

새로운 슬라이딩 표면에 기반한 비홀로노믹 이동 로봇의 추종 제어

A New Sliding-Surface-Based Tracking Control of Nonholonomic Mobile Robots

박 봉 석, 유 성 진, 최 윤 호, 박 진 배*

(Bong Seok Park, Sung Jin Yoo, Yoon Ho Choi, and Jin Bae Park)

Abstract : This paper proposes a new sliding-surface-based tracking control system for nonholonomic mobile robots with disturbance. To design a robust controller, we consider the kinematic model and the dynamic model of mobile robots with disturbance. We also propose a new sliding surface to solve the problem of previous study. That is, since the new sliding surface is composed of differentiable functions unlike the previous study, we can obtain the control law for arbitrary trajectories without any constraints. From the Lyapunov stability theory, we prove that the position tracking errors and the heading direction error converge to zero. Finally, we perform the computer simulations to demonstrate the performance of the proposed control system.

Keywords : sliding surface, mobile robot, dynamics, kinematics, differentiable, disturbance

I. 서론

이동 로봇의 추종 제어는 이동 로봇이 가지고 있는 비홀로노믹 제약 조건들(nonholonomic constraints)로 인하여 많은 어려움이 따른다. 이미 잘 알려진 Brockett [1]의 연구에 의하면 연속 미분 가능하고 시불변인 상태 케환(smooth time invariant state feedback)으로는 리아프노프(Lyapunov) 안정도 해석 관점에서 이동 로봇의 안정성을 보장할 수 없다. 또한 실제 이동 로봇에 존재하는 모델의 불확실성 및 외란은 이동 로봇을 제어하는데 많은 어려움을 야기한다. 따라서 비홀로노믹 제약 조건들을 갖는 이동 로봇의 추종 제어에 관한 연구가 많은 연구자들에 의해 관심을 받고 있다. 한편 초기에는 이러한 이동 로봇을 위한 제어기 설계에 있어서 이동 로봇의 기구학만을 고려하였다[2,3]. 그러나 이동 로봇의 기구학만을 고려한 자세(posture) 제어기는 완벽한 속도 추종을 가정하는데 실제로 완벽한 속도 추종을 하는 것은 어렵다. 따라서 최근에는 이동 로봇의 기구학 및 동역학을 동시에 고려한 연구가 진행되고 있다[4,5]. 또한 이동 로봇이 갖는 모델의 불확실성 및 외란에 강인한 제어기를 설계하기 위해 적응 제어 기법[6], 강인 제어 기법[7,8], 신경 회로망 및 퍼지 이론을 이용한 지능 제어 기법[9,10], 슬라이딩 모드 제어 기법[11,12] 등이 제안되었다.

현재까지 제안된 제어 기법 중 슬라이딩 모드 제어 기법은 빠른 응답성, 양호한 과도 성능, 파라미터 변화에 대한 강인성 등의 장점을 가지고 있다. 따라서 불확실성을 갖는 이동 로봇의 강인 제어에 많이 이용되고 있으며, 최근 [11]은 외란을 갖는 이동 로봇의 추종 제어를 위해 슬라이딩 모드 제어 기법을 제안하였으나 제어기 설계에 있어서 특이성

(singularity) 문제가 발생하여 이동 로봇의 움직임이 제한되는 문제점을 가진다. 즉, 이동 로봇이 움직이는데 있어서 직교 평면에 대한 각도와 이동 로봇의 진행 방향(heading direction)에 대한 각도가 직각을 이루면 안 되는 제약 조건이 있다. 이를 해결하기 위해 [12]은 새로운 슬라이딩 표면을 제안하였다. 그러나 슬라이딩 표면에 signum 함수 및 절대값을 포함함으로써 제어 입력을 구하는데 있어서 signum 함수 및 절대값을 미분해야 하는 문제점이 있다. 즉 signum 함수 및 절대값은 미분 불가능한 구간이 존재하기 때문에 이동 로봇의 추종 제어를 위한 제어 입력을 구하는데 어려움이 따른다.

따라서 본 논문에서는 [12]가 갖는 문제점을 해결하기 위해 미분 가능한 요소로 구성된 새로운 슬라이딩 표면을 제안한다. 새로운 슬라이딩 표면으로 인하여 [11]이 갖는 자세에 대한 제약 조건뿐만 아니라 [12]의 제어 입력에 존재하는 미분 불가능한 요소가 제거되므로 어떠한 제약 조건 없이 이동 로봇의 경로 추종이 가능한 제어 입력을 구할 수 있다. 또한 제안된 제어기의 안정도를 분석함에 있어서 리아프노프 이론을 이용하여 제안된 제어 시스템이 점근적으로 안정(asymptotic stable)함을 증명한다. 마지막으로 시뮬레이션 결과를 통해 본 논문에서 제안하는 제어기의 성능을 검증하고자 한다.

