전기강판의 2차원 자기특성 측정 및 측정 결과를 고려한 전기기기의 특성 해석

▌고 창 섭, 윤 희 성 / 충북대학교
▌음 영 환 / LS산전(주)

1. 서 론

전기기기의 설계, 특성해석 및 최적 설계를 하는데 있어 전기기기에서 발생하는 전자기 현상을 정확히 해석하는 것이 매우 중요하다. 전기기기의 특성은 사용되는 전기강판의 고유한 특성에 따라 달라질 뿐만 아니라, 동일한 전기강판에 대해서도 인가되는 자계의 파형에 따라 크게 달라진다. 따라서 전기기기를 설계하는 경우, 이용된 전기강판의 자기특성을 측정하고 그 결과를 모델링하여 해석과정에 반영시키는 과정이 필수적이다 [1].

그림 1은 종래의 유한요소법을 이용한 전기기기의 자계 분포 및 특성 해석에 널리 사용되는 B-H 특성곡선을 나타낸 것이다. 이는 전기강판 내에서의 자속밀도가 인가자계의 방향은 물론 변화 이력(Hysterisis)에 상관없이 인가자계가 주어지면 해당되는 자속밀도의 값을 구할 수 있도록 근사화한 것이다. 이러한 특성은 로 간단하게 표현되기 때문에 전기강판의 1차원적 특성이라고 한다. 이러한 1차원적 B-H 곡선은 이상적인 등방성(Ideal non-oriented) 전기강판에서만 적용할 수 있는 것으로 실제 널리 이용되는 전기강판에 적용하는 경우에는 많은 오차를 수반하게 된다.

실제의 전기기기에 사용되는 전기강판은 자계의 인가방향은 물론 과거의 이력에 그 특성이 크게 달라지고, 더욱이 제조과정에서 이상적인 전기강판과는 다른 특성을 갖게 된다. 이와 같이 인가자계의 방향과 그 이력에 따라 달라지는 특성을 전기강판의 2차원적 특성이라 한다.

그림 2는 모터 또는 발전기에 널리 이용되는 등방성 전기강판에 회전자계(Rotating magnetic field)가 인가되는 경우의 자기특성을 측정한 것으로, 자속밀도가 낮은 경우에는 그림 1과 같은 B-H곡선으로 표현이 가능하나, 자속밀도가 증가함에 따라 그 특성이 크게 변하는 것을 볼

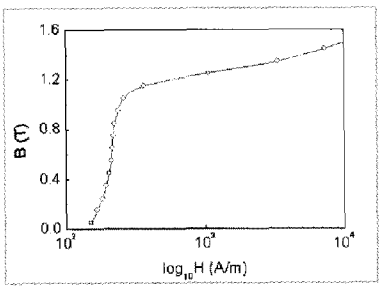


그림 1 전기강판의 1차원 특성

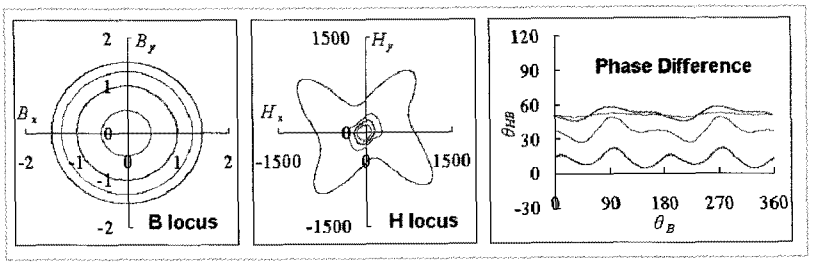


그림 2 등방성 전기강판에 회전자계가 인가되는 경우의 자기특성

수 있다. 더욱이 의 방향이 변화함에 따라 와 사이의 위상차도 일정하지 않음을 알 수 있다 [2].

이와 같이 종래의 유한요소법을 이용한 전기기기의 특성해석 과정에서 전기강판의 특성을 매우 간략하게 근사화하여 적용하여 왔다. 그 결과 유한요소법을 이용하여 전기기기를 설계하고 해석하는 경우에도 그 결과가 부정확해지는 문제가 있었다. 따라서 이러한 문제점을 해결하기 위해서는 전기기기에 사용되는 전기강판의 특성을 측정하고, 그 결과를 모델링하여 특성해석에 반영하기 위한 연구가 반드시 선행되어야 한다.

전기강판의 특성 측정 분야의 경우, 외국에서는 10여 년 전부터 대학과 연구소를 중심으로 전기강판의 1차원 및 2차원 특성 측정 장비가 개발되었으며, 특히 일본과 독일에서는 상용화를 하고 있는 실정이다. 그러나 국내에서는 최근에 들어서야 전기강판의 1차원 및 2차원 특성을 측정할 수 있는 기본 장비들이 대학을 중심으로 개발되고 있다.

전기강판의 자기 특성을 반영한 특성 해석 분야의 경우, 외국(일본)의 경우에는 전기강판의 2차원 특성에 대하여 이미 법, E&S법, E&SS법 등이 개발되어 측정된 결과를 모델링하고, 이를 유한요소법에 반영하여 전기기기의 특성을 해석하고 있다. 한편, 국내에서는 1차원 특성에 대해서는 Preisach model 등을 이용한 모델링 기법이 개발되어 이용되고 있으나, 2차원 특성의 모델링 기법에 대해서는 외국에 비해 연구가 활발히 이루어지고 있지 않다. 이러한 이유로 측정된 특성을 반영한 유한요소 특성해석 등은 엄두도 내지 못하고 있는 실정이다.

본 고에서는 2방향 자계인가형 SST(Single sheet tester)를 이용한 2차원 자기특성 측정 방법과 측정된 결과를 바탕으로 2차원 자기특성 모델링 방법 중 하나인 법을 이용한 전기기기의 해석방법을 소개하고자 한다. 그리고 이를 통해 전기기기의 설계 및 특성해석 과정에서 있어, 전기강판의 2차원 자기특성의 측정 및 이를 반영한 해석 방법의 중요성을 알리고자 한다.

