

유연도 행렬을 이용한 진단빌딩의 유전자 알고리즘 기반 손상추정

Damage Detection in Shear Building Based on Genetic Algorithm Using Flexibility Matrix

나 채 국* 김 선 필** 곽 효 경†

Na, Chaekuk Kim, Sun-Pil Kwak, Hyo-Gyoung

(논문접수일 : 2007년 6월 7일 ; 심사종료일 : 2008년 1월 4일)

요 지

전단빌딩에 발생한 손상 추정에 있어서 대상 구조물의 물성치를 가정하고 이상화한 모델을 이용한 역해석이 필요하다. 강성행렬을 이용하는 고전적인 손상추정 방법에 비해 유연도 행렬을 이용한 손상추정은 구조물의 저차모드를 이용하기 때문에 비교적 정확한 값을 계산할 수 있기 때문에 더 효과적으로 알려져 있다. 이 논문에서는 손상추정을 위한 알고리즘으로 유전자 알고리즘(Genetic Algorithm, GA)을 도입하였고, 구조 응답에서 취득할 수 있는 유연도 행렬을 이용하여 역해석을 통한 손상추정 기법을 소개하고 있다. 제안된 손상추정 기법은 전단빌딩의 강성에 대한 정확한 정보가 없는 상황에서 전단빌딩의 손상으로 인한 실제 강성변화량을 추정하도록 하였다. 더불어 open source code인 OPENSEES를 이용하여 전단빌딩 수치해석을 통해 제안된 손상추정 기법의 효율성을 검증하였다.

핵심용어 : 유전자 알고리즘, 손상추정, 강성추정, 유연도 행렬, 전단빌딩

Abstract

Stiffness estimation of a shear building due to local damages is usually achieved through structural analysis based on the assumed material properties and idealized numerical modeling of structure. Conventional numerical modeling, however, frequently causes an inevitable error in the structural response and this makes it difficult to exactly predict the damage state in structure. To solve this problem, this paper introduces a damage detection technique for shear building using genetic algorithm. The introduced algorithm evaluates the damage in structure using a flexibility matrix since the flexibility matrix can exactly be obtained from the field test in spite of using a few lower dynamic modes of structure. The introduced algorithm is expected to be more effectively used in damage detection of structures rather than conventional method using the stiffness matrix. Moreover, even in cases when an accurate measurement of structural stiffness cannot be expected, the proposed technique makes it possible to estimate the absolute change in stiffness of the structure on the basis of genetic algorithm. The validity of the proposed technique is demonstrated through numerical analysis using OPENSEES.

Keywords : genetic algorithm, damage detection, stiffness estimation, flexibility matrix, shear building

1. 서 론

구조물의 손상추정은 구조물의 내구연한 동안 안전성 확보 측면에서 중요한 역할을 한다. 구조물의 손상은 부식, 피로, 노화 등의 내적인 요인과 지진, 풍하중, 충격하중 등의 외적인 요인에 의해 발생하는데, 구조물에 발생한 손상을 파악하는 방법으로는 취약 예상부분에 대한 비파괴검사와 육안검사

로 나눌 수 있다. 일반적으로 많이 사용되는 비파괴 검사(Non-Destructive Inspection, NDT)는 X선이나 초음파를 이용한 검사 방법으로써 구조물의 취약부분 혹은 손상부분을 예상하여 국부적인 검사를 수행하게 된다. 손상 탐색 범위가 지나치게 넓거나 손상부에 대한 접근이 어려운 경우 비파괴 검사를 통한 손상추정은 불가능하며, 손상이 외관상 뚜렷하거나 취약부분을 쉽게 찾을 수 있는 경우에만 비파괴

† 책임저자. 정회원 · 한국과학기술원 건설 및 환경공학과 교수
Tel: 042-869-3621 ; Fax: 042-869-3610
E-mail: khg@kaist.ac.kr

* 한국과학기술원 건설 및 환경공학과 박사과정

** 현대건설 기술개발원

• 이 논문에 대한 토론을 2008년 4월 30일까지 본 학회에 보내주시면 2008년 6월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

검사를 수행할 수 있는 단점이 있다. 따라서, 구조물의 손상 추정의 효율적인 접근을 위해 국부적인 손상추정이 아닌 전역적 손상추정 방법이 필요하여 이에 대한 추정 기법이 요구되는 실정이다.

많은 연구자들은 구조물 응답 모니터링에 의한 다양한 손상추정 방법을 제안하고 있는데, 이러한 연구 중 구조계의 물성치에 대한 정확한 정보없이 측정된 응답에서 계산한 고유진동수(natural frequency)와 모드형상(mode shape)을 이용하여 손상추정을 하는 다양한 방법들이 연구되고 있다 (Juneja, 1997, Ratcliffe, 1997; Alampalli, 1997). 기존의 방법들은 측정에 의한 고유진동수와 모드형상의 불완전성 때문에 정확한 추정을 위해 다수의 측정자료가 필요하고, 실제 구조와 모델 사이의 자유도가 제한적으로 일치하는 등 많은 문제점을 내포하고 있다. 이에 따라 기존의 순해석적 방법을 통해서 손상의 존재는 추정할 수 있지만, 손상위치와 손상정도는 추정하기 어려운 단점이 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 해석적 응답과 측정된 응답의 차이를 최소화하도록 수학적 접근이 시도되었다. 이 방법으로는 수식 오차(equation error)와 측정 오차(output error)를 최적화 문제로 정의하여 해결하는 방법(Hajela, 1990)과 현재 구조물의 응답을 정확히 모사하도록 시스템 규명(SID, System Identification)을 통하여 구조계를 업데이트하는 방법이 있는데, 시스템 규명 방법에 대한 연구로는 최적행렬 개선방법(Optimal Matrix Modification Method, Kim, 1993), 최소 섭동방법(Minimum-Rank Perturbation Method, Doebing, 1996) 그리고 고유구조 할당기술(Eigenstructure Assignment Technique, Cobb, 1997) 등이 있다. 한편, 최근 들어 이와 같은 방법을 개선한 모드해석을 통한 손상추정이 널리 사용되고 있는데(이종재 등, 2005; Ma, 2005; Perry, 2006; Stutz, 2005), 특히 모드해석으로 계산된 고유주파수 혹은 모드형상을 단독으로 사용하지 않고 고유주파수와 모드형상을 모두 이용하는 유연도 행렬의 변화를 이용한 손상추정에 대한 연구가 최근 활발히 진행되고 있다 (윤정방 등, 2004, Lu, 2002; Pandey, 1994; Toksoy, 1994; Yan, 2005).

한편, 구조물의 응답 모니터링을 통한 구조건전성 예측 시 다양한 손상검색 기법에 대한 연구 역시 많이 진행되고 있다. 최근에는 초기 가정에 민감하지 않고, 전역적 최적해를 찾을 수 있는 인공신경망(Artificial Neural Network, Wu, 1992)을 이용한 연구(이종재 등, 2005)와 유전자 알고리즘(Genetic Algorithm, Mares, 1996)을 이용한 연구(윤정방 등, 2004; 최병만 등, 2007; Chou, 2001) 등을 이용한 손상검색 기법에 대한 연구가 활발히 수행되고 있다.

특히, 인공신경망법은 신경훈련과정을 거쳐야 하기 때문에 많은 자료가 요구되는 등의 단점으로 인해 유전자 알고리즘을 이용한 손상추정이 주목 받고 있다.

