

고 아음속 터빈 캐스케이드 유동 해석을 위한 패널법의 압축성 보정

김학봉* · 김진곤** · 박재수** · 강정식***

Compressibility correction of the Panel Method in Flow Analysis of a High Subsonic Turbine Cascade

Hark-Bong Kim* · Jin Kon Kim** · Jae Su Kwak** · Jeong-Seek Kang***

ABSTRACT

Flow analysis in a turbine cascade by Euler or Navier-Stokes equation gives relatively accurate solution, however, those method require large computer memory or computing time. On contrast, the panel method, which is applied to incompressible and inviscid flow, provides fast and reasonal solution but the compressibility correction is required for a high air velocity case. In this paper, the compressibility corrected panel method was applied in order to find velocity distribution on turbine blades. Results showed that the calculated velocity in a turbine cascade by the compressibility corrected panel method gave good agreement with the solution by finite volume method for compressible flow.

초 록

오일러나 Navier-Stokes 방정식을 통한 터빈 캐스케이드 유동 해석은 비교적 정확한 해를 구할 수 있으나 많은 계산 시간을 필요로 한다. 비점성, 비압축성 유동에 적용이 가능한 패널법은 빠르고 합리적인 유동 정보를 얻을수 있지만 고속 유동의 경우 압축성 보정이 반드시 이뤄져야한다. 본 논문에서는 압축성이 보정된 패널법을 이용하여 터빈 블레이드 표면의 속도 분포를 계산하였다. 그 결과, 압축성이 보정된 패널법의 결과는 유한 체적법에 의해 계산된 결과와 잘 일치하였다.

Key Words: Panel Method(패널법), Compressibility Correction(압축성 보정), Turbine Cascade(터빈 캐스케이드)

1. 서 론

압축기 및 터빈 캐스케이드(cascade)을 지나는 유동과 같이 고 아음속 또는 국소 천음속 유동이 존재하는 내부 기체 유동의 해석은 2차원 문

† 2007년 11월 30일 접수 ~ 2008년 2월 10일 심사완료

* 종신회원, 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부

** 정회원, 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부

*** 정회원, 한국항공우주연구원 엔진팀(KHP)

연락처, E-mail: hbkim@kau.ac.kr

제로 자주 다루어지는 문제 중의 하나이다. 이 경우 물체 표면을 따라서 또는 통로 단면의 속도 분포를 포함하여 정확한 유동해는 깃 단면의 설계나 성능 해석에 필수적이라고 할 수 있다. 이러한 2차원 고 아음속 압축성 내부 유동은 Euler 방정식 또는 Navier-Stokes 방정식의 유한 차분법 또는 유한 요소법을 이용하여 비교적 정확한 해를 얻을 수 있다. 그러나 이들은 방법의 복잡성과 계산시간 문제로 인하여 효율적이지 못하다. 이에 비하여 비압축성 비점성 유동의 수치해법으로 사용하는 패널법(Panel method)은 간단하면서도 짧은 시간 내에 비교적 정확한 해를 얻을 수 있는 반면 압축성 유동에 적용하기 위해서는 압축성 보정이 필요하다. 따라서 패널법을 이용하여 비압축성 유동해를 얻은 후 이를 압축성 보정을 통하여 근사 해를 얻을 수 있다면 압축성 터빈 블레이드의 비교적 정확한 유동 정보를 빠른 시간 내에 계산할 수 있어 설계 단계에서 매우 큰 유용성을 가질 것으로 기대된다.

에어포일 등의 외부 유동에 적용되는 방법[1]과 같이 자유 유동 마하수를 이용한 비압축성 유동해의 압축성 보정 방법은 캐스케이드와 같은 내부 유동에는 잘 맞지 않는 것으로 알려져 있다[2]. 따라서 본 논문에서 사용한 압축성 보정은 유로의 기하학적 형상 요소의 영향이 고려된 내부 유동에 적용할 수 있도록 개발된 방법을 사용하였다.

본 연구에서는 터빈 캐스케이드를 지나는 유동에 대하여 패널법을 이용하여 비압축성 비점성 유동해를 구하는 방법과 압축성 보정 방법에 대하여 자세히 설명하고, 그 결과를 압축성 유동의 유한 차분법에 의한 해와 비교하여 압축성 효과를 고려한 패널 방법의 효용성을 검토하고자 한다.