2. SST를 이용한 2차원 자기특성 측정

2.1 측정 시스템

그림 3은 2방향 자계인가형 Single Sheet Tester

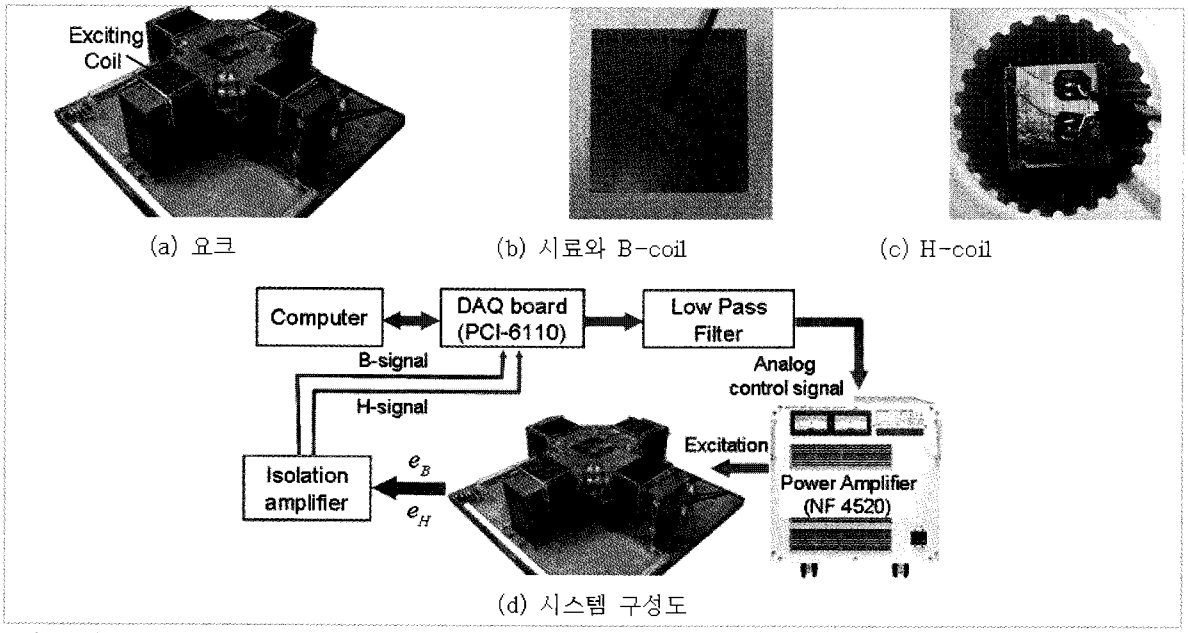


그림 3 2방향 자계인가형 Single Sheet Tester

(SST)의 구성도를 나타낸 것으로, 신호처리 및 여자전압의 파형을 발생시키는 컴퓨터와 인터페이스를 위한 DAQ보드, 여자용 전력증폭기 (Power amplifier), 자기회로를 구성하는 요크, 전기강판의 압연방향(Rolling direction, RD)과 그에 수직인 방향(Transverse direction, TD)으로 임의의 자계를 인가하기 위한 여자권선, 측정권선 (B-coil 및 H-coil) 그리고 측정신호의 증폭을 위한 신호증폭기 (Isolation amplifier)로 구성된다 [2].

RD 및 TD의 자계인가를 위하여 컴퓨터에서 결정된 여자전압 파형은 고조파 성분을 제거하기 위하여 Low pass filter를 통과한 후, 전력증폭기를 이용하여 증폭된다. 증폭된 전압은 각각 RD 및 TD 여자 권선에 연결된다. 시료에 설치된 B-coil과 시료에 인접하여 설치한 H-coil에서 유기되는 전압은 신호증폭기를 이용하여 증폭된 후, DAQ보드를 통하여 컴퓨터로 들어오게 된다. 자속밀도와 자계세기는 B-coil 및 H-coil에서 측정된 유기전압 e_B와 e_H을 이용하여 다음과 같이 계산된다.

$$B=\frac{1}{NA}\int e_B(t)\,dt,\ H=\frac{1}{\mu_0 NA}\int e_H(t)\,dt$$

여기서 N은 권선 턴수, A는 권선의 단면적을 나타낸다.

2.2 자속밀도 파형제어

전기강판의 자기적 특성 측정 과정에서 시료와 요크가 국부적으로 포화되기 때문에 정현파 여자전압을 인가하는 경우 일반적으로 비 정현파적인 자속밀도를 얻게 된다. 그러나 철손 특성을 포함한 전기강판의 모든 특성은 특정 주파수에서 자속밀도의 파형을 정현파로 유지하는 조건하에서 측정되어야 한다. 전기강판에 그림 4와 같은 임의의 교번자계 및 회전자계를 인가하기 위해서는 RD와 TD에서의 자속밀도 파형은 다음과 같이 되어야 한다 [2, 3].

교번자계
$$B_{RD}(t)=B_m\cos\Theta_B\sin\omega t\,[T]$$
$$B_{TD}(t)=B_m\sin\Theta_B\sin\omega t\,[T] \quad (2\text{-}1)$$

회전자계
$$B_{RD}(t)=B_m\cos\omega t\,[T]$$
$$B_{TD}(t)=B_m\sin\omega t\,[T] \quad (2\text{-}2)$$

여기서 은 임의의 자계의 최대 자속밀도, 는 RD로부터의 교번자계 방향을 나타낸다. 또한 이 때 RD 및 TD의 B-coil에서 측정되는 유기전압은 다음과 같은 파형을 가져야 하며,

교번자계
$$e_{RD}(t)=(NA)\omega B_m\cos\Theta_B\cos\omega t\,[T]$$
$$e_{TD}(t)=(NA)\omega B_m\sin\Theta_B\cos\omega t\,[T] \quad (3\text{-}1)$$

회전자계
$$e_{RD}(t)=(NA)\omega B_m\sin\omega t\,[T]$$
$$e_{TD}(t)=(NA)\omega B_m\cos\omega t\,[T] \quad (3\text{-}2)$$

여기서 (NA)는 B-coil의 면적과 권회수의 곱(Area turn)이다. 따라서 자속밀도의 파형을 정현파로 유지하기 위하여 즉, RD 및 TD의 B-coil 유기전압이 식 (3)과 같이 되도록 하기 위하여 여자전압의 파형을 제어해야 한다. 일반적으로 널리 이용되는 digital feedback method의 경우 다음의 과정을 통해 자속밀도의 파형을 제어한다 [3].

(1) 컴퓨터에서 발생된 RD 및 TD의 정현파 초기 여자전압(v_{cR}^1 및 v_{cT}^1)을 DAQ보드, 저대역 통과필터 그리고 전력증폭기를 통하여 여자권선에 인가한다.
(2) B-coil에 유기되는 출력전압 e_{BR} e_{BT}을 측정한다.
(3) 여자전압과 유기전압을 푸리에 변환하여 각각의 기본파 성분 V_{cR1}, V_{cT1}과 E_{BR1}, E_{BT1}을 구한다.

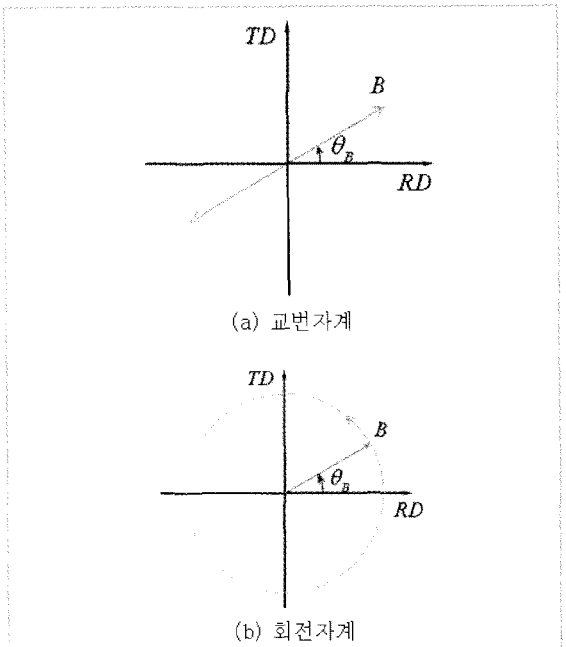


그림 4 교번 및 회전자계의 정의

(4) 과정의 (i+1)번째 반복에서 RD와 TD의 여자전압의 파형 v_{cR}^{i+1}과 v_{cT}^{i+1}는 각각 다음 식으로 결정된다.

$$v_{cR}^{i+1} = v_{cR}^{i} - K\frac{V_{cR1}^{i}}{E_{BR1}^{i}}(e_{BR}^{i} - e_{BR})$$
$$v_{cT}^{i+1} = v_{cT}^{i} - K\frac{V_{cT1}^{i}}{E_{BT1}^{i}}(e_{BT}^{i} - e_{BT}) \quad (4)$$

여기서는 귀환계수(feedback coefficient)이고, 는 식 (3)에서 정의되는 유기기전력이다. 그림 5는 자속밀도 파형제어 후의 여자전압과 자속밀도를 나타낸 것으로 자속밀도가 정현파가 되기 위해서 여자전압에 많은 왜곡이 일어 났음을 알 수 있다.

