

회절격자의 변조방식에 따라 형성된 CGH의 재생 영상 분석

정만호[†]

청주대학교 레이저광정보공학과
☎ 360-764 충북 청주시 상당구 내덕동 36번지

(2008년 8월 8일 받음, 2008년 10월 8일 수정본 받음, 2008년 10월 9일 게재 확정)

회절격자의 회절 효율은 회절격자의 내부에 형성되는 격자의 구조에 의해 영향을 받으며, 이러한 격자의 구조는 변조방식에 의해 결정된다. 컴퓨터 형성 홀로그램(CGH) 역시 기본적으로 회절격자의 원리와 같기 때문에 CGH의 내부에 기록된 패턴은 변조 방식에 따라 달라지며 이 때문에 재생 영상의 성능에 영향을 미치게 된다. 본 논문에서는 이러한 사실을 바탕으로 싸인과 변조 및 구형과 변조 방식에 따른 CGH를 제작하고 재생 영상의 특성을 분석하였다. 또한 각각의 변조방식에 대하여 진폭 및 위상형, 위상형 그리고 이진 위상형 CGH의 재생 능력을 분석하였다.

주제어: Computer generated hologram, Sinusoidal and rectangular modulated, Grating

I 서 론

어떤 물체에 빛이 입사되었을 경우 임의의 위치에서의 물체의 정보는 물체로부터 편향된 빛의 회절특성을 분석함으로써 구할 수 있다. 이와 마찬가지로 컴퓨터 형성 홀로그램(CGH) 역시 임의의 물체에 입사한 빛이 회절되어 far-field에 형성되는 복소 진폭 패턴 즉 Fraunhofer 회절의 원리로부터 출발한다. 그런데, far-field에 얻어진 복소진폭 패턴은 임의의 물체의 정보를 푸리에 변환(Fourier Transform)하면 얻을 수 있으므로, 이러한 원리로부터 우리는 임의의 합성된 패턴을 통하여 far-field에 우리가 원하는 임의의 물체를 재생할 수 있다는 생각을 할 수 있을 것이다. 결국 임의의 합성된 패턴은 우리가 재생하기를 원하는 임의의 물체를 푸리에 변환하여 얻을 수 있으며 이를 CGH라 말할 수 있다. 실제로는 임의의 물체의 이산 푸리에 변환(Discrete Fourier Transform)을 구하면 CGH를 얻을 수 있다.

CGH는 크게 셀 방식과 점 방식으로 구분 된다. 셀 방식으로는 Lohmann 방식과 Lee 방식이 잘 알려져 있으며^[1,2] 이러한 CGH에 기록된 패턴은 기본적으로 레이저를 사용하여 제작된 레이저 홀로그램에 기록되어진 간섭무늬의 기본 패턴과 유사하다. 다만 CGH를 이진화 하는 과정에서 CGH에 기록된 위상과 진폭 정보를 셀이라는 기본 구조로 단순화 시킨 점이 다르다고 할 수 있다. 반면 점 방식의 CGH는 물체의 각 점에 대응하는 DFT 변환 값을 홀로그램으로 기록한 후 각 점에 포함되어 있는 진폭과 위상 값을 수학적인 방식으로 이진화 시키거나 반복적인 과정을 추가하여 원래의 물체에 접근하는 상을 재생할 수 있도록 한다.^[3-5] 따라서 셀 방식의 CGH를 제작하는 과정에서 위상과 진폭의 값을 포함하기 위하여 다양한 셀의 형태로 인코딩하는 과정이 생략된다고 할

수 있다.

그런데, CGH를 구조적인 형태에서 살펴보면 회절격자의 구조와 같다는 것을 알 수 있다. 회절격자에 빛이 입사되면 각각의 회절 차수에 따라 빛이 회절되어 나오는데, 홀로그램 역시 홀로그램에 빛이 입사되면 홀로그램에 기록된 물체영상이 재생된다는 점이 다를 뿐 특정한 방향으로 회절되어 나온다는 사실은 같다.^[6] 즉 CGH를 제작할 때 회절격자의 원리를 활용하면 비축방향으로 재생이 가능하며 또한 위상과 진폭의 정보를 회절격자의 구조에 따라 다양하게 포함시킬 수 있다.

