

# Random Matrix Theory 방법에 의하여 분해된 상관행렬의 속성 연구 : 주식 네트워크와의 결합 · 검증

엄 철 준\* · 오 갑 진\*\* · 박 종 원\*\*\*

## 요 약

본 연구는 Random Matrix Theory(RMT)방법에 의하여 분해된 상관행렬이 원래 주식간 상호작용을 충분히 반영하고 있는지 여부를 Mantegna(1999)에 의하여 제안된 주식 네트워크와 실증적으로 결합 · 검증하였다. 분석결과에 의하면, RMT 방법으로 분해된 상관행렬을 주식 네트워크와 결합하였을 때, 분해된 상관행렬은 주식간 상호작용에서 의미 있는 요인들의 속성을 적절히 반영하고 있다는 것을 실증적으로 확인할 수 있었다. 이러한 결과를 통하여, 주식간 상호작용을 계량화한 상관행렬을 RMT방법에 의하여 특정 속성을 갖는 상관행렬로 분해하여 재무이론과 결합 · 검증한다면, 주식간 상호작용을 보다 잘 이해하는데 유용한 방법이 될 수 있음을 확인하였다.

## I. 서 론

금융시장의 가격결정메커니즘은 다양한 객체들 간의 복잡한 상호작용을 통하여 형성되며, 이를 이해하는 것은 재무 분야에 있어서 중요한 연구과제중에 하나이다. 최근까지 복잡한 상호작용을 계량화하는 측정치로 상관행렬(correlation

---

\* 부산대학교 경영학부 조교수

\*\* POSTECH 물리학과 연구원

\*\*\* 서울시립대학교 경영학부 교수

matrix)이 널리 이용되고 있으나, 시장의 불규칙한 변화, 예상치 못한 사건들로 인한 가격왜곡, 측정오류 등으로 인하여 의미 있는 상관행렬을 구하는 것은 현실적으로는 매우 어려운 작업이다. 즉, 상관행렬에 포함되어 있는 무작위 속성과 의미 있는 속성을 구분하고 연구의도에 맞추어 통제하는 것이 필요하다. 이러한 목적으로 기존 재무 분야에서는 상관행렬을 직접적 입력 자료로 활용하는 다변량 통계분석기법들 중에서 요인분석(factor analysis)이나 군집분석(cluster analysis) 등을 이용하여 대용량의 자료들을 몇몇 공통속성을 갖는 집단중심의 시계열자료로 생성한 후에 이를 활용해 왔다. 그러나 기존의 다변량 통계분석기법은 검증과정에서 연구자가 의도하는 목적으로 용이하게 통제하는 것이 어려울 뿐만 아니라 공통속성으로 군집을 형성한 객체속성 보다는 집단속성으로의 해석 등의 문제점을 갖고 있다.

따라서, 연구자의 검증목적에 적합한 속성을 갖는 상관행렬을 생성하고 이용할 수 있는 방법이 제안된다면, 이를 통하여 금융메커니즘의 복잡한 상호작용을 이해하는데 도움이 될 뿐만 아니라 새로운 관점에서 재무이론을 해석하고 연구 범위를 확대시키는 가치를 가질 것이다. 이러한 노력의 일환으로 진행된 관련연구들 중에서 Random Matrix Theory(이하 *RMT*)방법은 주식수익률간 상관행렬로부터 무작위 요인의 속성을 갖는 영역과 의미 있는 요인들의 속성을 갖는 영역으로 구분하고, 각 속성을 반영한 상관행렬로의 분해가 가능케 하는 방법으로 제안되었다. *RMT*방법은 1950년대 복잡한 핵들의 에너지 준위를 분석적으로 분해하고 이해하기 위해서 Wigner(1951) 등에 의하여 제안된 것이다. 그 후 Dyson(1970), Metha(1971, 1995) 등에 의하여 지속적으로 방법론에 대한 체계적 정리와 소개가 이루어졌다. 그리고, Laloux et al.(1999), Plerou et al.(1999, 2000, 2001), Utsug et al.(2004), Wilcox et al.(2007), Cukur et al.(2007), 엄철준 외 2인(2007) 등에 의하여 *RMT*방법을 금융시계열자료에 적용하는 시도가 있어왔다. 선행연구 결과는 *RMT*방법에 따라 분석적으로 상관행렬을 분해하였을 때, 주식수익률 간 상관행렬의 고유치 분포 중에 약 94% 정도는 무작위 행렬의 고유치 범위에 포함되고, 나머지 약 6% 정도가 범위를 벗어난다는 것을 보여주고 있다. 또한, 상관행렬의 고유치 분포 중에서 가장 작은 고유치는 노이즈의 직접적인 영향을 받을 수 있음에 따라, 이를 포함한 검증은 부적절한 결과를 산출할

수 있음을 보여준다.

