

## Modified n-Level Skip-Lot Sampling Inspection Plans

Gyo-Young Cho<sup>1)</sup>

### Abstract

This paper is the generalization of the modified two-level skip-lot sampling plan(MTSkSP2) to n-level. The general formulas of the operating characteristic(OC) function, average sample number(ASN) and average outgoing quality(AOQ) for the plan are derived using Markov chain properties.

**Keywords:** AOQ; ASN; Markov Chain; Multi-level Skip Lot Sampling Plan; OC Function.

### 1. 서 론

스킵-로트 샘플링 검사계획(SkSP)은 제품의 품질이 우수한 대량생산체제 내에서 검사시간과 비용을 줄일 수 있다는 측면에서 연속생산형 샘플링검사계획(CSP)보다 더 효율적이다.

Dodge(1955)는 CSP을 확장하여 스킵-로트 샘플링 검사계획(Skip-lot sampling inspection plan ; SkSP-1)을 설계하였고, Perry(1973a, 1973b)는 Dodge의 검사계획 SkSP-1을 스킵핑 모수  $1/f$ 과 연속적으로 합격해야 될 로트의 수  $i$ 를 자유롭게 선택할 수 있는 1단계 스킵-로트 샘플링 검사계획(SkSP-2)으로 발전시켰고, 이를 다시 평균 검사개수(ASN)을 줄일 수 있도록 세 종류의 2단계 스킵-로트 샘플링 검사계획들(Plan2L.1~3)로 확장하였다.

공정 불량률이 갑자기 높아져 스킵 되는 로트의 합격에서 오는 위험이 큰 경우에 적용하기 위하여 Parker & Kessler(1981)는 수정된 스킵-로트 샘플링 검사 계획(modified skip-lot sampling plan ; MSkSP)을 제안하였다. 이 검사는 평균검사개수는 증가하나 출검품질을 보증할 수 있어서 불량률이 갑자기 높아질 경우 SkSP-2보다 효율적이다. Choi(2001)는 Perry(1973b)가 제안한 세 종류의 2단계 스킵-로트 샘플링 검사계획에 Parker & Kessler(1981)의 MSkSP를 적용, 수정된 2단계 스킵-로트 샘플링 검사계획들(modified two level skip-lot sampling plans ; MSkSP1~3)을 설계하여 검사비용 절감과 스킵 되는 로트에 대한 위험부담을 모두 줄이게 되었다.

---

1) Professor, Department of Statistics, Kyungpook National University, Daegu, 702-701, Korea E-mail : gycho@knu.ac.kr

본 연구에서는 Choi(2001)의 수정된 2단계 스윙-로트 샘플링 검사계획중 MTSkSP2에서 단계  $n$ 과 스킵핑 모수  $f_k$ ,  $j_k$  ( $f_k$ :  $k$ 번째 스윙-로트 검사 단계에서 검사되어야 하는 로트의 구분의 크기,  $j_k$ :  $k$ 번째 스윙-로트 검사 단계에서 연속적으로 합격해야 될 로트의 수, 단  $k=1, 2, \dots, n$ )를 자유롭게 선택할 수 있는 일반화된 수정된 다단계 스윙-로트 샘플링 검사계획(MMSkSP2)를 설계하고 그 특성을 조사한다.

## 2. 샘플링 검사계획의 설계

MMSkSP2의 검사과정은 다음과 같다.

- (1) 주어진 Reference 샘플링 검사계획을 이용하여 모든 로트를 검사하는 정규검사에서 시작한다.
- (2) 정규검사에서 연속적으로  $i$ 개의 로트가 합격될 때에는 구분의 크기가  $1/f_0$ 인 제1단계검사로 전환한다.
- (3) 제  $k-1$ 단계검사에서 연속적으로  $j_{k-1}$ 개의 로트가 합격될 때에는 구분의 크기가  $1/f_k$ 인 제  $k$ 단계 검사로 전환한다. ( $k=1, 2, 3, \dots, n$ ).
  - 제  $k$  ( $k=1, 2, 3, \dots, n$ ) 단계검사에서 로트들의 합격 :
    - 선택된 로트가 합격
    - 스윙되는 로트 중 1시료를 검사해서 합격
    - 스윙되는 로트 중 1시료를 검사해서 불합격 시 해당로트를 Reference 샘플링 검사해서 합격.
- (4) 제  $n$ 단계 검사에서 로트가 합격되면 제  $n$ 단계 검사를 계속한다.
- (5) 제 1단계 검사에서 로트가 불합격될 때에는 정규검사로 전환한다.
- (6) 제  $k$ 단계 검사에서 로트가 불합격될 때에도 정규검사로 전환한다 ( $k=1, 2, 3, \dots, n$ ).

