논리연구 11-2(2008) pp.93~125

원초적 확률주의와 베이즈 인수*†

박 일 호

【요약문】 원초적 확률주의자들은 명제가 경험을 표상한다는 것을 거부한다. 그러나 경험의 영향은 다른 믿음에 전파되고, 다른 사람과 소통될 수 있어야 하기 때문에 명제와 다른 방식으로 경험, 혹은 경험의 영향을 표상할 수 있는 대안을 찾아야 한다. 그들이 제안하는 경험의 영향을 표상하는 유력한 대안은 베이즈 인수이다. 왜냐하면 베이즈 인수는 사전확률의 영향을 제외하고 있으며, 교환성 역시 성립하기 때문이다. 본 논문은 베이즈 인수만이 그런 역할을 하는 것이 아니라고 주장한다. 즉 베이즈 인수의 대안으로 제시된 $q(E|N_p)$ 역시 사전확률의 영향이 제외되어 있으며, 교환성 또한 성립한다는 것을 보인다. 그리고 더 나아가 $q(E|N_p)$는 베이즈 인수가 결여한 프래그마틱한 장점을 가진다고 주장한다.

【주요어】 원초적 확률주의, 베이즈 인수, 프로토콜, 단순 조건화, 제프리 조건화

* 접수완료: 2008. 1. 8 / 심사 및 수정완료: 2008. 2. 15

† 거친 글과 생각을 더욱 분명하고 매끄럽게 다듬을 수 있도록 도와주신 정인교 선생님과 여영서 선생님, 아울러 날카롭고 자세하게 글의 문제점을 지적해주신 두 명의 심사위원님께 감사의 말씀을 전한다.

1. 원초적 확률주의와 경험의 표상

무언가를 경험했을 때, 우리는 그 경험한 바를 표상할 수 있는 명제가 있을 것이라고 생각한다. 더 나아가 그런 명제들을 관찰 명제 등으로 부르기도 한다. 이때 경험의 내용이 명제에 의해서 제대로(properly) 표상되었다면, 우리는 그 명제를 확신할 수밖에 없을 것이다. 따라서 해당 명제를 확신할 수 없는 경우, 그것이 우리의 경험의 내용을 제대로 표상했다고 말할 수 없다.

한편 리차드 제프리(Richard Jeffrey)의 원초적 확률주의(radical Probabilism)는 우리의 믿음이 '뿌리까지 모두 확률(probabilities all the way down to the roots)'이라고 주장한다.[1] 즉, 우리의 믿음은 확실성(certainty)에 기반을 두고 있지 않다는 것이다. 원초적 확률주의자들은 경험 이후에 어떤 명제를 확신하게 되는 경우는 극히 드물며, 대부분의 경우 1보다 작은 확률값을 해당 명제에 할당한다고 말한다.[2]

따라서 원초적 확률주의를 따르는 경우, 명제가 경험의 내용을 표상한다는 생각을 단념할 수밖에 없다.[3] 그렇다고 해서 경험에 관한 그 무엇도 표상될 수 없다고 주장할 필요는 없다. 체계적인 인식론을 추구하는 한, 우리는 경험에 관한 어떤 것을 표상할 수

---

1) 몇몇 저자들은 원초적 확률주의가 주관주의, 반합리주의, 반토대주의, 프래그마티즘적인 특징을 가지고 있다고 말한다. Galavotti(1997)와 Bradley(2005)를 보라. 제프리의 입장을 더욱 구체적으로 정리한 것은 Zynda(2006)에서 찾아볼 수 있다. 이 논문에서 진다는 원초적 확률주의의 주요 논제들을 10가지로 요약한다. 그 중 본 논문이 주로 다루고 있는 논제는 6~10에 해당하는 것들이다.

2) 앞으로 본 논문에서 등장하는 확률은 모두 주관적 확률을 말한다. 따라서 앞으로 나는 믿음의 정도와 확률을 엄밀하게 구분하지 않고 사용할 것이다.

3) 제프리는 이것을 '경험주의적 신화'라고 비판한다. Jeffrey(1992)을 보라.

있어야 하며, 그것이 여러 믿음과 어떤 관계에 있는지 말할 수 있어야 한다.

그럼 원초적 확률주의자들은 경험에 관한 무엇을, 그리고 어떻게 그것을 표상할 수 있는가? 이를 생각해 보기에 앞서 분명히 해야 할 것이 있다. 그들이 부정하는 것은 명제가 경험의 내용을 표상한다는 것일 뿐, 명제에 대한 믿음의 정도가 경험의 영향을 받는다는 것이 아니다. 그들 역시 경험이 명제에 대한 믿음의 정도에 영향을 줄 수 있다는 것을 인정한다. 이런 구도 속에서 원초적 확률주의자들은 명제, 혹은 명제적인 것을 이용해서 경험의 내용을 표상하려는 것이 아니라, 다른 수단을 이용해서 *경험이 특정 명제에 대한 믿음의 정도에 끼친 영향*을 표상하려고 한다.[4] 그럼 이제 더욱 분명하게 질문해보자. 어떤 경험 이후, 행위자의 명제 E에 대한 믿음의 정도가 수정되었다고 하자. 그럼 *원초적 확률주의자들은 해당 경험이 명제 E에 대한 믿음의 정도에 끼친 영향을 어떻게 표상할 수 있는가?*

나는 아래 글에서 위 질문에 대한 원초적 확률주의자들의 답변을 검토할 것이다. 그들은 경험의 영향을 표상하는 것을 다양한 이름으로 부른다. 예를 들어 제프리는 그것을 프로토콜(protocols)이라고 부르며, 하트리 필드(Hartley Field)는 입력 모수(input parameters), 칼 와그너(Carl Wagner)는 지표(indices)라고 부르기도 한다.[5] 이름이야 어떻든지 간에 그들 모두는 경험의 영향을 표상하는 가능한 대안들을 몇 가지 제시하고, 그 대안들 중에서 가장 유력한 것으로

4) 부연하자면, 전통 인식론에서 표상되는 것은 경험의 내용이고, 그것을 표상하는 것은 명제이다. 하지만 원초적 확률주의자들이 표상하고자 하는 것은 경험의 내용이 아니라 경험이 행위자의 믿음의 정도에 끼친 영향이고, 그것을 표상하는 것은 명제, 혹은 명제적인 것이 아니다. 제프리는 명제로 표상될 수 없는 경험에 대한 논의로 앤스콤(G.E.M. Anscombe)의 '관찰 없는 지식(knowledge without observation)'을 소개한다. Jeffrey(1991), p.260을 보라.

5) Jeffrey(2002a); Carl Wagner(2002); Field(1978)을 보라.

베이즈 인수(Bayes factors)를 꼽는다. 본 논문은 우선 왜 그들이 베이즈 인수를 선택하게 되었는지 설명하고, 그것과 다른 새로운 대안을 제시할 것이다. 이로써 나는 원초적 확률주의자들이 여러 대안들 중에서 베이즈 인수를 선택하게 된 이유가 충분하지 않다는 것을 보일 것이다. 그리고 한 걸음 더 나아가 내가 제시한 새로운 대안이 어떤 측면에서는 베이즈 인수보다 더욱 우월하다고 주장할 것이다.

2. 제프리 조건화, 사후확률, 베이즈 인수

경험이 우리의 믿음의 정도에 영향을 주는 방식은 두 가지로 나누어 생각할 수 있다. 우리는 경험을 통해 무언가를 배우고, 배운 것을 우리의 믿음 체계에 편입시켜 그 영향을 다른 믿음들에 전파한다. 즉 우리는 먼저 경험에 의해서 어떤 명제에 대한 믿음의 정도를 직접적으로 수정한 이후, 그렇게 수정된 믿음의 정도를 이용해 다른 명제에 대한 믿음의 정도를 추론한다. 만약 원초적 확률주의자들의 주장과 달리, 경험으로부터 배운 내용을 표상하는 어떤 명제가 항상 존재한다면 우린 그것을 이용해 다른 명제에 대한 믿음의 정도를 추론할 수 있다. 이 추론에서 사용되는 규칙은 단순조건화(simple conditionalization)이다. 어떤 명제 E가 우리의 경험의 내용을 표상한다고 가정하자. 그럼 우린 그 명제에 확률값 1을 할당한다. 그리고 이외에 어떤 다른 믿음의 정도도 경험에 직접적으로 영향을 받지 않았다고 하자. 그럼 단순 조건화는 다음 식을 이용해서 임의의 명제 X에 대한 새로운 믿음의 정도를 추론하도록 한다.