*RMT*방법의 재무 분야에의 적용 노력 중에서 대표적인 연구 분야로 *RMT*방법에 의해 분해된 상관행렬을 입력변수로 활용하여 Markowitz(1952)의 포트폴리오선택이론을 검증하는 연구를 들 수 있다. 관련 연구들로는 Rosenow et al. (2003), Pafka et al.(2004), Sharifi et al.(2004), Wilcox et al.(2004), Tola et al.(2008) 등이 있다. 즉, 포트폴리오선택이론에서 최적화함수(optimization function)에 의하여 효율적 투자선을 도출하는데 필요한 입력변수는 기대수익률

$$(E(R_p) = \sum_{j=1}^N w_j E(r_j)) \text{과 위험} (\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_{i,j}) \text{이고, 이 중에서 위험의 결정요소}$$

인 공분산( $\sigma_{i,j} = \sigma_i \sigma_j \rho_{i,j}$ )은 직접적으로 상관행렬( $\rho_{i,j}$ )의 영향을 받는다. *RMT*방법에 의하여, 원래 상관행렬을 무작위 요인의 상관행렬과 무작위 요소가 제거된 의미 있는 요인의 상관행렬로 분해한 후 각각을 위험의 결정변수로 활용하였을 때에 도출되는 효율적 포트폴리오를 비교·분석하는 것이다. 연구결과에 의하면, 무작위 요인이 제거된 상관행렬을 이용한 효율적 투자선이 원래 상관행렬을 이용한 효율적 투자선에 매우 근접한 반면에, 무작위 요인 상관행렬을 이용한 결과와는 많은 차이를 가짐을 보여준다. 그리고 분해된 상관행렬을 포트폴리오 구성을 위한 예측과정에 활용할 경우에도 그 유용성이 인정된다는 것을 보여주고 있다.

한편, *RMT*방법으로 분해된 상관행렬이 원래 상관행렬에 포함된 주식 간 상호작용의 속성을 충분히 반영하고 있는지를 주식 간 연결 관계를 통하여 확인하고자 하는 실증적 시도로 Garas et al.(2007) 등의 연구가 있다. 이들이 *RMT*방법에서 분해된 상관행렬이 원래 상관행렬에 포함된 주식 간 상호작용을 충분히 반영하고 있는지를 실증적으로 확인하기 위하여 결합검증에 이용한 것은 Mantegna(1999), Mantegna et al.(2000) 등에 의하여 제안된 Minimal Spanning Tree(이하, *MST*)방법으로부터 도출된 주식 네트워크(stock network)이다. 제안된 방법은 그래프이론(graph theory, West(1996))에 속하는 것으로 재무 분야에서 집단분류방법으로 널리 이용되는 다변량 시계열분석방법인 군집분석과 유사하다(Gower et al., 1969, Everitt, 1974). 그리고, 이 방법을 재무 분야의 다양한 영역으로 적용을 시도한 연구들로는 Bonanno et al.(2001), Onnela et al.(2003),

Bonanno et al.(2004), 김승환 외 2인(2004), Coelho et al.(2007), Eom et al.(2007a, 2007b), 엄철준(2007) 등이 있다.

본 연구는 *RMT*방법에 의하여 분해된 상관행렬이 원래 주식간 상호작용을 충분히 반영하고 있는지의 여부를 Mantegna(1999)에 의하여 제안된 주식 네트워크와 실증적으로 결합·검증하였다. 본 연구에서 주식 네트워크 방법과 *RMT* 방법을 결합·적용할 수 있는 것은, 주식 네트워크 방법이 주식수익률 간 상관행렬을 이용하여 주식 간 연결 관계를 도출할 수 있을 뿐만 아니라 시각적인 네트워크 형태로 확인할 수 있기 때문이다. 주식 네트워크 방법과 *RMT*방법의 결합·검증을 통하여, 원래 상관행렬을 이용한 검증결과와 분해된 상관행렬을 이용한 검증결과 간에 어느 정도 유사한지를 실증적으로 확인할 수 있다. 본 연구에서는 객관적인 비교를 위하여, Eom et al.(2007b)에서 사용된 생존비율(survivor ratio)을 이용한다. 만약, *RMT*방법으로 분해된 상관행렬이 주식 간 상호작용을 잘 반영하고 있다면, 원래 상관행렬을 이용하여 도출한 주식 네트워크와 유사한 결과를 도출할 것이다.