이 논문에서는 보가 강체운동(rigid body motion)을 한다고 가정하고 각 층의 회전 자유도를 구속한 전단빌딩에 대하여 유연도 행렬을 이용한 유전자 알고리즘 기반 손상추정 기법을 제안하고자 한다. 모드해석에서 취득한 고유주파수와 모드형상의 변화를 바탕으로 대상 구조물의 구조해석 과정을 거치지 않고, 측정된 저차모드만 이용하는 유연도 행렬을 계산하여 손상을 추정하는 기법을 제안하고 있다. 이 손상추정 기법은 구조물의 손상 전후의 강성에 대한 정보가 없더라도 손상 전후의 절대적인 강성변화량(손상정도)과 손상위치를 추정하도록 한다. 끝으로 open source code인 OPEN-SEES를 이용하여 전단빌딩에 대한 수치해석을 통해 제안된 추정기법의 적합성과 적용성을 검증하였다.

2. 유전자 알고리즘을 이용한 손상검색기법

유전자 알고리즘(Genetic Algorithm, GA)은 자연진화와 적자생존이라는 Darwin의 이론에 기반을 둔 메커니즘을 공학문제에 적용한 것이다. 유전자 알고리즘의 가장 큰 특징은 하나의 방향으로 탐색 경로를 설정하지 않고, 여러 탐색 경로를 설정하여 최적해를 구하는 것이다. 즉, 유전자 알고리즘은 메커니즘적으로 지역적 최적해를 찾지 않고, 전역적 최적해를 찾아 갈 수 있도록 하는 것과 동시에 복수의 개체를 사용하여 여러 탐색 경로를 사용하도록 하고, 각 개체를 발전시키는 방향으로 개체를 유전시킴으로써 최적해에 도달하도록 한다(Beyer, 2001; Michalewicz, 1999).

유전자 알고리즘에서 각 개체는 0 또는 1로 표현되는 이진문자열(binary code)을 사용하여 하나의 유전 정보를 표현하며, 이진문자열을 십진수(decimal number)로 변환하여 계산에 적용한다. 십진수로 구성된 유전자 알고리즘에서 개체의 유전적 전달 방법은 목적함수(objective function)에 따라 재생산(reproduction), 교배(crossover) 그리고 돌연변이(mutation)의 3가지 방법을 통하여 구성하게 된다. 먼저 k_p 개의 개체(부모해 P_i)를 생성하면, 이 개체집단으로부터 k_c 개($k_c \leq k_p$)의 새로운 개체(자식해 C_i)를 만들어 내는데, 각각의 개체는 개체 별로 계산된 목적함수 값에 따라 재생산, 교배, 돌연변이의 3단계를 거쳐 생성된다. 이렇게 만들어진 새로운 k_c 개 개체는 k_p 개의 개체집단에서 기존의 개체와 대치되는데, 여기까지의 과정을 한 세대(generation)이라고 한다. 이러한 과정(세대, generation)을 임의의 정지

```

 $k_p$  개의 초기 개체 생성( $p_i$ )
repeat{
  for i=1 to  $k_c$ {
    두 개체  $p_1, p_2$  선택;
     $C_i = \text{crossover}(p_1, p_2)$ ;
     $C_i = \text{mutation}(C_i)$ ;
  }
}

```

} until (정지조건 만족);

남은 개체 중 최상의 개체를 return;

그림 1 유전자 알고리즘의 구조

조건이 만족될 때까지 여러 번 수행한 후 개체집단에 남은 개체 중 가장 좋은 개체를 선택한다. 이와 같은 일련의 과정은 그림 1에 나타나 있다.

이 논문에서는 전단빌딩의 한 요소에서 발생한 손상을 유전자 알고리즘을 이용하여 역해석으로 손상추정하고, 동적특성을 분석하여 실험적 방법으로 접근 가능한 조건들에 대해서 논의하고자 한다. 유전자 알고리즘을 이용한 손상추정은 각 요소 별로 손상정도에 대한 k_p 개의 개체를 생성한 후, 각 요소 별로 목적함수를 만족하는 가장 좋은 개체 중 최적의 개체를 선택하는 방법으로 진행된다. 초기 생성된 각 요소 별 개체는 실제 손상이 얼마나 발생하였는지 모르기 때문에 임의로 가정한 강성비(stiffness ratio)로 이루어진다. 강성비로 구성된 개체는 0부터 1까지 값들로 이루어지는데, 강성비로 구성된 각 개체에 대응되는 목적함수 값을 계산하게 되고, 이 때 목적함수 값을 최소가 되도록 재생산, 교배, 돌연변이를 통하여 강성비로 이루어진 새로운 개체를 생성하게 된다. 특히, 목적함수는 실제 손상에 의해 발생한 변형과 가정된 손상에 의해 발생한 변형의 차이로 정의하였다. 한 세대를 거친 후 새롭게 생성된 개체는 이전 개체에 비해 전체적으로 평균적인 목적함수 값이 더 작아지는 방향으로 개선되고, 이러한 세대를 순차적으로 반복하면 각 요소 별 최소 목적함수 값을 갖는 개체를 찾을 수 있다. 그리고 각 요소 별 개체의 목적함수 값을 비교하여, 각 요소의 최소 목적함수 값을 선택하고, 이 중 가장 작은 목적함수 값에 해당하는 요소를 선택하면, 결과적으로 최종적으로 선택된 요소에서 손상이 발생한 것이고, 이 때 목적함수 값을 도출한 개체가 손상정도를 나타낸다.

2.1 강성행렬과 유연도 행렬

그림 2와 같은 보 부재 구조계를 생각할 때, 강성행렬과

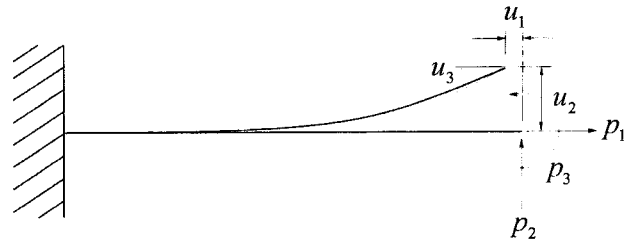


그림 2 하중과 변위 관계

유연도 행렬은 다음과 같이 정의된다. 먼저 강성행렬은 구조계의 각 절점에서 단위변위($u_1, u_2, u_3 = 1.0$)가 발생하도록 할 때 필요한 힘(p_1, p_2, p_3)의 크기로 정의된다. 이와 유사하게 유연도 행렬은 구조계의 각 절점에서 단위하중($p_1, p_2, p_3 = 1.0$)을 가했을 때 발생하는 변위(u_1, u_2, u_3)의 크기로 정의된다. 따라서 구조물에 손상이 발생하게 되면 물리적으로 구조물 손상부의 강성과 유한요소 강성행렬은 감소하게 되고, 반대로 유연도와 유한요소의 유연도 행렬은 증가하게 된다. 한편, 강성행렬과 유연도 행렬은 각각 식 (1), 식 (2)와 같이 나타낼 수 있는데, 여기서 $[K]$ 와 $[G]$ 는 각각 강성행렬과 유연도 행렬을 나타낸다.

$$\begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{Bmatrix} = [K] \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} \tag{1}$$

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = [G] \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{Bmatrix} \tag{2}$$

2.2 유연도 행렬의 구성

구조물의 동적 특성 방정식은 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$[M][\Psi][\Lambda] = [K][\Psi] \tag{3}$$