(1) $q(X)=p(X|E)$.[6]

하지만 원초적 확률주의를 따랐을 때, 우린 (1)을 이용하지 못한다. 왜냐하면 그들은 경험의 내용을 제대로 표상하여, 확률값 1을 할당받는 명제가 항상 존재한다는 것을 부정하기 때문이다. 따라서 그들은 (1)과 다른 규칙을 제시해야 하며, 이 목적으로 제시되는 규칙이 바로 *제프리 조건화(Jeffrey's conditionalization)*이다. 우리의 어떤 경험이 두 명제 E와 $\sim E$에 대한 믿음의 정도에만 영향을 주었다고 가정하자. 즉 경험의 직접적인 영향에 의해서 각각의 믿음의 정도가 $p(E)$, $p(\sim E)$에서 $q(E)$, $q(\sim E)$로 변했다고 하자. 물론 제프리 조건화는 $q(E)$와 $q(\sim E)$ 중에 하나가 반드시 1이어야 한다는 것을 가정하지 않는다. 이때 제프리 조건화는 모든 명제 X에 대한 새로운 믿음의 정도 $q(X)$는 다음과 같이 수정될 수 있다고 말한다.[7]

(2) $q(X)=q(E)p(X|E)+q(\sim E)p(X|\sim E)$.[8]

이런 경우 원초적 확률주의자들은 명제 E가 경험의 내용을 표상한다고 말하지 않는다. 대신 그들은 문제의 경험이 명제 E에 대한 믿음의 정도에 끼친 영향을 어떻게 표상할 것인지 궁리한다. 그럼 위 식에서 무엇이 그 역할을 할 수 있는가? 우리는 단순히 경험에

---

6) 앞으로 특별한 언급이 없으면 p와 q는 각각 사전확률함수(사전 믿음의 정도 함수)과 사후확률함수(사후 믿음의 정도 함수)를 나타낸다. (1)번 식 역시 마찬가지이다.

7) 제프리는 ‘수정되어야 한다’는 규범적인 주장을 하지 않는다. 그는 제프리 조건화와 다른 방식으로 믿음이 수정될 수 있다는 것을 인정한다. 이런 제프리의 입장은 다양한 곳에서 찾아볼 수 있다. 예를 들어 Jeffrey(2002a) p.22를 보라.

8) 제프리 조건화는 단순 조건화의 일반화이다. 즉 단순 조건화는 제프리 조건화를 $q(E)=1$인 특수한 사례에 적용한 것이다.

의해서 직접적으로 변화된 새로운 믿음의 정도—위에선 *q(E)*와 *q(~E)*—가 경험의 내용은 아니더라도 경험이 *E*에 대한 믿음의 정도에 끼친 영향을 표상한다고 말하려 할 수도 있을 것이다. 과연 그런가?

이 질문에 대해서 부정적인 답을 내려야 한다. 그 이유 중에 한 가지는 다른 사람과의 소통에서 찾을 수 있다. 우리는 다양한 이유에서 상대방의 경험을 이용하려고 한다. 이런 소통에서 우리가 원하는 것은 단지 *경험이 그의 믿음 체계에 끼친 영향 그 자체뿐이지* 그 외의 다른 것이 아니다. 하지만 상대방의 사후확률을 경험의 영향을 표상하는 것으로 간주하고 그것을 내가 이용하는 경우에, 우리 의도와 달리 상대방의 경험 이외의 것이 포함된다. 왜냐하면 일반적으로 사후확률은 경험뿐만이 아니라 *행위자의 사전확률*에도 영향을 받기 때문이다. 따라서 위의 사후확률을 행위자의 경험을 표상하는 것으로 간주할 수 없다.

이런 점에서 경험의 영향[9]을 표상하려는 원초적 확률주의자들의 목표가 성취되기 위해서는 특별한 요구 조건이 만족되어야 한다. 즉 경험의 영향을 표상하는 프로토콜은 행위자의 사전확률의 영향을 배제할 수 있어야한다. 그럼 어떤 프로토콜이 그러한 역할을 할 수 있는가?

우선 다양한 산술적인 연산을 이용하는 방법을 생각해 볼 수 있을 것이다. 즉 사후확률에서 사전확률을 뺀 값이나, 아니면 사후확률에서 사전확률을 나눈 값을 사전확률의 영향을 제외한(factored out) 채 경험의 영향만을 표상하는 프로토콜로 간주하려는 시도도 있을 수 있다. 다음 절에서 더욱 자세히 논의하겠지만, 원초적 확률주의자들은 이런 확률차와 확률비를 경험의 영향만을 표상하는

---

9) ‘경험이 특정 명제에 대한 행위자의 믿음의 정도에 끼친 영향’이 보다 정확한 표현이다. 앞으로 애매성의 위험이 없는 경우 이 표현을 ‘경험의 영향’ 혹은 ‘경험의 영향 그 자체’로 축약할 것이다.

프로토콜의 유력한 대안으로 간주하지 않는다. 그들이 그보다 베이즈 인수[10]를 제안하고, 베이즈 인수에만 사전확률의 영향이 제외되어 있으며 그것만이 경험의 영향 그 자체만을 표상한다고 생각한다.[11]

베이즈 인수란 사전 오즈(odds)[12]와 사후 오즈 사이의 비율, 혹은 두 명제의 확률 인수(probability factors)[13] 사이의 비율을 뜻한다. 이들을 수식으로 표현하면 다음과 같다.

명제 B에 대한 명제 A의 베이즈 인수(Bayes factor for A against B)

$$(3)\ \ \beta_{q,p}(A:B)=\frac{q(A)/q(B)}{p(A)/p(B)}=\frac{q(A)/p(A)}{q(B)/p(B)}.$$

이런 베이즈 인수를 경험의 영향을 표상하는 것으로 간주했을 때, 위 (2)번 식을 다음과 같이 변형할 수 있다.

$$(4)\ \ q(X)=\frac{\beta_{q,p}(E:\sim E)p(X\wedge E)+\beta_{q,p}(\sim E:\sim E)p(X\wedge \sim E)}{\beta_{q,p}(E:\sim E)p(E)+\beta_{q,p}(\sim E:\sim E)p(\sim E)}.$$

그리고 경험이 분할(partition) $\{E_i\}$[14]의 각 원소에 직접적으로 영

---

10) 이런 제안은 제프리 이외에도 여러 다른 문헌에서 찾아볼 수 있다. 예를 들어 Good(1985)를 보라. 그리고 베이즈 인수를 이용해서 제프리 규칙을 재-모수화한(re-parameterization) 시도는 Field(1978)에 처음 등장한다. 필드의 제안에 대한 비판적 평가는 Garber(1980)를 보라.

11) 제프리는 다양한 글에서 베이즈 인수를 유력한 대안으로 간주한다. Jeffrey(1992, 1994, 2002a, 2002b, 2004)를 보라.

12) 명제 H에 대한 오즈는 H에 대한 믿음의 정도와 ~H에 대한 믿음의 정도의 비율이라고 생각할 수 있다. ‘odds’는 통계학에서 ‘오즈’, ‘비율비’, ‘승산’ 등으로 번역된다. 나는 이 글에서 ‘오즈’를 사용할 것이다.

13) 확률인수는 서전확률과 사후확률 사이의 비율이다. 즉 사전확률함수가 p이고 사후확률함수가 q인 경우, 명제 E의 확률인수는 $q(E)/p(E)$이다.

14) 분할 $\{E_i\}$는 상호 배타적이고(mutually exclusive) 망라적인(exhaustive) 원소

향을 주는 경우에 (4)는 다음과 같이 일반화될 수 있다. 아래에서 E_1은 분할 $\{E_i\}$의 임의의 한 원소이다.

$$(5)\ \ q(X) = \frac{\Sigma\beta_{q,p}(E_i : E_1)p(X \wedge E_i)}{\Sigma\beta_{q,p}(E_i : E_1)p(E_i)}.$$

그럼 원초적 확률주의자들이 말한 대로, 베이즈 인수가 경험의 영향 그 자체만을 표상하고 사전확률에 대한 어떤 정보도 가지고 있지 않다면 우리는 (2)번 식과 마찬가지로 (5)번 식을 이용해서 해당 경험이 우리 믿음 체계에 있는 여러 믿음들에 어떻게 영향을 주는지 추론할 수 있다. 더불어 원초적 확률주의자들은 사후확률을 이용한 소통에서 발생했던 문제가 베이즈 인수를 이용한 소통에서는 발생하지 않는다고 말한다. 즉 그들은 베이즈 인수를 이용한다면 상대방 사전확률의 영향이 제거된 경험만을 소통할 수 있다고 주장한다.

이제 문제는 이런 원초적 확률주의자들의 주장이 옳으냐는 것이다. 과연 베이즈 인수엔 사전확률의 영향이 제외되었으며, 경험의 영향 그 자체만이 표상되는가? 이 질문에 답하기 전에 한 가지 언급해야 할 것이 있다. 쉽게 알 수 있듯이 위 질문은 두 가지로 이루어져 있다. 첫째는 베이즈 인수엔 사전확률의 영향이 제외되었다는 주장에 대한 질문이며, 둘째는 베이즈 인수는 경험의 영향 그 자체만을 표상한다는 주장에 대한 질문이다. 이 두 개의 주장은 서로 같은 것이 아니다. 즉 둘째 주장이 첫째 주장을 함축하긴 하지만 그 역은 성립하지 않는다. 따라서 첫째 주장보다 둘째 주장이 더 강하다고 할 수 있다. 예를 들어 우리의 사후확률이 사전확률과 경험, 그리고 어떤 제3의 요인에 의해서 영향을 받는다면 첫째 주

들의 집합이다.