본 연구의 결과에 의하면, *RMT*방법에서 분해된 상관행렬을 주식 네트워크와의 결합하였을 때, 분해된 상관행렬은 주식 간 상호작용에서 의미 있는 요인들의 속성을 적절히 반영하고 있다는 것을 실증적으로 확인할 수 있었다. 즉, *RMT*방법에 의하여 연구목적에 적합한 속성을 갖는 상관행렬로 분해하고 이를 재무이론과 결합·검증한다면, 금융시장의 상호작용 및 가격결정메커니즘을 보다 잘 이해하는데 도움을 제공할 수 있는 유용한 방법이 될 수 있음을 확인할 수 있었다.

본 연구의 구성은 서론에 이어 제 II장에서 연구에 사용된 표본과 검증과정을 설명하고, 제 III장에서는 분석결과를 단계별로 구분하여 제시한다. 마지막 장에서는 결론 및 시사점을 제시한다.

## II. 실증설계

본 연구는 한국주식시장의 KOSPI 시장지수를 구성하는 개별주식들 중에서

1990년 1월부터 2003년 5월까지 3,722일의 연속적인 일별가격정보를 갖는 430개 개별주식 자료를 이용하였다. 설정된 연구목적에 적절히 수행하기 위하여 사용된 *RMT*방법, *MST*방법 및 객관적 평가측정치인 생존비율의 3가지 검증방법을 간략히 정리하면 다음과 같다.

첫 번째 검증방법은 *RMT*방법이다. 상관행렬의 고유치 분포는, Sengupta et al.(1999) 등에 의하여, 무작위 상관행렬의 통계적 속성에서 시계열자료가 무한히 많아진다면(만약, 주식수  $N \rightarrow \infty$ , 시계열자료길이  $L \rightarrow \infty$  이면,  $Q \equiv L/N$ 로 고정), 무작위 상관행렬 고유치( $\lambda$ )의 확률밀도함수(probability density function,  $P_{RM}(\lambda)$ )는 분석적으로 다음과 같이 된다.

$$P(\lambda) = \frac{Q}{2\pi} \frac{\sqrt{(\lambda_+^{RM} - \lambda)(\lambda - \lambda_-^{RM})}}{\lambda} \quad (1)$$

여기서, 무작위 상관행렬에 속하는 고유치 범위( $\lambda_-^{RM} \leq \lambda_i \leq \lambda_+^{RM}$ )를 결정하는 최대 고유치( $\lambda_+^{RM}$ )와 최소 고유치( $\lambda_-^{RM}$ )는 다음과 같이 산출된다.

$$\lambda_{\pm}^{RM} = 1 + \frac{1}{Q} \pm 2\sqrt{\frac{1}{Q}} \quad (2)$$

그리고, 무작위 상관행렬의 고유치 범위( $\lambda_-^{RM} \leq \lambda_i \leq \lambda_+^{RM}$ )에 속하는 고유치( $\lambda_i$ )는 확인할 수 없는 무작위 요인들의 속성을 포함하는 것으로, 반면에 무작위 상관행렬의 범위를 벗어나는 범위( $\lambda_+^{RM} < \lambda_i \leq \lambda_{Largest}$ )에 속하는 고유치들은 의미 있는 요인들의 속성을 포함하는 것으로 본다. 따라서, *RMT*방법에 근거하여, 분석적 무작위 상관행렬의 고유치 범위를 기준으로 주식수익률 간 상관행렬(original matrix  $C_{S(i)}^O$ )을 무작위 상관행렬(random matrix,  $C_{S(i)}^R$ ,  $\lambda_-^{RM} \leq \lambda_{S(i)} \leq \lambda_+$ )과 필터 상관행렬(filtered matrix,  $C_{S(i)}^F$ ,  $\lambda_+^{RM} < \lambda_{S(i)} \leq \lambda_{Largest}$ )로 분해하는 것이다. 그리고, 각각의 상관행렬( $C_{S(i)}$ )은 범위내의 고유치( $\lambda_{S(i)}$ )와 고유치 벡터( $V_{S(i)}, V_{S(i)}^T$ )에 의하여 산출된다.

$$C_{S(i)}^O \approx C_{S(i)}^R + C_{S(i)}^F \quad (3a)$$

$$C_{S(i)} = \lambda_{S(i)} \cdot V_{S(i)} \cdot V_{S(i)}^T \quad (3b)$$

이와 같이, 생성된 무작위 상관행렬( $C_{S(i)}^R$ )과 필터 상관행렬( $C_{S(i)}^F$ )을 MST방법의 입력자료로 사용한다.