여기서, $[M]$, $[K]$ 는 질량 및 강성행렬을 의미하고, $[\Psi] = (\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n)$ 는 질량 정규화되지 않은 모드형상 행렬이고, ψ_i 는 i 번째 모드형상이며, $[\Lambda] = \text{diag}(\omega_1^2, \dots, \omega_n^2)$ 는 모드 고유주파수 ω_i 제곱의 대각행렬을 나타낸다. 한편, 질량 정규화되지 않은 $[\Psi]$ 를 질량 정규화한 모드형상 행렬 $[\Phi]$ ($[\Phi]^T [M] [\Phi] = [I]$)를 구성하면, 강성행렬 $[K]$ 과 역수관계인 유연도 행렬 $[G]$ 은 각각 식 (4)와 식

(5)로 표현된다. 단, 여기서 $[\Phi]^{-1} = \{\bar{\phi}_i\}$ 이고, $\{\bar{\phi}_i\} = \{\bar{\phi}_1, \bar{\phi}_2, \dots, \bar{\phi}_n\}$ 를 의미한다.

$$[K] = [\Phi]^T [\Lambda] [\Phi]^{-1} = \sum_{i=1}^n \omega_i^2 \bar{\phi}_i^T \bar{\phi}_i \quad (4)$$

$$[G] = [K]^{-1} = [\Phi] [\Lambda]^{-1} [\Phi]^T = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\omega_i^2} \phi_i \phi_i^T \quad (5)$$

식 (4)를 살펴보면 강성행렬은 고유주파수에 비례하고 모드형상에 반비례 함을 알 수 있고, 모드형상에 비해 고유주파수의 영향이 더 크게 작용하기 때문에 정확한 강성행렬의 산정은 고주파수에 대한 정보를 필요로 한다. 하지만, 실험을 통한 고유주파수 측정은 고주파수의 경우 저주파수에 비해 측정이 어렵기 때문에 강성행렬 추정에 어려움이 따르게 된다. 반면, 식 (5)를 살펴보면 유연도 행렬의 경우 비교적 측정이 쉬운 저주파수에 대한 모드 영향이 고주파수에 비해 크기 때문에 강성행렬에 비해 쉽게 추정이 가능하다.

한편, 구조계의 실험에서 측정할 수 있는 모드 개수 n_E 는 실제 구조계의 전체 모드 개수 n 와 차이가 있을 수 있고, 실험을 통해 계산되는 유연도 행렬 $[G]_E$ 는 식 (6)과 같이 표현된다. 여기서 아래첨자 E 는 실험(experiment)을 의미하고, $n_E < n$ 는 실험에서 측정하는 모드 개수를 나타내며 $\omega_{i,E}$ 와 $\phi_{i,E}$ 는 실험에서 결정되는 i 번째 고유주파수와 모드형상을 나타낸다.

$$[G]_E = \sum_{i=1}^{n_E} \frac{1}{\omega_{i,E}^2} \phi_{i,E} \phi_{i,E}^T = [\Phi]_E [\Lambda]_E^{-1} [\Phi]_E^T \quad (6)$$

식 (6)을 살펴보면, 유연도 행렬 $[G]_E$ 를 구성하는 $[\Phi]_E$ 는 (자유도)×(측정 모드 개수)이고, $[\Lambda]_E$ 는 (측정 모드 개수)×(측정 모드 개수)이기 때문에 실험을 통한 측정 모드 개수 n_E 는 유연도 행렬 $[G]_E$ 의 크기에 어떠한 영향을 주지 않는다. 따라서 실험에서 측정 가능한 n_E 개의 모드형상만

사용하여 계산하면, 전체 모드개수 n 에 대한 정보가 없는 상황에서도 식 (6)과 같은 유연도 행렬 $[G]_E$ 을 알 수 있다. 여기서 $[\Lambda]_E = [\omega_{i,E}^2]$ 인 고유주파수를, $[\Phi]_E = \{\phi_{i,E}\}$ 인 질량 정규화된 모드형상을 의미하고, $i=1 \sim n_E$ 인 정수를 나타낸다.

실제 실험에서 측정 가능한 n_E 개의 모드만 사용하는 경우 n 개의 모든 모드를 사용할 때에 비해 유연도 행렬 $[G]_E$ 를 계산하는 과정에서 오차가 발생하게 되고, 이때 발생하는 오차는 유효모드질량에 의해 정의될 수 있다. 먼저 일반적으로 구조물 동적 거동 해석에는 식 (7), 식 (8), 그리고 식 (9)와 같은 모드참여계수(Γ_n , modal participation factor), 모드지진계수(L_n , coefficient of modal earthquake force) 그리고 정규화된 질량(M_n , normalized modal mass) 등의 동적 특성계수로 각각 정의된다. 단, 여기서 $\{1\} = \{1, 1, \dots, 1\}^T$ 를 의미한다.

$$\Gamma_n = L_n / M_n \quad (7)$$

$$L_n = \{\phi\}_n^T [M] \{1\} \quad (8)$$

$$M_n = \{\phi\}_n^T [M] \{\phi\}_n \quad (9)$$

이 논문에서 논의하는 손상추정은 유연도 행렬의 정확한 산정에 따라 달라지며, 유연도 행렬의 정확도는 식 (10)에 정의되어 있는 유효모드 질량(M^* , effective modal mass)과 관련이 있다.

대체적으로 유효모드질량이 총 유효모드질량의 90% 이상인 경우 정확한 값을 산정할 수 있는 것으로 알려져 있는데, 총 유효모드질량은 계산되는 모드 개수에 영향을 받으며, 특히 저차모드의 경우 더욱 큰 영향을 미치게 된다. 그림 3은 수치해석 예제에 사용된 20층 전단빌딩의 유효모드질량에 따른 유연도 행렬 $[G]$ 의 정확성을 나타낸 그림으로써, 전체 20개 모드를 모두 사용한 경우의 유연도 행렬 $[G]$ 을 그림 3(a)에 나타내었다. 그리고 그림 3(b)에서는 2개 모드만 사

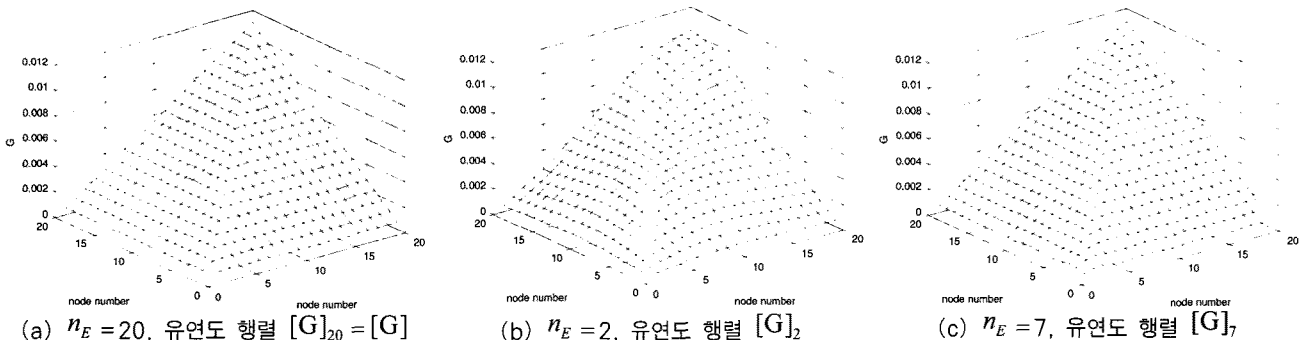


그림 3 유효질량에 따른 유연도 행렬과 오차

용하여 유효모드질량이 총 유효모드질량의 90%이상인 경우에 대한 유연도 행렬 $[G]_2$ 을 나타내었고, 그림 3(c)에서는 7개 모드를 사용하여 99%이상일 때의 유연도 행렬 $[G]_7$ 을 나타내고 있다.

$$M^* = \Gamma_n L_n = L_n^2 / M_n \quad (10)$$

그림 3을 살펴보면, 유효모드질량이 총 유효모드질량의 90% ($n_E = 2$) 이상인 유연도 행렬 $[G]_2$ 에 비해 유효모드질량이 99% ($n_E = 7$) 이상인 유연도 행렬 $[G]_7$ 은 실제 유연도 행렬 $[G]$ 와 일치하는 경향을 보이고, 더 정확한 유연도 행렬은 더 정확한 손상추정을 가능하게 한다.