장이 참이라고 하더라도 둘째 주장은 거짓일 수 있다. 왜냐하면 첫째 주장에 의해서 베이즈 인수엔 사전확률의 영향이 제외되었다고 하더라도 둘째 주장이 말하는 것처럼 베이즈 인수가 경험의 영향 그 자체만을 표상하는 것은 아니기 때문이다. 이런 상황에서 베이즈 인수는 경험의 영향 그 자체뿐만이 아니라 제3의 요인 역시 표상하게 될 것이다. 하지만 불행하게도 제프리를 비롯하여 몇몇 저자들은 베이즈 인수엔 사전확률의 영향이 제외되었다는 점으로부터 바로 베이즈 인수는 경험의 영향 그 자체만을 표상한다는 주장을 도출한다.[15)] 하지만 이 논문에서는 이 문제점을 검토하지 않을 것이다. 나는 단지 베이즈 인수엔 사전확률의 영향이 제외되어 있다는 주장에 집중할 것이다. 이를 위해서 우선 앞에서 언급된 몇몇 대안들, 즉 확률차와 확률비가 왜 만족스러운 프로토콜이 아닌지, 그리고 그들과 달리 베이즈 인수는 왜 만족스러운 대안인지 생각해보자.

3. 사전확률의 영향이 제외된 대안 프로토콜들

제프리를 비롯한 몇몇 원초적 확률주의자들이 베이즈 인수가 가장 유력한 프로토콜이라고 내세우는 근거는 크게 두 가지로 나누어 생각할 수 있다. 그 중 하나는 베이즈 인수 이외에 다른 프로토콜들은 모두 사전확률에 관한 어떤 정보를 추론할 수 있다는 것이며, 다른 하나는 베이즈 인수는 경험의 교환성(commutativity)에 부합한다는 것이다. 즉 그들은 사전확률에 관한 정보의 추론불가능성과 교환성을 경험의 영향 그 자체를 표상하는 프로토콜이기 위한

---

15) 이러한 추론은, 예를 들어 Jeffrey(2004), Wagner(2002) 등에서 찾아볼 수 있다.

기준으로 제시한다. 이제 이 둘을 자세히 살펴보자.

1) 사전확률에 관한 정보의 추론불가능성

먼저 확률차나 확률비와 달리 베이즈 인수로부터는 사전확률에 대한 어떤 정보도 추론할 수 없다는 것이 무엇을 의미하는지 살펴보자. 우선 확률차를 경험의 영향 그 자체를 표상하는 프로토콜로 간주하는 경우를 생각해보자. 어떤 행위자가 무언가를 경험한 이후에 그로부터 얻은 정보가 확률차, $q(E)-p(E)=d$ 뿐이라면, 이때 우리는 이 행위자의 사전확률에 대한 정보, 즉 $p(E) \leq 1-d$를 획득하게 된다. 왜냐하면 그의 사후확률은 폐구간 [0,1] 사이에 있어야 하기 때문이다. 확률비를 경험 그 자체를 표상하는 프로토콜로 간주하는 경우도 마찬가지이다. 만약 우리가 어떤 행위자로부터 획득한 정보가 $q(E)/p(E)=r$이라는 것뿐이라면, 이것으로부터 $p(E) \leq 1/r$이라고 결론내릴 수 있다.[16)]

한편 원초적 확률주의자들은 우리가 행위자로부터 얻은 정보가 베이즈 인수뿐인 경우엔 위와 같은 방식으로는 해당 행위자의 사전확률에 대한 어떤 정보도 추론할 수 없다고 말한다.[17)] 하지만 조금 생각해보면 항상 그런 것은 아니라는 점을 알 수 있다. 예를 들어 생각해보자. 만약 우리가 행위자로부터 획득한 정보가 B에 대한 $A \wedge B$의 베이즈 인수가 β라는 정보뿐이라고 하더라도, 즉 $\beta_{q,p}(A \wedge$

---

16) Jeffrey(2004) p.57, Wagner(2002) p.275를 보라. $d \leq 0$이거나, 그리고 $r \leq 1$인 경우 우리가 획득한 정보는 사소하다. 경험에 의해서 E에 대한 믿음의 정도가 증가한 경우에만 우린 사소하지 않은 사전확률에 대한 정보를 획득할 수 있다.

17) 엄밀하게 말하자면, 어떤 정보도 추론할 수 없는 것은 아니다. 몇몇 사소한 정보를 우린 추론할 수 있다. 예를 들어 그러한 베이즈 인수를 가지고 있는 행위자의 항진명제(tautology)에 대한 확률은 1이라는 정보를 우린 추론할 있다. 하지만 이런 정보는 베이즈 인수에서 비롯된 것이 아니며, 따라서 유의미한 반례라고 할 수 없다.

B: B)=β뿐이라도, 이로부터 우린 사전확률에 대한 정보를 추론할 수 있다. 왜냐하면 $\beta_{q,p}(A \wedge B: B)=q(A|B)/p(A|B)$와 같고, 따라서 이로부터 $p(A|B) \leq 1/\beta$라고 결론내릴 수 있기 때문이다. 하지만 이 문제에 대해서 원초적 확률주의자들은 심각하게 생각하지 않을 것이다. 왜냐하면 그들은 베이즈 인수가 경험의 영향을 표상하기 위해서는 베이즈 인수의 각 항들이 하나의 분할에 속한 원소이어야 한다고 주장할 수 있기 때문이다. 이런 점을 생각해 볼 때 $\beta_{q,p}(A \wedge B: B)$는 경험을 표상하는 프로토콜이라고 할 수 없다. 왜냐하면 $A \wedge B$와 B는 하나의 분할에 속한 원소일 수 없기 때문이다.

그러나 일견 사전확률에 관한 정보의 추론불가능성이라는 기준이 원초적 확률주의자들의 목표와 어떤 관련이 있는지 의심스럽다. 그들의 목표는 사전확률의 영향이 제외된 채 경험의 영향만을 표상하는 프로토콜을 제시하는 것이다. 그리고 그들이 제시한 사전확률에 관한 정보를 추론할 수 없어야 한다는 것은 경험의 영향만을 표상하는 프로토콜이 특정한 사전확률을 배제해서는 안 된다는 것으로 이해할 수도 있다. 예를 들어 $q(E)-p(E)=2/3$라는 정보가 주어졌을 때 우린 $p(E)=2/3$일 가능성을 배제할 수밖에 없다. 따라서 확률차 $q(E)-p(E)$는 경험의 영향 그 자체만을 표상하는 프로토콜로 간주할 수 없다는 것이 그들의 주장이다. 하지만 사전확률의 영향이 제외되었다는 것과 특정한 사전확률을 배제하지 않는다는 것은 같은 것이 아니며, 해명되어야 할 것이다. 이런 해명 없이 사전확률에 관한 정보의 추론불가능성을 프로토콜을 위한 기준으로 사용하는 것은 부적절해 보인다. 2절에서 언급했듯이 사후확률은 사전확률과 경험으로부터 영향 받는다. 즉 사후확률은 사전확률의 영향이 제외된 것이 아니다. 그러나 사후확률은 어떤 사전확률도 배제하지 않는다. 즉 사후확률로부터 우린 사전확률에 대한 어떤 정보도 추론할 수 없다. 따라서 사후확률만 염두에 두더라도 사전확률

의 영향이 제외되었다는 것과 특정한 사전확률을 배제하지 않는다는 것은 같은 것이 아님을 알 수 있고, 그러므로 사전확률에 관한 정보의 추론불가능성을 바람직한 프로토콜이기 위한 기준으로 삼는 것은 그럴싸하지 않다고 할 수 있다.

2) 교환성

그러나 다른 방식으로 베이즈 인수엔 사전확률의 영향이 제외되었다는 것을 정당화할 수 있다. 그것은 바로 교환성(commutativity)[18]를 이용하는 것이다.[19] 교환성이란 만약 어떤 프로토콜이 사전확률이 제외된 경험의 영향 그 자체만을 표상한다고 할 때, 그 경험들에 의한 믿음의 갱신(updating)은 프로토콜이 도입되는 순서에 의존하지 말아야 한다는 것이다. 다음 도식을 생각해보자.[20]

$$
\begin{tikzcd}
p \arrow[r, "\varepsilon_{q,p}"] \arrow[dd, "\varepsilon_{Q,p}"'] & q \arrow[d, "\varepsilon_{r,q}"] \\
 & r \\
Q \arrow[r, "\varepsilon_{R,Q}"'] & R
\end{tikzcd}
$$

18) 교환성은 제프리 믿음 동학(belief kinematics)의 문제점으로 지적되기도 했다. 하지만 나는 이런 의도에서 교환성을 언급하는 것이 아니다. 제프리 믿음 동학과 교환성에 대해서는 Domotor(1980), Skyrms(1986), van Fraassen(1989), Döring(1999), Lange(2000), Wagner(2002, 2003)을 보라. 이 모든 사람들이 모두 교환성을 제프리 규칙의 문제점으로 생각하는 것 아니다. 예를 들어 Lange(2000)는 교환성을 둘러싼 문제는 경험의 잘못된 표상에 있다고 지적한다.

19) 필드는 이 교환성을 베이즈 인수가 경험 그 자체만을 표상한다는 것에 대한 증거로 간주한다. Field(1978) p.364를 보라.

20) 아래 도식은 Wagner(2002, 2003)에 있는 도식을 이용한 것이다.