II. 이동 로봇의 모델링

1. 이동 로봇의 기구학 모델

본 논문에서는 그림 1과 같은 2개의 구동 바퀴로 구성되어 있고 구동축과 중심점이 같은 이동 로봇을 고려한다. 직교 좌표축에서 이동 로봇의 위치를 x_c, y_c 로 정의하고 X 축과 이동 로봇의 진행 방향에 대한 각도를 θ_c 로 정의하면 순수히 구동(pure rolling)하면서 이동하고 미끄러지지 않는 이동 로봇의 기구학적 제약 조건은 다음과 같다.

$$\dot{x}_c \sin \theta_c - \dot{y}_c \cos \theta_c = 0 \quad (1)$$

카테시안 좌표계(cartesian coordinates)에서 표현되는 이동 로봇

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2008. 3. 24., 채택학정 : 2008. 5. 7.

박봉석, 유성진, 박진배 : 연세대학교 전기전자공학과

(bongseok@yonsei.ac.kr/niceguy1201@yonsei.ac.kr/jbpark@yonsei.ac.kr)

최윤호 : 경기대학교 전자공학과(yhchoi@kyonggi.ac.kr)

※ 본 논문은 2008 Brain Korea 21에서 지원하여 연구하였음.

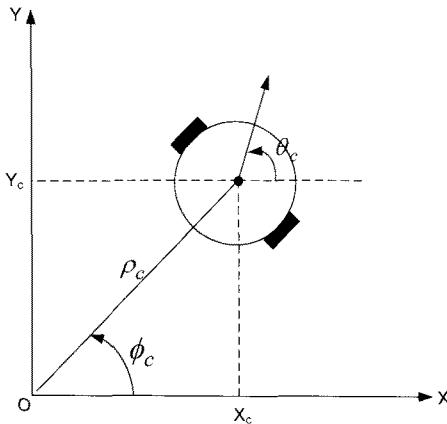


그림 1. 이동 로봇의 좌표.

Fig. 1. Coordinates of the mobile robot.

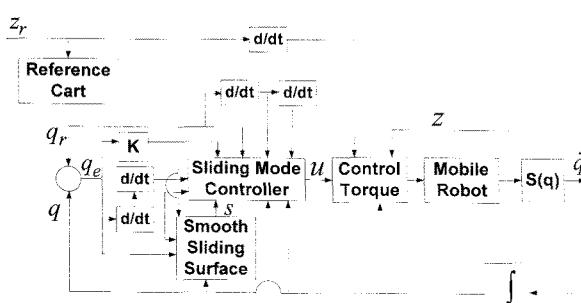


그림 2. 제안된 제어 시스템의 블록도.

Fig. 2. Block diagram of the proposed control system.

의 기구학 모델은 (1)을 이용하면 (2)와 같이 유도된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \\ \dot{\theta}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_c \cos \theta_c \\ v_c \sin \theta_c \\ \omega_c \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서 v_c 와 ω_c 는 각각 이동 로봇의 선속도와 각속도를 나타낸다. 또한 테카르트 좌표계에서 표현되는 이동 로봇의 기구학 모델은 극좌표계(polar coordinates)에서 표현이 가능하며 (3)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\rho}_c \\ \dot{\phi}_c \\ \dot{\theta}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_c \cos(\phi_c - \theta_c) \\ -\frac{v_c}{\rho_c} \sin(\phi_c - \theta_c) \\ \omega_c \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서 $\rho_c = \sqrt{x_c^2 + y_c^2}$, $\phi_c = \tan^{-1}(y_c / x_c)$ 이다.

2. 이동 로봇의 동역학 모델

비홀로노믹 제약 조건들을 갖는 이동 로봇들의 동역학 방정식은 오일러-라그랑제(Euler-Lagrange)[5] 방정식에 의해 다음과 같이 나타난다.

$$M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = B(q)\tau - A^T(q)\lambda \quad (4)$$

여기서 $q \in \mathbb{R}^n$ 는 일반화된 좌표, $\tau \in \mathbb{R}^r$ 는 제어 입력 벡터,

$M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 는 대칭이고 양의 한정인 관성 모멘트 행렬, $V(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 는 구심력 및 코리올리스 행렬, $G(q) \in \mathbb{R}^n$ 는 중력 벡터, $B(q) \in \mathbb{R}^{n \times r}$ 는 입력 변환 행렬, $A(q) \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 와 $\lambda \in \mathbb{R}^m$ 는 제약 조건과 관련된 행렬과 이동 로봇의 비홀로노믹 구속력을 나타낸다.