2.3 측정결과

1) 교번자계 인가조건

그림 6은 등방성 전기강판에 RD와 TD방향으로 자계를 인가하였을 때, 주파수 50H에서 인가 자계에 따른 히스테리시스 곡선을 나타낸 것으로, 히스테리시스 곡선으로 둘러싸인 부분의 면적이 와전류 손실을 포함하는 철손이다. 한편 그림 7은 교번자계의 인가방향에 따른 B-H 곡선과 B와 H의 위상차를 나타낸 것이다. 등방성 전기강판임에도 불구하고 자계의 인가방향에 따라 그 특성이 조금씩 변하고 B와 H의 방향이 정확히 일치하지 않음을 볼 수 있다 [4].

그림 8은 이방성 전기강판에 위와 동일한 조건으로 RD와 TD방향으로 자계를 인가했을 때 측정된 히스테리시스 곡선을 나타낸 것이다. 등방성 전기강판에서의 히스테리시스 곡선과는 달리 자계의 인가방향에 따라 그 모양이 많이 달라짐을 알 수 있다.

그림 9는 자계인가방향에 따른 자속밀도와 자계세기의 궤적을 나타낸 것이다. 그림에서 보듯이 자속밀도와 자계세기의 방향이 일치하지 않고, 더욱이 자속밀도의 크기에 따라 자계세기의 방향이 계속 변화하는 것을 볼 수 있다. 그림 10은 이방성 전기강판에서 인가자계 방향에 따른 B-H곡선의 변화, 자속밀도와 자계세기의 위상차의 변화를 나타낸 것으로,

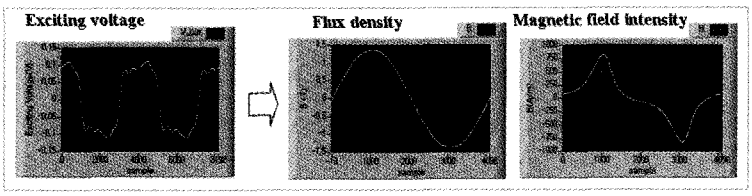
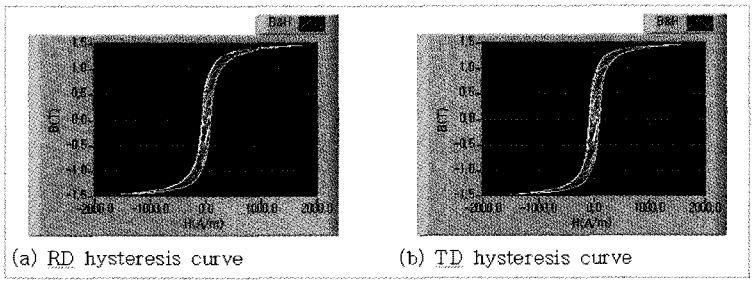
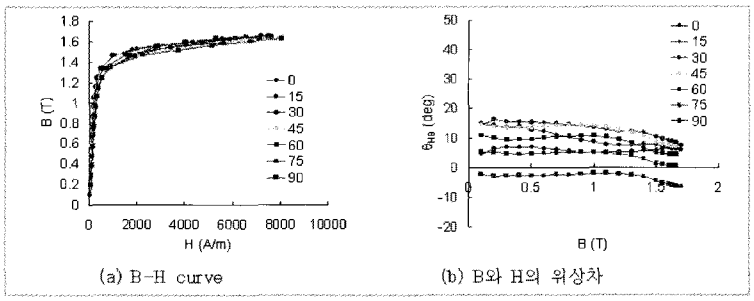


그림 5 자속밀도 파형제어 후의 여자전압 파형



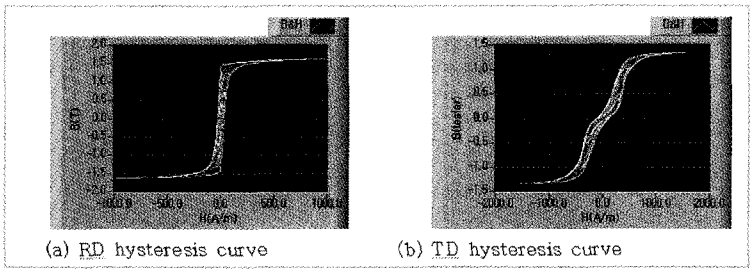
(a) RD hysteresis curve (b) TD hysteresis curve

그림 6 등방성 전기강판의 RD와 TD방향의 자기이력곡선



(a) B-H curve (b) B와 H의 위상차

그림 7 교번자계의 방향에 따른 등방성 전기강판의 자기특성

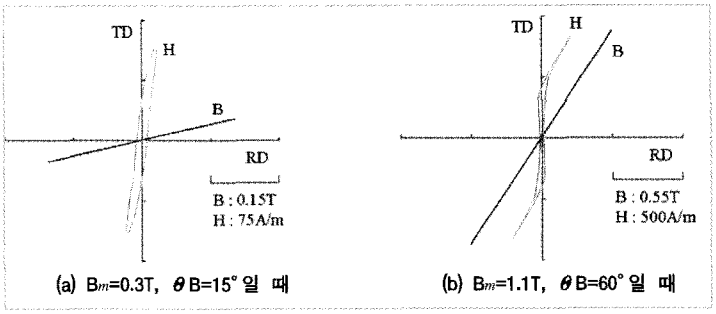


(a) RD hysteresis curve (b) TD hysteresis curve

그림 8 이방성 전기강판의 RD와 TD방향의 자기이력곡선

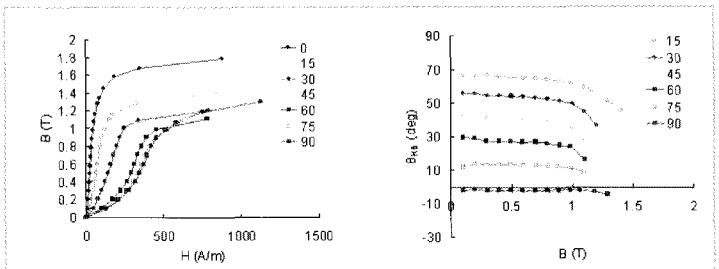
인가자계의 방향에 따라 B-H곡선뿐만이 아니라 포화자속밀도 값도 많이 달라짐을 알 수 있다. B-H곡선을 선형으로 근사화할 수 있는 구간에서 RD에서의 투자율이 TD에서의 투자율보다 매우 크게 나타남을 알 수 있다. 이 측정결과에서 이방성 전기강판의 고유한 자기특성이 나타남을 볼 수 있다. 그리고 그림 7(b)에서 보듯이 전기강판의 이방성 성질에 의해 자속밀도와 자계세기의 위상차가 크게 나타나는 것을 볼 수 있다 [3, 4].