2.3 손상전후 강성행렬 차이 구성

손상 전후의 강성행렬은 각각 $[K]_r$, $[K]_d$ 로 나타낼 수 있고 손상 전후에 나타나는 강성행렬의 차이 $\Delta[K]$ 를 식 (11)과 같이 정의하자. 단, Δk_{ij} 는 손상 전후의 강성행렬 차이 $\Delta[K]$ 의 각 요소를 의미하고, m 은 절점 개수를 나타내며, 손상 전후의 강성행렬 $[K]_r$, $[K]_d$ 에서 r 과 d 는 각각 구조물의 손상이 없는 상태(reference state)와 손상이 있는 상태(damaged state)를 나타낸다.

$$\Delta[K] = \{ \Delta k_{ij} \} = [K]_d - [K]_r \quad (11)$$

where $i, j = 1, 2, \dots, m$

손상 전후의 강성행렬은 손상되지 않은 요소의 자유도에 해당하는 값은 변화가 없는 반면, 손상된 요소의 자유도에 해당하는 값은 변화가 발생한다. 따라서 손상에 의한 강성행렬 차이 $\Delta[K]$ 는 손상요소의 자유도에 해당하는 Δk_{ij} 값에 따라 달라지게 된다. 손상요소의 강성행렬 변화량 $\Delta[K]_d^e$ 의 각 요소 $\Delta k_{i_d j_d}^e$ 는 식 (12)와 같이 표현되는데, 여기서 E 는 탄성계수, I 는 단면 2차 모멘트, l 은 요소의 길이를 의미한다. 또한, 손상요소를 포함한 전체강성행렬의 변화 $\Delta[K]$ 는 손상되지 않은 요소에 해당하는 강성행렬의 손상 전후에 변화가 없기 때문에 손상요소를 제외한 나머지 부분에서 모두 0의 값을 가지는 식 (13)과 같이 표현될 수 있다. 단, i_d 와 j_d 는 손상(damaged) 요소에 해당하는 유한요소 강성행렬 변화 $\Delta[K]$ 의 행과 열을 의미한다.

$$\Delta[K]_d^e = \{ \Delta k_{i_d j_d}^e \}$$

$$= \frac{12}{l^3} \left(\begin{bmatrix} EI_d & -EI_d \\ -EI_d & EI_d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} EI_r & -EI_r \\ -EI_r & EI_r \end{bmatrix} \right) \quad (12)$$

$$= \frac{12}{l^3} \begin{bmatrix} \Delta EI & -\Delta EI \\ -\Delta EI & \Delta EI \end{bmatrix}$$

$$\Delta[K] = \frac{12}{l^3} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta EI \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ -\Delta EI \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta EI \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta EI \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \Delta EI \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ -\Delta EI \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta EI \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 \\ -\Delta EI \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ -\Delta EI \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \Delta EI \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ -\Delta EI \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta EI \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta EI \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ -\Delta EI \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \Delta EI \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (13)$$

한편, 실내 실험에서 손상 전 탄성계수(E)와 단면 2차 모멘트(I)는 비교적 정확한 추정이 가능한 반면, 실제 현장에서 구조물의 손상 전 물성치를 정확하게 추정하는 것은 거의 불가능하다. 즉, 식 (12)의 $\Delta k_{i_d j_d}$ 에서 손상 전 EI_r 의 정확한 값을 산정하는 것은 어려울 뿐만 아니라, 손상 후 EI_d 값은 더욱 계산하기 어렵다. 이 논문에서는 손상 전후의 강성행렬을 계산하는 어려움을 극복하고자, 강성행렬 차이 $\Delta[K]$ 를 계산하는데 있어서 손상 전후의 강성 EI_r 과 EI_d 에 대한 정보가 없는 강성의 절대적인 변화량 ΔEI 에 의해 강성행렬 차이 $\Delta[K]$ 를 계산할 수 있는 기법을 제안하고 있다.

3. 제안된 손상추정 알고리즘

식 (3)의 다자유도 구조계의 동적 특성 방정식에서 계산할 수 있는 손상 전후의 유연도 행렬을 $[G]$, 와 $[G]_d$ 라고 하였을 때, 손상 전후의 유연도 행렬 변화를 식 (14)와 같이 정의하기로 하자. 이와 유사하게 2.3절에서 정의한 것과 같이 손상 전후의 강성행렬을 $[K]_r$ 와 $[K]_d$ 라고 하였을 때, 손상 전후의 강성행렬 변화를 식 (15)와 같이 정의하자. 여기서, r 은 구조물의 손상이 없는 상태(reference state)를 나타내고, d 는 손상이 있는 상태(damaged state)를 나타낸다.

$$\Delta[G] = [G]_d - [G]_r \quad (14)$$

$$\Delta[K] = [K]_d - [K]_r \quad (15)$$

구조물에 손상이 발생하였을 때, 손상 후의 강성행렬과 유연도 행렬은 각각 손상 전과 손상 전후의 변화량 합으로 구성될 수 있고, 강성행렬과 유연도 행렬은 역행렬 관계에 있다는 것에 착안하면 식 (16)과 같이 나타낼 수 있으며, 식

(17)과 같이 정리된다.

$$[K]_d[G]_d = ([K]_r + \Delta[K])([G]_r + \Delta[G]) = [I] \quad (16)$$

$$[K]_d[G]_d = [K]_r[G]_r + \Delta[K][G]_r + [K]_r\Delta[G] + \Delta[K]\Delta[G] \quad (17)$$

한편, 손상과 무관하게 강성행렬과 유연도 행렬의 곱 $([K]_r[G]_r = [K]_d[G]_d)$ 은 단위행렬 $[I]$ 이기 때문에 식 (17)은 식 (18)과 같이 정리된다.