본 논문에서는 이러한 회절격자의 원리에 착안하여 회절격자의 구조에 큰 영향을 미치는 변조방식에 따라 CGH를 제작할 경우 재생 특성에 차이가 생길 것으로 판단하여 연구를 진행하였으며, 홀로그래픽 회절격자의 대표적인 변조 방식인 싸인과(sinusoidal) 변조와 구형과(rectangular) 변조 형태로 구분하여 CGH를 분석하였다. 특히 이들 각각의 변조 방식에 대하여 진폭 및 위상형, 위상형, 그리고 이진 위상형 CGH를 형성하여 재생 성능의 차이점을 분석하였다.

II CGH의 싸인과 및 구형과 변조 방식

홀로그램의 기본 원리는 회절격자에서 출발할 수 있다. 유리 기판 위에 수많은 일직선 격자를 일정한 간격으로 룰링 기계(ruling machine)를 사용하여 형성하면 회절격자를 얻을 수 있다. 이때 룰링하는 다이아몬드의 끝 모양에 따라 싸인과 형태 혹은 구면과 형태로 격자의 groove가 만들어 진다. 즉, groove의 형태에 따라 싸인과 변조 회절격자 혹은 구면과 변조 회절격자라고 일컫는다. 그런데 룰링을 하는 과정에서 문제가 발생하여 격자선이 비뚤어지거나 격자선 사이가 평행을 이루지 못하는 경우 혹은 격자선의 간격이 서로 틀릴 경우에는 회절격자에 점광원을 입사시켰을 때 회절격자로

[†]E-mail: manho@cju.ac.kr

부터 나오는 회절광은 이상적인 경로로부터 이탈하여 해당하는 회절차수의 위치에 이상적인 점을 만들지 못하게 된다. 홀로그램은 이러한 원리를 이용한 것으로 원래 목표로 하는 물체의 영상을 원하는 위치에 결상하도록 회절격자의 격자선을 정밀하게 변형시킨 것이라고 할 수 있다. 그림 1에 CGH의 형성 및 재생과정을 나타내는 광학계를 표시하였다. 본 논문에서는 싸인과 CGH를 설명하기 위하여 코사인 CGH를 다루려고 한다. 그림 1의 CGH 평면에 형성되는 코사인 변조된 CGH의 투과 복소진폭은 식 (1)과 같이 표현할 수 있다. 단, 여기서 코사인 변조는 ξ 방향으로 이루어진다고 가정한다.^[6]

$$T(\xi, \eta) = \frac{1}{2} [1 + A(\xi, \eta) \cos(2\pi x_0 \xi + \phi(\xi, \eta))] \quad (1)$$

여기서, $A(\xi, \eta)$ 는 CGH의 진폭이며, $\phi(\xi, \eta)$ 는 CGH의 위상을 나타낸다.

식 (1)에서 CGH를 구성하는 성분을 분석해 보면 식 (2)와 같다.

$$T(\xi, \eta) = \frac{1}{2} + \frac{A(\xi, \eta) \exp(i\phi(\xi, \eta))}{4} \exp(i2\pi x_0 \xi) + \frac{A(\xi, \eta) \exp(-i\phi(\xi, \eta))}{4} \exp(-i2\pi x_0 \xi) \quad (2)$$

여기서 CGH 함수 $U(\xi, \eta)$ 를 식 (3)과 같이 나타내면

$$U(\xi, \eta) = A(\xi, \eta) \exp(i\phi(\xi, \eta)) \quad (3)$$

결상면에 나타나는 재생상 $v(x, y)$ 는 식 (4)와 같이 표현된다.

$$v(x, y) = \frac{\delta(x, y)}{2} + \frac{1}{4} u(x + x_0, y) + u^*(-x + x_0, y) \quad (4)$$

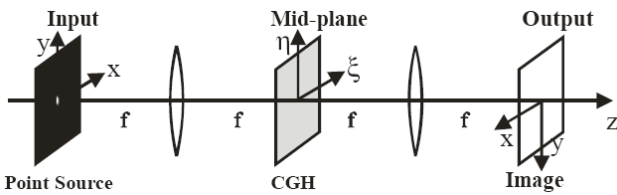


그림 1. CGH의 형성 및 재생 광학 시스템.

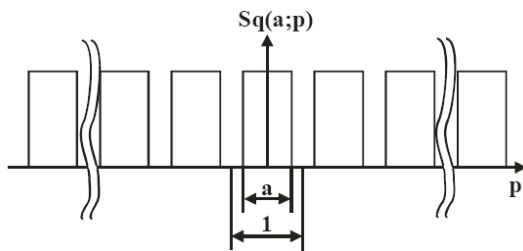


그림 2. 구형파 변조의 파형.

