35.3, 141-160
  19. Loureiro-Pinto J., 1979, Determination of the elastic constants of anisotropic bodies by diametral compression tests, 4th ISRM Congress, Montreal
  20. Homand F., Morel E., Henry J-P., Cuxac P. and E. Hammade, 1993, Characterization of the moduli of elasticity of an anisotropic rock using dynamic and static methods, International Journal of Rock Mechanics and Mining Science & Geomechanics Abstracts 30.5, 527-555
  21. Liao J-J., T-B. Hu, and C-W. Chang, 1997, Determination of dynamic elastic constants of transversely isotropic rocks using a single cylindrical specimen, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences 34.7, 1045-1054
  22. Wittke W., 1990, Rock mechanics - Theory and applications with case histories, Springer-Verlag
  23. Worotnicki, 1993, CSIRO triaxial stress measurement cell, Ch. 3-13 in Comprehensive Rock Engineering, edited by J. A. Hudson, pp. 3239-394

### 박철환



1979년 서울대학교 공과대학 자원공학과 공학사  
 1981년 서울대학교 대학원 자원공학과 공학석사  
 1987년 서울대학교 대학원 자원공학과 공학박사  
 Tel: 042-868-3244  
 E-mail: cwpark@kigam.re.kr  
 현재 한국지질자원연구원 지반안전연구부 책임연구원

### 박의섭



1989년 서울대학교 공과대학 자원공학과 공학사  
 1991년 서울대학교 대학원 자원공학과 공학석사  
 2000년 서울대학교 대학원 자원공학과 공학박사  
 Tel: 042-868-3098  
 E-mail: espark@kigam.re.kr  
 현재 한국지질자원연구원 지반안전연구부 선임연구원

### 박찬



1988년 한양대학교 공과대학 자원공학과 공학사  
 2000년 수원대학교 공과대학 토목공학과 공학석사  
 2006년 충남대학교 공과대학 토목공학과 공학박사  
 Tel: 042-868-3245  
 E-mail: chan@kigam.re.kr  
 현재 한국지질자원연구원 지반안전연구부 선임연구원