$$\Delta[G] + [G]_r\Delta[K][G]_d = 0 \quad (18)$$

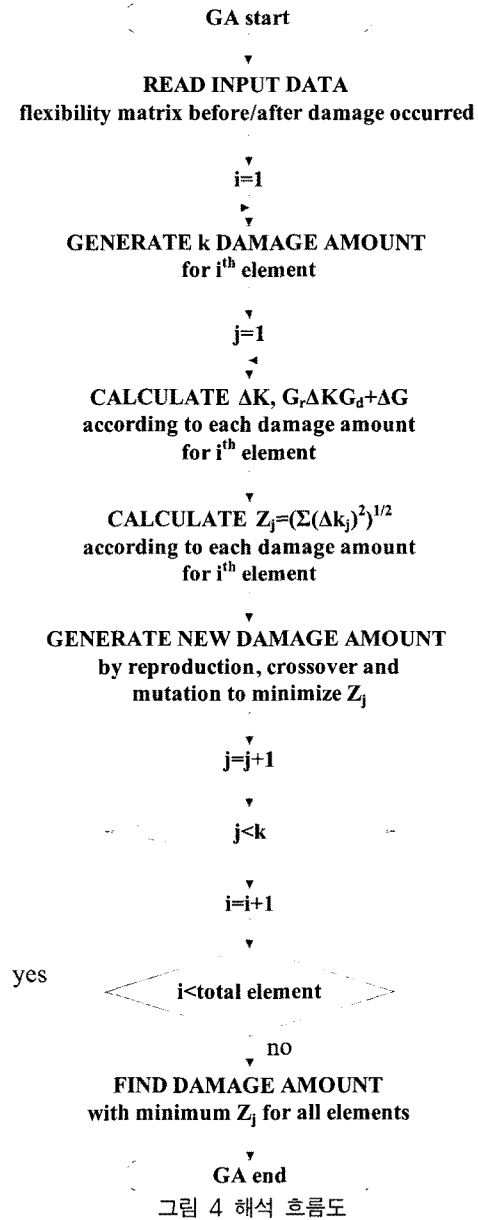
식 (18)은 손상 전후에 나타나는 유연도 행렬 $[G]_r$, $[G]_d$ 과 그 변화량 $\Delta[G]$, 그리고 강성행렬 변화량 $\Delta[K]$ 으로 구성된 식으로써 유연도 행렬에 관련된 항은 실험적 혹은 해석적인 방법으로 계산할 수 있고, 강성행렬에 관련된 항은 역해석으로 유추해야 하는 값이다.

만약 구조물의 손상에 의한 강성행렬 변화량 $\Delta[K]$ 를 정확히 유추할 수 있다면 식 (18)의 등식이 성립하며, 확정적으로 손상추정을 할 수 있다. 반면, 구조물 손상에 의한 정확한 변화량 $\Delta[K]$ 를 유추할 수 없다면, $\Delta[G] + [G]_r\Delta[K][G]_d \neq 0$ 가 되어 등식이 성립하지 않지만, 더 정확한 $\Delta[K]$ 에 따라 0에 가까운 값을 가지게 된다. 유전자 알고리즘으로 유추한 강성행렬 변화량을 $\Delta[\bar{K}]$ 라고 하면, 식 (18)에서 식 (19)를 고려할 수 있다. 단, γ_{ij} 는 행렬 $\{\gamma_{ij}\}$ 의 각 요소값을 의미하고, i 와 j 는 행과 열을 나타내며, 아래첨자 E 는 실험(experiment)에서 구한 값을 의미한다.

$$\Delta[G]_E + [G]_{r,E}\Delta[\bar{K}][G]_{d,E} = \{\gamma_{ij}\} \quad (19)$$

유전자 알고리즘으로 유추한 강성행렬 변화량 $\Delta[\bar{K}]$ 이 정확한 강성행렬 변화 $\Delta[K]$ 에 근접할수록 식 (19)의 $\{\gamma_{ij}\}$ 의 대각행렬은 0에 가까운 값을 가지게 되고, 이 논문에서 사용한 유전자 알고리즘의 목적함수 Z 는 식 (20)에서 정의하는 바와 같이 $\{\gamma_{ij}\}$ 값을 최소화 하는 함수로 정의하여 강성행렬 변화 $\Delta[\bar{K}]$ 를 추정하도록 계산하였다. 목적함수 Z 는 행렬 $\{\gamma_{ij}\}$ 의 각 요소값 γ_{ij} 의 RMS(root mean square)를 취한 값이고, n_E 는 측정된 모드 개수를 의미한다.

$$Z = \left(\sum_{i,j=1}^{n_E} (\gamma_{ij})^2 \right)^{1/2} \quad (20)$$



한편, 이 논문에서는 사용된 유전자 알고리즘을 이용한 손상추정 기법에 대한 해석 흐름도는 그림 4와 같다.

4. 결 과

제안된 손상추정 기법의 유용성을 검증하기 위하여, 그림 5와 같은 20층 전단빌딩 예제에 대해 OPENSEES를 이용한 수치해석을 통해 하나의 손상이 존재할 때 제안된 알고리즘으로 손상추정을 수행하였다. 수치해석 예제인 20층 전단빌딩은 높이, 폭 그리고 깊이가 각각 0.3m, 0.4m 그리고 0.15m의 크기에 총 58.86N(6kgf)의 무게를 가지는 프레임 20개로 구성되어 있다. 보(beam)는 기둥(column)에 비해 큰 강성을 가지도록 하여 강체운동(rigid body motion)을

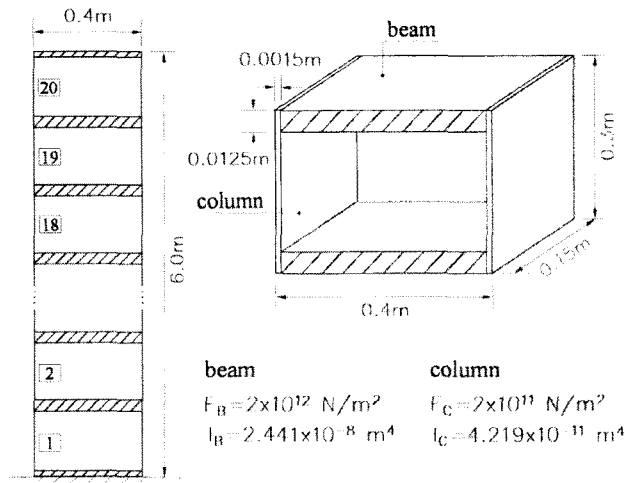


그림 5 20층 전단빌딩

표 1 20층 전단빌딩의 고유주파수 (단위:Hz)

1 st	2 nd	3 rd	4 th	5 th
9.35	83.83	230.95	447.10	726.95

하도록 하고, 기둥은 각 절점에서 x축 방향의 자유도만 가지도록 하여 휨거동을 하며 각 절점에서 회전을 하지 않도록 구속하였다.

OPENSEES를 이용하여 20층 전단빌딩의 손상 유무에 따른 수치해석을 수행하고, 손상 전후의 고유주파수(natural

frequency)와 모드형상(mode shape)을 각각 계산한 후 유효모드질량에 따른 유연도 행렬을 산정하였고, 산정된 유연도 행렬을 제안된 유전자 알고리즘 기반 손상추정 기법에 적용하여 강성행렬의 변화를 추정하였다. 한편, 수치해석을 통해 계산된 20층 전단빌딩의 고유주파수는 표 1에 나타나 있다.

