

기능경사 소재 등가 물성치 예측을 위한 균질화 기법의 특성분석을 위한 수치해석

Numerical Analysis for the Characteristic Investigation of Homogenization Techniques Used for Equivalent Material Properties of Functionally Graded Material

조진래† 최주형* 신대섭**

Cho, Jin-Rae Choi, Joo-Hyoung Shin, Dae-Sub

(논문접수일 : 2007년 8월 17일 ; 심사종료일 : 2007년 11월 7일)

요 지

기능경사 소재(FGM)에는 서로 다른 두 가지 구성입자들이 혼합되어 있는 경사층(graded layer)이 삽입되어, 소재 전 영역에 걸쳐 구성입자의 체적분율이 연속적이고 기능적으로 변화하도록 되어있다. 이러한 이상(dual-phase) 입자복합체의 열기계적 거동을 해석함에 있어 필수적인 경사층의 물성치는 전통적으로 균질화 기법을 이용하여 예측되었다. 하지만, 이러한 균질화 기법은 구성입자의 형태, 분산구조 등과 같은 상세 형상을 반영하지 못하기 때문에 복합체의 총체적인 등가 물성치 예측에만 국한 되어왔다. 이러한 맥락에서 본 연구에서는 경사층을 미시역학적으로 이산화 모델링하고, 다양한 체적분율과 외부 하중조건에 대해 유한요소해석을 실시하여 이러한 균질화 기법들의 특성을 분석하였다.

핵심용어 : 기능경사 소재, 체적분율, 선형 혼합법칙, 수정 혼합법칙, Wakashima-Tsukamoto 평가기법, 미시역학적 이산화 모델, 유한요소해석

Abstract

Graded layers in which two different constituent particles are mixed are inserted into functionally graded material such that the volume fractions of constituent particles vary continuously and functionally over the entire material domain. The material properties of this dual-phase graded region, which is essential for the numerical analysis of the thermo-mechanical behavior of FGM, have been predicted by traditional homogenization methods. But, these methods are limited to predict the global equivalent material properties of FGMs because the detailed geometry information such as the particle shape and the dispersion structure is not considered. In this context, this study intends to investigate the characteristics of these homogenization methods through the finite element analysis utilizing the discrete micromechanics models of the graded layer, for various volume fractions and external loading conditions.

Keywords : *functionally graded material, volume fraction, linear rule of mixtures, modified rule of mixtures, wakashima-tsukamoto estimate, discrete micromechanics model, finite element analysis*

1. 서 론

전통적인 적층복합재(laminated composite)는 층간 계면에서의 예리한 물성치의 불연속으로 인하여 응력집중, 층간 분리와 같은 심각한 열-기계적 결함을 나타낸다. 이러한 결함을 완화하기 위해 1980년도 후반에 일본의 NKK사에서 기능

경사 소재(FGM)를 최초로 소개하였다(Koizumi, 1997). 이 소재의 기본 개념은 한 계면에서 다른 계면에 사이에 체적분율이 연속적으로 변화하는 이상(dual-phase) 입자복합체인 경사층을 두 등방성 물질층에 삽입하여 계면에서의 물성치 불연속을 제거시키는 것이다(Giannakopoulos *et al.*, 1995; Cho *et al.*, 2000; Lee and Toi, 2002).

† 책임저자, 정회원 · 부산대학교 기계공학부 교수

Tel: 051-510-2467 ; Fax: 051-514-7640

E-mail: jrcho@pusan.ac.kr

* 부산대학교 기계공학부 대학원 박사과정

** 부산대학교 기계공학부 대학원 석사과정

• 이 논문에 대한 토론을 2008년 4월 30일까지 본 학회에 보내주시면 2008년 6월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

FGM은 계면에서의 물성치 불연속에 따른 치명적인 결함을 개선하는 것 외에도, 삽입된 경사층의 체적분율이나 상대 두께비의 적절한 설계에 따라 목표로 하는 목적성능을 최적으로 만족시킬 수 있는 잠재력을 지니고 있다. 하지만, 삽입된 경사층은 서로 다른 두 가지 구성입자가 복잡한 형태로 혼합되어 있는 이상 입자복합재이기 때문에, 해석과 설계의 신뢰성은 경사층에 대한 열기계적 물성치의 정확한 예측에 절대적으로 좌우된다고 하여도 과언은 아니다.

FGM이 소개된 이후 지금까지 경사층의 물성치는 일반적인 이상 혹은 다상 입자복합체에 적용하였던 선형 혼합법칙(linear rule of mixtures), 평균장 이론(mean-field theory; Mori *et al.*, 1973; Wakashima *et al.*, 1991) 단위 셀 이론(unit cell theory; Ravichandran, 1994) 등으로 평가하여 왔다. 이러한 균질화 기법에 기초한 물성치 평가는 FGM의 총체적인 열-기계적 거동은 적절히 제공하지만, 균질화 기법 자체가 안고 있는 본질적인 가정(Cho *et al.*, 2000) 때문에 상세한 국부거동 예측에는 많은 한계가 있다.