지금까지의 결과로부터, 전기강판에 교번자계가 인가된다고 하더라도 전기강판의 자기특성은 B-H 곡선과 같은 1차원 자기특성이 아닌, 보다 복잡한 2차원 자기특성을 나타냄을 볼 수 있었다.



(a) B_m=0.3T, θ_B=15° 일 때 (b) B_m=1.1T, θ_B=60° 일 때

그림 9 이방성 전기강판에서의 자속밀도와 자계세기의 궤적

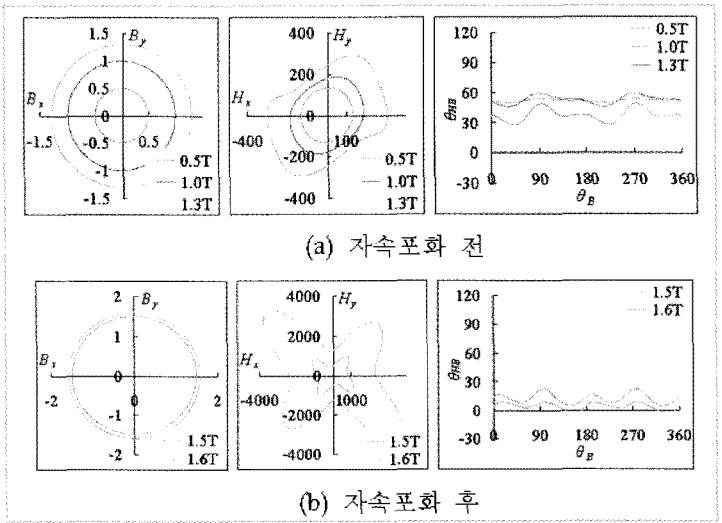


(a) B-H curve (b) B와 H의 위상차

그림 10 교번자계의 방향에 따른 이방성 전기강판의 자기특성

2) 회전자계 인가조건

그림 11은 회전자계 인가조건에서의 등방성 전기강판의 자속밀도와 자계세기 그리고 위상차를 나타낸 것이다. 그림을 보면 회전자계의 자속밀도 값이 증가함에 따라 자계세기의 파형이 점점 비선형적으로 변화하는 것을 볼 수 있고, 더욱이 등방성 재료임에도 불구하고 B가 H에 비해 대부분의 경우 위상이 뒤지는 것을 볼 수 있다. 위상차는 0.5[T] 일 때 최대이며 B가 증가함에 따라 위상차는 감소한다. 그림 12는 같은 조건에서의 이방성 전기강판의 자기특성을 나타낸 것으로, H의 파형이 등방성 전기강판에 비해 매우 비선형적으로 나타남을 볼 수 있다. 그리고 재질의 이방성 성질 때문에 θ_B의 변화에 따라 θ_{HB}가 항상 양이 아님을 볼 수 있다. 등방성 재질의 경우 이방성 성질이 매우 작기 때문에 θ_{HB}의 변화가 작게 나타나지만, 이방성 재질의 경우 등방성 재질에 비해 θ_{HB}의 변화가 매우 크게 나타나는 것을 볼 수 있다 [2].



(a) 자속포화 전

(b) 자속포화 후

그림 11 등방성 전기강판의 회전자계 특성

그림 13과 14는 혼합형 회전자계가 인가되는 경우의 자기특성을 나타낸 것이다. 그림 13에서는 등방성 전기강판에 타원형의 회전자계가 인가되었을 때 B, H와

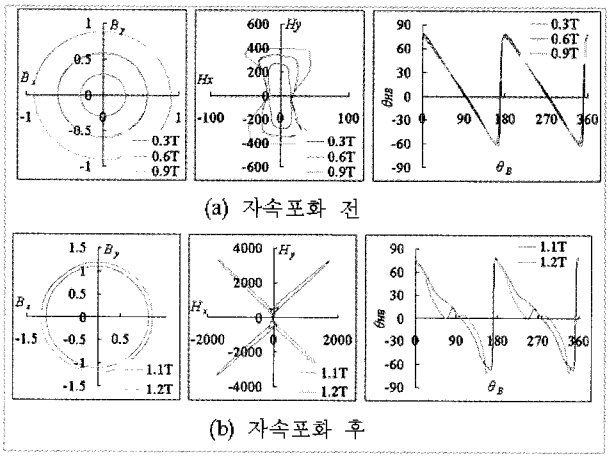


그림 12 이방성 전기강판의 회전자계 특성

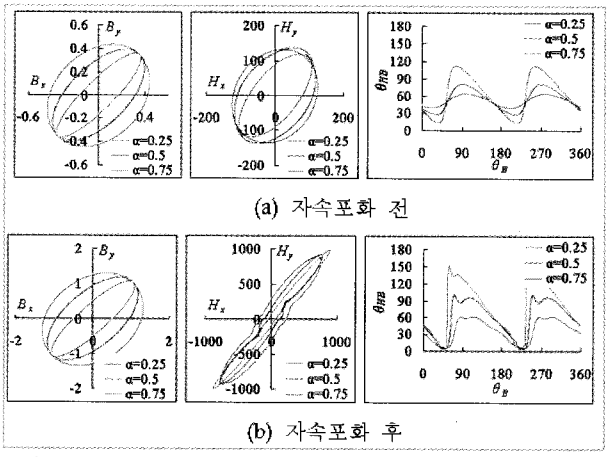


그림 13 등방성 전기강판의 에 따른 자기특성

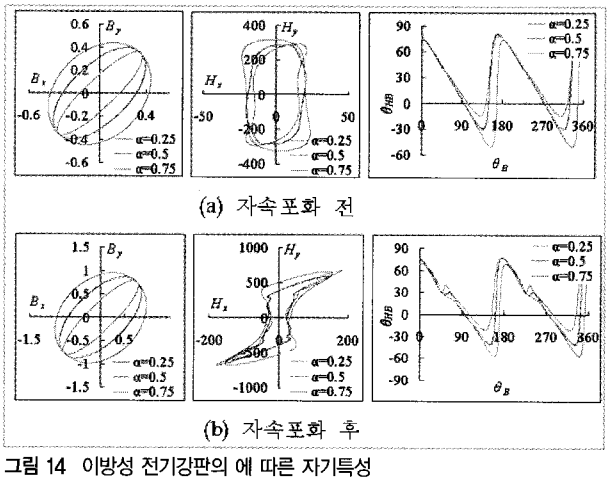


그림 14 이방성 전기강판의 에 따른 자기특성

θ_{HB}의 관계를 나타낸다. 여기서, B_{min}와 B_{max}는 각각 인가자속밀도의 최소치와 최대치이며, α는 B_{min}/B_{max}로 정의하였다. α가 1에서 0까지 변화할 때(α=1은 원형의 회전자계를 뜻하며 는 교번자계를 뜻한다.) 는 증가함을 볼 수 있는데 이는 시료에 교번자계에 영향이 증가하기 때문으로 볼 수 있다. 그림 14는 같은 조건에서 이방성 전기강판에 대한 측정결과이다. 그림에서 θ_{HB}의 변화가 크지 않은 것으로 보이는데 이는 이방성 성질의 영향이 의 영향보다 크기 때문으로 생각된다 [2].