식 (4)에서 둘째 항은 물체의 실상을 나타내며, 셋째 항은 물체의 실상의 공액파인 허상을 나타낸다. 여기서 x_0 는 비축에 재생되는 재생상의 위치를 나타낸다.

싸인과 변조 방식과 마찬가지로 구형파 변조 방식을 설명할 수 있다. 그림 2에 구형파 변조의 파형을 표시하였다. 그림 2와 같은 구형파를 푸리에 급수로 표시하면 식 (5)와 같다.^[6]

$$S_q(a;p) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{x-m}{a}\right) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \text{asinc}(ma) \exp(i2\pi mp) \quad (5)$$

여기서, a 는 구형파의 펄스 주기, m 은 차수이다. 이제, 1차 회절 성분만 고려하여 식 (5)를 풀이하면 식 (6)과 같이 표현된다.

$$\frac{\sin(\pi a)}{\pi} \exp(i2\pi p) \propto A(\xi, \eta) \exp(i\phi(\xi, \eta)) \exp(i2\pi x_0 \xi) \quad (6)$$

식 (6)의 우변은 식 (3)과 마찬가지로 CGH 함수를 나타내며 x_0 만큼 비축에 재생됨을 의미한다. 따라서 식 (6)으로부터 CGH의 변수 값 p 와 a 는 식 (7)과 같다.

$$p = x_0 \xi + \frac{\phi(\xi, \eta)}{2\pi}, a = \frac{1}{\pi} \arcsin(A(\xi, \eta)) \quad (7)$$

III. 코사인 CGH 및 구형파 CGH의 형성 및 분석 결과

코사인 CGH와 구형파 CGH를 제작하기 위해서는 우선 물체의 복소진폭 함수 $u(x, y)$ 를 푸리에 변환하여야 한다. 이때 푸리에 변환하여 얻어진 $U(\xi, \eta)$ 역시 복소함수로서 진폭 $A(\xi, \eta)$ 와 위상 $\phi(\xi, \eta)$ 를 갖는다. 본 연구에서는 진폭과 위상을 갖는 푸리에 변환 CGH를 구하고, 이를 바탕으로 위상형 CGH 그리고 이진 위상형 CGH로 인코딩하였다. 코사인 이진 위상형 CGH는 위상 값에 따라 0과 1로 인코딩하였으며, 구형파 이진 위상형 CGH는 CGH 영역 값을 확대 혹은 축소 함으로서 위상 변수 p 를 조절하여 CGH의 위상 값을 -1과 +1 값으로 인코딩하였다. 본 연구에서는 또한 CGH 제작에 사용된 물체를 256×256 그레이(gray) 영상과 256×256 이진 영상으로 구분하여 사용하였다. 그림 3의 (a)와 (b)에 256×256 그레이 물체 영상과 256×256 이진 물체 영상을 각각 나타내었다.

그림 4에 그림 (3)의 (a)에 나타난 그레이 물체 영상을 사용하여 얻어진 코사인 CGH를 나타내었다. 그림 4의 (a)는 진폭과 위상 정보를 갖고 있는 코사인 CGH를 나타내며, (b)는 코사인 위상형 CGH를 그리고 (c)는 코사인 이진 위상형 CGH를 나타내고 있다. 그림 5는 그림 4에 나타난 코사인

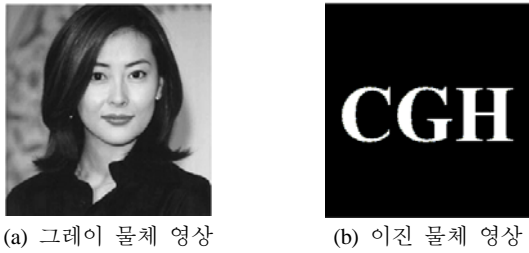


그림 3. 256×256 픽셀의 물체 영상.

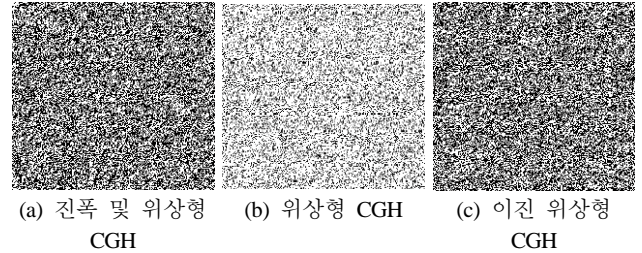


그림 6. 이진 물체 영상으로부터 얻은 코사인 CGH.