일반적으로 입자복합체의 등가 물성치는 구성입자의 형상과 크기, 배열 구조 그리고 외부 하중조건 등의 함수이므로, FGM의 국부적 거동을 정확하게 예측하기 위해서는 새로운 방식의 해석기법이 요구된다. 이를 위해 최근 유한요소법과 이산화 모델(discrete model)을 활용한 국부영역 해석이 연구되고 있다. Grujicic과 Zhang(1998)은 Ghosh 등(1993)이 제안한 Voronoi 셀 유한요소법(VCFEM)을 사용하여 FGM의 국부거동 예측을 위한 수치기법을 제안하였고, Reiter 등(1997)은 평면 육각형 셀 구성입자를 이산화한 미시역학 해석모델을 제안하였다.

본 논문은 대표적인 균질화 기법인 선형 혼합법칙, 수정 혼합법칙 그리고 Wakashima-Tsukamoto기법의 특성을 다양한 체적분율과 외부 하중조건에 대해 분석하는 것을 목적으로 한다. 이를 위해 경사층내 구성입자를 사각형 셀로 이산화한 미시역학적 모델을 구성하고, 이 모델을 이용한 유한요소 해석결과를 참고해로 설정한다.

2. 기능경사 소재

Fig. 1은 금속과 세라믹으로 구성된 대표적인 2차원 기능경사 내열소재를 도시하고 있다. 여기서, $2d$ 는 FGM 소재의 전체 두께를 그리고 $2d_G$ 는 경사층의 두께를 각각 나타낸다. 상부층은 100% 세라믹이고 하부층은 100% 금속이며, 중간에 삽입된 경사층에서는 금속과 세라믹 성분이 연속적인 체적분율로 변화한다. 전술한 바와 같이 주어진 하중조건에서 기능경사 소재의 열-기계적 거동은 다음에 정의되는 두

변수에 지배적인 영향을 받는다.

금속과 세라믹의 체적분율(volume fraction)을 $V_m(y)$ 과 $V_c(y)$ 로 각각 표시하면 이들은 다음 식 (1)의 물리적 관계식을 만족한다. 여기서, 하첨자 m 과 c 는 각각 meta과 ceramic을 의미한다.

$$V_c(y) + V_m(y) = 1 \tag{1}$$

따라서, 경사층내 물성분포는 두 구성입자 체적분율 중 어느 하나로 표현 가능하다. 본 연구에서는 금속입자를 기준으로 하고 또한 전체 FGM 소재내에서 금속의 체적분율 $V_m(y)$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$V_m(y) = \begin{cases} 1, & -d \leq y < -d_G \\ \left[\frac{d_G - y}{2d_G} \right]^N, & |y| \leq d_G \\ 0, & d_G < y \leq d \end{cases} \tag{2}$$

여기서, N 은 금속의 체적분율을 결정짓는 양의 실수로서 Fig. 2를 참고하면 N 이 0에 접근할수록 경사층은 금속성분이 지배적인 반면, N 이 양의 무한대에 접근할수록 세라믹 성분이 지배적으로 된다.

한편, FGM소재 전체 두께에 대한 경사층의 상대 두께비 λ 는 다음의 식 (3)과 같이 정의되며, 이것 또한 FGM소재의 열기계적 거동에 지대한 영향을 미친다(Cho *et al.*, 2000; 2001).

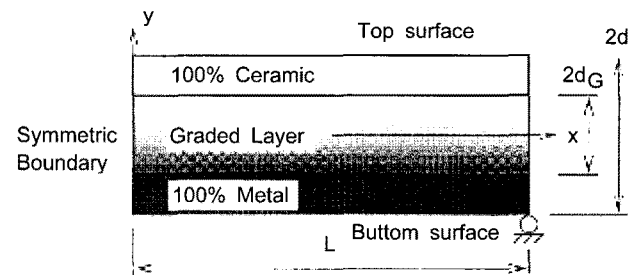


Fig. 1 Functionally graded material

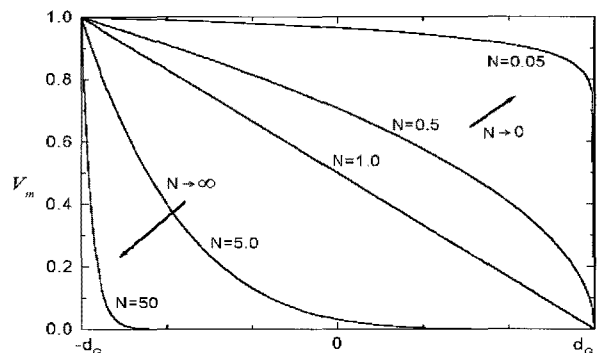


Fig. 2 Metal volume fraction in the graded layer

$$\kappa = \frac{d_c}{d}, \quad 0 \leq \kappa \leq 1 \quad (3)$$

여기서, κ 가 0에 접근하면 FGM 소재는 종래의 전통적인 적층복합재가 되며, 반면 κ 가 1이 되면 전체 소재영역이 경사층으로 구성된 full-FGM 소재가 된다.

3. 경사층의 등가 물성치 평가기법

3.1 균질화 기법

입자복합재의 등가 물성치 평가와 열기계적 거동 분석에 관해서는 오래전 부터 많은 연구가 진행되어 왔다. 이들 연구는 크게 이론적 그리고 실험적 접근방식으로 구분되어 있는데, 이론적 접근방식은 다시 미시역학적 기법과 연속체역학에 기초한 균질화 기법으로 대별된다. Wakashima 등(1991)과 Cho와 Oden(2001)의 논문에 기술한 바와 같이 균질화기법은 크게 직접(direct)법, 변분(variational)법, 그리고 근사(approximation)법으로 세분화할 수 있다.