위의 도식에서 p, q, r, Q, R는 모두 확률 함수를 나타낸다. $\varepsilon_{q,p}$는 경험의 영향만을 표상하는 프로토콜을 가리킨다. 그리고 이 프로토콜이 표상하는 경험의 영향은 확률함수 p에서 q로의 수정을 야기한다. 나머지 $\varepsilon_{r,q}$, $\varepsilon_{Q,p}$, $\varepsilon_{R,Q}$ 역시 마찬가지이다. 위 도식은 두 가지 종류의 연속적 믿음 갱신을 나타내고 있다. 그 중 $p \rightarrow q \rightarrow r$은 사전확률 p가 먼저 $\varepsilon_{q,p}$에 의해서 q로 갱신되고, 그 후 $\varepsilon_{r,q}$에 의해서 r로 갱신되는 것을 표현한다. $p \rightarrow Q \rightarrow R$은 사전확률 p가 먼저 $\varepsilon_{Q,p}$에 의해서 Q로 수정되고, 그 후 $\varepsilon_{R,Q}$에 의해서 R로 갱신되는 것을 표현한다. 이런 두 가지 연속적 믿음 갱신을 염두에 둘 때 교환성은 *$\varepsilon_{q,p}$와 $\varepsilon_{R,Q}$가 동일하고 $\varepsilon_{r,q}$와 $\varepsilon_{Q,p}$가 동일하다면, 확률함수 R과 r은 동일해야 한다*는 것으로 생각할 수 있다.

사전확률의 영향이 제외된 채 경험의 영향 그 자체만을 표상하는 프로토콜에게 이런 교환성을 요구하는 것은 직관적이다. 어떤 행위자의 확률함수가 p에서 q로 수정된 경우를 생각해보자. 이 경우 우린 사전확률 p가 $\varepsilon_{q,p}$에 의해서 q로 수정되었다고 말할 수 있다. 이때 q는 두 가지 종류의 영향을 받는다. 하나는 사전확률 p가 사후확률에 가하는 영향이고, 또 하나는 경험의 영향 그 자체, $\varepsilon_{q,p}$가 사후확률에 가하는 것이다. 이때 $\varepsilon_{q,p}$엔 사전확률 p가 사후확률 q에 미치는 영향이 포함되어 있지 않다. 사전확률 q가 r로 수정되는 경우 역시 마찬가지이다. r은 사전확률 q의 영향과 $\varepsilon_{r,q}$의 영향을 받는다. 역시나 $\varepsilon_{r,q}$엔 사전확률 q가 r에 가하는 영향은 배제되어 있다. 그럼 이런 믿음 변화가 연속적으로 일어난 경우, 즉 $p \rightarrow q \rightarrow r$에 대해서 우린 확률 함수 r은 사전확률 q와 $\varepsilon_{r,q}$의 영향을 받고, 또 사전확률 q는 이전 사전확률 p와 $\varepsilon_{q,p}$의 영향을 받기 때문에, 결국 마지막 확률함수 r은 첫 번째 사전확률 p와 경험 $\varepsilon_{q,p}$과 $\varepsilon_{r,q}$의 영향을 받는다고 말할 수 있다. 그리고 다른 종류의 연속적 믿음 변화 $p \rightarrow Q \rightarrow R$에 대해서도 동일하게 말할 수 있다. 즉 마지

막 확률함수 R은 첫 번째 사전확률 p와 $\varepsilon_{Q,p}$과 $\varepsilon_{R,Q}$의 영향을 받는다고 할 수 있다. 따라서 만약 $\varepsilon_{q,p}$와 $\varepsilon_{R,Q}$가 동일하고 $\varepsilon_{r,q}$와 $\varepsilon_{Q,p}$가 동일한 경우에, 확률함수 R과 r은 서로 동일해야 한다는 것은 그럴싸하다. 왜냐하면 이 둘은 동일한 두 가지 경험과 동일한 사전확률의 영향을 받기 때문이다.

이런 교환성이라는 요구조건이 그럴싸하다면, 우린 다양한 프로토콜들이 교환성을 만족시키는지의 여부를 검사해 그것이 사전확률의 영향을 제외했는지 검토할 수 있다. 교환성을 만족하지 못한다면 그 프로토콜은 사전확률의 영향을 제외하지 못 했다고 말할 수 있으며, 교환성을 만족한다면 그것은 사전확률의 영향을 제외했다고 말할 수 있다.

앞에서 사전확률에 관한 정보의 추론불가능성은 사후확률을 프로토콜로 간주하는 것을 배제할 수 없다고 했다. 이 때문에 추론불가능성에 의해서는 사후확률이 적합하지 않은 프로토콜이라고 결론 내릴 수 없었다. 그럼 교환성을 이용해서 사후확률을 적합하지 않다고 결론 내릴 수 있는가? 다행히 그러하다. 사후확률을 우리 경험의 영향 그 자체만을 표상하는 것으로 간주했을 때, 교환성이 성립하지 않는다.[21] 따라서 이 교환성을 이용해서 사후확률은 부적합한 프로토콜로 배제될 수 있다.

그럼 베이즈 인수는 어떠한가? 역시 다행스럽게 베이즈 인수는 교환성을 만족한다. 논의를 간단하게 하기 위해서 단순한 사례를 이용해 베이즈 인수가 교환성을 만족한다는 것을 살펴보자. 두 가지 경험에 의해서 하나의 분할, $\{E, \sim E\}$에 대한 믿음의 정도가 수

---

21) 단순한 사례를 생각해보자. 두 가지 경험에 의해서 분할 $\{E, \sim E\}$에 대한 믿음의 정도가 $p(E)$에서 $q(E)$로, 그 후 다시 $r(E)$로 변했다고 하자. 그럼 E에 대한 마지막 믿음의 정도는 당연히 $r(E)$가 된다. 하지만 순서가 바뀌어 먼저 $r(E)$로 바뀐 뒤, 다음에 $q(E)$로 바뀐다고 하자. 이 경우엔 마지막 믿음의 정도는 당연히 $q(E)$가 된다. 따라서 교환성이 성립하지 않는다.

정되었다고 하자.[22] 이때 이 경험의 영향 그 자체가 베이즈 인수에 의해서 표상된다고 하자. 그리고 $\varepsilon_{q,p}$와 $\varepsilon_{R,Q}$가 동일하고 $\varepsilon_{r,q}$와 $\varepsilon_{Q,p}$가 동일하다고 하자. 즉,

(6) $\varepsilon_{q,p}=\beta_{q,p}(E:\sim E)=\beta_1$; $\varepsilon_{r,q}=\beta_{r,q}(E:\sim E)=\beta_2$;
$\varepsilon_{Q,p}=\beta_{Q,p}(E:\sim E)=\beta_2$; $\varepsilon_{R,Q}=\beta_{R,Q}(E:\sim E)=\beta_1$.

그럼 우린 (4)를 이용해서 임의의 명제 X에 대한 $q(X)$와 $r(X)$를 다음과 같이 계산할 수 있다.

(7) $$q(X)=\frac{\beta_1 p(X\wedge E)+p(X\wedge \sim E)}{\beta_1 p(E)+p(\sim E)}.$$

(8) $$r(X)=\frac{\beta_2 q(X\wedge E)+q(X\wedge \sim E)}{\beta_2 q(E)+q(\sim E)}.$$

한편 (7)에 의해서 다음이 성립한다.

(9) $$q(X\wedge E)=\frac{\beta_1 p(X\wedge E)}{\beta_1 p(E)+p(\sim E)};$$
$$q(X\wedge \sim E)=\frac{p(X\wedge \sim E)}{\beta_1 p(E)+p(\sim E)};$$
$$q(E)=\frac{\beta_1 p(E)}{\beta_1 p(E)+p(\sim E)};$$

22) 아래에서 다루고 있는 것은 아주 단순한 경우이다. 즉 하나의 분할 $\{E, \sim E\}$의 각 원소에 대한 믿음의 정도가 연속적으로 변한 경우를 다루고 있다. 하지만 이것은 서로 다른 두 개의 경험이 서로 다른 분할 $\{E_i\}$와 $\{F_j\}$에 직접적으로 영향을 주는 경우로 확장될 수 있다. 이런 경우 역시 교환성이 성립한다. Jeffrey(2002a; 2002b); Wagner(2002; 2003)을 보라.

$$q(\sim E) = \frac{p(\sim E)}{\beta_1 p(E) + p(\sim E)}.$$

이 각각을 (8)에 대입하면,

$$(10)\ \ r(X) = \frac{\beta_2 q(X \wedge E) + q(X \wedge \sim E)}{\beta_2 q(E) + q(\sim E)} = \frac{\beta_1 \beta_2 p(X \wedge E) + p(X \wedge \sim E)}{\beta_1 \beta_2 p(E) + p(\sim E)}.$$

그리고 (7)~(10)의 과정을 다른 연속적 믿음 변화 $p \to Q \to R$에 대해서도 반복하면, 우린 다음과 같이 (10)과 동일한 결과를 얻을 수 있다.

$$(11)\ \ R(X) = \frac{\beta_1 \beta_2 p(X \wedge E) + p(X \wedge \sim E)}{\beta_1 \beta_2 p(E) + p(\sim E)}.$$

이런 결과 우린 베이즈 인수를 경험의 영향 그 자체만을 표상하는 프로토콜로 간주하는 경우에 교환성이 성립한다고 결론내릴 수 있다.