3. 2차원 자기특성 모델링 및 유한요소 특성해석

3.1 종래의 모델링 과 그 문제점

전기강판에 자계가 인가되었을 때 전기강판내의 자속밀도와 자계세기의 관계는 앞의 측정결과에서 보았듯이 그림 15와 같이 자속밀도와 자계세기는 전기강판의 자기적인 성질에 의하여 방향이 일치하지 않고, 이는 전기강판의 고유성질로 등방성 전기강판보다는 이방성 전기강판에서 더욱 심하게 나타나게 된다.

일반적으로 RD-TD 좌표계에서 자계세기 H_R와 H_T는 B_R과 B_T의 함수로 표현되고, 그 관계를 자기저항율(reluctivity)을 이용하여 표현하면 다음과 같다 [5].

$$\begin{pmatrix} H_R \\ H_T \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \nu_{11} & \nu_{12} \\ \nu_{21} & \nu_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} B_R \\ B_T \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} H_R = f(B_R, B_T) \\ H_T = f(B_R, B_T) \end{matrix} \qquad (5)$$

전기강판에서의 자계분포를 정확히 해석하기 위해서는 식 (5)의 모든 자기 저항율 항을 고려하여야 한다.

그러나 종래의 모델링에서는 H_R과 H_T는 각각 B_R과 B_T에 의해서만 영향을 받는다고 가정하고, 그림 16과 같은 RD, TD 방향에서 측정된 B-H 곡선만을 이용하여 ν_{11}과 ν_{22}만을 표현하였다. 이 모델링은 과거에는 측정 장치의 한계로 인해 B와 H의 위상차 등을 측정할 수 없었기 때문에 부득이하게 이용되어 왔을 뿐, 엄밀한 의미에서 B와 H의 관계를 식 (5)의 텐서형태로 표현하기 어려웠다. 따라서 종래의 모델링 에서는

식 (5)에서 off-diagonal 항이 제거된 자기 저항율 텐서를 이용하여 자속밀도와 자계세기의 관계를 표현한다.

$$\begin{pmatrix} H_R \\ H_T \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \nu_R & 0 \\ 0 & \nu_T \end{bmatrix} \begin{pmatrix} B_R \\ B_T \end{pmatrix}, \quad \nu_R = f(B_R^2), \nu_T = f(B_T^2) \quad (6)$$

이 식은 를 의 크기의 함수로만 표현하기 때문에 와의 위상차 및 인가자계의 방향에 따라 변하는 자기특성, 즉 2차원 자기특성을 정확히 고려하지 못한다. 따라서 전기강판을 사용하는 전기기기의 특성 해석 시, 해석의 정확성이 떨어지게 된다.

3.2 최근의 모델링

최근에 개발된 모델링인 (B_m, θ_B)법은 자속밀도의 크기 B_m과 방향 θ_B를 독립변수로 하여 교번자계하에서 측정된 전기강판의 2차원 자기특성을 모델링하는 방법으로, 고전적인 해석 방법과는 달리 B와 H의 위상차뿐만 아니라 인가자계의 방향에 따른 자기특성을 고려하여 해석할 수 있다. 그림 17은 (B_m, θ_B)법에서의 교번자계의 모델링 예를 나타낸 것이다. 이 때, 교번 자속밀도의 방향은 RD에 대해 이다. 이방성 전기강판에 교번 자속밀도가 발생하는 경우, 그림 17에서 보듯이 자계세기의 파형은 히스테리시스 현상을 가진다. 그러나 (B_m, θ_B)법에서는 이러한 히스테리시스 파형을 그림 17과 같이 자계세기의 크기 H_m과 θ_H방향 를 가지는 교번자계로 근사화한다. 즉, 전기강판에 교번 자속밀도가 발생하면 이에 대응하는 자계세기 역시 교번자계를 가진다는 가정을 이용해서 전기강판의 자기특성을 모델링하게 된다. 따라서 교번 자계세기의 크기과 방향 는 교번 자속밀도의 크기 H_m과 방향 θ_H의 함수로 표현되어 진다 [6].

3.3 (B_m, θ_B)법에서의 자기저항율 표현식

1) 자기저항율 표현식

그림 16은 전기강판에서의 B와 H의 관계를 나타낸 것으로, 앞서 언급된바와 같이 그 방향이 일치하지 않고 위상차 θ_{HB}를 가지고 있다. B의 방향과 같은 방향을 가지는 자계세기 H'은 H를 회전시킴으로서 다음과 같이 정의될 수 있다 [7].

$$\{H_R \quad H_T\}^T = \mathrm{T}(-\Theta_{HB})\{H_R \quad H_T\}^T \quad (7)$$

여기서 $T(\theta)$는 회전 변환행렬을 나타내며 다음과 같이 정의된다.

$$\mathrm{T}(\Theta) = \begin{bmatrix} \cos\Theta & \sin\Theta \\ -\sin\Theta & \cos\Theta \end{bmatrix} \quad (8)$$

그리고 B와 H'으로부터 유효자기저항율(Effective anisotropic reluctivity, k)은 다음과 같이 정의될 수 있다 [7].

$$\nu_{eff} = \frac{|H'|}{|B|} = \frac{H_m}{B_m} \quad (9)$$

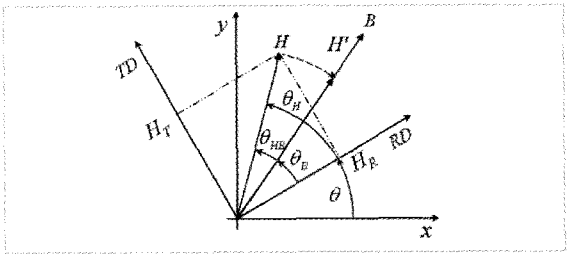


그림 15 전기강판에서의 와 의 관계

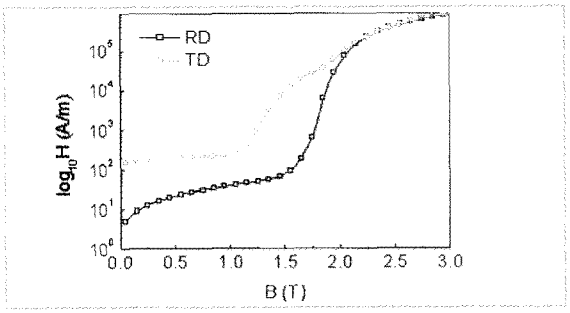


그림 16 RD와 TD에서의 B-H 곡선

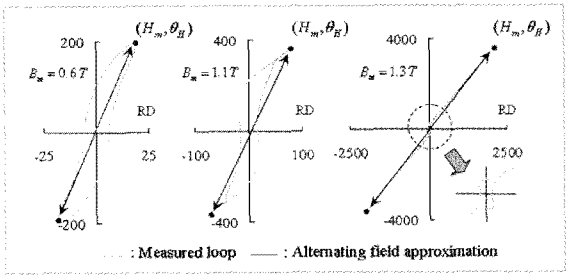


그림 17 교번자계의 근사화

식 (7)과 (9)로부터 B와 H의 관계는 다음과 같이 표현되어진다.