2. 패널법

2차원 비압축성 비점성 유동은 포텐셜 이론에 의하여 설

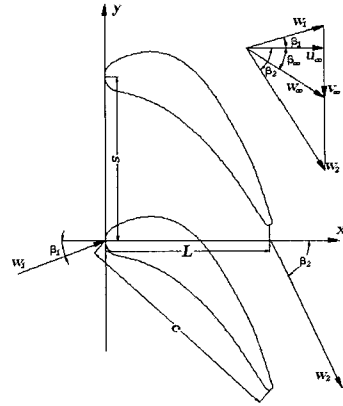


Fig. 1 Turbine cascade and velocity triangle

명될 수 있으며 다음과 같은 속도포텐셜 ϕ 의 라플라스 방정식을 만족한다.

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (1)$$

이 식의 해 $\phi(x,y)$ 는 중첩이 가능하며, 물체 주위 유동장을 해석하기 위하여 일반적으로 물체 표면에 용출, 더블렛 또는 와류(vortex)를 분포시킨 후 이들의 강도를 경계조건을 적용하여 구한다.

Figure 1과 같은 터빈 캐스케이드 주위 유동에 대하여 입구 및 출구 속도벡터의 벡터 평균 속도를 \vec{W}_∞ 라하고 물체 표면에 와류를 분포시켰을 때 유동장 내 임의의 점 $\vec{r}(x,y)$ 에서 식(1)을 만족하는 속도 포텐셜은 다음과 같다.

$$\phi(x,y) = \oint_S \gamma(\vec{r}') \phi_s(\vec{r}', \vec{r}) ds + W_\infty (x \cos \beta_\infty + y \sin \beta_\infty) \quad (2)$$

여기서 ϕ_s 는 \vec{r}' 에 위치한 물체 표면위 와류에 의하여 \vec{r} 에 작용하는 포텐셜 함수이고 β_∞ 는 평균 속도 벡터와 캐스케이드 축방향이 이루는 각이다.

운동학적 유동조건에 의하여 물체 표면은 하나의 유선이므로 (2)식을 물체 표면 위 점 \vec{r} 에

서 유선 방향으로 미분하면 다음과 같이 된다.

$$-\frac{\gamma(\vec{r})}{2} + \oint_s \gamma(\vec{r}') B(\vec{r}', \vec{r}) ds \quad (3)$$

$$= -W_\infty \left[\left(\frac{dx}{ds} \right) \cos \beta_\infty + \left(\frac{dy}{ds} \right) \sin \beta_\infty \right]$$

식(3)의 적분을 수치적으로 풀기 위하여 물체 표면을 M개의 직선 요소 즉 패널(panel)로 나누어 각 직선 요소에 일정 강도의 와류 γ_k 를 분포시키고 식(3)을 다시 쓰면 다음과 같이 된다.

$$-\frac{\gamma_k}{2} + \sum_{n=1}^M A_{kn} \gamma_n = RHS_k \quad (4)$$

여기서 $A_{kn} = B_{kn}(\Delta s_n)$ 으로 영향 계수이고, Δs_n 은 n 번째 패널의 길이, B_{kn} 은 n 번째 패널에 분포된 단위 강도인 와면에 의해 k 번째 패널 중심에 유도된 접선 방향 속도성분이다. 그리고 RHS_k 은 식(3)의 우변항과 같다.

2차원 캐스케이드와 같이 유동장이 반복되는 경우에 유동해석은 일반적으로 복소평면에서 해석하는 것이 편리하다. 복소평면($z = x + iy$)에서 x축과 θ_n 각 만큼 경사진 단위 강도의 직선와면(패널)에 의하여 점 z_k 에 유도되는 속도는 다음과 같다.

$$u_{kn} - i v_{kn} \quad (5)$$

$$= \frac{e^{-i\theta_n}}{2\pi i} \ln \left(\frac{\sinh \pi(z_k - z_{n1})/s}{\sinh \pi(z_k - z_{n2})/s} \right)$$