비홀로노믹 제약 조건들로 인해 얻을 수 있는 다음 두 식 $A(q)\dot{q} = 0$ 과 $A(q)S(q) = 0$ 을 이용하면 $\dot{q} = S(q)z$ 를 만족하는 $z \in \mathbb{R}^r$ 가 존재한다. 여기서 $S(q) \in \mathbb{R}^{n \times r}$ 는 $A(q)$ 의 영 공간(null space) 안에 포함되어 있는 독립적인 벡터들로 구성된다. 따라서 $\dot{q} = S(q)z$ 를 이용하면 (4)는 (5)와 같이 표현된다[11].

$$H(q)\dot{z} + F(q, z) = \tau \quad (5)$$

여기서 $H(q) = (S^T(q)B(q))^{-1}S^T(q)M(q)S(q)$, $F(q, z) = (S^T(q)B(q))^{-1}S^T(q)(M(q)\dot{S}(q) + V(q, \dot{q})S(q))z$, $q = [\rho_c \ \phi_c \ \theta_c]^T$, $z = [v_c \ \omega_c]^T$ 이다.

III. 슬라이딩 모드 제어

III장에서는 I장에서 언급된 기준의 슬라이딩 모드 제어기의 문제점을 해결하기 위해서 본 논문에서 제안하는 새로운 슬라이딩 표면을 이용하여 그림 2와 같은 이동 로봇 제어 시스템을 설계한다.

1. 슬라이딩 모드 제어기 설계

추종 제어를 위한 극좌표계에서의 기준 궤도는 (3)을 이용하면 (6)과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\rho}_r \\ \dot{\phi}_r \\ \dot{\theta}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_r \cos(\phi_r - \theta_r) \\ -\frac{v_r}{\rho_r} \sin(\phi_r - \theta_r) \\ \omega_r \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서 $q_r^T = [\rho_r \ \phi_r \ \theta_r]$, $z_r^T = [v_r \ \omega_r]$ 이다. 이 때 ρ_c 와 ρ_r 가 0이면 (3)과 (6)에서 $\dot{\phi}_c$ 와 $\dot{\phi}_r$ 이 정의될 수 없다. 따라서 본 논문에서는 [12]에서와 같이 $\rho_c, \rho_r \geq \rho_\epsilon > 0$ 로 가정하며 $\rho_c, \rho_r < \rho_\epsilon$ 인 경우에는 모델링 오차로 간주하여 $\dot{\rho}_r = \dot{\phi}_r = \dot{\theta}_r = \dot{\rho}_c = \dot{\phi}_c = \dot{\theta}_c = 0$ 로 가정한다. 또한 $q_r, \dot{q}_r, \ddot{q}_r$ 이 존재하며 경계치가 있다고 가정한다.

이동 로봇은 제어해야 할 변수에 비해 제어 입력 변수가 적으므로 일반적인 슬라이딩 모드 제어 기법에서 사용하는 슬라이딩 표면을 사용하기 어렵다. 이를 해결하기 위해 [12]에서는 (7)을 (3)과 (6)을 이용해 유도해 내었다.

$$P(\rho_c, \phi_c, \theta_c) \begin{pmatrix} \dot{\rho}_c \\ \dot{\phi}_c \\ \dot{\theta}_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_c \\ \omega_c \end{pmatrix}, P(\rho_r, \phi_r, \theta_r) \begin{pmatrix} \dot{\rho}_r \\ \dot{\phi}_r \\ \dot{\theta}_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_r \\ \omega_r \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$P(h_1, h_2, h_3) = \begin{bmatrix} \cos(h_2 - h_3) & -h_1 \sin(h_2 - h_3) & 0 \\ \sin(h_2 - h_3) & h_1 \cos(h_2 - h_3) & 1 \end{bmatrix}.$$

본 논문에서는 (7)을 이용하여 [12]와 다른 연속 미분 가능한 새로운 슬라이딩 표면을 (8)과 같이 제안한다.

$$S = P(\rho_c, \phi_c, \theta_c) \begin{bmatrix} s_\rho - \sin(\phi_c - \theta_c)s_\theta \\ s_\phi - \frac{1}{\rho_c} \cos(\phi_c - \theta_c)s_\theta + \frac{1}{\rho_c} \tanh(\phi_e s_\theta)s_\theta \\ s_\theta \end{bmatrix} \quad (8)$$

여기서 $s_\rho = \dot{\rho}_e + k_1 \rho_e$, $s_\phi = \dot{\phi}_e + k_2 \phi_e$, $s_\theta = \dot{\theta}_e + k_3 \theta_e$ 이다. 이 때 $\rho_e = \rho_c - \rho_r$, $\phi_e = \phi_c - \phi_r$, $\theta_e = \theta_c - \theta_r$ 는 추종 오차, k_1 , k_2 , k_3 는 양수이다.

가정 1: 이동 로봇의 동역학 모델 (5)에 경계치가 있는 외란이 존재한다면 (9)와 같이 나타낸다[12].

$$H(q)\dot{z} + F(q, z) + \tau_d = \tau \quad (9)$$

여기서 $\tau_d = H(q)f$, $f = [f_1 \ f_2]^T$, $|f_i| \leq f_{mi}$, $i = 1, 2$ 이며 $H(q)$ 와 $F(q, z)$ 를 완벽히 알고 있다고 가정한다.