## 3. 마코프 연쇄 방법

MMSkSP2에서 로트가 합격될 확률을 구하기 위해서 마코프 연쇄 방법을 이용하기로 한다. MMSkSP2에 대한 마코프 상태공간은 다음과 같다.

$$\{ NR, N_1, N_2, \dots, N_i, S_1R, S_1A_1, \dots, S_kA_j, \dots, S_kR, S_kA_1, \dots, S_kA_{j_k}, \dots, S_{n-1}R, S_{n-1}A_1, S_{n-1}A_2, \dots, S_{n-1}A_{i_{n-1}}, S_{n-1}A_{i_n}, S_nR, S_nA \}.$$

MMSkSP2에 대한 마코프 연쇄의 상태공간의 모든 원소를 다음과 같이 정의한다.

$NR$  : 정규검사에서 로트가 불합격된 상태

$N_i$  : 정규검사에서 연속적으로 합격된 로트의 수가  $i$  ( $i=1, 2, \dots, i_1$ )인 상태

$S_kA_l$  : 구분의 크기  $1/f_k$ 인 제  $k$ 단계 검사에서 연속적으로 합격된 로트의 수가  $l$





$$\begin{cases} i = \sum_j P_{ji} \\ \sum_i i = 1, \end{cases} \quad i$$

단,  $P_{ji}$ 는 상태  $j$ 에서 상태  $i$ 로 가는 1단계 추이확률이다.

MMSkSP2의 검사특성함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Pa(f_1, \dots, f_n ; j_1, \dots, j_n) &= 1 - \Pr(\text{로트 불합격}) \\ &= 1 - (\pi_{NR} + \pi_{S_1R} + \pi_{S_2R} + \dots + \pi_{S_nR}) \end{aligned}$$

여기서,  $NR, S_1R, \dots, S_nR$ 는 추이행렬로부터 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} NR &= (1 - P^i)(NR + S_1R + S_2R + \dots + S_nR) \\ S_1R &= \left\{ 1 - (1 - Qu_1)^{j_1} \right\} \frac{P^i}{1 - P^i} NR \\ S_2R &= \left\{ 1 - (1 - Qu_2)^{j_2} \right\} (1 - Qu_1)^{j_1} \frac{P^i}{1 - P^i} NR \\ &\vdots \\ S_{n-1}R &= \left\{ 1 - (1 - Qu_{n-1})^{j_{n-1}} \right\} (1 - Qu_{n-2})^{j_{n-2}} (1 - Qu_{n-3})^{j_{n-3}} \dots (1 - Qu_1)^{j_1} \frac{P^i}{1 - P^i} NR \\ S_nR &= (1 - Qu_{n-1})^{j_{n-1}} (1 - Qu_{n-2})^{j_{n-2}} \dots (1 - Qu_1)^{j_1} \frac{P^i}{1 - P^i} NR. \end{aligned}$$

그리고,  $\sum_i i = 1$ 로부터,  $NR = \frac{(1 - P^i)Qu_1u_2u_3 \dots u_n}{(1 - P^i)u_1u_2u_3 \dots u_n + P^iA^*}$  이다.

$$\begin{aligned} A^* &= u_2u_3 \dots u_n (1 - (1 - Qu_1)^{j_1+1}) + u_1u_3u_4 \dots u_n \{ (1 - Qu_2) - (1 - Qu_2)^{j_2+1} \} (1 - Qu_1)^{j_1} \\ &\quad + u_1u_2u_4 \dots u_n \{ (1 - Qu_3) - (1 - Qu_3)^{j_3+1} \} (1 - Qu_2)^{j_2} (1 - Qu_1)^{j_1} + \dots \\ &\quad + u_1u_2 \dots u_{n-2}u_n \{ (1 - Qu_{n-1}) - (1 - Qu_{n-1})^{j_{n-1}+1} \} (1 - Qu_{n-2})^{j_{n-2}} \dots (1 - Qu_1)^{j_1} \\ &\quad + u_1u_2 \dots u_{n-1} (1 - Qu_n) (1 - Qu_{n-1})^{j_{n-1}} (1 - Qu_{n-2})^{j_{n-2}} \dots (1 - Qu_1)^{j_1}. \end{aligned}$$