여기서 u_{kn} 및 v_{kn} 는 $\vec{V}_{kn} = (u_{kn}\hat{i} + v_{kn}\hat{j})$ 으로 각각 x 및 y 방향 속도 성분이고, z_{n1} 및 z_{n2} 는 직선 와면의 시작 및 끝점의 위치, 그리고 s 는 캐스케이드 피치이다. 이때 식 (4)의 영향계수는 다음과 같다.

$$A_{kn} = \vec{V}_{kn} \cdot \hat{t}_k \quad (6)$$

여기서 \hat{t}_k 는 k 번째 패널의 접선 방향 단위 벡터이다. 식(4)의 연립 방정식의 상세한 해석 방법은 참고문헌 [3]을 참고 하였다. (4)식의 유일해를 얻기 위한 쿠타 조건(Kutta condition)은 다음과 같이 블레이드 뒷전에서 아래 윗면의 속도가 같다는 조건을 적용하였다.

$$v_{tu} = v_{tl} \quad \text{즉,} \quad \gamma_l = -\gamma_M \quad (7)$$

일반적으로 이와 같은 패널법은 비압축성 비점성유동에 대하여 간단하면서도 유용한 해를 얻을 수 있는 방법으로 알려져 있다.

3. 압축성 보정

패널법에 의하여 얻어진 해는 고아음속 유동인 압축성 유동에 대하여는 많은 차이를 보인다. 이 경우 압축성 보정을 하게 되며 에어포일과 같은 물체 주위 유동의 압축성 보정은 상류 마하수에 기초된 방법이 많이 사용된다. 그러나 캐스케이드 내 유동과 같은 내부 유동의 압축성 보정은 기하학적 요소가 고려되어야 하며 Lieblein 등[4]은 다음과 같은 국부 압축성 속도 V_c 을 비압축성 속도 V_i 로부터 구할 수 있는 압축성 보정식을 제안하였다.

$$V_c = V_i (\rho_i / \rho_c)^{V_i / \bar{V}_i} \quad (8)$$

여기서 \bar{V}_i 는 주어진 위치, 즉 Fig. 1의 x/L 인 위치에서 유로 단면 평균 비압축성 속도, ρ_i 는 전밀도 ρ_t 와 같은 비압축성 밀도, ρ_c 는 유로 단면의 평균 압축성 밀도로 비압축성 유동해로부터는 구할 수 없는 값이다. 그리고 밀도비 항은 유로 내의 평균 마하수의 효과를 표현한다.

압축성 값들이 알려지지 않은 일반적인 경우에 평균 압축성 밀도는 다음과 같이 비압축성 속도로부터 구할 수 있다. 유로 내 질량 보존식으로부터 다음의 평균 유속과 밀도 사이의 관계

를 얻을 수 있다.

$$\bar{V}_i / V_{\sigma} = (\bar{\rho}_c / \rho_t) (\bar{V}_c / V_{\sigma}) \quad (9)$$

여기서 V_{σ} 은 임계 속도(critical velocity)로 입구 조건에 따른 유동 내에서 속도가 음속과 같아지는 지점의 유속으로 다음과 같이 정의된다.

$$V_{\sigma} = \left(\frac{2kRT_t}{k+1} \right)^{1/2} \quad (10)$$

여기서 k 는 비열비이다. 등엔트로피 유동에 대하여 압축성 임계 속도비는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \frac{\bar{V}_c}{V_{\sigma}} &= M \left(\frac{k+1}{2} \right)^{1/2} \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right)^{-1/2} \\ &= \left\{ \left(\frac{k+1}{k-1} \right) \left[1 - \left(\frac{\bar{\rho}_c}{\rho_t} \right)^{k-1} \right] \right\}^{1/2} \end{aligned} \quad (11)$$

따라서 식(9)는 다음과 같이 된다.

$$\frac{\bar{V}_i}{V_{\sigma}} = \left(\frac{\bar{\rho}_c}{\rho_t} \right) \left\{ \left(\frac{k+1}{k-1} \right) \left[1 - \left(\frac{\bar{\rho}_c}{\rho_t} \right)^{k-1} \right] \right\}^{1/2} \quad (12)$$

식(12)는 평균 비압축성 속도와 평균 압축성 밀도사이의 관계를 설명하고 있고 이식으로부터 압축성 보정식 식(8)에 필요한 압축성 밀도비를 구할 수 있다.