두 번째 검증방법은 Mantegna(1999)에 의하여 제안된 MST방법이다. 이 방법은 그래프이론(West, 1996)에 속하는 것으로, 기존 재무분야에서 널리 활용되는 다변량 시계열분석방법인 군집분석과 매우 유사한 접근법이다(Gower et al., 1969, Everitt, 1974). 주식 네트워크를 도출하기 위해서는 주식수익률간 공분산( $Cov(R_i, R_j)$ )과 표준편차( $\sigma(R_i)$ )로부터 산출된 상관행렬( $\rho_{i,j}$ )을 유사성 척도인 거리행렬(distance matrix,  $d_{i,j}$ )로의 전환을 해야 한다(Gower et al., 1969). 즉,

$$d_{i,j} = \sqrt{2 \cdot (1 - \rho_{i,j})} \quad (4)$$

상기의 식에 의하여 생성된 거리값( $d_{i,j}$ )은  $0 \leq d_{i,j} \leq 2$ 의 범위에 있으며, 낮은 값을 가질수록 더욱 더 유사한 것으로 판단된다. 측정된 거리값을 근거로 주식 네트워크를 구성하는 주식 간 연결 관계의 선택은 Kruskal(1956) 알고리즘에 따라 가장 근접한(즉 가장 작은 거리값을 갖는) 주식 간 연결 관계를 우선적으로 선택하는 방식으로, 연결 가능한  $N(N-1)/2$ 개의 모든 연결 관계 중에서  $(N-1)$ 개의 연결관계로  $N$ 개의 주식들이 끊어짐 없이 연결된 주식 네트워크를 도출하는 것이다. 우리는 식 (4)의 거리값 산출을 위하여 사용하는 상관행렬( $\rho_{i,j}$ )은 3가지 이다. 즉, 주식수익률을 이용하여 생성된 원래 상관행렬( $C_{S(i)}^O$ ), 앞의 식 (1)에서 RMT방법에 의하여 분해된 무작위 상관행렬( $C_{S(i)}^R$ )과 필터 상관행렬( $C_{S(i)}^F$ )이다.

세 번째 방법은 주식 네트워크 간 일치정도를 계량적으로 측정하는 생존비율(survivor ratio)이다. 즉, 원래 상관행렬( $C_{S(i)}^O$ ), 무작위 상관행렬( $C_{S(i)}^R$ ), 그리고 필터 상관행렬( $C_{S(i)}^F$ )을 각각 이용하여 주식 네트워크( $Net^O$ ,  $Net^R$ ,  $Net^F$ )를 도출하고, 원래 상관행렬( $C_{S(i)}^O$ )의 주식 네트워크( $Net^O$ )과 일치정도를 계량적으로 관찰한다. 일치 정도의 계량적 척도인 생존비율( $SR_O^R$ ,  $SR_O^F$ )을 사용한다.

$$SR_O^C = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{Freq_j[\neq t_{Link}^O \cap \neq t_{Link}^C]}{Freq_j[\neq t_{Link}^O]} \quad (5)$$

여기서,  $SR_O^C$  : 각 주식 네트워크의 생존비율( $SR_O^R, SR_O^F$ )

$Net_{Link}^C$  : 비교 주식 네트워크( $Net^R, Net^F$ )

$Freq_j[Net_{Link}^O]$  : 기준 주식 네트워크( $Net_{Link}^O$ )에서 특정주식( $j$ )에 직접 연결된 주식의 빈도

$Freq_j[Net_{Link}^O \cap Net_{Link}^C]$  : 기준 주식 네트워크에서 특정주식( $j$ )에 직접 연결된 주식들 중에서, 비교 주식 네트워크( $Net^R, Net^F$ )에서 동일하게 연결된 주식들의 빈도

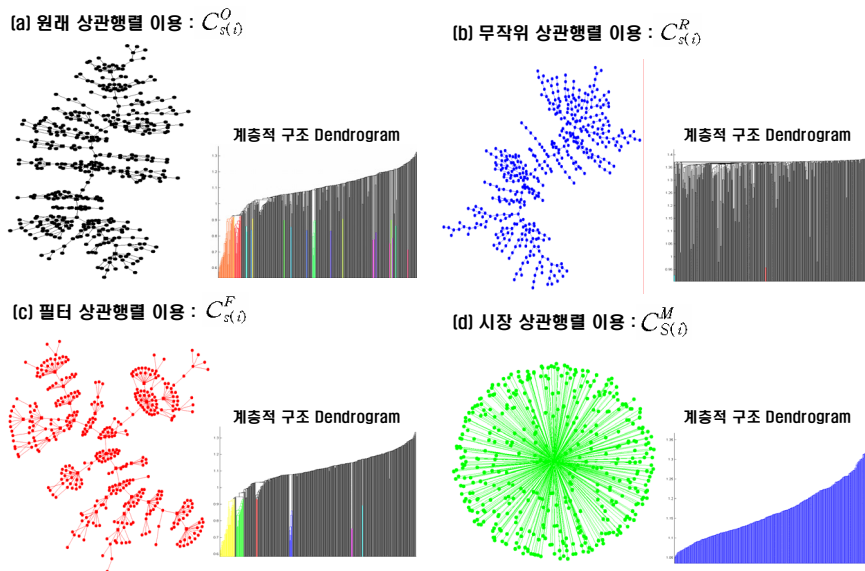
$N$  : 분석에 이용된 개별주식( $j = 1, 2, \dots, N, KOSPI = 430$ )