직접법은 이론적인 해를 구할 수 있지만 복잡한 수학적 유도를 요하기 때문에 적용하기가 대단히 까다로운 단점이 있다. 반면에 Hashin-Shtrikman기법(1963)과 같은 변분법은 구성입자의 상세한 정보를 반영하지 않는 대신, 균질화된 물성치의 상한(upper bound)과 하한(lower bound)을 예측한다. 따라서 보다 엄밀하고 정확한 물성치 평가를 위해서는 추가적인 근사화 기법을 필요로 한다.

근사방식에는 Hill(1963)에 의한 self-consistent모델, Mori와 Tanaka(1973)에 의한 평균장 미시역학 모델, Wakashima와 Tsukamoto(1991)의 평가기법, 선형 혼합법칙과 Tomota 등(1976)이 제안한 수정 혼합법칙, 그리고 Ravichandran(1994)에 의한 단위 셀 모델 등이 대표적이다. 근사방식에 기초한 이러한 기법들의 대표적인 장점은 입자 복합재의 등가 물성치와 전역적인 열-기계적 거동을 예측하는데 비교적 단순한 형태와 쉬운 적용성을 지니고 있다는 점이다. 본 절에서는 본 연구의 특성분석의 대상이 되는 선형 혼합법칙, Wakashima-Tsukamoto평가기법 그리고 수정 혼합법칙에 대해서 보다 상세히 설명하고자 한다.

선형 혼합법칙은 식 (4)와 같이 입자 복합재를 구성하는 두 물질 A와 B의 체적분율과 물성치의 선형조합으로 복합재의 임의 지점 x 에서의 등가 물성치 $p(x)$ 를 평가하는 가장 단순한 방법이다.

$$p(x) = V_A(x)p_A(x) + V_B(x)p_B(x) \quad (4)$$

잘 알려진 바와 같이, 이 기법은 구성 입자들의 형상과 상호 연계효과를 고려하지 않기 때문에 그 신뢰성은 현저히 낮다는 단점이 있다.

Wakashima-Tsukamoto 평가기법(1991)은 수정된 Eshelby's equivalent inclusion법과 Mori-Tanaka이론(1973)을 결합하여 유도된 것으로서, 거시적인 등가 체적계수 \bar{K} 와 전단계수 $\bar{\mu}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{K} = K_m + \frac{aV_cK_m(K_c - K_m)}{V_mK_c + aV_cK_m} \quad (5)$$

$$\bar{\mu} = \mu_m + \frac{bV_c\mu_m(\mu_c - \mu_m)}{V_m\mu_c + bV_c\mu_m} \quad (6)$$

여기서, 상수 a , b 및 e 는 각각 다음과 같은 관계식으로 표현된다.

$$a = [K_c(3K_m + 4\mu_m)]/[K_m(3K_c + 4\mu_m)] \quad (7)$$

$$b = [(1 + e)\mu_c]/[(\mu_c + e\mu_m)] \quad (8)$$

그리고 e 는 다음과 같다.

$$e = [9K_m + 8\mu_m]/[6K_m + 12\mu_m] \quad (9)$$

위 식 (5)와 (6)에서의 \bar{K} 와 $\bar{\mu}$ 는 거시적 등가 탄성계수 \bar{E} 와 프아송 비 $\bar{\nu}$ 에 대해서 다음의 관계를 가진다.

$$\bar{E} = \frac{9\bar{K}\bar{\mu}}{(3\bar{K} + \bar{\mu})}, \quad \bar{\nu} = \frac{(3\bar{K} - 2\bar{\mu})}{2(3\bar{K} + \bar{\mu})} \quad (10)$$

그리고, 거시적 등가 열팽창계수 $\bar{\alpha}$ 와 열전도계수 $\bar{\chi}$ 는 각각 다음과 같이 계산된다.

$$\bar{\alpha} = \frac{1/\bar{K} - 1/K_m}{1/K_c - 1/K_m}(\alpha_c - \alpha_m) + \alpha_m \quad (11)$$

$$\bar{\chi} = \frac{(1 - V_m)\chi_m(\chi_c - \chi_m)}{\chi_m + V_m(\chi_c - \chi_m)/3} + \chi_m \quad (12)$$

수정 혼합법칙은 Tomota 등(1973)이 입자 복합재의 등가 탄성계수를 보다 정확히 예측하기 위하여 제안하였다. Fig. 3의 개념적 도식을 참고하여 두 가지 입자 A와 B로 구성된 입자 복합재내의 등가 응력과 등가 변형률은 식 (13)과 같은 선형조합으로 표현된다.

$$\sigma = \sigma_A V_A + \sigma_B V_B, \quad \epsilon = \epsilon_A V_A + \epsilon_B V_B \quad (13)$$