따라서 MMSkSP2의 검사특성함수에 대한 일반적인 공식은 다음과 같다.

$$Pa(f_1, \dots, f_n ; j_1, \dots, j_n) = \frac{Pu_1u_2u_3 \dots u_n + P^i[B^*]}{u_1u_2u_3 \dots u_n + P^i[B^*]}$$

$$\begin{aligned} B^* &= u_2 \dots u_n (1 - u_1) + u_3u_4 \dots u_n (u_1 - u_2) (1 - Qu_1)^{j_1} \\ &\quad + u_1u_4u_5 \dots u_n (u_2 - u_3) (1 - Qu_1)^{j_1} (1 - Qu_2)^{j_2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + u_1 u_2 u_3 \cdots u_n (u_3 - u_4)(1 - Qu_1)^{j_1}(1 - Qu_2)^{j_2}(1 - Qu_3)^{j_3} + \\
& \quad \dots \\
& + u_1 u_2 u_3 \cdots u_{n-2} (u_{n-1} - u_n)(1 - Qu_1)^{j_1}(1 - Qu_2)^{j_2} \cdots (1 - Qu_{n-1})^{j_{n-1}}.
\end{aligned}$$

$n = 2, 3, 4, \dots$ 에 대해서, 모든  $n$  단계의 검사특성함수는 위의 일반화된 공식에 의해 유도된다. 만약  $j_{n-1} = i, j_n = j, i = j_1 = j_2 = \cdots = j_{n-2} = 0$  라 두고,  $f_1 = f_2 = \cdots = f_{n-2} = 1, f_{n-1} = f_1, f_n = f_2$  라 두면

$$Pa = \frac{Pu_1 u_2 + [u_2(1 - u_1) + (u_1 - u_2)(1 - Qu_1)^j]P^i}{u_1 u_2 + [u_2(1 - u_1) + (u_1 - u_2)(1 - Qu_1)^j]P^i}$$

이다. 이는 Choi(2001)의 수정된 2단계 스윙-로트 샘플링 검사계획(MTSkSP2)의 공식과 일치한다.

## 6. 평균검사개수

ASN는 로트당 조사된 시료들의 평균개수를 의미하는 것으로, ASN가 검사계획을 비교하는 중요한 척도 중의 하나가 될 수 있다. MMSkSP2 검사계획에서 정규검사나 스윙-로트 검사 중 검사된 로트들의 ASN는 Reference 샘플링 검사계획의 평균검사개수 ASN(R)과 같으며, 각 스윙된 로트 중 추출된 1개의 시료가 합격한 로트들의 ASN는 1이 되고, 그 시료가 불합격된 로트들의 ASN는 ASN(R)+1이 된다. 여기서 로트가 합격되거나 불합격될 것이 확실하더라도 그 나머지 시료들은 조사되는 것으로 간주한다. MMSkSP2의 ASN를 구하면 다음과 같다.

ASN(MMSkSP2)

$$= \left[ 1 - \sum_{k=1}^n \binom{n}{k} \right] \cdot \text{ASN}(R) + \sum_{k=1}^n \left[ \binom{n}{k} \cdot f_k \cdot \text{ASN}(R) + \binom{n}{k} \cdot (1 - f_k) \cdot (1 - d) \right]$$

여기서,  $k = S_k A_1 + \cdots + S_k A_{i_k} + S_k R$

$$= \frac{\{1 - (1 - Qu_k)^{j_k}\}(1 - Qu_{k-1})^{j_{k-1}} \cdots (1 - Qu_1)^{j_1} P^i u_2 u_3 \cdots u_n}{u_1 u_2 u_3 \cdots u_n + P^i [B^*]}$$

$$n = \frac{(1 - Qu_{n-1})^{j_{n-1}}(1 - Qu_{n-2})^{j_{n-2}} \cdots (1 - Qu_1)^{j_1} P^i u_1 u_2 \cdots u_{n-1}}{u_1 u_2 u_3 \cdots u_n + P^i [B^*]} \text{ 이다.}$$