그럼 이런 교환성을 만족하는 것은 베이즈 인수가 유일한가? 칼 와그너(Carl Wagner)에 따르면 확률비와 확률차 모두 교환성을 만족한다고 한다.[23] 하지만 앞에서 언급한 것처럼 이 둘은 모두 사전확률에 대한 어떤 정보를 추론할 수 있다는 점에서 적합한 프로토콜로 간주되지 않는다. 그렇다면 사전확률에 대한 어떤 정보를 함축하지도 않으면서 교환성을 만족하는 다른 대안은 없는가? 나는 다음 절에서 그러한 대안 프로토콜을 제시하고, 이 역시 교환성과 사전확률에 대한 추론불가능성을 모두 만족한다는 것을 보일 것이다. 그리고 더 나아가 내가 제시하는 프로토콜이 베이즈 인수를 능

---

23) Wagner(2003) pp. 360~361을 보라.

가하는 어떤 장점을 가진다고 주장할 것이다.

4. 대안 프로토콜: $q(E|Np)$

1) $q(E|Np)$

경험의 영향 그 자체만을 표상하는 프로토콜을 제시하는 것의 어려움은 사전확률이 사후확률에 가하는 영향을 제거하는 데 있다. 이에 많은 확률주의자들은 베이즈 인수, 확률비, 확률차 등과 같이 다양한 산술적인 연산을 통해서 사전확률의 영향을 제거하려고 한다. 하지만 그런 산술적인 방법 말고 다른 방법은 없는가?

특정한 경험 이후에 명제 E에 대한 믿음의 정도가 직접적으로 수정되었다고 말하는 행위자를 생각해보자. 만약 그로부터 획득한 정보가 사후확률이라면, 우리는 그것을 나의 믿음 수정에 이용하기 어려울 것이다. 왜냐하면 앞에서 언급했듯이 그 정보에는 해당 행위자의 사전확률의 영향이 포함되어 있기 때문이다. 그럼 우린 어떻게 상대방으로부터 사전확률의 영향이 제외된 정보를 획득할 수 있는가? 이 방법을 생각해 보기 위해서 사전확률 p를 행위자 S가 t 시점에 가지고 있는 믿음의 정도 함수라고 하자. 그리고 사후확률 q를 행위자 S가 $t+a$ $(a>0)$ 시점에 가지고 있는 믿음의 정도 함수라고 하자. 이제 다음 질문을 생각해보자:

> (Q) 행위자 S가 t 시점에 명제 E에 관한 어떤 정보도 가지고 있지 않다는 조건 아래에서, $t+a$ 시점에 명제 E에 대한 그의 믿음의 정도는 얼마인가?

이 질문은 행위자가 특정 시점에 명제 E에 관한 어떤 정보도 가지고 있기 않았다는 조건 아래에서 그 시점 이후 명제 E에 대한

믿음의 정도를 묻는 것이다. 나는 (Q)를 행위자에게 질문하고 그 답을 구함으로써, 구간 $[t, t+a]$ 사이에 행위자가 겪은 경험이 명제 E에 대한 그의 믿음의 정도에 가한 영향을 (사전확률의 영향을 제외한 채) 표상할 수 있으리라 생각한다. 앞으로 나는 이 제안을 설명하고 정당화할 것이다.

질문 (Q)로 내가 의도한 답은 조건부 믿음의 정도이다. '행위자 S가 t 시점에 명제 E에 대한 어떤 정보도 가지고 있지 않다.'는 것을 N_p라고 하자. 그럼 위 질문이 요구하는 믿음의 정도는 $q(E|N_p)$라고 할 수 있다.[24][25] 만약 구간 $[t, t+a]$에 행위자가 E에 대한 믿

24) $t+a$시점에 행위자가 가지는 믿음의 정도 함수는 q이고, 어떤 정보도 가지고 있지 않다고 가정되는 시점은 t, 즉 p를 믿음의 정도 함수로 가지고 있는 때이다. 그래서 N_p에 아래첨자 p가 붙은 것이다.

25) 익명의 심사위원은 이 믿음의 정도가 단순한 조건부 믿음의 정도가 아니라, 반사실적 조건문의 확률이라는 점을 지적하였다. 심사의견서에 언급된 '오래된 증거의 문제'와 관련해 판단할 때, '반사실적 조건문의 확률'로 의도된 것은 $p(N_p \Box\!\!\rightarrow E)$나 $N_p \Box\!\!\rightarrow p(E)$ 아니라, $p(E|N_p)$는 실제로 발생하지 않은 사건—N_p—을 조건으로 한다는 점인 것 같다. 더불어 이런 점 때문에 오래된 증거의 문제에 관한 논쟁에서 제기된 반사실적 접근에 대한 비판이 나의 $q(E|N_p)$에서도 재현될 것이라고 심사위원은 지적하였다. 오래된 증거의 문제를 반사실적으로 접근하는 시도에 대해서 그것의 비역사성을 지적하면서 비판하는 경우가 있다. 하지만 이것은 본 논문에서 다루고 있는 반사실적 상황, N_p와 무관하다. 한편 본 논문과 관련된 다른 비판으로는 다음 두 가지를 들 수 있다: (i) 반사실적 접근에서 등장하는 K-$\{E\}$는 정의될 수 없고, (ii) 정의될 수 있다고 하더라도 $p(H|K\text{-}\{E\})$를 일관되게 결정할 수 없다. (여영서(2005), 이영의(2005) 참조.) 이런 비판을 나의 $p(E|N_p)$에 적용하자면 다음과 같이 말할 수 있다: (i') N_p는 정의될 수 없고, (ii') 정의될 수 있더라고 $p(E|N_p)$는 일관되게 결정할 수 없다. 이런 종류의 비판에 대해서 몇 가지를 지적하고자 한다. 그 중 첫 번째는 N_p가 정의될 수 있다는 것은 $p(E|N_p)$의 값이 결정되기 위한 필요조건이 아니라는 점이다. (이 점은 본문 아래에서 간략하게 언급된다. 한편 이런 점이 오래된 증거의 문제에서 등장하는 반사실적 접근에도 적용될 수 있는지는 더 검토해봐야 할 것이다.) 그리고 이 점과 앞으로 내게 필요한 확률값은 $p(E|N_p)$의 값뿐이라는 점에 의해서, N_p를 정의하기 어렵다는 것이 $q(E|N_p)$를 단념해야할 실질적인

음의 정도에 영향을 주는 어떤 경험도 하지 않았다면 믿음의 정도 $q(E|N_p)$는 $p(E|N_p)$—행위자 S가 t 시점에 명제 E에 관한 어떤 정보도 가지고 있지 않다고 가정했을 때, t 시점에 명제 E에 대한 그의 믿음의 정도—와 같다. 그리고 구간 $[t, t+a]$에 행위자가 E에 대한 믿음의 정도에 영향을 주는 어떤 경험을 했다면 $q(E|N_p)$와 $p(E|N_p)$는 같지 않다. 그럼 구간 $[t, t+a]$에 행위자가 겪은 경험의 영향을 표상하는 것은 무엇인가? 내가 제시하는 것은 $q(E|N_p)$와 $p(E|N_p)$ 사이의 산술적 연산을 통해 계산된 값이 아니다. 나는 단지 사후조건부 믿음의 정도 $q(E|N_p)$가 경험의 영향 그 자체를 표상한다고 제안한다. 다시 말하자면, $q(E|N_p)$는 행위자 S가 t 시점에 가지고 있었던 사전확률이 그가 $t+a$ 시점에 가지게 될 사후확률에 끼친 영향을 제외하고 있으며, 구간 $[t, t+a]$에서 겪은 경험의 영향을 표상한다는 것이다.

그럼 이제 이런 제안을 정당화해야겠지만 그것은 잠시 뒤로 미루고, 먼저 위에서 언급된 조건부 믿음의 정도에 대해서 지적될 수 있는 몇 가지 의심들을 고려해보자. 여기에서 내가 우려하고 있는 의심은 모두 $p(E|N_p)$에 대한 것들이다. 확률계산규칙에 따르면 다음 식이 성립해야 한다.

$$(12)\quad p(E|N_p)=\frac{p(E\wedge N_p)}{p(N_p)}=\frac{p(N_p|E)p(E)}{p(N_p)}.$$

위 식에서 $p(N_p)$의 값과 $p(N_p|E)$의 값은 얼마인가? 우리가 t 시

(practical) 이유를 제시하지 않는다는 점 역시 언급될만하다. 하지만 N_p가 어떻게 정의될 수 있는지, 그리고 혹시나 정의될 수 없다면 그것이 나의 제안에 어떤 영향을 주는지는 (‘오래된 증거의 문제’ 속에서 드러나는 반사실적 접근법의 문제점과 별도로) 검토해봐야 한다는 것은 분명하다. 이것을 지적해 주신 익명의 심사위원에게 감사의 말씀을 드린다.

점(믿음의 정도 함수가 p인 시점)에 E에 대해서 어떤 정보를 가지고 있는 경우를 생각해 보자. 이 경우, 직관적으로 $p(N_p)$와 $p(N_p|E)$의 값은 모두 0이어야 할 것 같다. 그럼 (12)번 식에 의해서, $p(E|N_p)$는 정의될 수 없는 값이거나, 만약 정의된다면 확률계산규칙을 위반하는 것처럼 보인다. 물론 이 두 가지 가능성 모두 바람직하지 않다. 그럼 이런 문제에 어떻게 답할 수 있는가? 이에 대해서 나는 두 가지를 언급할 것이다. 첫 번째는 (12)와 같은 식을 조건부확률에 대한 정의로 간주할 필요 없다는 것이다. 이런 입장을 취하는 철학자로는 제프리를 예를 들 수 있다.[26] 그에게 (12)는 곱셈 법칙을 재서술한 것일 뿐이고, 곱셈 법칙 역시 조건부 확률에 대한 정의가 아니라 두 개의 확률을 연결하는 법칙일 뿐이다. 그럼 다음과 같이 (12)를 곱셈 법칙으로 표현해보자.