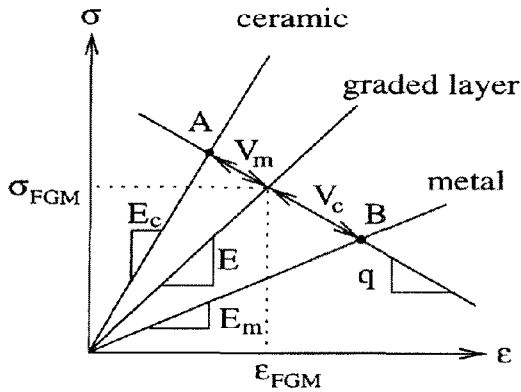


Fig. 3 Schematic representation of the modified rule of mixtures

한편, 응력-변형률 전달율(stress-strain transfer ratio) q 을 다음과 같이 도입한다.

$$q = \frac{\sigma_A - \sigma_B}{\epsilon_A - \epsilon_B} \quad (14)$$

참고로 전달율은 해당 소재에 적합한 등가물성치를 제공하기 위해 도입된 것이다. 다양한 실험을 수행한 결과 (Tomota *et al.*, 1973), 이상 입자복합체에 대해서는 $q = 4.5GPa$ 가 가장 적합한 것으로 알려졌다. 식 (13)과 (14) 그리고 Fig. 3의 개념도로 부터 두 가지 입자 A와 B로 구성된 입자 복합체의 거시적인 등가 탄성계수 \bar{E} 을 계산하는 식은 다음과 유도된다.

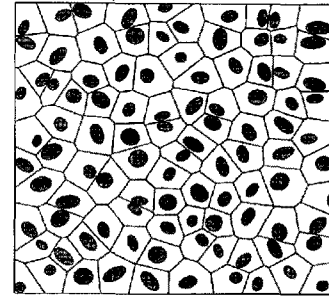
$$\bar{E} = \frac{V_m E_m \frac{q + E_c}{q + E_m} + (1 - V_m) E_c}{V_m \frac{q + E_c}{q + E_m} + (1 - V_m)} \quad (15)$$

한편, 수정 혼합법칙에 있어 등가 프아송 비 $\bar{\nu}$, 등가 열팽창계수 $\bar{\alpha}$, 등가 열전도계수 \bar{k} 는 선형 혼합법칙으로 계산되어 진다.

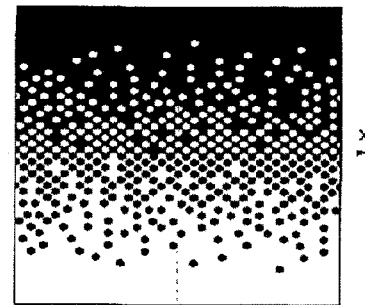
3.2 이산화 모델을 활용한 방법

최근 들어 기능경사 소재의 등가 물성치 예측을 위한 균질화 기법들에 대한 평가나 보다 국부적인 열기계적 거동의 정확한 해석을 위하여 유한요소법 기반의 이산화 모델이 많이 적용되고 있다. 대표적인 이산화 모델로는 Grujicic과 Zhang (1998)에 의한 Voronoi Cell FEM(VCFEM)모델과 Reiter 등(1997)에 의한 미시역학 이산화 모델을 들 수 있다.

VCFEM은 Fig. 4(a)와 같이 입자복합체 영역을 Voronoi 다각형으로 이산화하여 FEM으로 열기계적 거동을 해석



(a) VCFEM



(b) Discrete micromechanical model
Fig. 4 Discrete models for FGMs

하는 방법이다. 각각의 다각형은 하나의 입자(inclusion)만을 내부에 포함하며 다수의 유한요소로 격자를 생성하며, 수치해석을 위해 특수한 유한요소 정식화가 필요하다(Ghosh and Mukhopadhyay, 1993). 이 방법은 임의로 분포된 이상 복합체의 국부적 열기계적 거동이나 물성치를 신뢰성 있게 예측할 수는 있지만, 셀의 개수가 충분히 많지 않을 경우 응력이 과대평가되는 단점이 있다. 또한, 거시적-미시적 스케일 영향을 고려하지 않으므로 낮은 체적분율을 가진 복합체에 그 응용이 한정된다.

Reiter 등(1997)에 의한 미시역학적 이산화 모델은 Fig. 4(b)와 같이 경사층내 두 입자영역을 같은 크기의 육각형으로 셀을 구성하고 체적분율에 따라 셀의 개수를 분포시켜 구성한다. 앞의 VCFEM과는 달리 각 셀은 균질의 재질로 가정되며, 각각의 육각형은 몇 개의 유한요소로 이산화되고 수치해석을 위해 일반적인 유한요소법을 적용할 수 있다. 이 방법은 다양한 체적분율에 대해 전통적인 균질화 기법의 특성을 분석할 수 있는 장점이 있다. 하지만, 육각형이 갖는 특성에 따라 체적분율을 만족시키는 이산화 모델링에 많은 노력과 시간이 요할뿐더러 수치결과의 신뢰성이 셀의 개수에 영향을 받는다.

4. 수치예제

세 가지 균질화 기법의 특성을 비교 분석하기 위하여 두

가지 수치예제를 대상으로 수치실험을 수행하였다. 우선, 첫 번째 수치실험을 위해 Fig. 1과 같이 대칭성을 가진 단순지 지된 FGM보의 절반 부분을 고려한다. 형상정보로는 $L = 50mm$, $d = 5mm$, $d_G = 4mm$ (즉, $\eta = 0.8$)이다. 기저가 되는 금속 및 세라믹 입자로는 Ni 과 Al_2O_3 을 각각 선택하였고, 각각에 대한 재료 물성치는 표 1과 같다.