즉, 원래 상관행렬( $C_{S(i)}^O$ )로부터 도출된 주식 네트워크( $Net^O$ )에서 각 주식들이 갖는 연결정보, 즉 직접적으로 연결된 다른 주식들(nearest neighborhood)의 정보를  $RMT$ 방법에 의하여 분해된 각 상관행렬( $C_{S(i)}^R, C_{S(i)}^F$ )로부터 도출된 비교 주식 네트워크( $Net_{Link}^C = Net^R \& Net^F$ )와 구조적 비교를 하는 것이다. 만약,  $RMT$ 방법이 상관행렬에서 의미 있는 요인들로 구성된 상관행렬로의 분해 및 그 해석이 가능하다면, 필터 상관행렬을 이용한 주식 네트워크( $Net^F$ )는 무작위 상관행렬을 이용한 주식 네트워크( $Net^R$ )에 비하여 높은 일치정도( $SR_O^C$ )를 나타낼 것이다.

### III. 실증결과

본 장에서는 설정된 연구목적에 따라  $RMT$ 방법에 의하여 분해된 무작위 상관행렬( $C_{S(i)}^R$ )과 필터 상관행렬( $C_{S(i)}^F$ )을 Mantegna(1999)에 의하여 제안된  $MST$  방법의 입력변수로 사용하여 도출된 주식 네트워크를 비교·관찰한 결과를 제시한다. 즉, 분석적 무작위 상관행렬의 고유치 범위를 기준으로 분해된 필터 상관행렬( $C_{S(i)}^F$ )이 주식간 상호작용의 의미 있는 요인들로 구성되었다면, 이를 이용하여 도출된 주식 네트워크는 원래 상관행렬( $C_{S(i)}^O$ )의 주식 네트워크와 유사

한 속성을 가져야 한다. 왜냐하면, 필터 상관행렬을 구성하는 고유치들의 속성은 시장에서 관찰되는 복수 공통요인과 높은 관련성을 갖고, 기존 재무 분야에서의 정형화된 연구결과들을 통하여 주식 간 상호작용은 공통요인에 밀접한 관련성을 갖는 것으로 확인되었기 때문이다(엄철준 외 2인(2007), 엄철준(2007)). 또한, 공통요인에 높은 관련성을 갖는 주식일수록 다른 주식과 많은 연결개수를 갖는 경향이 있다고 하였다(김승환 외 2인(2004)). 따라서, 도출된 주식 네트워크의 일치정도는, 다른 주식과의 연결개수가 적은 주식들에 비하여 많은 연결개수를 갖는 주식들에 있어서 더욱 높은 일치정도를 가질 것이다.



[그림 1] 각 상관행렬을 이용하여 도출된 주식 네트워크 관찰

검증결과는 [그림 1]에 제시하였다. 그림에는 원래 상관행렬( $C_{S(i)}^O$ ), 무작위 상관행렬( $C_{S(i)}^R$ ), 필터 상관행렬( $C_{S(i)}^F$ ), 시장 상관행렬(market correlation,  $C_{S(i)}^M$ ) 각각에 대한 결과를 (a), (b), (c), (d)에 구분하였다. 여기서, 시장 상관행렬은 식 (1)에서 분석적으로 고유치의 범위를 벗어나는 고유치들( $\lambda_+^{RM} < \lambda_{S(i)} \leq \lambda_{Largest}$ ) 중에서 가장 큰 고유치( $\lambda_{Largest}$ )의 속성만을 반영한 상관행렬을 의미한다. 그리