(12') $p(E \wedge N_p)=p(N_p)p(E|N_p)=p(E)p(N_p|E)$.

(12')식과 $p(N_p)=p(N_p|E)=0$로부터, $p(E|N_p)$가 정의될 수 없거나, 만약 정의된다면 확률계산규칙을 위반한다는 결론을 도출할 수 있는가? 그렇지 않다. $p(N_p)=p(N_p|E)=0$라고 하더라도 $p(E|N_p)$가 어떤 값을 가질 수 있다.

위 질문에 대해서 두 번째로 고려해볼만한 것은 $p(N_p)$와 $p(N_p|E)$의 값이 과연 0이냐는 것이다. 우리는 감히 $p(N_p)$가 0이 아닐 수 있다고 주장할 수 있는가? 나는 이런 주장의 실마리를 고차 믿음의 정도(higher order degrees of belief)에 대한 스킴즈(Brian Skyms)의 입장에서 찾을 수 있으리라 기대한다. 스킴즈는 고차 믿음의 정도, 즉 믿음의 정도에 대한 믿음의 정도의 가능성을 언급하면서 여러 비판에 답한다.[27] 그가 다루고 있는 비판들 중에서 지금

---

26) Jeffrey(2002), p. 14.

의 논의와 관련된 것은 믿음의 정도에 대한 믿음의 정도, 즉 고차 믿음의 정도는 사소하다는 것이다. 여기서 사소하다는 것은 고차 믿음의 정도는 0 아니면 1의 값 이외에는 가질 수 없다는 것을 의미한다. 예를 들어 $p(p(E)=x)$는 0 또는 1 둘 중에 하나라는 비판이다. 이런 비판에 대해서 스킴즈는 램지를 언급하며, 다음과 같이 말한다.

> 램지의 프래그마티즘은 또다시 훌륭한 치료책이 된다. 만약 믿음의 정도를 느낌의 강도(intensity-of-feeling)가 아니라 행위의 기초로 간주한다면, 내성(introspection)을 그토록 많이 강조할 필요가 사라진다. …… 한 마디로 말하자면, 믿음의 성향적 의미(the dispositional sense of belief)에 의해서 사람들이 *자신의 마음을 확실하게 알지 못할* 수도 있다는 것을 이해할 수 있다.

이렇게 스킴즈는 내 자신의 마음에 대해서 확실하게 알지 못하는 것이 가능하다고 말한다. 그래서 그가 의도한 고차 믿음의 정도가 사소하지 않은 값을 가질 수 있다는 것이다. 이런 논변을 $p(N_p)$에도 적용할 수 있을까? 일견 그렇게 무리는 아닌 듯이 보인다. N_p는 해당 행위자가 t 시점에 명제 E에 관한 어떤 정보도 가지고 있지 않다는 것을 의미한다. 만약 이것을 행위자 자신의 마음에 대한 것으로 간주할 수 있다면, 우린 스킴즈와 램지를 따라서 $p(N_p)$가 0이나 1 이외의 값을 가질 수 있다고 주장할 수 있을 것이다.

그럼 $p(N_p|E)$가 0이라는 것은 어떤가? 위에서 언급한 스킴즈의 입장을 따라서 $p(N_p)$가 0이 아닐 수 있다고 하더라도 우린 다른 이유에서 $p(N_p|E)$가 0이라고 생각할 수 있다. 그 이유는 조건부확률에 대한 해석과 관련된다. 예를 들어 다음 논제를 생각해보자.[28)]

---

27) Skyrms(1980), pp.114~115.

28) van Fraassen (1984), pp.246~248. 강조는 필자의 것이다.

> Y라는 가정아래에서 X에 대한 나의 조건부 주관적 확률을 공표하는 것은 단지 내가 Y를 *배웠다면* X에 관한 나의 의견이 무엇이 될지 공표하는 것이다.

만약 조건부확률을 학습(learning)과 연결시켜 해석했을 때, $p(N_p|E)$의 값이 0이라는 것은 자연스러워 보인다. E가 참이라는 것을 학습했을 때, 우린 E에 대한 어떤 정보도 가지지 않을 수는 없다. 따라서 $p(N_p|E)=0$일 수밖에 없다. 하지만 조건부 확률에 대한 해석은 이것이 유일한가? 반 프라센은 이 논제를 받아들이지 않는다. 그는 학습과 어떤 논리적 관련 없이 조건부 확률을 해석하려 한다.[29] 그러므로 반 프라센을 따라 위 논제를 수용하지 않는다면, $p(N_p|E)=0$라고 생각할 중요한 한 가지 이유가 사라지게 된다.

지금껏 N_p가 포함된 몇몇 믿음의 정도에 관해 제기될 수 있는 의문들에 대해서 살펴보았다. 정리하자면, 나는 위에서 $p(N_p|E)$, $p(N_p)$의 값이 0이라고 하더라도 확률계산규칙을 위반하는 것이 아니며 $p(E|N_p)$ 역시 어떤 값을 가질 수 있다는 점을 언급했다. 더 나아가 $p(N_p|E)$, $p(N_p)$의 값이 반드시 0일 필요는 없다는 점 역시 살펴보았다. 물론 위에서 언급한 것들 이외에 N_p가 포함된 다양한 믿음의 정도에 대해서 의문을 제기할 수 있을 것이다. 하지만 아래의 논의에서 언급되는 N_p와 관련된 믿음의 정도는 $p(N_p|E)$, $p(E|N_p)$, $q(E|N_p)$ 뿐이다. 따라서 위에서 언급한 것만으로 아래의 논의를 이어가는 것은 충분하다고 생각한다. 그러나 나의 제안에 대한 정당화를 다루기 전에 언급해야할 것이 아직 한 가지 더 남아있다. 그것은 $p(E|N_p)$에 할당되는 값에 대한 것이다.

$p(E|N_p)$는 어떤 값을 가지는가? 위에서 언급된 대로 말하자면 $p(E|N_p)$는 행위자 S가 t 시점에 명제 E에 관한 어떤 정보도 가지

---

29) 반 프라센이 위 논제를 받아들이지 않는 것은 학습을 통해서 참이라고 배웠지만, 조건부 확률의 조건으로 사용될 수 없는 명제가 있기 때문이다.

고 있지 않다고 가정했을 때, t 시점에 명제 E에 대한 그의 믿음의 정도를 뜻한다. 즉 이것은 행위자 자신이 E에 대해서 백지 상태(*tabula rasa)*에 있다고 가정했을 때, E를 믿는 정도라고 할 수 있다. 만약 무차별성의 원리(principle of indifference)를 가정한다면, $p(E|N_p)=1/2$이라고 생각하는 자연스럽다. 왜냐하면 무차별성의 원리는 E에 대한 어떤 정보도 없는 경우, E에 대한 믿음의 정도로 1/2를 할당하도록 하기 때문이다.   하지만 아래의 논변은 이런 무차별성의 원리에 의존하지 않는다. 어떤 행위자가 E에 대해서 백지 상태에 있을 때 그것에 할당하는 믿음의 정도와 무관하게 논변을 펼치기 위해서 $p(E|N_p)=a_p$라고 가정하자.

그러나 이렇게 무차별성의 원리를 가정하지 않는다고 하더라도 앞으로의 논의를 위해서 가정되어야 할 것이 있다. 그것은 현재 가지고 있는 확률함수가 무엇인지에 무관하게 $p(E|N_p)$의 값은 일정하다는 것이다. 즉 어떤 행위자가 가질 수 있는 임의의 확률함수 ψ에 대해서 $\psi(E|N_\psi)$의 값은 일정하다는 가정이다.[30] 이것은 명제 E에 관한 어떤 정보도 가지고 있지 않다는 가정 아래에서 그 명제에 대한 믿음의 정도는 모든 시간에 걸쳐 일정하다는 것이다. 만약 이것을 시간이 지나도 E에 대해선 어떤 경험도 하지 않았을 때 그것에 대한 믿음의 정도는 일정하게 유지되어야 한다는 것으로 이해할 수 있다면, 이런 가정은 쉽게 납득될 수 있으리라 기대한다.

이제부터 본격적으로 나의 제안, 즉 $q(E|N_p)$가 경험의 영향 그 자체만을 표상한다는 것을 정당화해 볼 것이다. 나는 앞에서 논의한 두 가지 기준—사전확률에 대한 추론불가능성과 교환성—을 검토하는 것으로 나의 제안에 대한 정당화, 혹은 $q(E|N_p)$가 베이즈 인수 못지않다는 것에 대한 정당화를 갈음할 것이다.

---

30) 이런 가정은 *모든 행위자가* 동일한 $\psi(E|N_\psi)$의 값을 가진다는 것을 의미하지 *않는다*. 행위자에 상대적으로 $\psi(E|N_\psi)$의 값은 다를 수 있다. 하지만 행위자가 고정되었을 때 모든 확률함수에 대해서 이 값은 일정하다.