아래 Fig. 5를 참고하여 이산화된 FEM모형을 형성하기 위해, 본 논문에서는 보를 x 방향으로 100개, y 방향으로 60개의 균일한 직사각형 셀을 사용하였다. 그림에서 회색으로 표시된 셀은 Al_2O_3 , 그리고 검은색 셀은 Ni 성분을 각각 나타낸다. 각 셀은 Dvorak의 미시역학 모델과 유사하게 4절점 직사각형 유한요소로 이산화하였다. 세 가지 모델에 대한 체적분율 지수 N 은 각각 0.5, 1.0 그리고 5.0이며, 수직방향으로 해당 체적분율 값을 식 (2)에 따라 계산된다. 그리고 동일 수직위치에 있는 100개의 셀에 대한 Al_2O_3 과 Ni 의 설정은 체적분율 값에 맞도록 난수를 이용하였다.

수치실험을 위한 열기계적 경계조건으로는 Fig. 1을 참조하여 세 가지 상태, 즉 ① 우측 단에 x 방향으로 균일한 변위 $u_x = 0.02mm$ 로의 인장, ② 보 전체에 대해 $\Delta T = 200K$ 로의 균일한 가열, ③ 보의 밑면은 $300K$ 그리고 윗면은 $500K$ 로의 비균일 가열로 설정하였다.

이러한 경계조건에 대한 단순지지 보의 열기계적 거동은

표 1 Al_2O_3 및 Ni 의 열기계적 물성치

	Al_2O_3	Ni
$E(GPa)$	393.0	199.5
ν	0.25	0.3
$\alpha(10^{-6}/K)$	7.4	15.4
$\kappa(W/m \cdot K)$	30.1	90.7

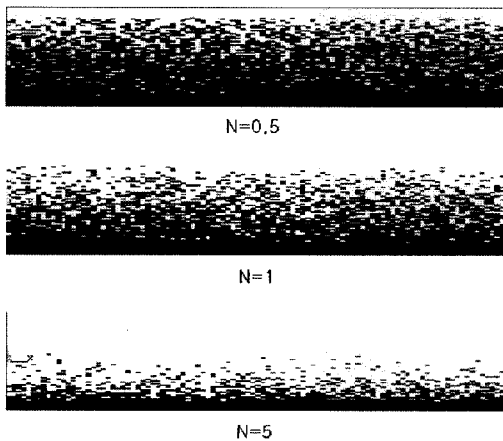


Fig. 5 Discrete FEM models with different volume fraction distributions

보의 우측단 부근의 끝단효과(edge effect)를 배제하면 x 방향으로 거의 무관한 분포를 나타낸다(Cho와 Oden, 2000). 하지만, 미시역학적 이산화 모델은 셀과 셀사이의 계면에서 매우 심한 응력변화를 나타내기 때문에, 보의 특정 두께방향 위치에서의 응력값은 $0 \leq x \leq 40mm$ 사이의 응력값에 대해 평균을 취하였다.

경계조건 ①에 대한 y 방향으로의 축응력(axial stress) 분포를 Fig. 6에 나타내었다. 그림에서 알 수 있듯이 모든 체적분율 분포에 대해서 균질화 물성기법들이 축응력 분포에 있어 뚜렷한 차이를 보인다. 이 하중조건에서 선형 혼합법칙

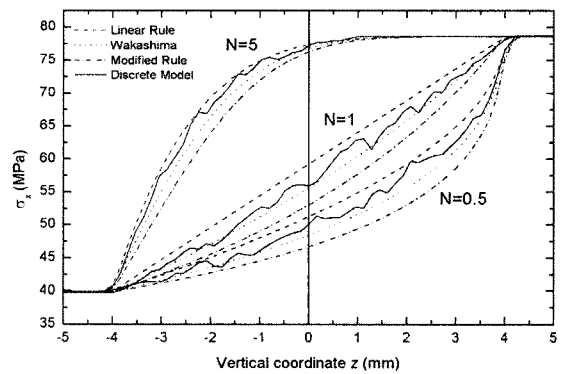
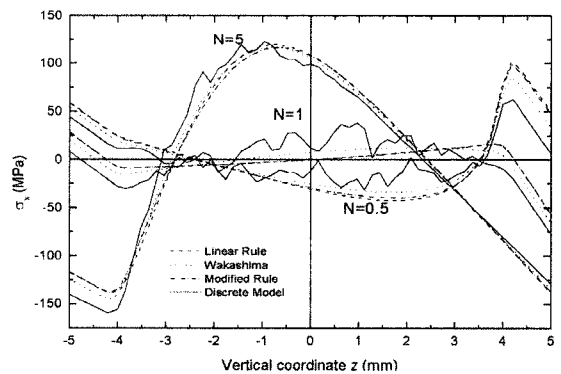
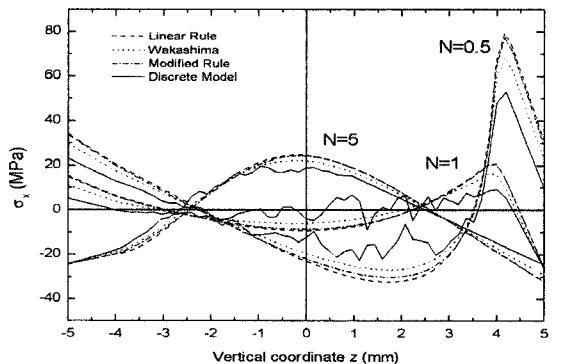