$$\{H_R \;\; H_T\}^T = \kappa \, \mathbf{T}^{-1}(-\Theta_{HB})\{B_R \;\; B_T\}^T \qquad (10)$$

그림 16에서와 같이 RD가 x축 방향으로부터 θ만큼 회전하였을 경우, 식 (10)의 자기저항율 텐서는 최종적으로 다음과 같이 표현되어진다.

$$[\nu] = \kappa \, \mathbf{T}^{-1}(\Theta) \, \mathbf{T}^{-1}(-\Theta_{HB}) \, \mathbf{T}(\Theta) = \begin{bmatrix} \kappa\cos\Theta_{HB} & -\kappa\sin\Theta_{HB} \\ \kappa\sin\Theta_{HB} & \kappa\cos\Theta_{HB} \end{bmatrix} \qquad (11)$$

이 표현식은 비대각항을 0으로 만들기 위해 다음과 같이 표현될 수 있고,

$$[\nu] = \kappa \begin{bmatrix} \cos\Theta_{HB} - \sin\Theta_{HB}\tan(\Theta+\Theta_B) & 0 \\ 0 & \sin\Theta_{HB}/\tan(\Theta+\Theta_B) + \cos\Theta_{HB} \end{bmatrix} \qquad (12)$$

$H_x = H_m\cos(\theta+\theta_H)$와 $H_y = H_m\sin(\theta+\theta_H)$을 이용하여 최종적으로 다음의 간단한 식을 유도할 수 있다 [6].

$$[\nu] = \begin{bmatrix} \nu_x & 0 \\ 0 & \nu_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_x(B_m,\Theta_B)/B_x & 0 \\ 0 & H_y(B_m,\Theta_B)/B_y \end{bmatrix} \qquad (13)$$

여기서, H_x와 H_y는 H_m과 θ_H로부터 구해질 수 있기 때문에 식 (13)의 자기저항율은 B_m과 θ_B의 함수로 표현될 수 있다.

2) 유한요소 정식화

전기기기에서 와전류 영향을 무시한 자계 분포 해석을 위한 지배방정식은 식 (14)와 같다.

$$\nabla\times[\nu]\nabla\times A = J_0 \qquad (14)$$

여기서 [ν]는 식 (13)에서 정의된 자기저항율 텐서, A와 J_0는 자기벡터포텐셜과 입력 전류밀도를 나타낸다. 식 (14)에 갤러킨 법을 적용하면 i번 절점(Node)에서의 가중잔차(Residual weight)는 다음과 같이 표현된다.

$$R_i = \sum_{e=1}^{M} R_i^{(e)} = 0 \qquad (15)$$

여기서, M은 요소(Element)의 전체 수를 나타낸다. 식 (13)의 자기저항율 텐서를 적용하면 한 요소에서의 가중잔차는 다음과 같이 표현된다.

$$R_i^{(e)} = \sum_{k=1}^{3}\{(\nu_x d_i d_k + \nu_y c_i c_k)/4\Delta A_k - J_0\Delta/3\} = \nu_x B_x d_i/2 - \nu_y B_y c_i/2 - J_0\Delta/3 \qquad (16)$$

여기서, Δ는 요소의 면적, c_i와 d_i는 절점의 좌표함수를 나타낸다. 여기에 Newton-Raphson법을 적용하면 식은 다음과 같이 유도되고,

$$\sum_{e}^{M}\frac{\partial R_i^{(e)}}{\partial[A]}[\delta A] = -\sum_{e}^{M} R_i^{(e)}, \quad i=1,2,\cdots,M \qquad (17)$$

식 (17)의 편미분항은 다음과 같이 표현된다 [6].

$$\frac{\partial R_i^{(e)}}{\partial A_j} = (\nu_x d_i d_k + \nu_y c_i c_k)/4\Delta + 0.5B_x d_i\frac{\partial \nu_x}{\partial A_j} - 0.5B_y c_i\frac{\partial \nu_y}{\partial A_j} \qquad (18)$$

여기서, 각 자기저항율의 편미분항들은 식 (19)와 같이 계산되어진다. 식 (19)의 각 편미분항 $(H_m, \theta_H)/(B_m, \theta_B)$는 B_m과 θ_B를 독립변수로 하여 측정된 H_m과 θ_H를 이용하여 계산되어진다. 다음 장에는 측정장치로부터 측정된 2차원 자기특성값을 비선형 유한요소 해석에 적용하기 위한 모델링 과정을 설명한다.

$$\frac{\partial \nu_x}{\partial A_j} = \frac{1}{B_x}\left\{2\cos(\Theta+\Theta_H)\frac{\partial H_m}{\partial B_m} - 2H_y\frac{\partial\Theta_H}{\partial B_m} - \frac{H_x}{B_m}\right\}\frac{\partial B_m}{\partial A_j} + \frac{1}{B_x}\left\{2\cos(\Theta+\Theta_H)\frac{\partial H_m}{\partial\Theta_B} - 2H_y\frac{\partial\Theta_H}{\partial\Theta_B} + \frac{H_x B_y}{B_x}\right\}\frac{\partial\Theta_B}{\partial A_j} \qquad (19)$$

$$\frac{\partial \nu_y}{\partial A_j} = \frac{1}{B_y}\left\{2\sin(\Theta+\Theta_H)\frac{\partial H_m}{\partial B_m} + 2H_x\frac{\partial\Theta_H}{\partial B_m} - \frac{H_y}{B_m}\right\}\frac{\partial B_m}{\partial A_j} + \frac{1}{B_y}\left\{2\sin(\Theta+\Theta_H)\frac{\partial H_m}{\partial\Theta_B} + 2H_x\frac{\partial\Theta_H}{\partial\Theta_B} - \frac{H_y B_x}{B_y}\right\}\frac{\partial\Theta_B}{\partial A_j}$$

3.4 측정 데이터의 모델링 방법

먼저 2차원 자기특성은 그림 3의 2방향 자계인가형 Single Sheet Tester를 사용하여 측정되어진다. 임의의

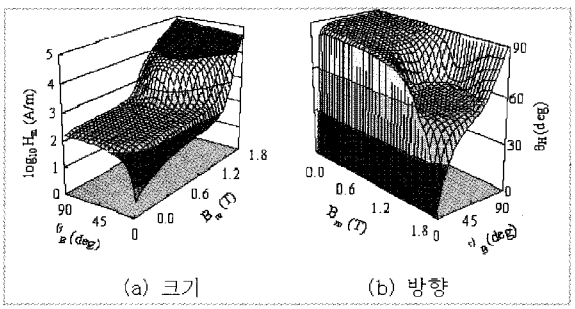
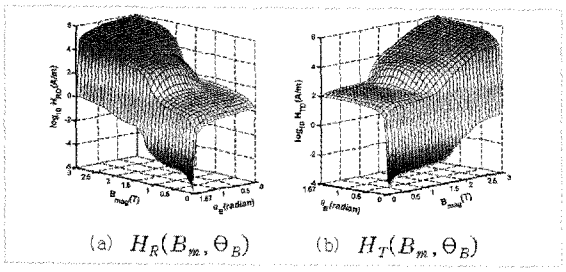


그림 18 측정된 자기특성

교번 자속밀도가 인가되면 3.2장에서 설명된 가정을 이용하여 이에 대응하는 교번 자계세기의 크기와 방향을 측정한다 [3]. 자속밀도의 크기 B_m과 방향 θ_H를 변화시켜가며 자계세기의 크기 H_m과 방향 θ_H를 측정하면 그림 18과 같은 데이터를 구성할 수 있다 [8].