4.1 손상요소, 유효모드개수, 질량오차에 따른 강성변화 추정

표 2는 그림 5와 같은 20층 전단빌딩에 하나의 손상이 기둥요소(column)에 존재할 때 손상요소, 유효모드질량, 질량오차에 따라 제안된 유전자 알고리즘을 이용하여 강성변화 추정치를 계산한 결과를 나타내고 있다. 표 2를 살펴보면, 손상요소(3번, 7번, 11번, 15번)에서 유효모드질량이 총 유효모드질량의 90% 이상인 경우(유효모드개수 2개 이상인 경우) 제안된 손상추정 기법으로 강성변화를 정확히 추정하였고, 표에는 나타나 있지 않지만, 유효모드질량이 83%인 경우(유효모드개수 1개인 경우) 손상요소와 손상정도를 모두 다른 값으로 추정하여 손상추정이 불가능하였다. 즉, 유효모드질량이 총 유효모드질량의 90%이상인 경우에 구조물의 동적 거동을 효과적으로 모사한다는 기존의 개념(2.2절 참조)과 잘 부합함을 알 수 있었다. 결과적으로 유효모드질량이

표 2 강성변화 추정치 (5% 손상, exact=-0.512)

무게 및 질량오차	손상 요소	유효모드개수 및 질량					
		2(92.2%)	3(95.4%)	4(97.1%)	5(98.0%)	7(99.0%)	20(100.0%)
M=58.86N (0%)	3	-0.51783	-0.50752	-0.51252	-0.51595	-0.51314	-0.51283
	7	-0.50814	-0.51595	-0.51127	-0.50970	-0.50658	-0.51502
	11	-0.50389	-0.50595	-0.52064	-0.51564	-0.51189	-0.51377
	15	-0.52502	-0.52252	-0.50158	-0.49095	-0.52077	-0.51595
M=55.92N (-5%)	3	-0.50783	-0.50939	-0.51283	-0.50314	-0.50908	-0.50627
	7	-0.50720	-0.51814	-0.50939	-0.51002	-0.51064	-0.51189
	11	-0.49752	-0.50845	-0.51933	-0.51345	-0.50939	-0.51158
	15	-0.53095	-0.49283	-0.48814	-0.50158	-0.51939	-0.51033
M=61.80N (+5%)	3	-0.51283	-0.51095	-0.51064	-0.51252	-0.51345	-0.51220
	7	-0.50689	-0.51689	-0.51345	-0.50908	-0.51314	-0.51189
	11	-0.49852	-0.50877	-0.51595	-0.51439	-0.5122	-0.50752
	15	-0.52564	-0.49314	-0.49595	-0.52564	-0.51845	-0.51564
M=52.97N (-10%)	3	-0.51439	-0.51564	-0.51002	-0.51095	-0.51283	-0.51252
	7	-0.50908	-0.51377	-0.51033	-0.51127	-0.50595	-0.50939
	11	-0.49652	-0.50970	-0.51720	-0.51345	-0.51095	-0.51252
	15	-0.52595	-0.48908	-0.49220	-0.52939	-0.5242	-0.51152
M=64.75N (+10%)	3	-0.51783	-0.50752	-0.51002	-0.51345	-0.51345	-0.51439
	7	-0.51033	-0.51814	-0.51564	-0.51033	-0.51095	-0.50752
	11	-0.50220	-0.50595	-0.51877	-0.51345	-0.51095	-0.51220
	15	-0.52939	-0.49283	-0.48908	-0.52783	-0.52470	-0.50814

90% 이상인 경우는 유효모드질량(92.2%~100%)과 손상 요소에 관계없이 손상을 추정할 수 있고, 상층부에 비해 하층부에서 비교적 더 좋은 결과를 보여준다. 따라서 실험을 통해 계산할 수 있는 몇 개의 저차모드만 이용하는 경우 일반적으로 유효모드질량이 90%이상이기 때문에 구조물에 발생한 손상을 추정할 수 있을 것으로 기대된다. 손상이 10%인 경우와 손상이 15%인 경우에도 손상이 5%인 경우와 같은 결과를 보였으나 결과는 생략하였다.

한편, 손상정도에 관계없이 모든 모드를 사용한 경우(유효모드질량 100%, 유효모드개수 20개)의 추정된 강성변화 값이 실제 강성변화 값과 정확히 일치하지 않은 것은 유전자 알고리즘 특성상 임의의 수(random number)를 개체로 생성하기 때문에 정확한 강성 변화 값에 해당하는 개체가 존재하지 않아 가장 근접한 개체가 선택되었기 때문에 발생한 것으로 판단된다(예를 들어 3번 요소에 5% 손상이 존재하고 질량오차가 없는 경우 exact=-0.512, calculated=-0.51283).

실내실험을 제외하면 질량에 대한 정보가 부족하기 때문에 질량정규화한 모드형상의 정확한 추정은 어렵지만, 이 논문에서는 질량오차를 가정한 수치해석을 통해 실험체의 질량에 대한 정보가 부족한 상황에서 계산한 질량정규화한 모드형상을 이용하여 제안된 알고리즘을 통해 강성변화를 추정할 수 있는지 확인하였다. 표 2에서 살펴보면, 질량오차(±5%, ±10%)가 있는 상태에서 강성변화 추정은 정확한 질량(질량오차 0%)인 경우와 비교하여 저층부에서는 비슷한 추정오차를 보이는 반면, 상층부에서는 추정오차가 상대적으로 크게 나타남을 알 수 있다. 따라서, 제안된 알고리즘을 이용한 손상추정은 측정된 질량에 오차가 있는 상태에서도 손상요소를 정확하게 추정함과 동시에 손상정도를 비교적 정확하게 추정할 수 있는 것으로 판단된다.

표 2와 같이 하층부에서 추정오차가 상층부에 비해 추세적으로 작게 나타나는 것은 하층부에 발생한 손상과 상층부에 발생한 손상의 거동 차이로 설명할 수 있다. 그림 6과 같이 하층부에서 발생한 손상은 상층부 요소의 변위에 모두 영

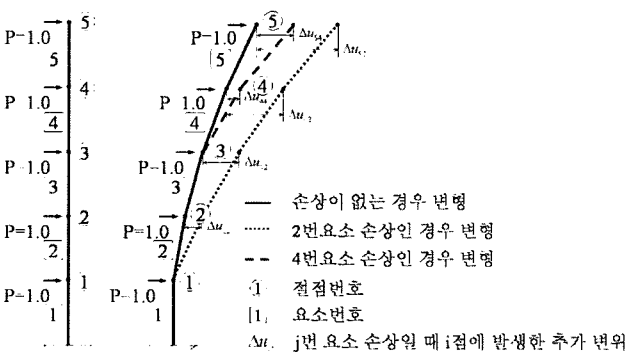


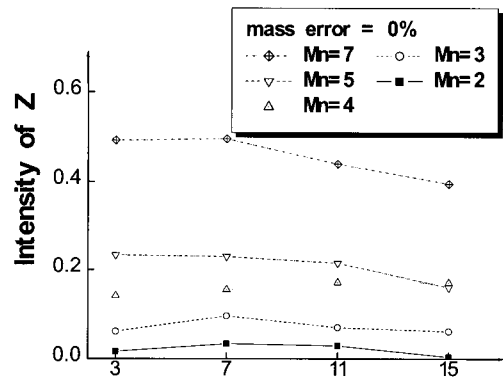
그림 6 손상요소에 따른 추가 변위

향을 끼치게 되고 상층부로 갈수록 손상이 발생한 요소가 영향을 끼치는 요소 개수가 줄어들게 되며, 변위의 변화량도 작아지게 된다. 이러한 이유로 정확한 유효모드질량을 사용하지 않은 경우 강성변화를 정확히 추정할 수 없는 것으로 판단된다.