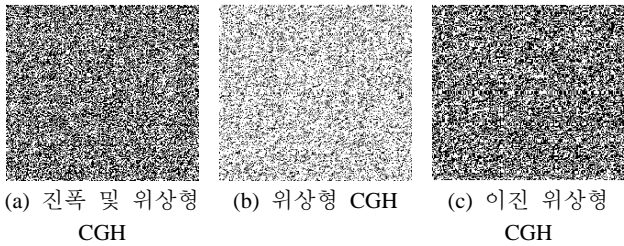


그림 4. 그레이 물체 영상으로부터 얻은 코사인 CGH.

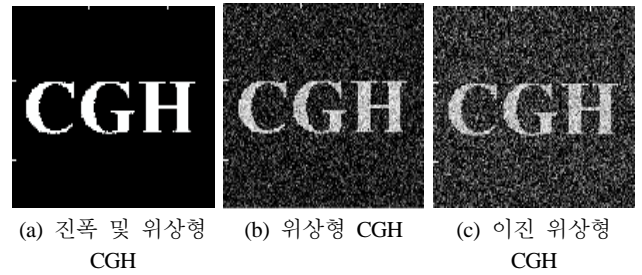


그림 7. 이진 물체 영상으로부터 얻은 코사인 CGH의 재생된 영상.

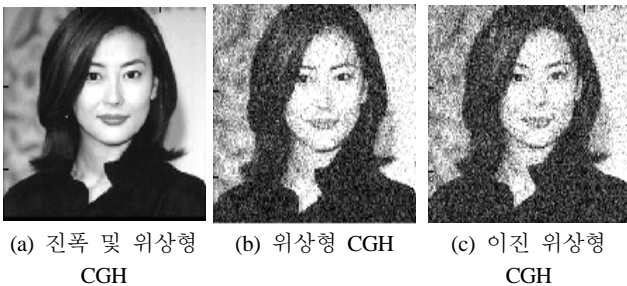


그림 5. 그레이 물체 영상으로부터 얻은 코사인 CGH의 재생된 영상.

CGH를 통하여 재생된 영상을 나타낸 그림이다. 그림 5의 (a)는 진폭 및 위상 정보를 갖고 있는 코사인 CGH를 통해 재생된 영상을 나타내며, (b)와 (c)는 코사인 위상형 CGH 및 코사인 이진 위상형 CGH를 통해 재생된 영상을 각각 보여 주고 있다. 그림 4의 코사인 CGH를 통하여 재생된 영상을 나타내는 그림 5를 살펴볼 때 위상형 CGH는 진폭 및 위상 정보를 동시에 갖고 있는 코사인 CGH에 비하여 재생 영상의 화질이 다소 떨어지는 것을 알 수 있으며, 위상형 CGH와 이를 이진화한 이진 위상형 CGH를 비교할 때 부분적으로 서로 약간씩 좋고 나쁨이 보이거나 거의 화질의 차이를 발견할 수 없을 정도로 성능이 비슷하다고 할 수 있다.

이제 그레이 물체영상을 사용했을 때와 비교하기 위하여 이진 물체영상을 사용하여 코사인 CGH를 제작하였다. 이 경우에도 앞서 그림 4에서 보여 준 것과 같이 진폭과 위상 정보를 동시에 갖고 있는 CGH와 위상 성분만 갖고 있는 위상형 CGH, 그리고 위상형 CGH를 이진화 시킨 이진 위상형 CGH로 구분하여 제작하였다. 그림 6의 (a)는 진폭과 위상 정보를 갖고 있는 코사인 CGH를 나타내며, (b)는 코사인 위상형 CGH를 그리고 (c)는 코사인 이진 위상형 CGH를 나타

내고 있다. 그림 7은 그림 6에 나타난 코사인 CGH를 통하여 재생된 영상을 나타낸 그림이다. 그림 7의 (a)는 진폭과 위상 정보를 갖고 있는 코사인 CGH를 통해 재생된 영상을 나타내며, (b)와 (c)는 코사인 위상형 CGH 및 코사인 이진 위상형 CGH를 통해 재생된 영상을 각각 보여 주고 있다. 이진 물체 영상을 사용하여 제작된 코사인 CGH를 통하여 재생된 영상을 나타내는 그림 7을 살펴볼 때 위상형 CGH는 진폭 및 위상 정보를 동시에 갖고 있는 코사인 CGH에 비하여 재생 영상의 화질이 다소 떨어지는 것을 알 수 있으며, 반면에 위상형 CGH와 이를 이진화한 이진 위상형 CGH를 상호 비교해 보면 그레이 물체영상을 사용하여 얻어진 코사인 CGH를 재생했을 때와 마찬가지로 부분적으로 서로 약간씩 좋고 나쁨이 보이거나 거의 화질의 차이를 발견할 수 없을 정도로 성능이 비슷하다고 할 수 있으며 다만 콘트라스트에서 이진 위상형 CGH가 위상형 CGH에 비해 미약하게나마 떨어진다 고 할 수 있다.