Fig. 6 Axial stress distributions in case of loading condition ①



(a) In case of loading condition ②



(b) In case of loading condition ③

Fig. 7 Axial stress distributions due to uniform and nonuniform thermal loadings

이 가장 높은 응력값을 나타내며, 이산화된 미시역학 모델에 의한 응력분포는 선형 혼합법칙과 Wakashima-Tsukamoto 균질화 기법에 의한 예측치 사이에 위치함을 확인할 수 있다.

경계조건 ②와 ③에 대한 축방향의 열응력 분포를 Figs. 7(a)와 7(b)에 나타내었다. 하중조건 ①의 경우와 비교해서 가장 큰 차이는 FGM층이 아닌 순수 Ni과 Al₂O₃층, 즉 -5 < y < -4 그리고 4 < y < 5 사이에서도 각 예측기법들이 큰 응력분포의 차이를 보인다는 점이다. 이는 하중조건 ①에서는 FGM층이 아닌 영역에서 변형률 분포가 일정한 반면, 하중조건 ②와 ③에 있어서는 FGM층에서의 열변형률 분포가 FGM층이 아닌 영역에 영향을 미치기 때문이다. 두 가지 열하중 조건에 따른 결과를 토대로 분석하면, Wakashima-Tsukamoto평가법이 이산화 모델의 거동에 가장 가까운 결과를 제시함을 확인할 수 있다.

복합재료의 등가물성치는 단위구조(unit cell) 해석이라는 수치실험을 통하여 계산할 수 있다. 즉, 기계적 등가 물성계수 E 및 ν는 실제 실험과 유사한 일축 인장하중상태를 수치적으로 모사함으로써 구하게 된다. 다만 해석에서는 기하학 및 경계조건의 관점에서 반복이 되는 최소 기본단위인 단위구조에 대하여 계산을 수행하게 된다.

즉, 이 문제를 Fig. 8에 나타난 것과 같이 2개의 부 문제(sub-problems)로 분리하고 각각을 독립적으로 계산한 결과를 선형중첩하면 일축 인장하중상태를 모사할 수 있게 된다. 각 부 문제들에 대하여 해석을 수행하게 되면 경계면에서 반력을 구할 수 있으며, F_xⁱ, F_yⁱ는 부 문제 i의 반력을 나타낸다.

이러한 반력을 일축 인장상태가 되도록 부 문제 1의 반력에 α배, 부 문제 2의 반력에 β배 한 후 x-방향의 힘이 P

가 되고, y-방향의 힘의 합력이 '0'이 되도록 다음과 같이 조합한다.

$$\alpha F_x^1 + \beta F_x^2 = P \tag{16}$$

$$\alpha F_y^1 + \beta F_y^2 = 0 \tag{17}$$

위 식을 연립해서 풀면 상수 α, β를 구할 수 있으며, 인장하중 P하에서의 변형률을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\bar{\epsilon}_1 = \alpha \epsilon_{xx}^1 \tag{18}$$

$$\bar{\epsilon}_2 = \beta \epsilon_{yy}^2 \tag{19}$$

반면, 인장하중 P에 의한 일 W와 단위구조 내부에 저장된 에너지 U는 다음과 같다.

$$W = \frac{1}{2} Pu = \frac{1}{2} P(\Delta x \bar{\epsilon}_1) \tag{20}$$

$$U = \frac{1}{2} \int_V \bar{\sigma}_1 \bar{\epsilon}_1 dV = \frac{1}{2} E_1 (\bar{\epsilon}_1)^2 \Delta x \Delta y \tag{21}$$

따라서 W=U의 관계로부터 등가 물성계수는 다음과 같이 구해진다.

$$E = \frac{P}{\Delta y \epsilon_1} = \frac{P}{\Delta y \alpha \epsilon_{xx}^1} \tag{22}$$

여기서 Δy는 단위구조의 치수를 나타낸다. 또한 등가 프아송비는 정의에 의하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\nu = -\frac{\bar{\epsilon}_2}{\bar{\epsilon}_1} = -\frac{\beta \epsilon_{yy}^2}{\alpha \epsilon_{xx}^1} \tag{23}$$

본 논문에서는 보강재의 형상에 따른 등가 탄성계수와 프아송비의 변화를 평가하기 위하여 단위 셀의 형상을 3가지로 정의하였다. Fig. 9는 보강재료의 형상에 따른 단위구조 해석모델을 나타내고 있으며, 가로 및 세로가 각각 1cm인 정사각형 안에 형상별로 100개의 단위 셀이 균일하게 분할하고 있는 구조이다.

수치실험을 위한 경계조건으로는 각 부 문제별로 0.05cm의 일정한 변위를 적용하였다. 따라서 해석모델의 전 영역에 대해 일정한 변형을 유지할 수 있어 변형률 측정이 용이하며, 인장력은 반력을 측정해서 쉽게 구할 수 있다. Fig. 10은 각각의 보강재의 형상에 따른 부 문제 1과 부 문제 2의 변위장을 나타내고 있다.