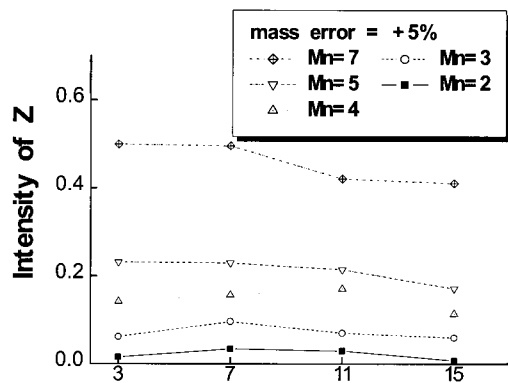
4.2 손상요소, 유효모드개수, 질량오차와 목적함수 강도 관계

그림 7, 그림 8, 그림 9 그리고 그림 10은 질량오차, 유효모드개수, 손상요소와 목적함수 강도의 관계를 나타낸 것이다. 여기서 목적함수 강도(Intensity of Z)는 손상요소의 목적함수 값(실제적인 최소값)과 주변요소의 목적함수 값 중 최소값(손상요소의 목적함수 값 제외)의 차이를 손상요소의 목적함수 값으로 정규화 시킨 것을 의미하는데, 식 (21)과 같이 정의한다.

$$\text{Intensity of } Z = \left| \frac{Z_{\min} - Z'_{\min}}{Z_{\min}} \right| \quad (21)$$

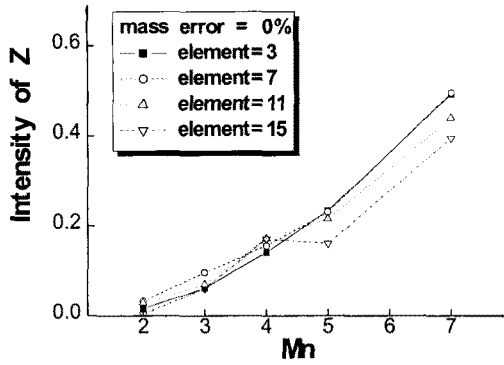


(a) 질량오차 0%

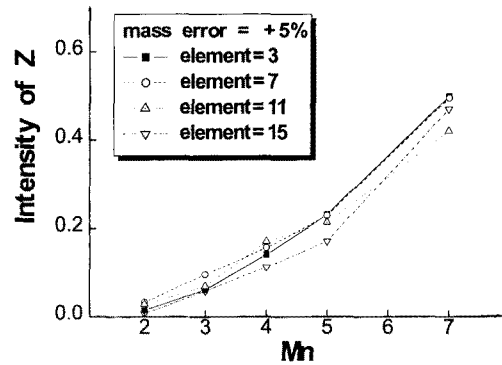


(b) 질량오차 +5%

그림 7 질량오차에 따른 손상요소와 목적함수 강도 관계 (5% 손상)

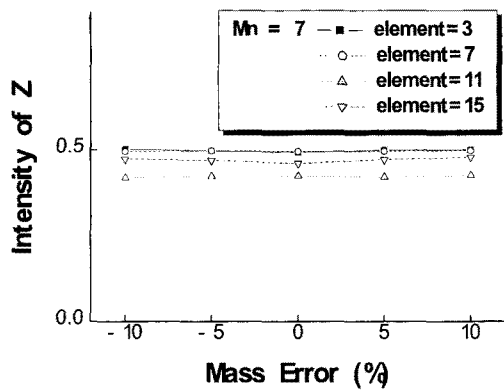


(a) 질량오차 0%

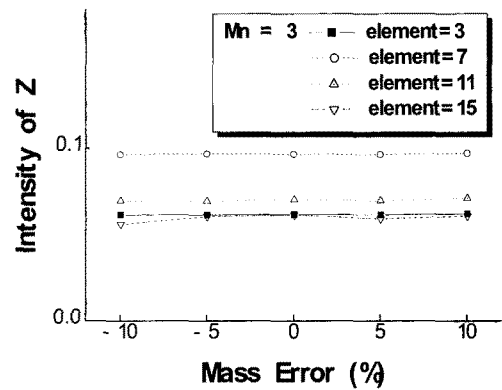


(b) 질량오차 +5%

그림 8 질량오차에 따른 유효모드개수와 목적함수 강도 관계(5% 손상)

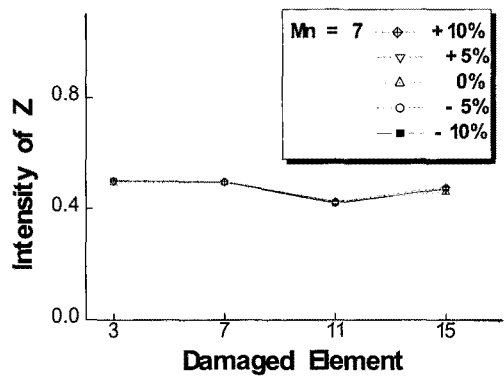


(a) 유효모드개수 7

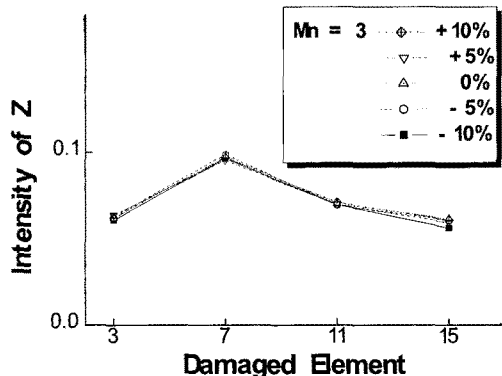


(b) 유효모드개수 3

그림 9 유효모드개수에 따른 질량오차와 목적함수 강도 관계(5% 손상)



(a) 유효모드개수 7



(b) 유효모드개수 3

그림 10 유효모드개수에 따른 손상요소와 목적함수 강도 관계(5% 손상)

여기서 Z_{\min} 는 전체 요소의 목적함수 값 중 최소값을 가지는 손상요소의 목적함수 값을 나타내고, Z'_{\min} 는 주변요소의 목적함수 값 중 최소값을 의미하는데, Z_{\min} 다음으로 작은 값을 가진다. 목적함수 강도가 크다는 것은 손상요소의 목적함수 값이 주변요소의 목적함수 값과 차이가 크기 때문에 손상요소와 강성변화를 정확히 추정할 수 있다는 것을 의미하는데, 불확실성이 존재하는 실험에서 정확한 값을 산정하는데 영향을 미칠 것으로 판단된다.

그림 7은 5% 손상이 존재할 때 질량오차(0%, +5%)에

따른 손상요소와 목적함수 강도의 관계를 나타낸 것으로써, 유효모드개수에 따라 목적함수 강도가 증가하는데 반해 손상요소와 목적함수 강도의 관계에서는 상층부에 비해 하층부에서 추세적으로 더 큰 목적함수 강도를 가짐을 알 수 있다. 그림 8은 5% 손상이 존재할 때 질량오차(0%, +5%)에 따른 유효모드개수와 목적함수 강도의 관계를 나타낸 것인데, 질량오차에 관계없이 유효모드개수가 증가할수록 목적함수 강도가 증가하게 됨을 알 수 있다. 따라서, 질량오차가 존재하더라도 그에 따른 목적함수 강도의 차이는 없는 것으로 나

타났고, 질량오차는 손상추정에 영향이 없는 것으로 판단된다. 그림 9는 5% 손상이 존재할 때 유효모드개수($M_n=7$, $M_n=3$)에 따른 질량오차와 목적함수 강도의 관계를 나타낸 것이고, 그림 10은 5% 손상이 존재할 때 유효모드개수($M_n=7$, $M_n=3$)에 따른 손상요소와 목적함수 강도의 관계를 나타낸 것이다. 그림 9와 그림 10을 살펴보면, 유효모드개수 $M_n=7$ 인 경우 $M_n=3$ 에 비해 목적함수 강도가 크게 나타나고, 손상요소에 따른 목적함수 강도가 더 크게 나타남을 알 수 있다. 따라서, 제안된 알고리즘을 이용한 손상추정에 있어서 질량오차는 그 영향이 미비하고, 손상요소는 하층 부일수록 비교적 정확한 강성변화 추정이 가능하며, 유효모드개수는 개수가 증가할수록 강성변화 추정이 쉬울 것으로 판단된다.