가정 2: 본 논문에서는 이동 로봇의 위치 추종을 하는데 있어서 이동 로봇이 전진만 할 수 있다고 가정한다. 즉, $v_c, v_r > 0$ 인 경우만을 다루며, $v_c, v_r \leq 0$ 인 경우는 다루지 않는다. 그러나 $v_c, v_r \leq 0$ 인 경우에도 슬라이딩 표면 (8)을 약간 변화시켜 사용하면 위치 추종이 가능하다.

외란이 존재하는 이동 로봇의 동역학 모델 (9)를 위한 토크 제어 입력을 구하기 위해 연산 토크법(computed-torque method)을 이용하여 토크 제어 입력은 (10)과 같다.

$$\tau = H(q)\dot{z}_r + F(q, z) + H(q)u \quad (10)$$

이 때 본 논문에서는 제어 입력 u 를 (11)과 같이 제안한다.

$$u = \dot{P}(\rho_c, \phi_c, \theta_c) \begin{bmatrix} -k_1 \rho_e + \dot{\rho}_r \\ -k_2 \phi_e + \dot{\phi}_r \\ -k_3 \theta_e + \dot{\theta}_r \end{bmatrix} + P(\rho_c, \phi_c, \theta_c) \begin{bmatrix} -k_1 \dot{\rho}_e + \ddot{\rho}_r \\ -k_2 \dot{\phi}_e + \ddot{\phi}_r \\ -k_3 \dot{\theta}_e + \ddot{\theta}_r \end{bmatrix} - \dot{P}(\rho_r, \phi_r, \theta_r) \begin{bmatrix} \dot{\rho}_r \\ \dot{\phi}_r \\ \dot{\theta}_r \end{bmatrix} - P(\rho_r, \phi_r, \theta_r) \begin{bmatrix} \ddot{\rho}_r \\ \ddot{\phi}_r \\ \ddot{\theta}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \{ \sin(\phi_c - \theta_c) \tanh(\phi_e s_\theta) s_\theta \} \\ \frac{d}{dt} \{ s_\theta - \cos(\phi_c - \theta_c) \tanh(\phi_e s_\theta) s_\theta \} \end{bmatrix} - QS - L \operatorname{sgn}(S) \quad (11)$$

여기서 $Q = \operatorname{diag}(q_1, q_2) > 0$, $L = \operatorname{diag}(l_1, l_2)$, $l_i > f_{mi}$, $i = 1, 2$, $\operatorname{sgn}(S) = [\operatorname{sgn}(s_1) \ \operatorname{sgn}(s_2)]^T$ 는 signum 함수이다.

참조 1: 새로운 슬라이딩 표면 (8)을 사용함으로써 제어 입력 (11)안에 [12]에서 존재하는 미분 불가능한 $\operatorname{sgn}(\bullet)|s_\theta|$ 부분이 제거되며, 특이성 문제도 발생하지 않는다. 따라서 이동 로봇의 추종 제어를 위한 제어 입력을 구하는데 있어서 [11,12]가 갖는 문제점이 해결된다.

2. 안정도 해석

본 논문에서는 설계된 제어기의 안정도를 분석하기 위해 리아프노프 안정도 해석 기법을 이용한다.

정리 1: (9)와 같은 외란이 존재하는 이동 로봇의 동역학

모델을 고려하자. 만일 가정 1, 2가 만족 된다면 제어 입력 (10), (11)은 슬라이딩 표면 (8)을 안정화할 수 있다. 따라서 추종 오차들이 0으로 수렴한다.

증명: (10)을 (9)에 대입하면 다음과 같다.

$$\dot{z} + f = \dot{z}_r + u \quad (12)$$

(7)과 (8)을 이용하면 (13)i) 유도된다.

$$S + P(\rho_c, \phi_c, \theta_c) \begin{bmatrix} -k_1 \rho_e + \dot{\rho}_r \\ -k_2 \phi_e + \dot{\phi}_r \\ -k_3 \theta_e + \dot{\theta}_r \end{bmatrix} - P(\rho_r, \phi_r, \theta_r) \begin{bmatrix} \dot{\rho}_r \\ \dot{\phi}_r \\ \dot{\theta}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sin(\phi_c - \theta_c) \tanh(\phi_e s_\theta) s_\theta \\ s_\theta - \cos(\phi_c - \theta_c) \tanh(\phi_e s_\theta) s_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_c - v_r \\ \omega_c - \omega_r \end{bmatrix} \quad (13)$$

(13)을 미분하여 (12)에 대입하면 (14)와 같아 된다.