4. 계산 결과 및 검토

패널법에 의하여 구해진 비압축성 유동해의 압축성 보정 결과의 타당성을 검토하기 위해 터빈 노즐(turbine nozzle), 압축기 출구 안내깃(exit guide vane) 및 압축기 캐스케이드에 적용하여 압축성 유량함수식의 유한요소법에 의한



Fig. 2 The shape of calculated turbine nozzle

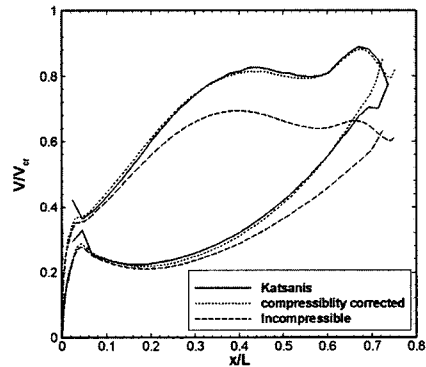


Fig. 3 Distribution of surface velocity for the turbine nozzle

($M_1 = 0.21$, $\beta_1 = 0^\circ$, $s/c = 0.739$)

해[5,6]와 비교하였다.

모든 경우에 대하여 기체의 기체상수 $R = 287(J/kgK)$, 비열비 $k = 1.4$, 입구 전온도 $T_t = 288.15K$ 으로 계산하였다.

Figure 2 및 Figure 3은 터빈 노즐의 형상과 깃 표면 임계속도비(V/V_{σ})의 계산 결과를 보여 준다. Fig. 3은 설치각(stagger angle) $\theta_s = 40^\circ$, 입구 마하수 $M_1 = 0.21$, 입구 유동각 $\beta_1 = 0^\circ$, 피치/시위비 $s/c = 0.739$ 및 입구 임계속도비 $V_{\sigma}/W_1 = 0.23$ 인 경우로 앞전과 뒷전 부분을 제외하고는 Katsanis[5]의 유한차분 해석 결과와 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다.

앞전과 뒷전에서 차이의 원인으로서는 유한차분법에서는 앞전 및 뒷전의 큰 곡률로 인한 격자의 비직교성에 의한 것으로 판단되며, 패널법에

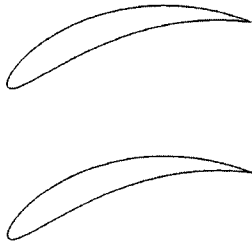


Fig. 4 The shape of calculated compressor exit guide vane

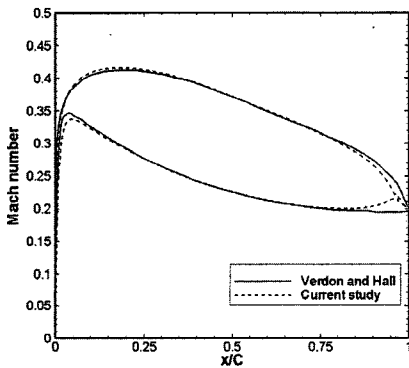


Fig. 5 Mach number distribution for the compressor exit guide vane
($M_1 = 0.3$, $\beta_1 = 40^\circ$, $s/c = 0.6$)

서는 뒷전이 날카롭지 못하기 때문에 쿨타 조건의 불확실성에 기인한다고 판단된다.

Figure 4 및 Figure 5는 압축기 출구 안내깃의 형상 및 표면 마하수의 계산 결과를 보여 준다. Fig. 5는 설치각(stagger angle) $\theta_s = 15^\circ$, 입구 마하수 $M_1 = 0.3$, 입구 유동각 $\beta_1 = 40^\circ$, 피치/시위비 $s/c = 0.6$ 및 입구 임계속도비 $V_\infty/W_1 = 0.326$ 인 경우로 뒷전 부분을 제외하고는 Verdon & Hall[6]의 유한차분 해석 결과와 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다. 뒷전에서 잘 맞지 않는 것은 패널법의 비압축성 유동해의 오차에 기인한다고 볼 수 있다.