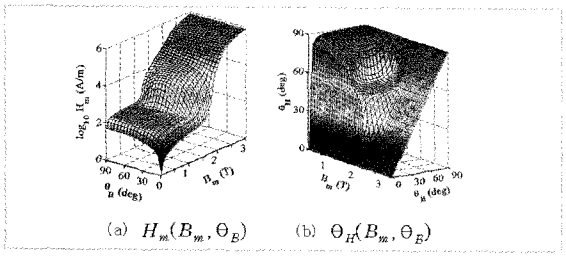
다음으로 비선형 유한요소해석의 수렴성을 높이기 위해 측정 데이터는 반드시 부드럽게 보간 되어야 한다. 그러나 θ_H의 경우, $0 \le \theta_B \le 5°$인 구간에서는 그 값이 급격히 변하기 때문에 적절히 보간 하기가 매우 어렵다. 따라서 과 의 데이터를 H_m과 θ_H로 변환하여 그림 19와 같이 $H_R(B_m, \theta_B)$, $H_T(B_m, \theta_B)$의 Bezier surface를 구성한다. 그 다음에 이로부터 그림 20의 $H_m(B_m, \theta_B)$, $\theta_H(B_m, \theta_B)$가 다음의 식을 이용하여 계산되어 진다 [6].

$$H_m(B_m, \Theta_B) = \{H_R(B_m, \Theta_B)^2 + H_T(B_m, \Theta_B)^2\}^{1/2}$$
$$\Theta_H(B_m, \Theta_B) = \tan^{-1}\{H_T(B_m, \Theta_B)/H_R(B_m, \Theta_B)\} \quad (20)$$



(a) $H_R(B_m, \Theta_B)$ (b) $H_T(B_m, \Theta_B)$

그림 19 Bezier surface spline of H_R, H_T



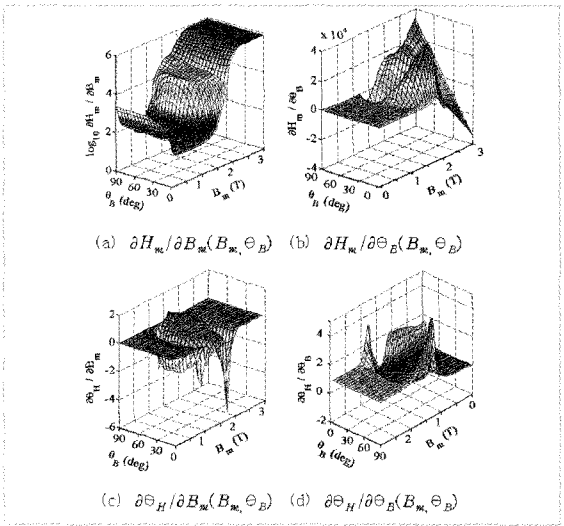
(a) $H_m(B_m, \Theta_B)$ (b) $\Theta_H(B_m, \Theta_B)$

그림 20 Bezier surface spline of H_m, θ_H

그리고 편미분항은 다음의 식을 이용하여 그림 21과 같이 계산되어진다.

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial H_m}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial \Theta_H}{\partial \alpha} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{H_R}{H_m} & \frac{H_T}{H_m} \\ -\frac{H_T}{H_m^2} & \frac{(1 - H_T^2/H_m^2)}{H_x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial H_R}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial H_T}{\partial \alpha} \end{Bmatrix} \quad (21)$$

여기서, α는 B_m과 θ_B를 나타낸다. 또한 자기저항율 [v]는 그림 22와 같이 $H_m(B_m, \theta_B)$, $\theta_H(B_m, \theta_B)$로부터 계산되어 진다.



(a) $\partial H_m/\partial B_m(B_m, \Theta_B)$ (b) $\partial H_m/\partial \Theta_B(B_m, \Theta_B)$

(c) $\partial \Theta_H/\partial B_m(B_m, \Theta_B)$ (d) $\partial \Theta_H/\partial \Theta_B(B_m, \Theta_B)$

그림 21 Splined Bezier surface of derivatives

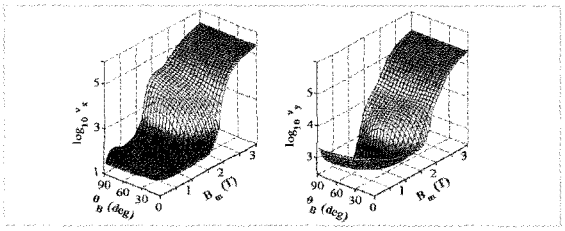
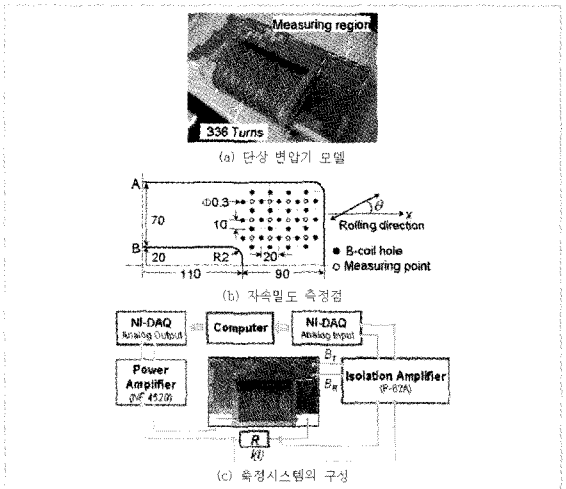


그림 22 Magnetic reluctivities



(a) 단상 변압기 모델

(b) 자속밀도 측정점

(c) 측정시스템의 구성

그림 23 단상 변압기 모델과 측정 시스템

3.5 해석 결과

여기서는 (B_m, θ_B)법을 이용한 해석 결과와 실험 결과와의 비교를 통해 (B_m, θ_B)법과 같은 2차원 자기특성이 고려된 자계해석의 중요함을 확인하고자 한다. 그림 23은 간단한 단상 변압기 모델로 이방성 전기강판 30PG110(POSCO)를 사용하여 제작되었다. 그림 23(b)는 유한요소 해석 결과와 실험 결과의 비교를 위한 자속밀도 측정점을 나타낸 것으로, 자속밀도의 x, y성분을 계산하기 위해 B-coil을 설치하였다. 그림 23(c)는 측정 시스템의 구성을 나타낸 것으로 여자전류를 정현파로 발생시키기 위해 여자전압의 파형을 제어한다 [3].