## 7. 평균출검품질

샘플링 검사에서 검사계획들을 비교하기 위해 OC곡선과 ASN외에 AOQ이라는 평가도구를 사용한다. AOQ은 샘플링 검사후의 로트전체의 평균불량률이다. Reference 샘플링검사계획에서 검사 후 로트의 AOQ은 박성현(1995)에 의해

$$AOQ(R) = \frac{P \cdot p(N-n')}{N}$$

이다. 여기서,  $N$ 은 로트의 크기,  $n'$ 는 시료의 크기,  $p$ 는 로트의 불량률,  $P$ 는 로트가 합격될 확률을 나타낸다. 만약 로트의 크기  $N$ 이 시료의 크기  $n'$ 에 비하여 상당히 크다면 근사적으로 다음과 같다.

$$AOQ(R) \cong P \cdot p$$

정규검사와 스킵-로트 샘플링 검사단계에서 검사되는 로트의 AOQ는 Reference 샘플링 검사의 평균출검품질 AOQ(R)과 같으며, 스킵되는 로트의 AOQ는 로트의 불량률과 같다. 따라서 MMSkSP2의 AOQ는 Lee등(1996)에 의해

$$AOQ(MMSkSP2) = AFI(MMSkSP2) \cdot AOQ(R) + [1 - AFI(MMSkSP2)] \cdot p$$

가 되는데, 여기에서 평균검사비율(average fraction inspected : AFI)은 검사에 흘러들어오는 로트중 실제로 조사되는 로트의 비율로

$$AFI(MMSkSP2) = 1 - \sum_{k=1}^n (1 - f_k) \quad k \text{로 나타낸다.}$$

이 때  $f_k$ 는 앞에서 정의한 것과 같이 제  $k$ 단계 스킵-로트 검사에서 통과된 제품이 차지하는 비율이다.

## 8. 결론 및 요약

본 연구는 검사비용의 절감과 스킵되는 로트의 위험성을 줄이려는 수정된 2단계 스킵-로트 샘플링 검사계획을 수정된  $n$ 단계 스킵-로트 샘플링 검사계획으로 일반화한 것이다. 이 수정된 스킵-로트 샘플링 검사계획에서는 매 검사단계마다 연속적으로 합격되어야 할 로트의 수뿐만 아니라 구분의 크기까지를 자유롭게 택할 수 있게 되어있다. 또한 마코프 연쇄를 이용하여 OC곡선, ASN 그리고 AOQ를 구하는 일반적인 공식을 유도 하였다.

## 참 고 문 헌

1. 박성현(1995). 통계적 품질관리, 민영사.
2. Choi, B. C.(1993). Multi-Level Skip-Lot Sampling Plan, 응용통계 연구, Vol. 6, No. 2, pp. 277~287
3. Choi, B. C, Chun, Y. M.(2001). 수정된 2단계 스킵-로트 샘플링검사계획, 품질경영학회지, Vol. 29, No. 1, pp. 113~127.
4. Dodge, H. F.(1943). A Sampling Inspection Plan for Continuous Production, *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 14, No. 3, pp.264~279
5. Dodge, H. F.(1995). Skip-Lot Sampling Plan, *Industrial Quality Control*, Vol.11, No. 5, pp. 3~5.
6. Lee, I. S, Cho, G. Y. and Kim, H. R.(1996). Multi-Level Skip-Lot Sampling Plan-Average Fraction Inspected Properties, 한국통계학회논문집, Vol. 3, No. 2, pp. 151~159.
7. Parker, R. D. and Kessler, L.(1981). A Modified Skip-Lot Sampling Plan, *Journal of Quality Technology*, Vol. 13, No.1, pp. 31~35.
8. Parzen, E.(1962). *Stochastic Processes*, San Francisco : Holden-Day
9. Perry, R. L.(1973a). Skip-lot Sampling Plans, *Journal of Quality Technology*, Vol. 5, No. 3, pp. 123~130.
10. Perry, R. L.(1973b). Two-Level Skip-lot Sampling Plan - operating characteristic properties, *Journal of Quality Technology*, Vol. 5, No. 4, pp.160~166.

[접수일(2008년 5월 10일), 수정일(2008년 6월 15일), 게재확정일(2008년 6월 20일)]