5. 결 론

이 논문에서는 유전자 알고리즘(Genetic Algorithm, GA)을 이용하여 진단빌딩에 발생한 손상을 추정하는 기법을 제안하고 있다. 제안된 방법은 실제적인 구조해석을 수행하지 않고, 동적해석을 수행한 결과를 바탕으로 구성되는 구조물의 유연도 행렬을 이용하여 손상추정을 수행한다.

구조물의 손상추정을 위하여 다음과 같은 연구가 진행되었다. 첫째, 손상 전후의 유연도 행렬과 그 차이를 조합하여 이용하는 기법을 유도하였다. 강성행렬에 비해 유연도 행렬은 계산이 쉬운 저차모드에 민감하기 때문에 비교적 정확한 계산이 가능하다. 둘째, 진단빌딩의 정확한 강성에 대한 정보가 없는 상태에서 정확한 강성변화를 추정하였다. 수치해석은 open source code인 OPENSEES를 사용하였고, 20층 진단 빌딩에 3가지의 손상(5%, 10%, 15%)을 도입하였으며, 실제 강성에 대한 정보가 있을 때의 상대적인 강성변화가 아니라 절대적인 강성변화를 추정하였다. 셋째, 제안된 손상추정 기법은 손상 전후의 유연도 행렬을 이용하여 유전자 알고리즘을 통해 손상을 추정하였다. 이와 같은 과정을 통하여 얻은 결과를 비교, 분석하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 동적 해석을 통해 계산된 자료를 바탕으로 한 유연도 행렬은 유효모드질량이 90%이상인 경우 제안된 손상추정 기법을 이용하여 강성변화를 정확히 추정할 수 있었다. (2) 제안된 손상추정 기법은 손상정도(5%, 10%, 15%)와 손상의 위치(3층, 7층, 11층, 15층)에 관계없이 손상추정이 가능함을 보였고, 특히 손상이 작은 5%인 경우도 손상추정이 가능하였다. (3) 질량오차에 대한 수치해석을 통해 정확한 질량에 대한 정보가 부족한 상황에서도 제안된 손상추정 기법을 통해 손상추정이 가능함을 보였다.

감사의 글

이 연구는 건설교통부가 출연하고 한국건설교통기술평가원에서 위탁 시행한 2005년도 건설핵심기술 연구개발사업(05 건설핵심-C19)와 한국과학재단 지정 우수 연구센터인 SMART 사회기반시설 연구센터(SISTeC)의 연구비 지원에 의하여 수행되었으며, 이에 감사 드립니다.

참 고 문 헌

- 박재형, 김정태, 류연선, 이진학** (2006) 고유진동수와 모드변형에너지를 이용한 향상된 유전알고리즘 기반 손상검색기법, 한국전산구조공학회 논문집, 19(3), pp.313~322.
- 윤정방, 이진학, 이종재, 이정석, 전귀현** (2004) 유전자 알고리즘을 이용한 모드기반 교량의 해석모델개선, 한국전산구조공학회 논문집, 17(4), pp.389~403.
- 이종재, 이종원, 윤정방** (2005) 상시진동 데이터를 이용한 교량의 손상추정기법, 대한토목학회 논문집, 25(2A), pp.375~385.
- 최병만, 우호길** (2007) 유전자 알고리즘을 이용한 구조물 손상 탐색기법에 관한 논문, 한국소음진동공학회 논문집, 17(1), pp.80~87.
- Beyer, H.G.** (2001) *The theory of evolution strategies*, Springer, Germany, p.380.
- Chou, J.H, Chaboussi, J.** (2001) Genetic algorithm in structural damage detection, *Computers and Structures*, 79(14), pp.1335~1353.
- Cobb, R.G., Liebst, B.S.** (1997) Structural damage identification from frequency response data, *Navigation and Control Conference*, Proceedings of AIAA Guidance, Baltimore, USA, pp.334~344.
- Doebling, S.W.** (1996) Minimum-rank optimal update of elemental stiffness parameters for structural damage identification, *AIAA Journal*, 34(12), pp.2615~2621.
- Hajela, P., Soeiro, F.J.** (1990) Recent developments in damage detection based on system identification methods, *Structural Optimization*, 2(1), pp.1~10.
- Juneja, V., Haftka, R.T., Cudney H.H.** (1997) Damage detection and damage detectability - analysis and experiments, *Journal of Aerospace Engineering*, ASCE, 10(4), pp.135~142.
- Kim, H.M., Bartkowicz, T.J.** (1993) Damage detection and health monitoring of large space structures, *Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, 34th AIAA/ASME Adaptive Struc-

- tures Forum, La Jolla, USA, pp.3527~3533.
- Lu, Q., Ren, G., Zhao, Y.** (2002) Multiple damage location with flexibility curvature and relative frequency change for beam structures, *Journal of Sound and Vibration*, 253(5), pp.1101~1114.
- Ge, M., Lui, E.M.** (2005) Structural damage identification using system dynamic properties, *Computers and Structures*, 83(27), pp.2185~2196.
- Mares, C., Surace, C.** (1996) An application of genetic algorithms to identify damage in elastic structures, *Journal of Sound and Vibration*, 195(2), pp.195~215.
- Michalewicz, Z.** (1999) *Genetic algorithms + Data structures=Evolution programs*, Springer, Germany, p.387.
- Perry, M.J., Koh, C.G., Choo, Y.S.** (2006) Modified genetic algorithm strategy for structural identification, *Computers and Structures*, 84(8-9), pp. 529~540.
- Pandey, A.K., Biswas, M.** (1994) Damage detection in structures using changes in flexibility, *Journal of Sound and Vibration*, 169(1), pp.3~17.
- Ratcliffe, C.P.** (1997) Damage detection using a modified Laplacian operator on mode shape data, *Journal of Sound and Vibration*, 204(3), pp.505~517.
- Sreenivas, A., Gongkang, F., Everett, W.D.** (1997) Signal versus noise in damage detection by experimental modal analysis, *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 123(2), pp.237~245.
- Stutz, L.T., Castello, D.A., Rochinha, R.A.** (2005) A flexibility-based continuum damage identification approach, *Journal of Sound and Vibration*, 279(3-5), pp.641~667.
- Toksoy, T., Aktan, A.E.** (1994) Bridge-condition assessment by modal flexibility, *Experimental Mechanics*, pp.271~278.
- Wu, X., Ghaboussi, J., Garrett, J.H.** (1992) Use of neural networks in detection of structural damage, *Computers and Structures*, 42(5), pp.649~659.
- Yan, A., Golinval, J.C.** (2005) Structural damage localization by combining flexibility and stiffness methods, *Engineering Structures*, 27(12), pp.1752~1761.