단위구조 해석모델을 이용한 수치해석 결과를 바탕으로

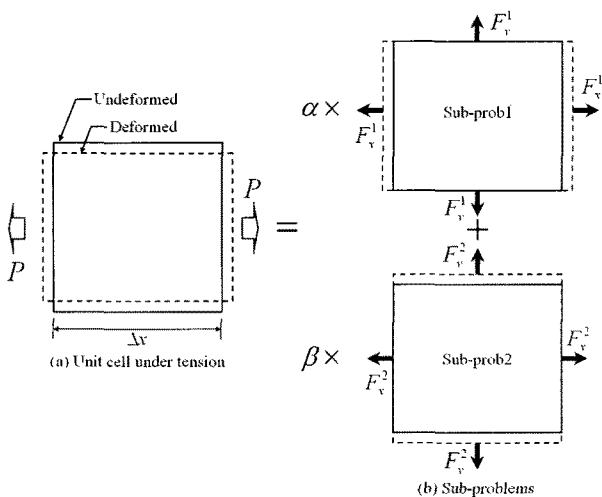


Fig. 8 Schematic representation of the superposition method (original and decomposed systems)

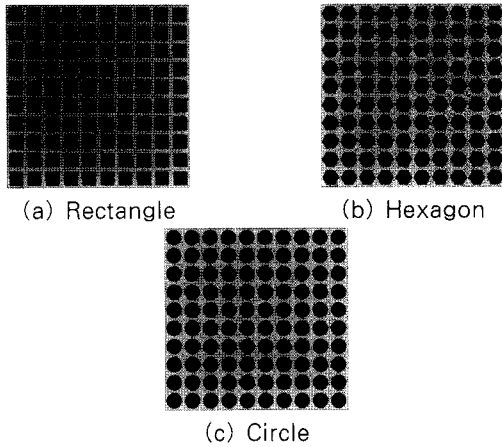


Fig. 9 Numerical models of unit cell

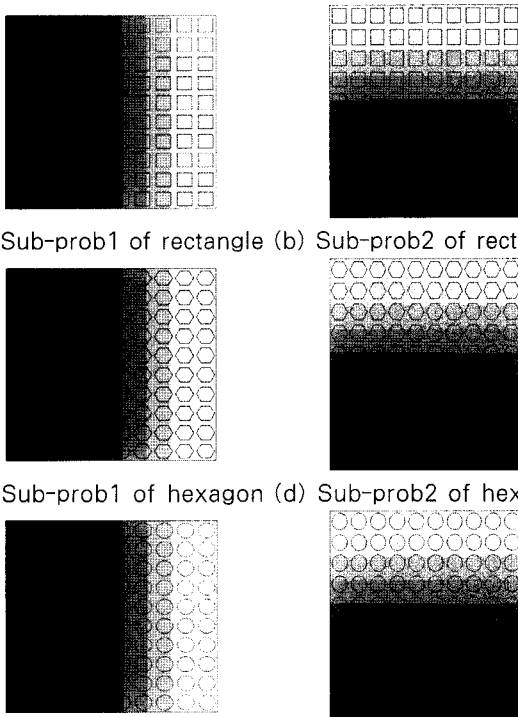


Fig. 10 Displacement distributions of unit cell

Al_2O_3 의 체적분율에 따른 등가 탄성계수와 프아송비를 계산하였다. Fig. 11은 등가 탄성계수를 계산하기 위한 기존의 평가법들과 보강재의 형상에 따라 이산화 모델의 결과를 체적분율에 따라 비교하여 나타내고 있다. Al_2O_3 의 체적분율이 증가함에 따라 등가탄성계수는 증가하는 경향을 보이지만, 보강재 형상에 따른 영향은 크게 나타나지 않았다. 하지만 Wakashima-Tsukamoto 평가법이 이산화모델과 가장 근사한 결과를 나타내고 있음을 확인할 수 있다.

Fig. 12는 등가 프아송비의 계산결과를 나타내고 있으며, Al_2O_3 의 체적분율이 증가함에 따라 프아송비는 감소하는 경향을 나타내고 있다. 하지만 등가 탄성계수의 결과와 달리