$$\begin{aligned} \dot{S} = u - f - \dot{P}(\rho_c, \phi_c, \theta_c) \begin{bmatrix} -k_1 \rho_e + \dot{\rho}_r \\ -k_2 \phi_e + \dot{\phi}_r \\ -k_3 \theta_e + \dot{\theta}_r \end{bmatrix} - P(\rho_c, \phi_c, \theta_c) \begin{bmatrix} -k_1 \dot{\rho}_e + \ddot{\rho}_r \\ -k_2 \dot{\phi}_e + \ddot{\phi}_r \\ -k_3 \dot{\theta}_e + \ddot{\theta}_r \end{bmatrix} \\ - \dot{P}(\rho_r, \phi_r, \theta_r) \begin{bmatrix} \dot{\rho}_r \\ \dot{\phi}_r \\ \dot{\theta}_r \end{bmatrix} - P(\rho_r, \phi_r, \theta_r) \begin{bmatrix} \ddot{\rho}_r \\ \ddot{\phi}_r \\ \ddot{\theta}_r \end{bmatrix} + \dot{P}(\rho_r, \phi_r, \theta_r) \begin{bmatrix} \dot{\rho}_r \\ \dot{\phi}_r \\ \dot{\theta}_r \end{bmatrix} + P(\rho_r, \phi_r, \theta_r) \begin{bmatrix} \ddot{\rho}_r \\ \ddot{\phi}_r \\ \ddot{\theta}_r \end{bmatrix} \\ - \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \{ \sin(\phi_c - \theta_c) \tanh(\phi_e s_\theta) s_\theta \} \\ \frac{d}{dt} \{ s_\theta - \cos(\phi_c - \theta_c) \tanh(\phi_e s_\theta) s_\theta \} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

(11)을 (14)에 대입하면 (15)와 같아 표현된다.

$$\dot{S} = -QS - L \operatorname{sgn}(S) - f \quad (15)$$

리아프노프 함수를 다음과 같이 정의하자.

$$V = \frac{1}{2} S^T S \quad (16)$$

(16)을 미분하여 (15)를 대입하면 (17)과 같아 된다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= S^T \dot{S} \\ &= -S^T QS - S^T (L \operatorname{sgn}(S) + f) \\ &= -S^T QS - (l_1 |s_1| + f_1 s_1) - (l_2 |s_2| + f_2 s_2) \end{aligned} \quad (17)$$

$l_i > f_{mi}$, $i = 1, 2$ 이 만족하도록 l_i 를 선택하면 \dot{V} 은 음한정(negative definite)하다. 따라서 S 는 0으로 수렴하므로 (8)에 의해 (18)과 같이 나타낼 수 있다.

$$s_1^2 + s_2^2 = s_\rho^2 + (\rho_c s_\phi + \tanh(\phi_e s_\theta) s_\theta)^2 = 0 \quad (18)$$

위 식에서 s_ρ , s_ϕ 가 0으로 수렴함을 알 수 있으며, 이는 ρ_e 와 ϕ_e 가 0으로 수렴함을 증명한다. $\rho_e = \phi_e = 0$ 이라면 이동 로봇의 진행 방향에 대한 에러 또한 0으로 수렴하는 것은

다음과 같이 증명된다.

$$s_\rho = s_\phi = \rho_e = \phi_e = 0 \quad \text{이면} \quad \rho_c = \rho_r, \quad \phi_c = \phi_r, \quad \dot{\rho}_c = \dot{\rho}_r,$$

$\dot{\phi}_c = \dot{\phi}_r$ 이므로 (3)과 (6)은 다음과 같은 관계가 있다.

$$v_c \cos(\phi_c - \theta_c) = v_r \cos(\phi_r - \theta_r) \quad (19)$$

$$v_c \sin(\phi_c - \theta_c) = v_r \sin(\phi_r - \theta_r) \quad (20)$$

(19)와 (20)을 제곱한 후 더하면 $v_c^2 = v_r^2$ 이 되며, 가정 2에서 $v_c, v_r > 0$ 이므로 $v_c = v_r$ 이다. $v_c = v_r$ 일 때 (19)와 (20)을 동시에 만족하는 조건은 $\phi_c - \theta_c = \phi_r - \theta_r$ 하나뿐이며, ϕ_c 와 ϕ_r 은 같으므로 θ_c 와 θ_r 도 같다. 따라서 θ_e 도 0으로 수렴한다.

IV. 시뮬레이션

본 논문의 모의 실험에서는 [12]에서 제시된 직선과 곡선에 대한 기준 궤적을 주어서 본 논문에서 제안한 제어기의 성능을 검증한다.

참조 2: [12]에서는 채터링(chattering) 현상을 줄이기 위해 signum 함수 대신 saturation 함수를 이용하여 시뮬레이션을 수행하였다. 그러나 signum 함수를 이용하여 시뮬레이션을 수행하면 미분 불가능한 $\text{sgn}(\cdot)|s_\theta|$ 로 인하여 기준 궤적을 추종하지 못하고 발산한다.