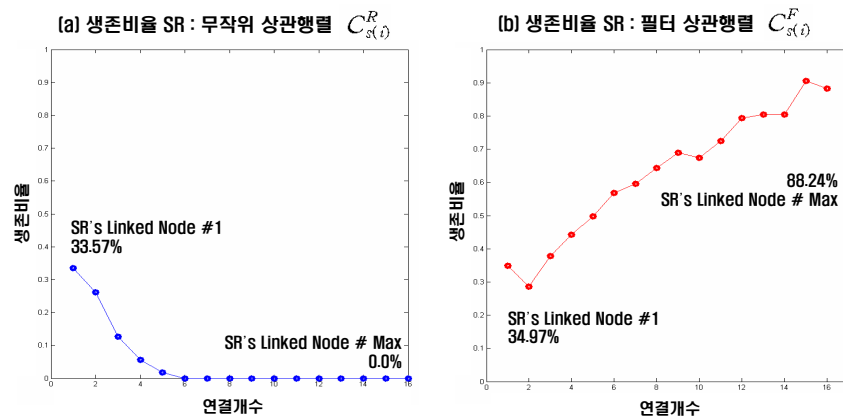


고 기존연구에서 시장 상관행렬은 시장지수와 매우 높은 관련성을 갖기 때문에 시장지수의 경제적 의미를 갖는 것으로 알려져 있다. 각 그림의 왼쪽은 각 상관행렬을 MST방법의 입력자료로 이용하여 도출된 주식 네트워크를 표시하였고, 오른쪽은 각 상관행렬을 군집분석(single linkage method)에 적용하여 도출된 수형도(dendrogram)를 표시한 것이다. 검증결과에서, 도출된 주식 네트워크[그림 (a)]를 기준으로 비교하면, 원래 상관행렬의 주식 네트워크와 무작위 상관행렬( $C_{S(i)}^R$ )의 주식 네트워크[그림 (b)]가 상대적으로 유사한 것으로 보인다. 그러나, 집단형성의 계층적 구조인 수형도를 기준으로 비교하면, 필터 상관행렬( $C_{S(i)}^F$ )을 근거한 계층적 구조[그림 (c)]가 상대적으로 유사한 것으로 생각된다. 검증결과 중에서 매우 흥미로운 점은 가장 큰 고유치의 속성을 반영한 시장 상관행렬( $C_{S(i)}^M$ )의 주식 네트워크가 별 모양(star structure)을 갖는다는 것이다[그림 (d)]. 이러한 상황의 발생 가능성은, 만약에 시장에서 지배적인 영향을 미치는 공통요인이 유일하게 존재한다면, 모든 주식들이 유일한 공통요인과 연결된 네트워크를 형성한다는 것이다. 그렇지만 현실 주식시장에서는 일반적으로 복수 공통요인이 존재하기 때문에 이러한 연결관계는 관찰하기 어렵다.

그런데, [그림 1]의 검증결과에 대한 비교·관찰은 단순히 시각적으로 네트워크간의 유사성을 평가했기 때문에 문제점이 존재하고, 이를 해결하기 위하여 계량적인 측정치에 의한 객관적 평가가 필요하다. 이를 위하여, 우리는 각 상관행렬의 주식 네트워크가 원래 상관행렬( $C_{S(i)}^O$ )의 주식 네트워크와 어느 정도 일치하는지를 식 (5)에 제시된 생존비율(survivor ratio)을 이용하여 계량적으로 측정하였다. 생존비율은 기준 주식 네트워크에서 특정 주식과 직접적으로 연결된 다른 주식들(nearest neighborhood)이 비교 주식 네트워크에서도 동일하게 연결된 빈도를 비율로 산출한 것이다. 본 연구에서, 기준 네트워크는 원래 상관행렬을 이용한 것([그림 1]의 (a))이고, 비교 주식 네트워크는 RMT방법에 의하여 분해된 무작위 상관행렬([그림 1]의 (b))와 필터 상관행렬([그림 1]의 (c))을 각각 이용하여 도출된 것이다.

검증결과는 [그림 2]에 제시하였다. 그림에서 (a)는 무작위 상관행렬의 주식 네트워크([그림 1]의 (b))에 대하여 산출된 생존비율이고, [그림 (b)]은 필터 상

관행렬([그림 1]의 (c))에 대하여 산출된 생존비율이다. 그리고 그림의 X축에 표시된 생존비율은 최소 연결 개수인 1개에서 관찰된 최대 연결 개수까지를 단계적으로 확인한 것을 표시하였다. 즉, 한국주식시장 개별주식수익률의 상관행렬을 이용하여 도출된 주식 네트워크([그림 1]의 (a))에서 관찰된 최대 연결개수 17개이기 때문에, 특정주식이 다른 주식과 갖는 연결개수는 최소 1개에서 최대 17개까지 갖는 주식들이 있다는 것이다. 따라서, 최소 1개 이상의 연결 개수를 갖는 주식들로부터 최대 17개 이상의 연결 개수를 갖는 주식들까지 단계적인 생존비율을 각각 측정한 것이다. 물론, 연결 개수 1개 이상에 대한 생존비율은 주식 네트워크 전체를 비교한 것에 해당한다.