이제 싸인과 변조 CGH와 구형과 변조 CGH를 비교하기 위하여 앞서 설명한 코사인 CGH 때와 마찬가지로 물체를 그레이 영상과 이진 영상으로 나누어 CGH를 제작하고 재생을 얻었다. 또한 코사인 CGH와 마찬가지로 구형과 CGH 역시 위상형 CGH와 이를 이진화 시킨 이진 위상형 CGH 사이에 재생 영상의 질적인 차이가 거의 없으므로 이진 위상형 CGH만 서로 비교하고 그 결과를 나타내었다. 그림 8의 (a)와 (b)는 그림 3의 (a)에 나타난 그레이 물체 영상을 사용하여 제작된 코사인 이진 위상형 CGH와 구형과 이진 위상형 CGH를 각각 나타낸 그림이다. 또한 그림 9의 (a)와 (b)는 그림 8에 나타난 코사인 이진 위상형 CGH와 구형과 이진 위상형 CGH로부터 재생된 영상을 각각 보여 주고 있다.

이제 그레이 물체영상을 사용했을 때와 비교하기 위하여

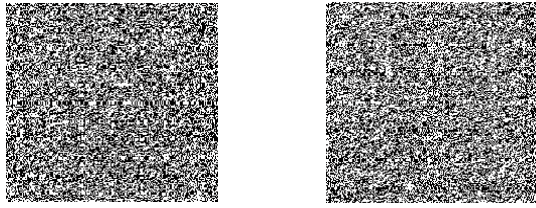


그림 8. 그레이 물체 영상으로부터 얻은 이진 위상형 CGH.



그림 9. 그레이 물체 영상으로부터 얻은 이진 위상형 CGH의 재생 영상.

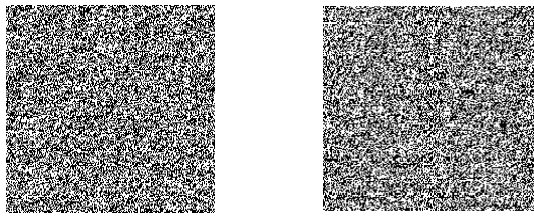


그림 10. 이진 물체 영상으로부터 얻은 이진 위상형 CGH.

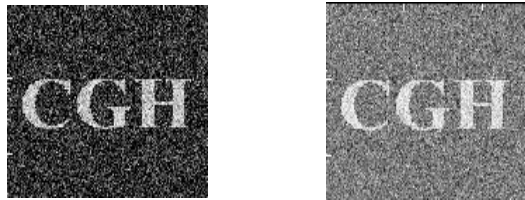


그림 11. 이진 물체 영상으로부터 얻은 이진 위상형 CGH의 재생 영상

이진 물체영상을 사용하여 코사인 CGH와 구면파 CGH를 제작하였다. 그림 10의 (a)와 (b)는 그림 3의 (b)에 나타난 이진 물체영상을 사용하여 제작된 코사인 이진 위상형 CGH와 구면파 이진 위상형 CGH를 각각 나타낸 그림이다. 또한 그림 11의 (a)와 (b)는 그림 10에 나타난 코사인 이진 위상형 CGH와 구면파 이진 위상형 CGH로부터 재생된 영상을 각각 보여 주고 있다. 그림 9와 그림 11에 나타난 재생상을 살펴 볼 때 그레이 물체영상을 사용했을 때와 이진 물체영상을 사용하여 제작된 코사인 이진 위상형 CGH 혹은 구면파 이진 위상형 CGH의 경우 모두 재생상의 질적인 면에서는 거의 차이가 없음을 알 수 있으며, 다만 콘트라스트 면에서 서로

표 1. 재생 영상의 MSE와 SNR 상대값

물체 영상	변조 방식	MSE	SNR
그레이 영상	CAP	100.00	10.00
	CP	124.83	4.36
	CBP	127.52	4.03
이진 영상	CAP	407.65	8.45
	CP	574.32	1.62
	CBP	587.71	1.57
그레이 영상	CBP	127.52	4.03
	RBP	128.97	3.80
	이진 영상	CBP	578.75
RBP		590.92	1.34

* CAP: Cosine Amplitude and Phase, CP: Cosine Phase, CBP: Cosine Binary Phase, RBP: Rectangular Binary Phase

간에 약간의 차이를 보이고 있을 뿐이라고 말할 수 있을 것이다.