본 논문의 모의실험에 사용된 파라미터 설정은 다음과 같다. (3)과 (6)에서 제시된 기구학적 모델이 존재하기 위한 파라미터 $\rho_e = 0.01$ 이며, 이동 로봇의 설계 파라미터는 $l_1 = l_2 = 1$, $Q_1 = Q_2 = 10$, $k_1 = k_2 = 2$, $k_3 = 0.002$ 이다. 외란은 평균값 0, 분산 0.5인 가우시안 랜덤 노이즈(Gaussian random noise)로 선택하며, 외란의 경계치는 $f_{m1} = f_{m2} = 0.5$ 로 가정한다. 기준 궤도에 대한 조건은 다음과 같다.

조건 1: 기준 궤도 초기 위치는 $[\rho_r, \phi_r, \theta_r] = [1, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ 이며, 선속도 $v_r = 5(m/s)$ 와 각속도 $\omega_r = 0(m/s)$ 이다. 현재의 이동 로봇은 $\rho_c = 27.3(m)$, $\phi_c = 2.38(rad)$, 각도 $\theta_c = -0.38(rad)$ 의 초기 위치에 있다고 가정한다.

조건 2: 기준 궤도 초기 위치는 $[\rho_r, \phi_r, \theta_r] = [1, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ 이며, 선속도 $v_r = 5(m/s)$ 와 각속도 $\omega_r = -0.1(m/s)$ 이다. 현재의 이동 로봇은 $\rho_c = 7.3(m)$, $\phi_c = 2.38(rad)$, 각도 $\theta_c = -0.38(rad)$ 의 초기 위치에 있다고 가정한다.

그림 3과 4는 기준 궤도가 직선인 시뮬레이션 조건 1에 대한 결과를 보여준다. 그림 3은 실제 이동 로봇이 기준 궤도를 정확히 추종하고 있음을 보여 주며, 그림 4(a), (b), (c)는 추종 오차들이 0으로 수렴하고 있음을 보여 주고 있으며 수렴하는데 걸리는 시간은 대략 3초 정도이다.

그림 5와 6은 기준 궤도가 곡선인 시뮬레이션 조건 2에 대한 결과를 보여준다. 그림 5는 실제 이동 로봇이 기준 궤도를 정확히 추종하고 있음을 보여 주며, 그림 6(a), (b), (c)는 추종 오차들이 0으로 수렴하고 있음을 나타내며 0으로 수렴하는데 걸리는 시간은 대략 3초 정도로 조건 1에서 보여준 수렴 시간과 비슷함을 볼 수 있다. 따라서 실제 이동 로봇에 제안된 제어기를 적용한다면 외란에 강인하고 초기 오차에

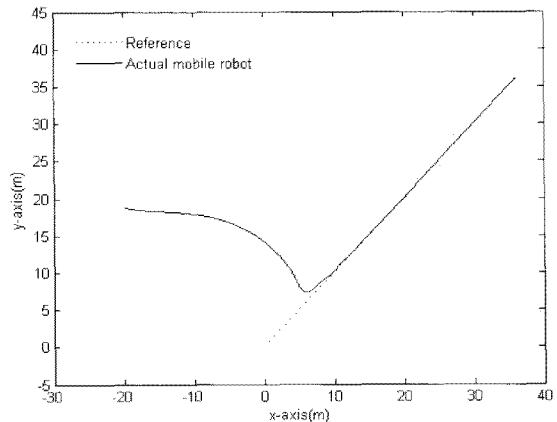
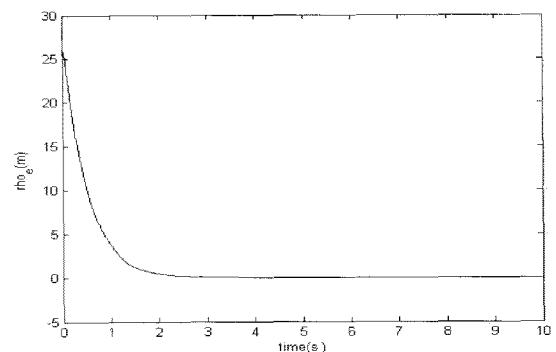
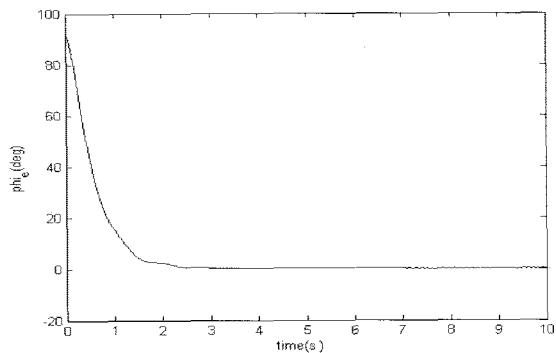


그림 3. 조건 1에 대한 이동 로봇의 궤적.