[그림 2] 주식 네트워크( $Net_{Link}^R, Net_{Link}^F$ )간의 생존비율

검증결과에 의하면,  $RMT$ 방법에서 필터 상관행렬( $C_{S(i)}^F$ )을 이용하여 도출된 주식 네트워크( $Net_{Link}^F$ )는 원래 상관행렬의 주식 네트워크와 높은 일치정도를 갖는 것으로 나타났다. 또한, 이러한 일치정도는 원래 상관행렬의 주식 네트워크에서 다른 주식들과 많은 연결개수를 갖는 주식일수록 더욱 높았다. 구체적으로 살펴보면, 첫째, 다른 주식과의 연결개수가 1개 이상인 경우(네트워크의 전체적 관점)에서 무작위 상관행렬의 주식 네트워크와는 33.57%의 일치성을, 필터 상관행렬의 주식 네트워크와는 34.97%의 일치성을 확인하였다. 즉, 필터 상관행렬을 이

용한 경우가 다소 높게 나타나지만 큰 차이를 확인하기 어렵다. 둘째, 다른 주식과 가장 많은 연결개수(17개)를 갖는 경우에 대해서는, 무작위 상관행렬을 이용한 경우는 0%의 일치성을, 필터 상관행렬은 88.24%의 일치성을 갖는다. 셋째, 연결개수를 최소 1개 이상에서 가장 많은 연결개수로의 단계적 증가에 따라 무작위 상관행렬의 주식 네트워크 일치정도는 급격한 감소 후에 0%에 이르지만, 필터 상관행렬을 이용한 경우는 반대로 급격히 증가하는 변화추세를 확인할 수 있다. 결국, 주식 네트워크와의 결합된 검증결과를 통하여, *RMT*방법에서 분석적 무작위 상관행렬의 고유치 범위를 기준으로 범위를 벗어나는 부분의 속성을 반영한 필터 상관행렬은 주식간 상호작용에서 의미 있는 속성을 적절히 반영하고 있다는 것을 실증적으로 확인할 수 있었다.

#### IV. 결 론

본 연구는 한국주식시장의 KOSPI를 구성하는 개별주식자료를 이용하여, 주식수익률간 상관행렬로부터 분석적으로 무작위 속성을 분해할 수 있는 *RMT*방법으로부터 분해된 상관행렬이 원래 주식간 상호작용에 포함된 속성을 충분히 반영하고 있는지 여부를 Mantegna에 의하여 제안된 주식 네트워크와 실증적으로 결합·검증하였다. 관찰된 검증결과를 요약정리하면, *RMT*방법에서 분해된 상관행렬을 주식 네트워크와의 결합하였을 때, 분해된 상관행렬은 주식간 상호작용에서 의미 있는 요인들의 속성을 적절히 반영하고 있다는 것을 실증적으로 확인할 수 있었다. 이상의 검증결과를 통하여, *RMT*방법으로 분해된 상관행렬들은 기존연구에서 이론적으로 정의한 의미 있는 요인들과 무작위 요인들의 속성을 충분히 잘 반영하고 있다는 것을 알 수 있었다. 또한, 주식간 상호작용을 계량화한 상관행렬을 *RMT*방법에 의하여 특정 속성의 상관행렬로의 분해하여 재무이론과 결합·검증한다면, 주식간 상호작용을 보다 잘 이해하는데 직접적 도움을 제공할 수 있는 유용한 방법이 될 수 있음을 확인하였다.

자본시장에서 거래되는 자산 또는 종목 간의 상관행렬의 특성을 이해하고 이를 정확하게 추정하는 것은 포트폴리오구성이나 자산가격결정모형의 검증, 시장

간 또는 종목간 정보전달과정, 변동성 결정요인에 대한 연구 등 현대재무론의 핵심을 이루는 분야에서 기본적으로 이루어져야 하는 작업이다. 본 연구에서 사용된 *RMT*방법과 주식 네트워크를 기존의 재무이론과 결합하여 분석함으로써 새로운 관점에서 그 의미를 해석하고 보다 풍부하고 다양한 논의를 가능케함으로써 관련 분야의 발전에 일조를 할 수 있을 것으로 기대한다.

## 참 고 문 헌

- 김승환 · 엄철준 · 이운철, “주식간 동적 연결구조의 형성원칙에 관한 연구”, 재무관리연구, 제21권, 2004, 183-204.
- 엄철준, “한국주식시장의 주식 네트워크 속성에 대한 실증연구 : 수익률생성모형과 Random Matrix Theory를 이용”, 산업경제연구, 제20권 제5호, 2007, 2055-2074.
- 엄철준 · 오갑진 · 박종원, “금융시계열의 상관행렬 속성분해를 위한 새로운 방법 연구”, Journal of the Korean Data Analysis Society, 제9권 제4호, 2007, 1833-1848.
- Bonanno, G., G. Caldarelli, F.Lillo, S.Micciche, N.Vandewalle, and R.N.Mantegna, “Networks of equities in financial markets,” *The European Physical Journal B*, 38, 2004, 363-371.
- Cukur, S., M. Eryigit, and R. Eryigit, “Cross Correlation in an Emerging Market Financial Data,” *Physica A*, 376, 2007, 555-564.
- Dyson, F. J., “Correlations between the eigenvalues of a random matrix,” *Commun. Math. Phys*, 19, 1970, 235-250.
- Eom Cheoljun, Gabjin Oh, and Seunghwan Kim, “Topological properties of the minimal spanning tree in Korean and American stock markets,” *Journal of the Korean Physical Society*, 51(4), 2007a, 1432-1436.
- Eom Cheoljun, Gabjin Oh, and Seunghwan Kim, “Deterministic Factors of Stock