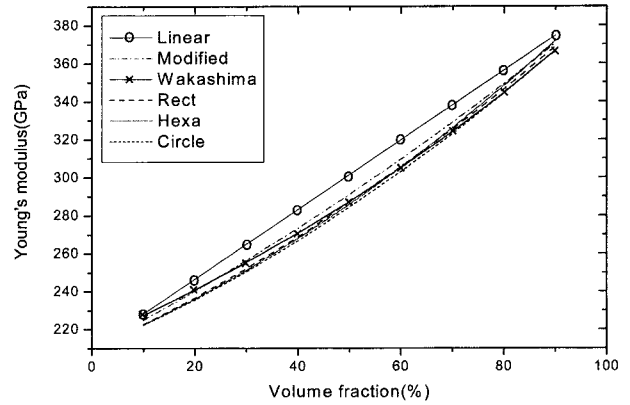


Fig. 11 Young's modulus to volume fraction

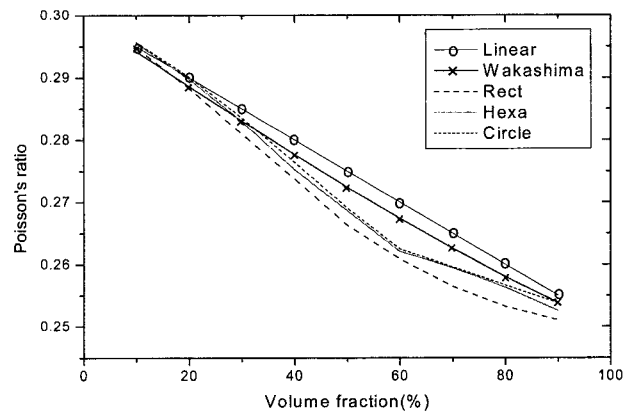


Fig. 12 Poisson's ratio to volume fraction

체적분율이 50~70%구간에서 기존의 평가법은 이산화모델의 결과와 많은 차이를 나타내었다. 이것은 두 입자의 혼합비가 비슷한 구간으로 두 입자간의 상호작용이 극심하기 때문이다.

5. 결 론

본 논문에서는 FGM 적층복합재의 간략한 소개와 일반적으로 사용되는 몇 가지의 균질화 예측법, 그리고 FGM의 기계적 거동과 물성치 예측을 위해 현재 연구되고 있는 이산화 수치 모델에 대해 설명하였다. 균일한 직사각형 셀을 적용한 이산화 미시역학 모델과 세 가지의 대표적인 균질화 예측법을 비교평가 하기위해, 세 가지의 체적분율 형태와 세 경우의 하중상태에 대해 수치 실험을 수행하였다. 수치결과로부터 균질화 모델과 이산화모델은 FGM층 내부에서 현저한 차이를 보임을 알 수 있었고, 또한 하중조건이 복잡해짐에 따라 그 차이는 더욱 커짐을 알 수 있었다. 또한, 이산화모델 내부의 단위 셀의 형상이 등가물성계수에 미치는 영향을 체적분율에 따라 분석하였다. 그 결과, 단위 셀 형상에 따른 차이는 그다지 발생하지 않는 반면, 기존의 균질화 기법들과는

현저한 차이가 발생하였다. 특히, 체적분율 50~70% 구간에서 균질화 기법들과 이산화모델의 프와송비 예측결과 큰 차이를 나타내었다.

후 기

본 연구는 과학기술부/한국과학재단 국가핵심연구센터사업(R15-2006-022-02002-0)의 지원으로 수행되었음.

참 고 문 헌

- Cho, J. R., Oden, J. T.** (2000) Functionally graded material: a parametric study on thermal-stress characteristics using the Crank-Nicolson-Galerkin scheme, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 188, pp.17~37.
- Cho, J. R., Ha, D. Y.** (2001) Thermo-elastoplastic characteristics of heat-resisting functionally graded composite structures, *Structural Engineering and Mechanics*, 11(1), pp.49~70.
- Cho, J. R., Song, J. I., Choi, J. H.** (2006) Prediction of effective mechanical properties of reinforced braid by 3-D finite element analysis, *Key Engineering Materials*, 306-308, pp.799~804.
- Ghosh, S., Mukhopadhyay, S. N.** (1993) A material based finite element analysis of heterogeneous media involving Dirichlet tessellations, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 104, pp.211~247.
- Giannakopoulos, A. E., Suresh, S., Finot, M., Olsson, M.** (1995) Elastoplastic analysis of thermal cycling: layered materials with compositional gradients, *Acta Metallurgica et Materialia*, 43, pp.1335~1354.
- Grujicic, M., Zhang, Y.** (1998) Determination of effective elastic properties of functionally graded materials using Voronoi cell finite element method, *Materials Science and Engineering A*, 251, pp.64~76.
- Hashin, Z., Shtrikman, S.** (1963) A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 11, pp.127~140.
- Hill, R.** (1963) Elastic properties of reinforced solids : Some theoretical principles, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 11, pp.357~372.
- Koizumi, M.** (1997) FGM activities in Japan, *Composites Part B : Engineering*, 28, pp.1~4.
- Lee, J. M., Toi, Y.** (2002) Elasto-plastic damage analysis of functionally graded materials subjected to thermal shock and thermal cycle, *JSME International Journal Series A*, 45(3), pp.331~338.
- Mori, T., Tanaka, K.** (1973) Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions, *Acta Metallurgica*, 21, pp.571~574.
- Ravichandran, K. S.** (1994) Elastic properties of two-phase composites, *Journal of the American Ceramic Society*, 77, pp.1178~1184.
- Reiter, T., Dvorak, G. J., Tvergaard, V.** (1997) Micromechanical models for graded composite materials, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 45, pp.1281~1302.
- Tomota, Y., Kuroki, K., Mori, T., Tamura, I.** (1976), Tensile deformation of two-ductile-phase alloys : Flow curves of α -v Fe—Cr—Ni alloys, *Materials Science and Engineering*, 24, pp.85~94.
- Wakashima, K., Tsukamoto, H.** (1991) Mean-field micromechanics model and its application to the analysis of thermomechanical behaviour of composite materials, *Materials Science and Engineering A*, 146, pp.64~76.