Figure 6 및 Figure 7은 고 아음속 압축기 캐스케이드의 형상 및 표면 마하수의 계산 결과를 보여 준다. Fig. 7은 설치각(stagger angle) $\theta_s = 45^\circ$, 입구 마하수 $M_1 = 0.7$, 입구 유동각



Fig. 6 The shape of compressor calculated cascade

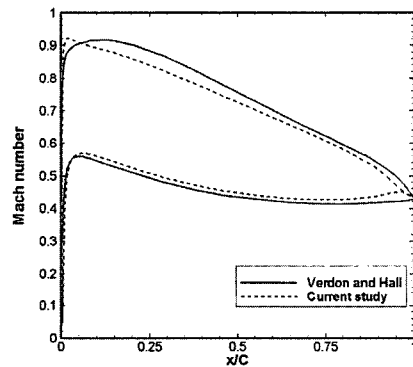


Fig. 7 Mach number distribution for the compressor cascade
($M_1 = 0.7$, $\beta_1 = 55^\circ$, $s/c = 1.0$)

$\beta_1 = 55^\circ$, 피치/시위비 $s/c = 1.0$ 및 입구 임계속도비 $V_\infty/W_1 = 0.73$ 인 경우로 Verdon & Hall[6]의 유한차분 해석 결과에 비하여 패널법은 국부 마하수가 흡입면에서는 낮게, 그리고 압력면에서는 더 큰 결과를 보이지만 전체적인 경향은 잘 일치함을 보인다.

본 연구에서 사용한 압축성 보정식은 입구 마하수가 낮은 경우에는 기존의 유한차분법 또는 유한 요소법의 결과와 유사하지만 입구 마하수가 큰 경우에는 비교적 오차가 크게 나타났다. 이는 식 (8)의 압축성 보정식에서 입구 속도가 고 아음속인 경우임에도 비압축성 밀도 ρ_i 와 전 밀도 ρ_t 가 같은 것으로 가정하여 충분한 압축성의 보정이 이루어지지 않아서 발생하는 문제로 판단되며, 이에 대한 수정은 추후 연구 과제가 될 것으로 생각된다.

5. 결 론

본 연구에서는 비압축성 비점성 유동해석에 많이 사용되는 와류 분포법을 이용한 패널법을 캐스케이드 유동에 적용하여 구해진 비압축성 유동해에 대하여 내부 유동의 압축성 보정식을 적용한 결과를 유한차분법에 의하여 구해진 결과와 비교하여 그 유용성을 검토하였다. 그 결과 입구 마하수가 클 때에는 약간의 차이를 보여 보정식의 개선이 필요하지만 터빈 캐스케이드와 같이 입구 마하수가 작은 경우에는 기존의 계산 결과와 매우 유사한 결과를 보여주었다. 따라서 압축성 보정과 함께 패널법의 사용은 터빈 캐스케이드 설계 및 성능해석에 충분한 응용성이 있다고 할 수 있다.

후 기

이 연구는 산업자원부 한국형헬기 민군겸용구성품 개발사업 (KARI 주관) 위탁 연구 결과 중 일부임.

참 고 문 헌

1. Anderson, J. D., "Modern Compressible Flow", McGraw-Hill, 1982, pp.226-229
2. Lakshminarayana, B., "Fluid Dynamics and Heat Transfer of Turbomachinery", Wiley-Interscience Publication, 1996, pp.233-239
3. Lewis, R. I., "Vortex Element Methods for Fluid Dynamics Analysis of Engineering Systems", Cambridge, 1991, pp.75-91
4. Lieblein, S. & Stockman, N. O., "Compressibility Correction for Internal Flow Solutions", J. of Aircraft, Vol.9, No.4, April, 1972, pp.312-313
5. Katsanis, T., "Fortran Program for Calculating Transonic Velocities on a Blade-to-Blade Stream Surface of a Turbomachine", NASA TN D-5427, Sept. 1969
6. Verdon, J. M. & Hall, K. C., "Development of a Linearized Unsteady Aerodynamic Analysis for Cascade Gust Response Predictions", NASA CR-4308, July, 1990