- Networks based on Cross-correlation in Financial Market,” *Physica A* 383, 2007b, 139–146.
- Everitt, B. S., *Cluster Analysis*, London : Heinemann Educational Books, 2004
- Garas, A. and P. Argyrakis, “Cirrelation Study of the Athens Stock Exchange,” *Physica A*, 380, 2007, 399–410.
- Gower, J. C. and G. J. S. Ross, “Minimal Spanning Tree and Single Linkage Cluster Analysis,” *Applied Statistics*, 18(1), 1969, 54–64.
- Kruskal, J. B., “On the shortest spanning subtree and the traveling salesman problem,” *Proceedings of the American Mathematical Society*, 7, 1956, 48–50.
- Laloux, L., P. Cizeau, J. P. Bouchaud, and M. Potters, “Noise Dressing of Financial Correlation Matrices,” *Physical Review Letters*, 83, 1999, 1467–1470.
- Mantegna, R. N., “Hierarchical Structure in Financial Markets,” *The European Physical Journal B*, 11, 1999, 193–197.
- Mantegna, R. N. and H. E. Stanley, *An Introduction to Econophysics : Correlations and Complexity in Finance*, Cambridge University Press, 2000.
- Markowitz, H. M., “ Portfolio Selection,” *Journal of Finance*, 1952, 77–91.
- Metha, M. L., “A note on correlations between eigenvalues of a random matrix,” *Commun. Math. Phys*, 20, 1971, 245–250.
- Mehta, M., *Random Matrices*, Academic Press, New York, 1995.
- Onnela, J. P., A. Chakraborti, K. Kaski, J. Kertesz, and A. Kanto, “Dynamics of market correlations : Taxonomy and portfolio analysis,” *Physical Review E*, 68, 2003, 056110–1–12.
- Pafka, S. and I. Kondor, “Estimated Correlation Matrices and Portfolio Optimization,” *Physica A*, 343, 2004, 623–634.
- Plerou, V., P. Gopikrishnan, B. Rosenow, L. A. Amaral, and H. E. Stanley, “Universal and Nonuniversal Properties of Cross Correlations in Financial Time Series,” *Physical Review Letters*, 83, 1999, 1471–1474.

- Plerou, V., P. Gopikrishnan, B. Rosenow, L. N. Amaral, and H. E. Stanley, "A Random Matrix Theory Approach to Financial Cross-correlations," *Physica A*, 287, 2000, 374-382.
- Plerou, V., P. Gopikrishnan, B. Rosenow, L. N. Amaral, and H. E. Stanley, "Collective Behavior of Stock Price Movement—a random matrix theory approach," *Physica A*, 299, 2001, 175-180.
- Rosenow, B., P. Gopikrishnan, V. Plerou, and H. E. Stanley, "Dynamics of Corres-correlations in the Stock Market," *Physica A*, 324, 2003, 241-246.
- Sengupta, A. M. and P. P. Mitra, "Distributions of Singular Values for some Random Matrices," *Physical Review E*, 60, 1999, 3389-392.
- Sharifi, S., M. Crane, A. Shamaie and H. Ruskin, "Random Matrix Theory for Portfolio Optimization : a stability approach," *Physica A*, 335, 2004, 629-643.
- Tola, V., F. Lillo, M. Gallegati, and R.N.Mantegna, "Cluster Analysis for Optimization," *Journal of Economic Dynamics & Control*, 32, 2008, 235-258.
- Utsugi, A., K. Ino, and M. Oshikawa, "Random Matrix Theory Analysis of Cross Correlations in Financial Markets," *Physical Review E*, 70, 2004, 026110 (1-11).
- West, D. B., *Introduction to Graph Theory*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs NJ, 1996.
- Wigner, E. P., "On the statistical distribution of the widths and spacings of nuclear resonance levels," *Proc. Cambridge Philos. Soc*, 47, 1951, 790-798.
- Wilcox, D. and T. Gebbie, "On the Analysis of Cross-correlations in South African Market Data," *Physica A*, 344, 2004, 294-298.
- Wilcox, D. and T. Gebbie, "An Analysis of Cross-correlation in an Emerging Market," *Physica A*, 375, 2007, 584-598.