2) $q(E|N_p)$의 정당화: 사전확률에 대한 추론불가능성과 교환성

우선 사전확률에 대한 추론불가능성부터 살펴보자. 만약 우리가 어떤 행위자로부터 얻은 정보가 $q(E|N_p)$라는 것뿐이라면 이로부터 그의 사전확률에 대한 어떤 정보를 획득할 수 있는가? 사소한 정보, 예를 들어 $p(E \vee \sim E)=1$이나 $p(E \wedge \sim E)=0$을 제외하고서는 어떤 정보도 획득할 없다는 것은 분명해 보인다. 이것은 우리가 사후확률 $q(E)$로부터 사전확률에 대한 어떤 정보도 추론할 수 없는 것과 같은 이치이다. 그러나 우리가 그가 무차별성의 원리에 따르는 사람이라고 가정한다면, 어떤 특별한 정보를 획득하는 듯하다. 즉 그의 특별한 조건부 사전확률 $p(E|N_p)$의 값이 1/2라는 정보를 획득하는 것 아닌가? 하지만 나는 무차별성의 원리를 가정하지 않을 뿐더러, 무차별성의 원리를 가정한다고 하더라도 $p(E|N_p)=1/2$라는 정보는 $q(E|N_p)$에서 비롯된 것이 아니기 때문에 $q(E|N_p)$로부터 사전확률에 대한 어떤 정보를 추론했다고 말할 수 없다.

그럼 교환성은 어떠한가? 이에 대해서 살펴보기 전에 비조건부 사후확률 $q(E)$와 조건부 사후확률 $q(E|N_p)$의 관계에 대해서 살펴보자. 둘 사이의 관계를 규명하기 위해서 경험의 직접적인 영향을 받아 E에 대한 믿음의 정도가 $p(E)$에서 $q(E)$로 수정된 경우를 생각해보자. 이때 $q(E|N_p)$에 대한 믿음의 정도는 어떻게 수정되는가?[31)] 이런 질문에 대한 답은 제프리 조건화를 이용할 수 있을 것이다. 하지만 불행하게도 제프리 조건화, (2)는 *비조건부* 믿음의 정도 $p(E)$가 경험에 의해서 직접적으로 수정되었을 때, 다른 *비조건부* 믿음의 정도 $p(X)$가 어떻게 영향을 받는지 말해줄 뿐이다. 한편 여

---

31) 이런 가정이 경험에 의해서 직접적으로 수정되는 것은 $q(E|N_p)$가 아니라 q(E)라고 주장하는 것은 아니다. 나의 제안은 반대로 경험의 영향*만*을 받아 직접적으로 수정되는 것은 $q(E|N_p)$이고, 이것으로부터 $q(E)$에 대한 믿음의 정도가 추론된다는 것이다. 그럼에도 이런 가정을 하는 것은 단지 제프리의 조건화를 이용해서 $q(E)$와 $q(E|N_p)$와의 관계를 규명하고자 하기 때문이다.

기에서 나에게 필요한 것은 비조건부 믿음의 정도가 경험에 의해서 직접적으로 수정되었을 때, 그 영향으로 *조건부* 믿음의 정도가 어떻게 수정되는지 말해주는 규칙이다. 따라서 (2)를 바로 적용할 수 없고, 그 식을 약간 변형시켜야 한다. 가장 그럴싸한 변형은 다음과 같다. 경험에 의해서 비조건부 믿음의 정도 $p(E)$가 $q(E)$로 수정되었을 때, 임의의 사후 조건부 믿음의 정도 $q(X|Y)$는 다음 규칙을 통해 수정되어야 한다.

$$(13)\quad q(X|Y)=\frac{q(X\wedge Y)}{q(Y)}=\frac{q(E)p(X\wedge Y|E)+q(\sim E)p(X\wedge Y|\sim E)}{q(E)p(Y|E)+q(\sim E)p(Y|\sim E)}.$$

그럼 (13)를 이용해서 우린 $q(E|N_p)$를 추론할 수 있다.

$$(14)\quad q(E|N_p)=\frac{q(E)p(N_p|E)}{q(E)p(N_p|E)+q(\sim E)p(N_p|\sim E)}.$$

그리고 위에서 언급한 대로 $p(E|N_p)=\alpha_p$라고 가정한다. 그리고 $p(E|N_p)$와 $p(\sim E|N_p)$ 사이의 비율을 다음과 같이 나타낸다.

$$(15)\quad \frac{p(E|N_p)}{p(\sim E|N_p)}=\frac{\alpha_p}{1-\alpha_p}=\gamma_p.$$

그럼 식 (15)를 이용해서 식 (14)은 다음과 같이 변형할 수 있다.

$$(16)\quad \frac{q(E|N_p)}{q(\sim E|N_p)}=\gamma_p\cdot\frac{q(E)/q(\sim E)}{p(E)/p(\sim E)}=\gamma_p\beta_{q,p}(E:\sim E).$$

식 (16)는 $q(E)$와 $q(E|N_p)$ 사이의 관계를 나타낼 뿐만이 아니라

베이즈 인수와 $q(E|N_p)$ 사이의 관계도 나타내고 있다. 이 식을 이용한다면 $q(E|N_p)$를 경험의 영향 그 자체를 표상하는 프로토콜로 간주해도 교환성이 성립한다는 것을 쉽게 보일 수 있다. 이를 보이기 위해서 3절의 도식을 다시 이용하자. 그리고 (6)과 유사하게 다음을 가정하자.

(17) $\varepsilon_{q,p}=q(E|N_p)=\varepsilon_1$; $\varepsilon_{r,q}=r(E|N_q)=\varepsilon_2$;
$\varepsilon_{Q,p}=Q(E|N_p)=\varepsilon_2$; $\varepsilon_{R,Q}=R(E|N_Q)=\varepsilon_1$.

여기서 $q(E|N_p)=R(E|N_Q)=\varepsilon_1$와 $r(E|N_q)=Q(E|N_p)=\varepsilon_2$에 주목해야 한다. 이것은 경험의 영향이 순서만 다를 뿐 서로 같다는 것을 나타낸다. 그럼 먼저 확률함수가 $p\rightarrow q\rightarrow r$의 순으로 수정된 경우를 생각해보자. (7), (8), (16), (17)을 이용하면 우린 다음과 같이 임의의 명제 X에 대한 확률, $q(X)$와 $r(X)$를 계산할 수 있다.

(18) $$q(X)=\frac{\epsilon_1 p(X\wedge E)+\gamma_p(1-\epsilon_1)p(X\wedge \sim E)}{\epsilon_1 p(E)+\gamma_p(1-\epsilon_1)p(\sim E)};$$

(19) $$r(X)=\frac{\epsilon_2 q(X\wedge E)+\gamma_q(1-\epsilon_2)q(X\wedge \sim E)}{\epsilon_2 q(E)+\gamma_q(1-\epsilon_2)q(\sim E)}.$$

그리고 (9)와 마찬가지로 (18)에 의해서 다음이 각각 성립한다.

(20) $$q(X\wedge E)=\frac{\epsilon_1 p(X\wedge E)}{\epsilon_1 p(E)+\gamma_p(1-\epsilon_1)p(\sim E)};$$

$$q(E)=\frac{\epsilon_1 p(E)}{\epsilon_1 p(E)+\gamma_p(1-\epsilon_1)p(\sim E)};$$

$$q(X\wedge E)=\frac{\gamma_p(1-\epsilon_1)p(X\wedge \sim E)}{\epsilon_1 p(E)+\gamma_p(1-\epsilon_1)p(\sim E)};$$
$$q(\sim E)=\frac{\gamma_p(1-\epsilon_1)p(\sim E)}{\epsilon_1 p(E)+\gamma_p(1-\epsilon_1)p(\sim E)}.$$

(20)를 (19)에 대입하면 우린 최종적으로 다음과 같이 *r(X)*를 도출할 수 있다.

$$\text{(21)}\ \ r(X)=\frac{\epsilon_1\epsilon_2 p(X\wedge E)+\gamma_p\gamma_q(1-\epsilon_1)(1-\epsilon_2)p(X\wedge \sim E)}{\epsilon_1\epsilon_2 p(E)+\gamma_p\gamma_q(1-\epsilon_1)(1-\epsilon_2)p(\sim E)}.$$

한편 두 번째 확률 함수 변화, $p\rightarrow Q\rightarrow R$에 대해서도 (17)~(21)와 동일한 과정을 거쳐 다음을 계산할 수 있다.

$$\text{(22)}\ \ R(X)=\frac{\epsilon_1\epsilon_2 p(X\wedge E)+\gamma_p\gamma_Q(1-\epsilon_1)(1-\epsilon_2)p(X\wedge \sim E)}{\epsilon_1\epsilon_2 p(E)+\gamma_p\gamma_Q(1-\epsilon_1)(1-\epsilon_2)p(\sim E)}.$$

한편 위에서 우린 한 행위자가 가질 수 있는 모든 확률함수 ψ에 대해서 $\psi(E|N_\psi)$는 일정하다는 것을 가정했다. 그럼 (15)에 의해서 $\gamma_p=\gamma_q=\gamma_Q$이고, 결론적으로 (21)과 (22)에 의해서 모든 X에 대해서 $r(X)=R(X)$가 성립한다.

위에서 살펴본 대로 $q(E|N_p)$를 행위자가 겪은 경험의 영향 그 자체만을 표상하는 것으로 간주할 때, 이 프로토콜은 사전확률에 대한 어떤 정보도 가지고 있지 않으면서, 또 교환성 역시 만족한다.