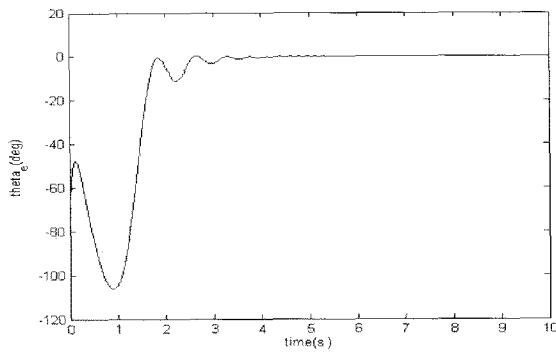
Fig. 3. Trajectory tracking result for case 1.



(a) 추종 오차(ρ_e).



(b) 추종 오차(ϕ_e).



(c) 추종 오차(θ_e).

그림 4. 조건 1에 대한 이동 로봇의 궤적 오차.

Fig. 4. Trajectory tracking errors for case 1.

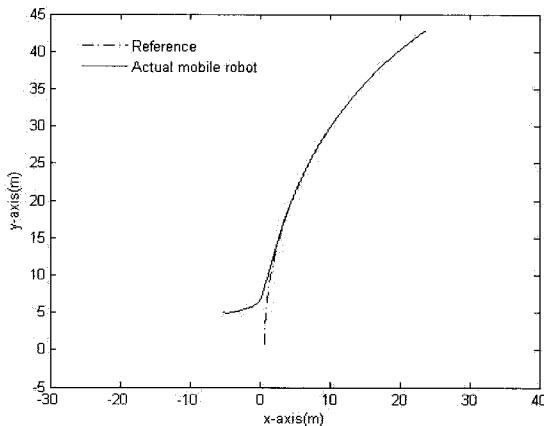


그림 5. 조건 2에 대한 이동 로봇의 궤적.
Fig. 5. Trajectory tracking result for case 2.

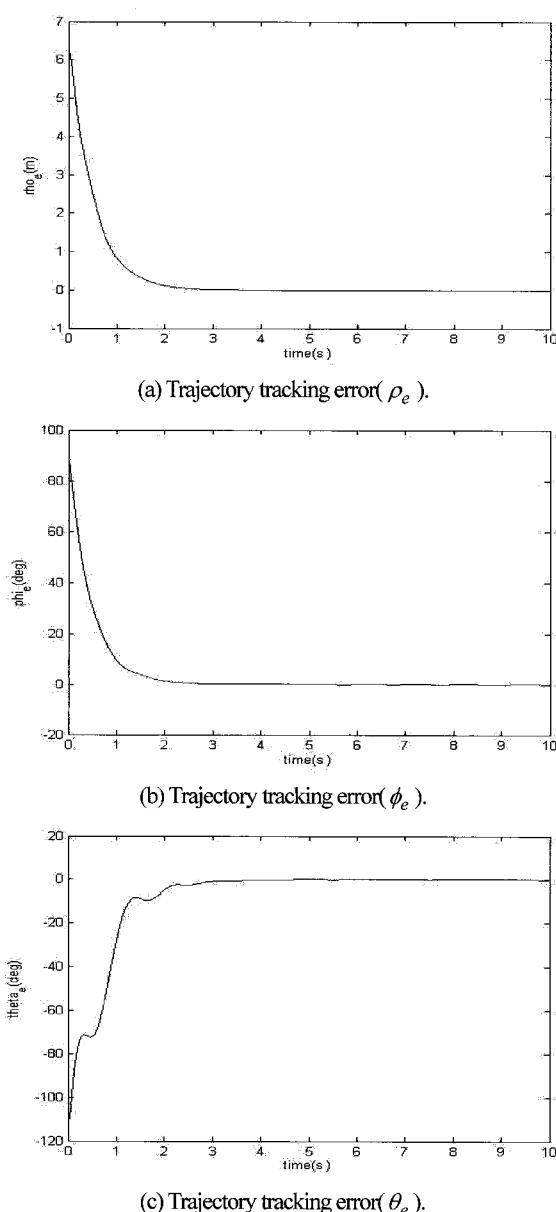


그림 6. 조건 2에 대한 이동 로봇의 궤적 오차.
Fig. 6. Trajectory tracking errors for case 2.

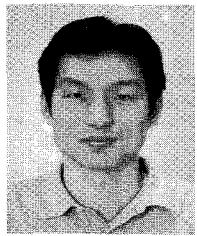
관계없이 출발 후 대략 3초 후면 기준 궤도를 정확히 추종할 것임을 시뮬레이션 결과들로부터 알 수 있다.

V. 결론

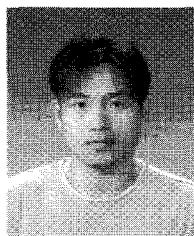
본 논문에서는 기존의 비홀로노믹 이동 로봇을 위한 슬라이딩 모드 제어기가 가지고 있는 미분 불가능한 문제를 해결하기 위해 새로운 슬라이딩 표면에 기반한 제어기를 제안하였다. 본 논문에서 제안한 제어 시스템은 [12]에서 제안한 슬라이딩 표면의 장점을 포함하며 미분 가능한 요소로 새로운 슬라이딩 표면을 구성함으로써 제어기 입력 부분에 특이성 및 미분 불가능한 요소들을 제거한다. 또한 리아프노프 안정도 이론을 통해 제안된 제어기의 안정도를 분석함으로써 추종 오차들이 0으로 수렴함을 증명하였다. 마지막으로 시뮬레이션 결과를 통해 제안된 제어기의 성능을 검증하였다.