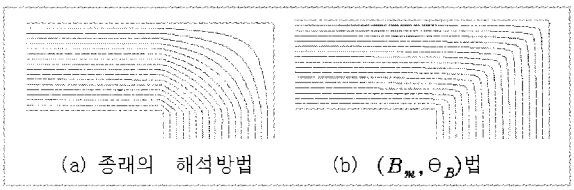


그림 24 해석방법에 따른 자속분포의 비교(θ=0)

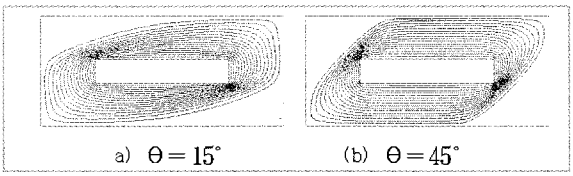


그림 25 RD 변화에 따른 자속분포의 비교

그림 24는 고전적인 해석방법과 법을 이용하여 측정 영역부근에서의 자속 분포를 계산한 것으로, RD는 x 축방향과 같고 는 각각 1.7T이다. 여기서 는 그림 23(a)의 A점과 B점 사이의 평균 자속밀도값이다. 자속 분포를 비교해보면 자속이 RD에서 TD방향으로 변하는 부분에서 크게 차이가 발생함을 볼 수 있다. 그림 25는 법에 계산된 RD 변화에 따른 자속 분포를 비교한 것으로, TD방향으로의 자속 경로를 감소시키려는 경향이 있음을 볼 수 있다. 여기서 B_{leg}는 0.5T이다.

그림 26은 고전적인 해석방법과 (B_m, θ_B)법에 의해 계산된 수치해석 결과와 실험 결과를 비교한 것이다. 측정 과정에서 RD는 x축 방향으로 고정하였으며, 여자전압 파형을 제어하여 여자전류, 즉 기자력은 다음과 같은 정현파로 발생시켰다 [6].

$$mmf(t) = 80\sin wt[At] \qquad (22)$$

여자 주파수는 전기강판에서의 와전류 영향을 무시하기 위해 0.5Hz로 하였다. 실험 결과와 비교를 해보면, (B_m, θ_B)법에 의해 계산된 결과가 고전적인 해석 방법에 비해 좀 더 정확하게 나타남을 볼 수 있다. 그리고 (B_m, θ_B)법에서 전기강판의 히스테리시스 현상을 정확히 고려하지 않았음에도 불구하고 비교적 측정 결과와 잘 일치함을 볼 수 있다.

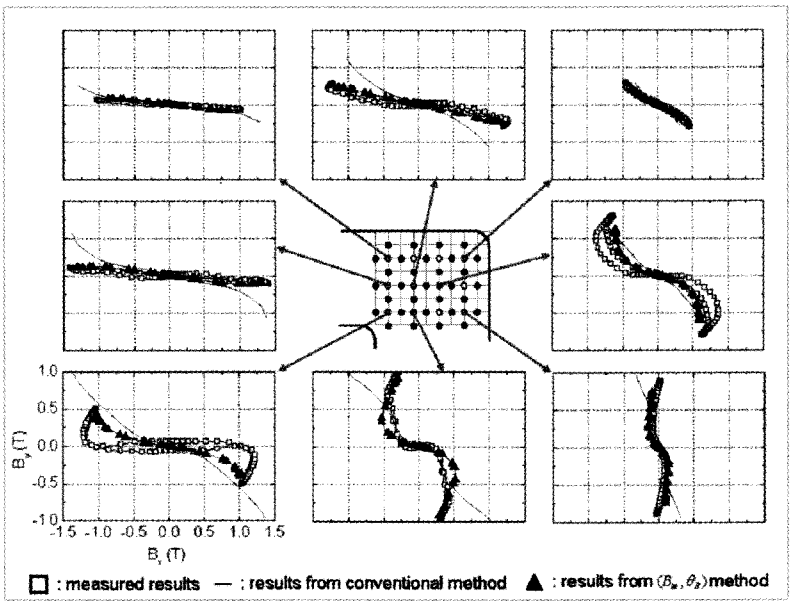


그림 26 측정 영역에서의 B 파형의 비교

그리고 1차원 자기특성을 이용한 고전적인 해석방법의 경우, 단상 변압기 모델과 같은 간단한 전기기기의 해석 결과에서도 오차가 비교적 크게 발생하는 것을 볼 수 있다. 모터와 같은 복잡한 전기기기의 경우 그 해석 결과가 더욱 부정확할 것으로 예상된다. 따라서 2차원 자기특성을 고려한 전기기기의 특성 해석이 반드시 수행되어야 한다.

4. 결 론

본 고에서는, 2차원 자기특성 측정 방법과 측정된 결과를 반영하여 단상 변압기 모델에서의 자계 해석 결과를 비교하였다. B-H 곡선과 같은 1차원 자기특성으로는 전기강판의 2차원 자기특성을 정확히 표현하기 어렵고, 2차원 자기특성을 고려한 해석 방법이 보다 정확한 해석 결과를 나타냄을 알 수 있었다. 이러한 결과는 유한요소 해석을 이용하여 전기기기의 토크, 효율, 손실 등의 특성을 계산하는 경우 그 결과에 크게 영향을 미칠 것으로 예상된다. 따라서 전기기기의 설계 및 특성해석 과정에 있어, 전기강판의 2차원 자기특성의 측정 및 이를 고려한 해석 기술이 반드시 도입되어야 하며, 더욱 활발히 연구되어야 할 것이다.

참고문헌

[1] Ikariga, M. Enokizono, H. Shimoji, and K.Shuto, "Core material design of rotating machines with a new topology," ICEMS2004, Oct. 31- Nov. 3, 2004

[2] 음영환, 신판석, 홍선기, 고창섭, "전기강판의 회전자계하에서의 2차원 자계특성 측정," 대한전기학회 논문지, vol. 55-B, no. 12, pp. 617-622, 2006. 12

[3] 음영환, 김홍정, 고창섭, 홍선기, 신판석, "이방향 여자형 SST를 이용한 이방성 전기강판의 인가자계 방향에 따른 2차원 자계특성 측정," 대한전기학회 논문지, vol. 55-B, no. 5, pp. 250-257, 2006. 5

[4] 김홍정, 고창섭, 홍선기, 신판석, "전기강판의 자기특성 측정을 위한 2방향 여자형 Single Sheet Tester 개발," 대한전기학회 논문지, vol. 55-B, oo. 10, pp.461-469, 2005. 10

[5] T. Nakata, K. Fujiwara, N. Takahashi, M. Nakano, and N. Okamoto, "An improved numerical analysis of flux distributions in anisotropic materials," IEEE Trans. on Magn., vol. 30, no. 5, pp. 3395-3398, Sep. 1994

[6] H.S. Yoon, Y.H. Eum, Y. Zhang, P.S. Shin, and C.S. Koh, "Comparison of magnetic reluctivity models for FEA considering two-dimensional magnetic properties," CEFC2008, Athens, Greece, May 11-15, 2008

[7] M. Enokizono and N. Soda, "Finite element analysis of transformer model core with measured reluctivity tensor," IEEE Trans. on. Magn., vol. 33, no. 5, pp. 4110-4112, Sep. 1997

[8] K. Fujiwara, T. Adachi, and T. Takahashi, "A proposal of finite-element analysis considering two-dimensional magnetic properties," IEEE Trans. on Magn., vol. 38, no. 2, pp. 889-892, Mar. 2002