3) $q(E|N_p)$의 장점

지금까지 나는 두 가지 기준을 이용해서 경험의 영향 그 자체만을 표상한다고 제안된 프로토콜들을 살펴보았다. 그 기준들 중에

한 가지는 사전확률에 대한 정보를 추론할 수 없어야 된다는 것이었고, 다른 한 가지는 교환성이었다. 그리고 살펴보았던 대안 프로토콜들은 사후확률, 확률차, 확률비, 베이즈 인수, $q(E|N_p)$이었다. 언급한 두 기준에 대한 각 프로토콜들의 만족 여부는 다음과 같이 정리할 수 있다.

	추론불가능성	교환성
사후확률	만족함	만족하지 않음
확률차	만족하지 않음	만족함
확률비	만족하지 않음	만족함
베이즈 인수	만족함	만족함
$q(E\|N_p)$	만족함	만족함

위 표를 보면 알 수 있듯이 유력한 대안은 베이즈 인수와 $q(E|N_p)$뿐이다. 이런 결론은 베이즈 인수가 경험의 영향 그 자체만을 표상하는 유일한 프로토콜이라는 주장에 대한 소극적인 비판이라고 할 수 있다. 그럼 더욱 적극적으로 베이즈 인수보단 $q(E|N_p)$가 더 그럴싸한 경험의 영향 그 자체만을 표상하는 프로토콜이라고 주장할 수 있을까?

일견 프래그마틱한 수준에서 $q(E|N_p)$를 옹호할 수 있을 것 같다. 예를 들어 지금까지 명제 E에 대해서 어떤 믿음의 정도도 가져 본 적이 없는 사람을 생각해보자. 그는 명제 E에 대해서 한 번도 생각해본 적이 없으며, 따라서 그 명제에 어떤 믿음의 정도도 할당한 적이 없다. 그런데 특정 경험 이후 그는 명제 E에 대한 최초의 믿음의 정도를 가지게 되었다고 상상해보자. 이런 경우에 원초적 확률주의자들은 해당 경험 자체가 명제 E에 어떤 영향을 주었는지 알기 위해서 그에게 무엇을 요구해야 하는가? 그에게 베이즈 인수

를 요구할 수 있겠는가? 베이즈 인수의 형태로 우리에게 정보를 전달하기 위해서 그는 자신의 사후확률 뿐만이 아니라 사전확률 역시 알고 있어야 한다. 그러나 그는 경험 이전에 명제 E에 대해서 한 번도 생각해본 적이 없었기 때문에 그는 사전확률이라고 부를만한 것을 가지고 있지 않다. 그럼 어떻게 그에게 베이즈 인수를 요구할 수 있는가? 사전확률을 1/2이라고 가정하라고 할까? 만약 그렇게 요구한다면, 원초적 확률주의자들은 그에게 무차별성의 원리를 따르라고 강요하는 것이며, 이런 강요는 원초적 확률주의의 주요 논제, 즉 사전확률에 대해서 확률적 정합성(probabilistic coherence)[32] 이외에 어떤 제약도 가하지 않는다는 주장과 충돌하게 된다.

그럼 $q(E|N_p)$라는 대안은 어떠한가? 이것은 행위자로부터 경험 그 자체의 영향을 전달받기 위해서 행위자가 E에 대한 어떤 사전확률을 가지고 있다는 것을 가정하지 않는다. 따라서 해당 행위자에게 사전확률로 무엇을 가정하라고 강요하지 않으며, 따라서 원초적 확률주의의 주요 논제와 충돌할 염려가 없다. 나는 아마도 이런 점이 베이즈 인수보다 $q(E|N_p)$가 더 적당한 프로토콜이라는 것을 옹호할 수 있으리라 기대한다.

4. 결론

지금껏 나는 다음 물음에 답하려고 했다: 베이즈 인수는 사전확률의 영향이 제외된 채 경험의 영향 그 자체만을 표상하는 유일한 프로토콜인가? 이런 질문을 다루기 위해서 사전확률의 영향을 제외

---

32) 어떤 행위자의 믿음 체계가 확률적으로 정합적이라는 것은 그의 믿음의 정도들이 확률 계산 규칙을 만족한다는 것이다.

한 프로토콜들이 만족해야할 두 가지 기준을 설명했으며, 베이즈 인수는 그 기준을 만족한다는 것을 보였다. 하지만 베이즈 인수가 그 기준들을 만족한다는 것은 그것이 유일한 프로토콜이라는 것을 보장하지 못한다. 나는 두 기준을 만족하는 다른 프로토콜 $q(E|N_p)$를 제안했으며, 이 역시 언급한 두 기준을 만족한다는 것을 보였다. 그리고 더 나아가 어떤 프래그마틱한 이유에서 $q(E|N_p)$가 베이즈 인수보다 우월하다고 주장했다.

하지만 염두에 두어야 할 것은 나의 이런 주장이 원초적 확률주의의 중심 논제를 거부하지 않는다는 점이다. 나의 주장은 제프리의 '우리의 믿음은 그 뿌리까지 확률'이라는 주장을 위협하지 않는다. 그리고 일반적으로 우리 경험의 내용은 명제에 의해서 표상되지 않는다는 것 역시 부정하지 않는다. 오히려 논문의 목적은 원초적 확률주의에 대한 논의를 풍부하게 하려는 데 있으며, 위에서 제시된 논변들이 옳다면 어느 정도 그 목적을 달성한 것 아닌가 조심스레 기대한다.

참고문헌

여영서(2003), “오래된 증거의 문제는 베이즈주의의 난점인가?”, 『철학』82: 175-201.

이영의(2005), “베이즈주의에서의 증거 개념”, 『논리연구』8: 33-58.

Bradley, Richard (2005), “Radical Probabilism and Bayesian Conditioning”, *Philosophy of Science* 72: 342-364.

Domotor, Zoltan (1980), “Probability Kinematics and Representation of Belief Change”, *Philosophy of Science* 47: 384-403.

Döring, Frank (1999), “Why Bayesian Psychology is Incomplete”, *Philosophy of Science* 66: S379-S389.

Field, Hartry (1978), “A Note on Jeffrey Conditionalization”, *Philosophy of Science* 45: 361-367.

Galavotti, Maria Carla (1997), “Probabilism and Beyond”, *Erkenntnis* 45: 253-265.

Garber, Daniel (1980), “Field and Jeffrey Conditionalization”, *Philosophy of Science* 47: 142-145.

Good, I. J. (1985), “Weight of Evidence: A Brief Survey”, Bayesian Statistics 2: 249-270.

Jeffrey, Richard (1991), “After Carnap”, *Erkenntnis* 35: 255-262.

______________(1992), *Probability and the Art of Judgment*, Cambridge.

______________(1994), “Carnap's voluntarism”, D. Prawiz, B. Skyrms and D. Westerståhl (eds.) *Logic, Methodology and Philosophy of Science* IX, :

847-866.

_____________(2002a) “Petrus Hispanus Lectures: I. After Logical Empiricism, II. Radical Probabilism”, *Actas da Sociedade Portuguesa da Filosofia*. URL= <http://www.princeton.edu/~bayesway/pu/Lisbon.pdf>.

_____________(2002b) “Epistemology Probabilized”, in B. Bouchon-Meunier, J. Guitterez-Rios, L. Magdalena and R.R. Yaeger (eds.), *Technologies for Constructing Intelligent Sysytems*. URL= <http://www.princeton.edu/~bayesway/IPMU.pdf>

____________(2004) *Subjective Probaility: The Real Thing*, Cambridge.

Lange, Marc (2000), “Is Jeffrey Conditionalization Defective in Virtue of Being Non-Commutative? Remarks on the Sameness of Sensory Experience”, *Synthese* 123: 393-403.

Skyrms, Brian (1980) “Higher order degrees of belief”, *In Prospects for Pragmatism: Essays in Honor of F. P. Ramsey*. D. H. Mellor, ed., Cambridge University Press.

_______________(1986), *Choice and Chance*, 3rd ed. Belmont: Wadsworth Publishing Co.

van Fraassen, Bas (1989), *Laws and Symmetry*. Oxford: Clarendon Press.

Wagner, Carl (2002), “Probability Kinematics and Commutativity”, *Philosophy of Science* 69: 266-278.

Wagner, Carl (2003), “Commuting Probability Revisions: The

Uniformity Rule", *Erkenntnis* 59: 349-364.
Zynda, Lyle (2006), "Radical Probabilism Revisited", *Probability of Science* 73: 969-980.

고려대학교
Email: ipark.phil@gmail.com

Radical Probabilism and Bayes Factors

Park, Ilho

The radical probabilitists deny that propositions represent experience. However, since the impact of experience should be propagated through our belief system and be communicated with other agents, they should find some alternative protocols which can represent the impact of experience. The useful protocol which the radical probabilistists suggest is the Bayes factors. It is because Bayes factors factor out the impact of the prior probabilities and satisfy the requirement of commutativity. My main challenge to the radical probabilitists is that there is another useful protocol, $q(E|N_p)$ which also factors out the impact of the prior probabilities and satisfies the requirement of commutativity. Moreover I claim that $q(E|N_p)$ has a pragmatic virtue which the Bayes factors have not.

[Key Words] Radical Probabilism, Bayes Factors, Protocols, Simple Conditionalization, Jeffrey Conditionalization