재생된 영상의 질을 정량적으로 비교하기 위한 척도로 다음과 같이 정의된 MSE(Mean Squared Error)와 SNR(Signal to Noise Ratio)¹⁷⁾ 사용하였다.

$$MSE = \frac{1}{NM} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{M-1} [|f(x,y) - f_r(x,y)|^2] \quad (8)$$

$$SNR = \frac{\sum_{x,y} [f(x,y)]^2}{\sum_{x,y} [f(x,y) - f_r(x,y)]^2} \quad (9)$$

여기서, $N \times M$ 은 영상의 픽셀 수를 말하며, $f(x,y)$ 와 $f_r(x,y)$ 는 각각 초기 물체 영상 및 재생된 영상을 나타낸다. 표 1에 측정된 MSE 및 SNR의 상대적인 값을 나타내었다.

IV. 결 론

본 논문에서는 변조 방식에 따른 회절격자의 회절 특성 원리를 이용하여 CGH의 제작에 응용하였다. 이를 바탕으로 회절격자의 변조방식에 따른 CGH를 제작하고 재생상을 분석하여 그 차이점을 설명하였다. 코사인 변조 CGH 및 구면파 변조 CGH를 상호 비교하였으며 특히 각각의 경우에 진폭 및 위상형 CGH, 위상형 CGH 그리고 이진 위상형 CGH를 각각 비교하여 보았다. 또한 그레이 물체영상과 이진 물체영상을 사용하여 CGH의 재생 능력을 분석하였다. 결과적으로 코사인 이진 위상형 CGH와 구면파 이진 위상형 CGH는 성능 면에서 큰 차이를 나타내지 않았으며 따라서 이들 모두 CGH로서 응용 가능성을 알 수 있다. 따라서 본 논문에서 연구한 CGH를 이용하여 실제적인 응용 측면에서 지문인식 또는 광학계 성능 평가용 CGH로의 활용이 가능하다고 보인다.

참고문헌

- [1] A. W. Lohmann and D. P. Paris, "Binary Fraunhofer Holograms Generated by Computer," *Appl. Opt.*, vol. 6, pp. 1739-1748, 1967.
- [2] W. H. Lee, "Sampled Fourier Transform Holograms Generated by Computer," *Appl. Opt.*, vol. 9, pp. 639-643, 1970.
- [3] J. W. Fienup, "Iterative Method Applied to Image Reconstruction and to Computer Generated Holograms," *Opt. Eng.*, vol. 19, pp. 297-305, 1980.
- [4] F. Wyroski and O. Bryngdahl, "Iterative Fourier Transform Algorithm Applied to Computer Holography," *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 5, pp. 1058-1065, 1988.
- [5] 주성현, 정만호, "Binary CGH를 사용한 JTC 광암호화 시스템 연구," *한국광학회지*, vol. 14, no. 5, pp. 491-497, 2003.
- [6] J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics* (McGraw-Hill, New York, 2nd Edition, 1996), Chap. 4, pp. 81-83.
- [7] B. V. K. Vijava Kumar and L. Hassebrook, "Performance measure for correlation filters," *Appl. Opt.*, vol. 29, pp. 2997-3006, 1990.

Analysis of Reconstructed Images of Computer Generated Hologram Formed according to Grating Modulation Methods

Man Ho Jeong[†]

Department of laser and Optical Information Engineering, Cheongju University, Cheongju 360-764, Korea

[†]*E-mail: manho@cju.ac.kr*

(Received August 8, 2008; Revised manuscript October 8, 2008; Accepted October 9, 2008)

The diffraction efficiencies of gratings are affected by the inner structure which is determined by modulation type. CGH (Computer generated Hologram) basically uses the principles of a diffraction grating. As like as the diffraction gratings the patterns recorded in the CGH are different according to modulation methods which result in the performances of the reconstructed images. In this paper, on this fact CGHs are recorded according to sinusoidal and rectangular modulation methods and the characteristics of reconstructed images are analyzed. Also the reconstruction performances of the amplitude and phase, phase-only and binary phase CGH are analyzed.

OCIS codes: (090.0090) Holography; (090.1760) Computer holography.