참고문헌

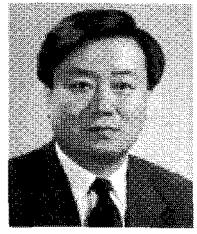
- [1] R. W. Brockett, "Asymptotic stability and feedback stabilization," in *Differential Geometric Control Theory*, Eds. Boston, MA: Birkhauser, pp. 181-191, 1983.
- [2] Y. Kanayama, Y. Kimura, F. Miyazaki, and T. Noguchi, "A stable tracking control method for a nonholonomic mobile robot," in *Proc. IEEE Int. Conf. Robot and Automation*, pp. 384-389, 1990.
- [3] C. Samson and K. Ait-Abderrahim, "Feedback control of a nonholonomic wheeled cart in cartesian space," in *Proc. IEEE Int. Conf. Robot and Automation*, pp. 1136-1141, 1991.
- [4] T. Fukao, H. Nakagawa, and N. Adachi, "Adaptive tracking control of a nonholonomic mobile robot," *IEEE Trans. Robotics and Automation*, vol. 16, no. 5, pp. 609-615, Oct. 2000.
- [5] R. Fierro and F. L. Lewis, "Control of a nonholonomic mobile robot: Backstepping kinematics into dynamics," *Journal of Robotic Systems*, vol. 14, no. 3, pp. 149-163, 1997.
- [6] W. E. Dixon, M. S. de Queiroz, D. M. Dawson, and T. J. Flynn, "Adaptive tracking and regulation of a wheeled mobile robot with controller/update law modularity," *IEEE Trans. Control System Technology*, vol. 12, no. 1, pp. 138-147, July 2004.
- [7] M. S. Kim, J. H. Shin, S. G. Hong, and J. J. Lee, "Designing a robust adaptive dynamic controller for nonholonomic mobile robots under modeling uncertainties and disturbances," *Mechatronics*, vol. 13, no. 5, pp. 507-519, 2003.
- [8] W. Dong and K. D. Kuhnert, "Robust adaptive control of nonholonomic mobile robot with parameter and nonparameter uncertainties," *IEEE Trans. Robot. Automat.*, vol. 21, no. 2, pp. 261-266, 2005.
- [9] T. Das and I. N. Kar, "Design and implementation of an adaptive fuzzy logic based controller of wheeled mobile robots," *IEEE Trans. Control System Technology*, vol. 14, no. 3, pp. 501-510, 2006.
- [10] R. Fierro and F. L. Lewis, "Control of a nonholonomic mobile robot using neural networks," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 9, no. 4, pp. 589-600, 1998.
- [11] J. M. Yang and J. H. Kim, "Sliding mode control of trajectory tracking of nonholonomic wheeled mobile robots," *IEEE Trans. Robot. Automat.*, vol. 15, no. 3, pp. 578-587, 1999.
- [12] D. Chwa, "Sliding-mode control of nonholonomic wheeled mobile robots in polar coordinates," *IEEE Trans. Control System Technology*, vol. 12, no. 4, pp. 637-644, July 2004.

**박봉석**

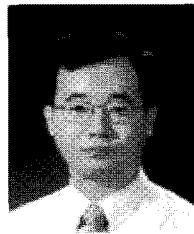
2005년 연세대학교 전기전자공학과 졸업. 2008년 동 대학원 석사 졸업. 2008년 ~현재 동 대학원 박사과정 재학중. 관심분야는 비선형제어, 신경망 회로 이론, 이동 로봇.

**유성진**

2003년 연세대학교 전기전자공학과 졸업. 2005년 동 대학원 석사 졸업. 2005년 ~현재 동 대학원 박사과정 재학중. 관심분야는 비선형제어, 강인 제어, 적응 제어, 신경망 회로 이론, 로보틱스, 카오스 시스템.

**최윤호**

1980년 연세대학교 전기공학과(공학사). 1982년 연세대학교 전기공학과(공학석사). 1991년 연세대학교 전기공학과(공학박사). 1993년~현재 경기대학교 전자공학과 교수. 관심분야는 비선형 제어, 지능 제어, 웹 기반 제어 시스템, 이동 로봇, 웨이블릿 변환.

**박진배**

1977년 연세대학교 전기공학과(공학사). 1985년 Kansas 주립대학교 전기공학과(공학석사). 1990년 Kansas 주립대학교 전기공학과(공학박사). 1992년~현재 연세대학교 전기전자공학과 교수. 관심분야는 강인 제어, 필터, 비선형 제어, 이동 로봇, 퍼지 이론, 신경망 회로 이론.